

**LA TEORIA DELL'EQUILIBRIO ECONOMICO
GENERALE STAZIONARIO : GUSTAV CASSEL ***

Francesca Busetto

* Ringrazio il professor F. Donzelli e il professor R. Scazzieri per aver discusso con me le idee contenute in questo lavoro.

INDICE

1. Introduzione.
 - 1.1. *Il problema della stazionarietà nella teoria dell'equilibrio economico generale.*
 - 1.2. *La teoria dell'equilibrio economico generale di Cassel e gli sviluppi teorici contemporanei*

2. Gli aspetti neoclassici della teoria di Cassel. Rapporti tra Cassel e Walras.
 - 2.1. *Le nozioni neoclassiche di equilibrio temporaneo e di equilibrio stazionario.*
 - 2.2. *Il sistema concettuale di Walras.*
 - 2.3. *Il modello walrasiano di scambio, consumo e produzione.*
 - 2.4. *Il sistema concettuale di Cassel.*
 - 2.5. *Il modello formale di equilibrio stazionario di Cassel.*

3. Gli aspetti classici della teoria di Cassel.
 - 3.1. *Cassel sulla "riproduzione" del capitale.*
 - 3.2. *Cassel e il problema del trattamento teorico dei beni intermedi.*
 - 3.3. *La teoria dello "Uniformly Progressive State" di Cassel.*

1. INTRODUZIONE.

1.1. Il problema della stazionarietà nella teoria dell'equilibrio economico generale.

Il periodo che va dall'inizio degli anni '20 alla fine degli anni '30 vede un intenso sviluppo del dibattito teorico in economia, al centro del quale si pongono il concetto di equilibrio e i temi ad esso legati. E' nel corso di questo periodo che si gettano le basi di rilevanti sviluppi successivi del pensiero economico, fino ad alcuni dell'epoca più recente.

All'origine di quel dibattito vi sono i problemi sollevati dalla teoria dell'equilibrio economico generale stazionario, così come essa prevale all'interno della scienza economica nell'arco di tempo che va dalla fine del secolo scorso agli anni '30.

Ci si riferisce, in particolare, ai modelli di equilibrio concorrenziale stazionario elaborati da autori come J.B. Clark ((1899), (1907)), Wicksell (1901-06), Schumpeter ((1911), (1939)), Cassel (1918), Knight (1921), Pigou (1935) ed altri, i quali - sebbene appartengano a differenti scuole di pensiero e si richi amino a fonti di ispirazione diverse - presentano rilevanti caratteristiche comuni¹.

Tutti questi autori esprimono (in qualche modo), nelle loro opere, le tendenze teoriche che vanno consolidandosi in economia a partire dai lavori di W.S. Jevons, C. Menger e L. Walras, pubblicati intorno al 1870, e si collocano pertanto all'interno della tradizione "neoclassica". Essi, tuttavia, sono anche condizionati da concezioni tipiche della preesistente tradizione "classica", che trae origine dall'opera di Smith e Ricardo. Elaborano quindi in molti casi modelli "spurii", che tentano di conciliare ipotesi di natura diversa, talvolta incompatibili. In particolare, essi utilizzano congiuntamente, all'interno dei propri sistemi teorici, una nozione di equilibrio stazionario, nel significato che essa assume all'interno di un indirizzo teorico di tipo neoclassico, e una differente nozione di equilibrio stazionario, che riflette l'influenza di un indirizzo di tipo classico.

Ma tali nozioni si fondano su requisiti diversi; la loro sovrapposizione, all'interno di uno stesso apparato teorico, genera quindi errori logici e difficoltà interpretative, aggravate dal fatto che questi autori si limitano, nella maggior parte dei casi, ad

¹ Caratteristiche e problemi per alcuni aspetti analoghi a quelli che si riscontrano nell'opera degli autori indicati nel testo sono presenti anche in Marshall (1890), il quale, tuttavia, si colloca in una posizione particolare, poiché non elabora modelli di equilibrio economico generale, ma conduce un'analisi parziale, cioè riferita ad un mercato isolato.

un'analisi verbale, che risulta spesso frammentaria e imprecisa.

I problemi principali sorgono in relazione al trattamento del tempo e all'analisi dei fenomeni connessi alla formazione del capitale.

In questo lavoro, ci si propone di mettere in luce le caratteristiche dei modelli di equilibrio generale stazionario dominanti all'inizio del secolo e di individuarne le difficoltà fondamentali; in questo modo, si ritiene possa risultare più chiaro anche il significato di alcuni importanti sviluppi successivi della teoria dell'equilibrio economico generale, i quali si configurano, per molti aspetti, come tentativi di risposta a tali difficoltà.

