

Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

***Dipartimento di Ingegneria Industriale***

---

**Marco Gentilini**

**Valutazioni tecnico-economiche sull'inserzione di  
uno scambiatore intermedio negli impianti  
frigoriferi a espansione secca.**

---

Quaderni del Dipartimento

MARCO GENTILINI

**VALUTAZIONI TECNICO-ECONOMICHE SULL'INSERZIONE  
DI UNO SCAMBIATORE INTERMEDIO NEGLI IMPIANTI  
FRIGORIFERI A ESPANSIONE SECCA.**

**1 - INTRODUZIONE.**

Negli impianti frigoriferi a espansione secca, (**Fig.1**), lo scambiatore di calore intermedio, (**SC**), viene inserito allo scopo di ottenere un certo grado di surriscaldamento del vapore in aspirazione che prevenga la possibilità di trascinarsi di gocce di condensa nei gruppi di compressione.

In esso infatti, il vapore in aspirazione viene surriscaldato, (stato fisico **1'**), mentre il liquido condensato si sottoraffredda, (stato fisico **3'**), con temperature finali che, a seconda del rapporto dei calori specifici e della superficie di scambio, variano rispettivamente negli intervalli:  **$T_{3''} < T_{3'} < T_3$** ;  **$T_1 < T_{1'} < T_{1''}$** .

Il surriscaldamento del vapore, pur prevenendo la possibilità di formazione di condensa in aspirazione ai compressori, comporta un maggior lavoro specifico di compressione, mentre il sottoraffreddamento del liquido aumenta il salto entalpico utile di vaporizzazione, ( **$h_1 - h_{4'}$** ), con riduzione di portata in massa, a parità di potenza frigorifera resa.

Il costo di investimento dell'impianto risulta funzione delle dimensioni del sistema e quindi della portata, (in massa o volume), nominale di progetto e della potenza di compressione installata, mentre gli oneri di esercizio sono inversamente proporzionali, a parità di potenza frigorifera, al coefficiente di effetto frigorifero del ciclo, (**COP**).

Pertanto l'inserzione dello scambiatore di calore intermedio, (**SC**), inducendo una variazione di tutti i parametri di funzionamento, comporta una conseguente variazione dell'economia globale del sistema.

Il costo impianto risulta, infatti, ridotto per diminuzione di portata circolante e aumentato per maggiore potenza di compressione richiesta, mentre la portata volumetrica in aspirazione, (e quindi la cilindrata dei compressori), subisce effetti contrastanti essendo aumentata per la maggiore temperatura del vapore e diminuita per la minore portata in massa.

Il parametro impiantistico superficie di scambio dello scambiatore di calore intermedio, (**SC**), risulta quindi eventualmente ottimizzabile.



## 2 – CALCOLO DELLE PRESTAZIONI DEL CICLO FRIGORIFERO.

Nell'espressione del **COP** del ciclo aumenta sia il salto entalpico utile di vaporizzazione che quello speso nella compressione, mentre si ha pure variazione del rendimento di compressione rispetto all'isoentropica, nonchè, (seppure con contributo trascurabile stante i modesti valori di surriscaldamento), variazione della potenza termica ceduta dai condotti di aspirazione del compressore al fluido in ingresso per la sua diversa temperatura.

A meno dei rendimenti, il **COP** del ciclo, vale:

$$\text{COP} = (h_1 - h_4)/(h_2 - h_1),$$

in assenza di scambiatore intermedio e

$$\text{COP}' = (h_1 - h_4)/(h_2' - h_1'),$$

in presenza dello scambiatore intermedio, (**Fig.III°.**2.6.3).