L'analisi verrà svolta concentrando l'attenzione sulla teoria dell'equilibrio economico generale di Cassel - esposta in *The Theory of Social Economy* - che costituisce un esempio importante e influente della teoria dell'equilibrio stazionario elaborata dagli economisti neoclassici dei primi decenni del secolo. Si esamineranno i modelli proposti da quest'autore enucleando, da un lato, gli aspetti neoclassici e, dall'altro, gli aspetti classici in essi presenti.

1.2. La teoria dell'equilibrio economico generale di Cassel e gli sviluppi teorici contemporanei.

Seguendo un metodo simile a quello utilizzato da Walras negli *Éléments d'économie politique pure*, Cassel costruisce il suo sistema teorico per stadi successivi². Nel cap. IV di *The Theory of Social Economy* (sezione 16), egli esamina innanzitutto il meccanismo di determinazione dei prezzi in un'economia di puro scambio; il problema fondamentale, in questo caso, consiste nella distribuzione, fra gli individui appartenenti al sistema, di stock fissi di beni di consumo. Cassel presenta poi il suo modello formalizzato di equilibrio stazionario, in cui studia i fenomeni dello scambio, del consumo e della produzione escludendo, in prima approssimazione, un'analisi dei fenomeni del risparmio e della formazione del capitale. Egli considera quindi il caso di "Uniformly Progressive State", cioè il caso di un'economia che si sviluppa lungo un sentiero di crescita equilibrata; estende in questo modo l'analisi ai problemi del risparmio e dell'accumulazione³.

Non si trovano, in *The Theory of Social Economy*, riferimenti a Walras; risulta tuttavia evidente che la teoria walrasiana costituisce il punto di partenza utilizzato da Cassel nello sviluppo del proprio sistema teorico⁴. Tale sistema presenta, infatti, indubitabili analogie con il sistema walrasiano, di cui costituisce, per molti aspetti, una versione semplificata.

² E' noto come Walras sviluppi la propria teoria formulando quattro successivi modelli di equilibrio generale, disposti in ordine di crescente complessità: il primo è un modello di puro scambio; il secondo è un modello di scambio, consumo e produzione; il terzo modello tratta, oltre agli argomenti considerati nel secondo, i problemi della formazione del capitale e del credito; il quarto modello studia anche i problemi della circolazione e della moneta.

³ Su quest'ultimo punto si veda, in particolare, Cassel (1918), cap. VI.

⁴ Si tratta peraltro di un fatto già sottolineato da Wicksell (1919) e Schumpeter (1954) e universalmente riconosciuto in letteratura.

Vi sono, però, fra la teoria di Walras e la teoria di Cassel, notevoli differenze. E non solo per il fatto che Cassel utilizza un concetto di equilibrio stazionario, estraneo alla teoria walrasiana. Oltre a questo, fra i due autori esistono rilevanti differenze di impostazione generale.

Se la teoria walrasiana costituisce un punto di riferimento importante per Cassel, sono d'altra parte ampiamente presenti, nel lavoro di quest'autore, elementi riconducibili alla precedente impostazione classica. Egli è influenzato, in particolare, dall'idea di "riproduzione", tipica di quella tradizione teorica. Come si vedrà in seguito, a quest'idea può essere collegato il tentativo di costruire una teoria dell'equilibrio stazionario che spieghi i fenomeni della "riproduzione" del capitale. I modelli elaborati da Cassel rappresentano, dunque, tipici esempi di modelli "spuri". All'interno di *The Theory of Social Economy* si ritrovano alcune difficoltà di natura logica tipiche di questa classe di modelli e risulta in ogni caso difficile l'interpretazione della teoria. Attraverso l'esame del sistema teorico elaborato da quest'autore è quindi possibile approfondire quei problemi che - come si è detto - caratterizzano, seppure in modo e misura diversi, gran parte della teoria dell'equilibrio stazionario elaborata tra la fine del secolo scorso e la terza decade di questo⁵.

Vi è un altro motivo per cui si ritiene che un'analisi dell'opera di Cassel possa risultare particolarmente significativa. E' soprattutto nella versione proposta in *The Theory of Social Economy*, infatti, che la teoria dell'equilibrio economico generale si diffonde nell'Europa continentale, in particolare nei paesi di lingua tedesca, durante gli anni '20 e nei primi anni '30. Il lavoro di Cassel dà origine ad importanti sviluppi teorici, che condizionano fortemente il pensiero economico contemporaneo. Essi procedono lungo due direttrici, tra loro molto diverse, che si collocano l'una all'interno dell'indirizzo neoclassico, l'altra al di fuori di esso, e possono essere ricondotti, da un lato, agli aspetti di matrice neoclassica e, dall'altro, agli aspetti di matrice classica della teoria di Cassel.

A questo proposito, si devono ricordare le fasi principali del dibattito sull'esistenza dell'equilibrio concorrenziale, che ha inizio verso la fine degli anni '20 nel *Mathematisches Kolloquium* di K. Menger e che si protrae poi per un lungo arco di tempo⁶.

E' il modello formale di stato stazionario elaborato da Cassel, infatti, che viene posto

⁵Peraltro, il tentativo di formalizzazione compiuto da Cassel (per quanto rudimentale possa oggi apparire) facilita l'individuazione degli errori logici e concettuali presenti all'interno del suo sistema teorico.

⁶Per una ricostruzione storica del dibattito sull'esistenza dell'equilibrio che si svolge a partire dagli anni '30, si vedano Weintraub (1983); Ingrao e Israel (1987). In Punzo (1986) si trova una ricostruzione logica (e in parte storica) delle prime fasi del dibattito sull'esistenza, che conducono ai risultati di Wald e di von Neumann. Per una ricostruzione più analitica, si vedano invece Arrow e Hahn (1971), Debreu (1982).

al centro di quel dibattito⁷. Nel corso delle discussioni fra i membri del *Mathematisches Kolloquium*, il sistema di equazioni di quest'autore, identificato con il sistema di equazioni di scambio, consumo e produzione di Walras, viene denominato "modello Walras-Cassel"⁸.

I vari modelli di equilibrio atemporale "del tipo Walras-Cassel", proposti in letteratura, costituiscono il risultato di successive modifiche parziali del modello originario di Cassel, introdotte allo scopo di costruire formulazioni della teoria per le quali fosse possibile dimostrare l'esistenza di soluzioni economicamente significative.

In questa classe di modelli, il problema della coerenza interna della teoria è risolto preservando gli aspetti di ispirazione neoclassica in essa presenti ed escludendo le ipotesi di derivazione classica accolte da Cassel, relative alla formazione del capitale⁹.

I modelli di equilibrio atemporale "del tipo Walras-Cassel" rappresentano il più importante esempio disponibile in letteratura di modello di equilibrio neoclassico concorrenziale stazionario, che sia allo stesso tempo logicamente coerente e compiutamente formalizzato, ed hanno occupato una posizione di rilievo nella storia del pensiero neoclassico fino agli anni '50¹⁰.

Vi sono poi stretti legami tra gli sviluppi dell'analisi di equilibrio atemporale e i modelli di equilibrio intertemporale "del tipo Arrow-Debreu", che hanno svolto, e tuttora svolgono, un ruolo preminente all'interno del programma di ricerca neo-

⁷Weintraub (1983) ripercorre le linee del dibattito sull'esistenza dell'equilibrio concorrenziale fra il '30 e il '54 ed esamina i più importanti contributi alla teoria dell'equilibrio economico generale in quell'arco di tempo. Nel definire il punto di partenza della sua analisi, egli traccia un quadro del clima culturale dominante in quel periodo, scrivendo: "Although the main story begins with Walras, for present purposes the state of knowledge of general equilibrium analysis in 1930 can be defined by Gustav Cassel's *The Theory of Social Economy*. (...) What is important is to recognize that Cassel's statement of the pricing problem, or the determination of prices by a system involving interrelated supply and demand in product and factor markets, was text book knowledge prior to 1930, especially in those European countries where written German could be understood. (...) I do not claim, nor do I believe it to be true, that Cassel's book represented an analytical improvement on Walras and Pareto. In a real sense, *The Theory of Social Economy* was a text that could have been, and was, used much as Marshall's *Principles* was used by teachers and students. (...) It was Cassel's formulation which spurred developments in the 1930s".