Indicando con  $c_{pv}$  e  $c_{pl}$  i calori specifici medi del vapore e del liquido frigorifero, rispettivamente e con  $p_v$  e  $p_c$  le pressioni di vaporizzazione e condensazione del ciclo, si ha:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} ; \quad T_{2'} = T_{1'} \left( \frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}},$$

da cui:

$$h_2 - h_1 = c_{pv}(T_2 - T_1) = c_{pv} T_1 \left[ \left( \frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right];$$

$$h_{2'} - h_{1'} = c_{pv}(T_{2'} - T_{1'}) = c_{pv} T_{1'} \left[ \left( \frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right],$$

e quindi:

$$\frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_{1'}} = \frac{T_1}{T_{1'}}.$$

Indicando con  $S$  e  $R_t$ , la superficie di scambio e la resistenza termica totale dello scambiatore, (in controcorrente), e con  $G$  la portata in massa di fluido frigorifero, si ottiene:

$$T_1' = T_1 + \frac{(T_3 - T_1) \left[ e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1} \right]}{\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1}};$$

$$T_3' = T_3 - \frac{(T_3 - T_1) \left[ e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1} \right]}{e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}}},$$

da cui:

$$\frac{T_1'}{T_1} = 1 + \frac{\left( \frac{T_3}{T_1} - 1 \right) \left[ e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1} \right]}{\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1}}.$$

Essendo, inoltre:

$$(h_1 - h_4') = (h_1 - h_4) + (h_4 - h_4') = (h_1 - h_4) + (h_3 - h_3') = (h_1 - h_4) + c_{pl}(T_3 - T_3')$$

$$= (h_1 - h_4) + (T_3 - T_1) \frac{\left[ e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1} \right]}{e^{-\left( \frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t} \right) - 1} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}}}, \text{ si ottiene:}$$

$$\text{COP} = \frac{h_1 - h_{4'}}{h_{2'} - h_{1'}} = \frac{(T_3 - T_1) \left[ \frac{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1}{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}}}\right]}{(h_{2'} - h_1) \left\{ 1 + \left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right) \frac{\left[ \frac{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1}{\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1}\right]}{\left[ \frac{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1}{\frac{c_{pl}}{c_{pv}} e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1}\right]} \right\}},$$

da cui il rapporto fra i coefficienti di effetto frigorifero in presenza o meno dello scambiatore intermedio, ( $b_c$ ), vale:

$$b_c = \frac{\text{COP}'}{\text{COP}} = \frac{h_1 - h_{4'}}{h_1 - h_4} \frac{h_{2'} - h_1}{h_{2'} - h_{1'}} =$$

$$= \frac{T_1 \left[ \frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1 \right] + \frac{c_{pv}T_1(T_3 - T_1)}{(h_1 - h_4)} \left[ \frac{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)}}{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1} \right]}{T_1 \left[ \frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1 \right] + (T_3 - T_1) \left[ \frac{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)}}{e^{-\left(\frac{S}{G_{c_{pv}R_t}} - \frac{S}{G_{c_{pl}R_t}}\right)} - 1} \right]}$$

Risulta, pertanto:  $\text{COP}' > \text{COP}$ , ( $b_c > 1$ ), per:  $c_{pv}T_1 > (h_1 - h_4)$ .

Il rapporto fra le portate in massa in presenza o meno di scambiatore intermedio, ( $b_p$ ), vale:

$$b_p = \frac{G'}{G} = \frac{h_1 - h_{4'}}{h_1 - h_4} =$$

$$= \frac{\left[ e^{-\left( \frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}} \right]}{\left[ e^{-\left( \frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}} \right] + c_{pl} \frac{(T_3 - T_1)}{(h_1 - h_4)} \left[ e^{-\left( \frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - 1 \right]}$$

Considerando il rapporto dei volumi specifici del vapore, ( $v'/v$ ), pari al rapporto fra le temperature assolute:  $v'/v = T_1'/T_1$ , il rapporto fra le portate in volume, (e quindi fra le cilindrata dei compressori), vale:

$$\frac{G' v'}{G v} = \frac{T_1' h_1 - h_4}{T_1 h_1 - h_4'} = \frac{1}{b_c},$$

e nello stesso rapporto stanno le potenze di compressione essendo, (a meno dei rendimenti, presumibilmente costanti):

$$P = \frac{k}{k-1} p_v G v \left[ \left( \frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right].$$