⁸Come è noto, né Walras né Cassel affrontano esplicitamente il problema dell'esistenza di soluzioni per un modello di equilibrio generale. Entrambi questi autori sembrano ritenere, in alcuni passi delle loro opere, che tale problema (nonché il problema dell'unicità di tali soluzioni) possa essere risolto garantendo che il modello possieda un numero di equazioni pari al numero delle incognite. Com'è ben noto, tuttavia, questa condizione non assicura l'esistenza (né, tanto meno, l'unicità) di soluzioni reali per un sistema di equazioni. Le soluzioni di un modello di equilibrio generale, inoltre, devono essere economicamente significative e soddisfare, pertanto, l'ulteriore vincolo di non-negatività. All'interno del circolo di K. Menger, il problema dell'esistenza di soluzioni economicamente significative per il sistema di equilibrio di Cassel viene affrontato per la prima volta in modo sistematico e nell'ambito di un programma ben definito. Per quanto riguarda le radici filosofico-scientifiche del dibattito svoltosi nel *Mathematisches Kolloquium*, si veda, in particolare, il citato articolo di Punzo.

⁹I primi contributi significativi sul problema dell'esistenza dell'equilibrio vengono elaborati da Schlesinger (1935) e Wald ((1935), (1936a),(1936b)), nell'ambito del dibattito interno al *Mathematisches Kolloquium*.

¹⁰Una sistemazione definitiva del "modello Walras-Cassel" viene raggiunta da Dorfman, Samuelson e Solow (1958), i quali forniscono una dimostrazione di esistenza rigorosa e fondata su ipotesi sufficientemente generali.

walrasiano¹¹.

Nell'ambito del dibattito sull'esistenza si colloca però anche il contributo di von Neumann (1937) alla teoria dell'equilibrio economico generale. Il modello di crescita elaborato da quest'autore costituisce una risposta, radicalmente diversa da quella cui si è sopra accennato, ai problemi tipici della teoria dell'equilibrio generale dominante agli inizi del secolo. Prendendo spunto dalla teoria dello "Uniformly Progressive State" di Cassel, von Neumann formula infatti un sistema coerente, che tiene conto della formazione del capitale e, allo stesso tempo, accoglie una condizione di stazionarietà (ovvero di semi-stazionarietà). Egli, tuttavia, è in grado di compiere questa operazione eliminando le ipotesi del modello di Cassel più immediatamente riconducibili all'impostazione neoclassica e d'altra parte preservando (anzi sviluppando) gli aspetti classici della teoria.

Gli stessi sviluppi teorici qui sommariamente richiamati sembrano dunque confermare l'idea, seguita in questo lavoro, secondo la quale i nodi irrisolti della teoria dell'equilibrio economico generale prevalente all'inizio del secolo possono essere adeguatamente affrontati solo scindendo gli aspetti di diversa matrice in essa presenti.

Gli argomenti trattati in questo lavoro sono suddivisi fra i vari paragrafi nel modo seguente. Il paragrafo 2 sarà dedicato ad una ricostruzione, da un punto di vista neoclassico, della teoria dell'equilibrio stazionario di Cassel. Si concentrerà l'attenzione sul modello formale che egli presenta nella sezione 16 di *The Theory of Social Economy*. Si isoleranno poi gli elementi più propriamente neoclassici presenti

¹¹ I riferimenti fondamentali, per quanto riguarda la teoria dell'equilibrio intertemporale, sono rappresentati dai ben noti lavori di Arrow e Debreu (1954), e di Debreu (1959). Nei modelli elaborati da questi autori, il problema dell'esistenza viene affrontato all'interno di un'analisi di equilibrio economico generale completamente assiomatica e fondata su una compiuta micro-teoria dei comportamenti intenzionali. I sistemi in questione hanno costituito il punto di riferimento principale di tutta la successiva letteratura sull'equilibrio generale. Dal punto di vista formale, essi presentano strettissime relazioni con i modelli di equilibrio stazionario "del tipo Walras-Cassel". Le distinzioni fra queste due classi di modelli derivano essenzialmente da una diversa interpretazione della stessa struttura formale e, in particolare, da una diversa interpretazione del concetto di merce. Si consideri quanto scrive Debreu a questo riguardo (in Debreu (1983), p. 5): "The concept of an economic commodity which was at first understood to be a good or a service with well defined physical characteristics, such as steel of a certain type. It was later perceived that by including in the definition of a commodity the date and the location at which it is available, one could introduce time and space in economic theory without any change in its formal structure by a simple reinterpretation of a primitive concept. A still richer interpretation was proposed in 1953 by Kenneth Arrow in his study of an economy whose agents are faced with uncertainty about their future environment". Malgrado gli ottimistici commenti espressi in questo passo da Debreu, si può osservare che i modelli di equilibrio intertemporale ripropongono, in larga misura, i limiti propri dei modelli di equilibrio atemporale "del tipo Walras-Cassel", per quanto riguarda l'analisi dei fenomeni economici che si manifestano in relazione allo scorrere del tempo. In effetti, nell'intento di costruire una teoria dell'equilibrio generale rigorosamente assiomatica, Arrow e Debreu concentrano l'attenzione su sistemi il cui periodo di vita è costituito da un unico periodo decisionale, caratterizzato da una posizione di equilibrio che viene istantaneamente raggiunta all'inizio del periodo stesso (si deve supporre, in questo caso, che nell'economia operi un meccanismo di aggiustamento di tipo virtuale). Ciò consente a questi autori di escludere dall'analisi tutti i fenomeni legati all'interconnessione delle scelte nel tempo, i quali più difficilmente si prestano (almeno negli anni '50) ad essere trattati formalmente. Sui rapporti che sussistono fra i modelli di equilibrio atemporale "del tipo Walras-Cassel" e i modelli di equilibrio intertemporale "del tipo Arrow-Debreu", si vedano Malinvaud (1960), Bliss (1975) e il più recente lavoro di Donzelli (1986), in particolare pp. 440-444.

nel suo sistema teorico, i quali riflettono in gran parte l'influenza esercitata su quest'autore dalla teoria dell'equilibrio economico generale di Walras. Sulla base di questi elementi, si fornirà un'interpretazione del modello formale di stato stazionario di Cassel come modello di equilibrio stazionario logicamente coerente, conforme alle caratteristiche tipiche dell'indirizzo neoclassico. Nel paragrafo 3 si metteranno invece in luce gli aspetti classici presenti nell'opera di quest'autore, che si esprimono principalmente nell'analisi dei "processi di riproduzione del capitale", la quale viene completamente sviluppata nell'ambito della teoria dello "Uniformly Progressive State". Si mostreranno quindi gli errori logici e concettuali, in cui egli incorre nel tentativo di inserire una condizione di "riproducibilità" del capitale all'interno di un quadro di ipotesi di tipo neoclassico.

2. GLI ASPETTI NEOCLASSICI DELLA TEORIA DI CASSEL. RAPPORTI TRA CASSEL E WALRAS.

2.1. Le nozioni neoclassiche di equilibrio temporaneo e di equilibrio stazionario.

In questa parte del lavoro ci si propone di esaminare la teoria dell'equilibrio economico generale di Cassel da un punto di vista neoclassico, fissando l'attenzione sul suo modello formale di equilibrio stazionario¹². Si prenderanno in considerazione i rapporti che sussistono fra il sistema teorico elaborato da quest'autore e la teoria walrasiana. Da Walras, infatti, Cassel trae gli elementi più propriamente neoclassici - o "individualistici" - presenti all'interno della sua opera.

Non è certo possibile, in questa sede, sviluppare un'adeguata analisi delle premesse individualistiche della teoria neoclassica¹³. Si ritiene invece opportuno richiamare, seppure in modo sommario, le principali caratteristiche analitiche dei modelli neoclassici di equilibrio generale, nelle quali queste premesse si riflettono. Si considerino, in particolare, i modelli neoclassici di equilibrio concorrenziale¹⁴.

Come è noto, questi modelli si propongono di spiegare lo stato osservabile di un dato sistema economico come una situazione di equilibrio, in cui si realizza la

¹² Si prescindereà, qui, da quegli elementi dell'opera di Cassel estranei all'approccio neoclassico, in particolare da quegli aspetti che riflettono l'influenza della tradizione classica (di essi ci si occuperà nel paragrafo successivo).

¹³ Per un'approfondita discussione dei rapporti fra teoria neoclassica e individualismo metodologico, si rinvia a Donzelli (1986). Qui è sufficiente ricordare che i principi individualistici costituiscono la "visione" generale, in base alla quale è possibile caratterizzare l'impostazione neoclassica come un unico indirizzo teorico e distinguerla da altre impostazioni teoriche (in particolare, dall'impostazione classica). Si deve precisare, tuttavia, che all'indirizzo neoclassico appartengono numerose scuole e correnti, le quali presentano tra loro rilevanti differenze. Walras, come è noto, è il primo economista neoclassico che tenti di sviluppare un modello di equilibrio su basi compiutamente individualistiche, ponendosi in accesa polemica con la precedente tradizione classica e criticando, in particolare, l'idea di riproducibilità in essa dominante (si veda Walras (1874-77), sezione VII, soprattutto lezione 38).