### 3 - VALUTAZIONI ECONOMICHE.

Nell'ipotesi che il costo di installazione possa ritenersi proporzionale alla portata in massa di fluido frigorifero, la differenza fra i costi totali attualizzati in caso di assenza o presenza dello scambiatore intermedio, (o **VAN** dell'investimento relativo alla modifica dello schema), vale:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= [I_o - (I + I_s)] + \left( \frac{1}{\text{COP}} - \frac{1}{\text{COP}} \right) QuT \frac{c_k}{t_{ek}} = \\ &= I_o(1 - b_p) + \frac{QuTc_k}{\text{COP}t_{ek}} \frac{b_c - 1}{b_c} - (b_o + b_s), \end{aligned}$$

con:  $I_o$  e  $I = b_p I_o$  costo impianto in assenza e presenza di scambiatore intermedio, rispettivamente;

$$I_s = b_o + b_s \quad \text{costo dello scambiatore intermedio.}$$

Nel caso il costo di installazione possa ritenersi proporzionale alla portata in volume di fluido frigorifero in aspirazione, ovvero alla cilindrata e potenza del gruppo di compressione, si ha:

$$\begin{aligned} \mathbf{VAN} &= \left[ \mathbf{I}_0 - (\mathbf{I} + \mathbf{I}_s) \right] + \left( \frac{1}{\mathbf{COP}} - \frac{1}{\mathbf{COP}'} \right) \mathbf{QuT} \frac{\mathbf{c}_k}{\mathbf{t}_{ek}} = \\ &= \mathbf{I}_0 \left( 1 - \frac{1}{\mathbf{b}_c} \right) + \frac{\mathbf{QuTc}_k}{\mathbf{COPt}_{ek}} \left( 1 - \frac{1}{\mathbf{b}_c} \right) - (\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}) = \\ &= \left( \mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{QuTc}_k}{\mathbf{COPt}_{ek}} \right) \left( 1 - \frac{1}{\mathbf{b}_c} \right) - (\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}), \end{aligned}$$

essendo in tal caso:  $\mathbf{I} = \mathbf{I}_0/\mathbf{b}_c$ .

La condizione di convenienza, ( $\mathbf{VAN} > 0$ ), all'installazione dello scambiatore intermedio, risulta pertanto:

$$\mathbf{b}_c(\mathbf{S}) > \frac{1}{1 - \frac{\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}}{\mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{QuTc}_k}{\mathbf{COPt}_{ek}}}} = \mathbf{f}(\mathbf{S}).$$

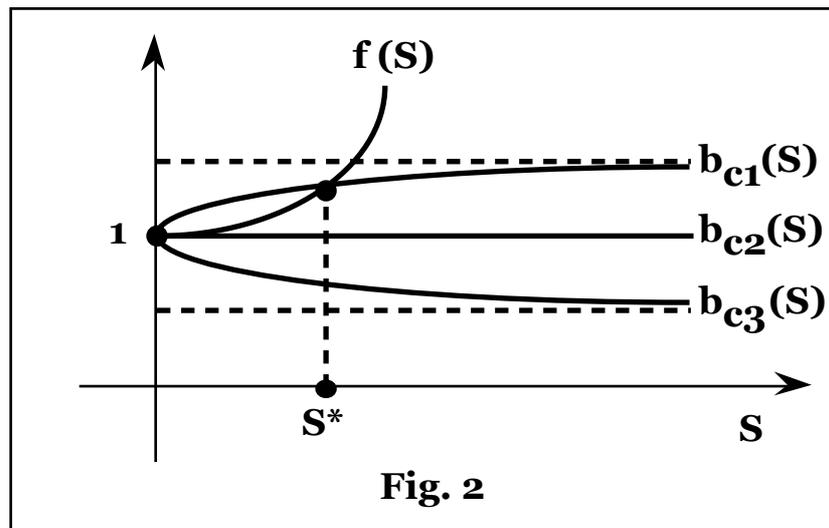


Fig. 2

L'iperbole  $\mathbf{f}(\mathbf{S})$ , tendente all'asintoto verticale per:

$\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS} = \frac{\mathbf{QuTc}_k}{\mathbf{COPt}_{ek}} + \mathbf{I}_0$  nell'intervallo di valori impiantistici proponibili

$\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS} \ll \frac{\mathbf{QuTc}_k}{\mathbf{COPt}_{ek}} + \mathbf{I}_0$ , risulta monotona crescente,  $\left[ \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{S})}{d\mathbf{S}} > 0 \right]$ , con

concavità positiva,  $\left[ \frac{d^2\mathbf{f}(\mathbf{S})}{d\mathbf{S}^2} > 0 \right]$ , dal valore all'origine:

$$\lim_{S \rightarrow 0} f(S) = \frac{1}{1 - \frac{b_0}{\frac{QuTc_k}{COPt_{ek}} + I_0}} \approx 1, \text{ mentre per la funzione } b_c(S), \text{ risulta:}$$

$$\lim_{S \rightarrow 0} b_c(S) = 1; \quad \lim_{S \rightarrow \infty} b_c(S) = \frac{T_1}{T_3} + \frac{c_{pv}T_1}{h_1 - h_4} \left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right), \text{ con andamento}$$

monotono.

Si conclude che, (Fig.2), per:

- 1)  $c_{pv}T_1 < (h_1 - h_4)$ , si ha:  $b_c(S) < 1 < f(S)$  e quindi:  $VAN < 0$ ;
- 2)  $c_{pv}T_1 = (h_1 - h_4)$ , si ha:  $b_c(S) = 1 < f(S)$  e quindi:  $VAN < 0$ ;
- 3)  $c_{pv}T_1 > (h_1 - h_4)$ , si ha:  $b_c(S) > 1$ , ed essendo:  $b_c(0) = f(0) = 1$ , e la derivata seconda della funzione  $f(S)$ , sempre positiva, (concavità verso l'alto), e quella della funzione  $b_c(S)$ , sempre negativa, (concavità verso il basso), esiste un valore limite per la superficie di scambio, ( $S^*$ ), di convenienza all'installazione dello scambiatore intermedio, ovvero per cui si ha:  $b_c(S) > f(S)$ , e quindi:  $VAN > 0$ , per  $S < S^*$ , qualora risulti:

$$\left(\frac{db_c(S)}{dS}\right)_{S=0} > \left(\frac{df(S)}{dS}\right)_{S=0},$$

ovvero:

$$\left(\frac{c_{pv}T_1}{h_1 - h_4} - 1\right) \frac{T_3 - T_1}{T_1 G c_{pv} R_t} > \frac{\frac{b}{I_0 + \frac{QuTc_k}{COPt_{ek}}}}{\left(1 - \frac{b}{I_0 + \frac{QuTc_k}{COPt_{ek}}}\right)^2},$$

e in questo caso nell'intervallo:  $0 > S > S^*$ , è possibile identificare la superficie di scambio di ottimizzazione economica, ( $S_{ec}$ ), come radice dell'equazione:  $dVAN(S)/dS = 0$ , con:  $d^2VAN(S)/dS^2 < 0$ , per  $S = S_{ec}$ .

## Conclusioni.

In pratica, per fluido frigoriferi inorganici, (ammoniaca), si ha:

$$c_{pv}T_1 < (h_1 - h_4),$$

per cui l'inserzione dello scambiatore intermedio risulta economicamente svantaggiosa e si adottano, quindi, le minime superficie di scambio compatibili con il surriscaldamento richiesto in aspirazione, mentre per fluidi frigoriferi organici può risultare:

$$c_{pv}T_1 > (h_1 - h_4),$$

e pertanto l'inserzione dello scambiatore intermedio può comportare una riduzione, (ottimizzabile in funzione della superficie di scambio), dei costi.

\*\*\*\*\*