¹⁴ La classe dei modelli di equilibrio generale concorrenziale rappresenta senza alcun dubbio la parte più significativa e più compiutamente elaborata dell'indirizzo teorico neoclassico. Ad essa appartengono i modelli particolari di cui ci si occuperà in questo lavoro.

compatibilità delle scelte compiute da una pluralità di agenti indipendenti e interagenti, che perseguono i propri fini soggettivi¹⁵.

Nell'ambito della teoria in esame agiscono, tipicamente, due categorie di individui: i consumatori (o consumatori-investitori, nel caso dei modelli con formazione di capitale), che mirano a soddisfare le loro preferenze (generalmente rappresentate da una funzione di utilità ordinale), e i produttori-imprenditori, che si prefiggono di massimizzare i loro profitti. Le scelte vengono compiute dagli agenti in base alle proprie caratteristiche individuali e alla percezione soggettiva delle proprie possibilità di azione. Ciascun consumatore percepisce un insieme di vincoli - fisiologici, sociologici e così via - che limitano le sue possibilità di consumo. Egli è caratterizzato, inoltre, da una data dotazione di risorse.

Ciascun produttore percepisce un insieme di vincoli tecnologici, che limitano le sue possibilità di produzione.

Le preferenze individuali, i vincoli tecnologici percepiti, le dotazioni di risorse e la loro distribuzione fra gli individui costituiscono i dati sulla base dei quali si determina l'equilibrio.

Ogni agente, nel prendere le proprie decisioni, tiene conto dei prezzi di mercato, uguali per tutti i soggetti dell'economia.

Poiché i dati del problema sono (almeno in parte) individuali e la percezione delle possibilità di azione è soggettiva, non ci si può in generale attendere che, in corrispondenza di un sistema dei prezzi arbitrario, le scelte dei molti agenti indipendenti dell'economia siano reciprocamente compatibili. La teoria neoclassica dell'equilibrio concorrenziale deve allora assumere che, qualora il sistema dei prezzi non corrisponda ad una situazione di equilibrio, esso venga modificato dal mercato (secondo la legge della domanda e dell'offerta). Le variazioni dei prezzi inducono gli agenti a rivedere i propri piani, finché essi non risultino fra loro compatibili (e quindi realizzabili)¹⁶⁻¹⁷. All'interno dei modelli in esame si ipotizza, generalmente, che i dati dell'analisi non subiscano variazioni finché non sia stata raggiunta la posizione di equilibrio ad essi corrispondente¹⁸. L'idea di un meccanismo di aggiustamento di questo tipo implica un processo che si svolge nel tempo. A questo

¹⁵ Si deve precisare che, con l'andare del tempo, all'interno dell'indirizzo neoclassico si è andata sviluppando, accanto ad una "concezione descrittiva", anche una "concezione strumentalistica" della teoria. La visione descrittiva è comunque assolutamente predominante fra gli economisti neoclassici delle prime generazioni e sicuramente caratterizza i principali autori considerati in questo lavoro.

¹⁶ Spesso questa ipotesi è soltanto implicita.

¹⁷ Si prescinde, qui, dalla considerazione dei problemi riguardanti l'esistenza, l'unicità e la stabilità dell'equilibrio. Nel seguito, quindi, con riferimento alla teoria neoclassica, si assumerà (salvo diversa precisazione) che esista, per il sistema analizzato, una posizione di equilibrio, che tale posizione sia unica e che il processo di aggiustamento all'equilibrio sia globalmente stabile.

¹⁸ Se i dati si modificano, non è possibile determinare una configurazione di equilibrio che dipenda solo da quei dati. In questo caso, posto che il processo di aggiustamento converga infine ad un equilibrio, quest'ultimo verrebbe a dipendere anche dal sentiero seguito dall'economia nel corso del processo; e tale sentiero a sua volta dipenderebbe dalle particolari ipotesi accolte per spiegare il funzionamento del meccanismo di aggiustamento prescelto. L'approccio indicato nel testo è quello tradizionalmente seguito all'interno dell'indirizzo neoclassico; tuttavia, è ben noto che in tempi relativamente recenti alcuni autori di formazione neoclassica si sono mossi in direzioni diverse, ammettendo (almeno in parte) una variazione dei dati nel corso del processo di aggiustamento. Ci si riferisce, in particolare, all'analisi dei cosiddetti "processi di non-tâtonnement", sviluppata nell'ambito della teoria della stabilità dell'equilibrio (si vedano Arrow e Hahn (1971); Hahn (1982); Fisher (1983)).

proposito, è cruciale distinguere fra due ipotesi alternative, ognuna delle quali è stata effettivamente sostenuta da un determinato gruppo di autori.

Se si adotta la prima di queste ipotesi, il meccanismo di aggiustamento dei prezzi e dei piani di azione individuali va inteso come un processo che si svolge in tempo "logico" (ed è quindi puramente virtuale). Se si adotta invece la seconda ipotesi, tale meccanismo va concepito come un processo che avviene in tempo "reale", e cioè nel tempo in cui evolve il sistema economico analizzato.

Queste due assunzioni hanno conseguenze molto diverse per quanto riguarda l'analisi dei fenomeni legati all'evoluzione dei sistemi nel tempo e, in modo specifico, alla formazione del capitale¹⁹.

Come si vedrà tra breve, proprio ad una diversa interpretazione del meccanismo di aggiustamento concorrenziale possono essere ricondotte le principali differenze fra la teoria walrasiana e la teoria di Cassel. Da un lato, infatti, l'ipotesi di un processo di aggiustamento in tempo logico - il *tâtonnement* - si associa, in Walras, all'utilizzo di un concetto di equilibrio che oggi viene definito temporaneo; d'altro lato, sembra ragionevole ritenere che l'interpretazione del meccanismo di aggiustamento concorrenziale come un processo in tempo reale rappresenti il motivo teorico fondamentale, interno all'approccio neoclassico, che induce Cassel (nonché numerosi altri autori neoclassici dei primi anni di questo secolo) ad accogliere una nozione di equilibrio stazionario.

Si consideri, ora, un'economia che evolve in una successione infinita di intervalli di tempo di uguale lunghezza ("periodi decisionali")²⁰.

Se si accoglie l'interpretazione del meccanismo di aggiustamento concorrenziale come processo virtuale, l'equilibrio viene associato ad un singolo istante decisionale e corrisponde ai dati prevalenti nel sistema in quell'istante; in disequilibrio, non ha luogo alcuna attività di esecuzione dei piani scelti dagli individui. In questo caso, il requisito di invarianza dei dati nel corso del processo di aggiustamento (che, come si è detto, caratterizza gran parte della teoria neoclassica dell'equilibrio concorrenziale) è automaticamente soddisfatto. Nei modelli neoclassici concorrenziali in cui vale l'ipotesi di aggiustamento in tempo logico, nulla esclude, tuttavia, che i dati - e la posizione di equilibrio ad essi associata - possano variare, da un periodo di tempo al successivo, sia per ragioni esogene, sia per ragioni endogene, cioè per effetto dei comportamenti posti in atto dagli individui. In questi modelli, l'evoluzione dei sistemi nel tempo può essere quindi formalmente descritta per mezzo di una successione di equilibri diversi l'uno dall'altro²¹.

E'precisamente questo il metodo di analisi seguito dagli autori neoclassici che utilizzano una nozione di equilibrio temporaneo.

¹⁹ Si veda Donzelli (1986), in particolare cap. IV.

²⁰ Si assume che gli individui presenti nel sistema possano formulare e scegliere i propri piani di azione esclusivamente nell'istante iniziale di ciascun periodo decisionale ("istante decisionale"). Negli istanti successivi al primo, appartenenti ad ogni periodo decisionale, gli individui possono porre in atto (o cercare di porre in atto) le proprie scelte, ma non possono riformulare i propri piani e rivedere le proprie decisioni.

²¹ In letteratura, tali equilibri vengono talvolta denominati "equilibri uniperiodali".

Walras, negli *Éléments*, adotta questo tipo di procedimento²². L'autore studia un'economia che evolve in una successione di intervalli di tempo unitari (equivalenti ai periodi decisionali, sopra definiti). Tuttavia, per sviluppare la propria analisi, egli concentra l'attenzione su un particolare istante (equivalente ad un istante decisionale), caratterizzato da un certo insieme di dati. Walras analizza esplicitamente il funzionamento di un meccanismo di aggiustamento in tempo logico - il *tâtonnement*, appunto - basato sulle variazioni del sistema dei prezzi. Egli introduce la fondamentale "ipotesi dei *bons*", la quale comporta che gli agenti possano rivedere le proprie offerte di scambio, qualora il sistema non si trovi in posizione di equilibrio, ed esclude che essi possano eseguire i loro piani di azione finché tale posizione non venga raggiunta.

I *bons* sono, infatti, titoli rappresentativi delle quantità di merci che gli individui del sistema intendono acquistare o vendere sul mercato, in corrispondenza di un dato sistema dei prezzi. Essi diventano vincolanti solo nel caso in cui le scelte degli agenti siano effettivamente realizzabili²³. Se questa condizione non è soddisfatta, si verifica una variazione del sistema dei prezzi iniziale, conformemente alla legge di domanda e offerta. I *bons* corrispondenti al precedente sistema dei prezzi vengono distrutti e sostituiti da *bons* rappresentativi delle nuove proposte di scambio. Una volta che il sistema sia pervenuto all'equilibrio, gli agenti possono eseguire i propri piani di azione. Tale esecuzione comporterà, in generale, un mutamento dei dati iniziali del problema²⁴.

L'ipotesi di aggiustamento in tempo logico consente a Walras (e agli altri autori neoclassici che adottano una nozione di equilibrio temporaneo) di incorporare, nei loro modelli, l'analisi di alcuni fenomeni relativi alla formazione del capitale. Le dotazioni complessive dei diversi beni capitali esistenti nell'economia e la loro distribuzione fra i soggetti costituiscono - come si è detto - uno dei dati che caratterizzano il sistema all'inizio di un dato periodo unitario. A quell'insieme di dati sarà

²² Anche Pareto ((1896), (1906)) suggerisce questo metodo di analisi, che denomina "studio degli equilibri successivi". Per alcuni decenni il concetto di equilibrio temporaneo e il procedimento di indagine ad esso associato vengono di fatto trascurati in letteratura. Essi vengono riscoperti, intorno agli anni '30, da Lindahl ((1929), (1939)), Hayek ((1936), (1937), (1941)) e Hicks ((1933), (1939)). In *Value and Capital*, Hicks fornisce un'esposizione organica del metodo dell'equilibrio temporaneo. Per quanto concerne gli sviluppi contemporanei relativi a questa nozione di equilibrio, i principali riferimenti sono Grandmont (1982), Radner (1982).

²³ Com'è noto, Walras assume che la nullità degli eccessi di domanda globale di tutte le merci sia condizione necessaria e sufficiente affinché tutti gli agenti possano eseguire i loro piani. Quest'ipotesi è stata parzialmente rivista verso la metà degli anni '30, nell'ambito del dibattito sull'esistenza dell'equilibrio concorrenziale. Nel corso di questo dibattito, l'ipotesi in questione è stata rilasciata nel modo seguente: si è imposta una condizione di non positività degli eccessi di domanda globale di tutte le merci e si è introdotta una ulteriore condizione, per la quale, se l'eccesso di domanda è negativo per qualche merce, allora il prezzo di quella merce è nullo in equilibrio.

²⁴ Si consideri, a questo proposito, il seguente passo degli *Éléments*, in cui Walras esprime in modo particolarmente chiaro e sintetico la propria posizione (1874-77, p. 302): "A moyen de l'hypothèse des *bons*, on peut distinguer nettement, sur tout si on les suppose successives, les trois phases suivantes:

(1) La phase des *tâtonnements préliminaires* en vue de l'établissement de l'équilibre en principe;
(2) La phase *statique* de l'établissement effectif *ab ovo* de l'équilibre relatif à la livraison des [marchandises] pendant la période de temps considérée, aux conditions convenus, sans changements dans les données du problème;
(3) Une phase *dynamique* de trouble continuel de l'équilibre par des changements dans ces données et de rétablissement continuel de l'équilibre ainsi troublé".

associata una data posizione di equilibrio (la quale viene istantaneamente raggiunta). La teoria neoclassica dell'equilibrio temporaneo prevede che gli agenti possano eseguire in equilibrio, durante il periodo decisionale considerato, operazioni di scambio e di produzione di beni capitali. Come conseguenza delle attività poste in atto dagli agenti sulla base delle loro scelte razionali, le disponibilità complessive di risorse e la loro distribuzione fra i soggetti risulteranno modificate all'inizio del periodo successivo. Ad una nuova configurazione di dati corrisponderà una diversa posizione di equilibrio.

Si consideri, ora, l'ipotesi di aggiustamento in tempo reale. Se si accoglie questa diversa assunzione, l'insieme degli istanti di tempo in cui avviene l'aggiustamento dei prezzi e dei piani di azione individuali coincide con l'insieme degli istanti di tempo in cui evolve il sistema economico. In questo caso, l'ipotesi di invarianza dei dati nel corso del processo di aggiustamento deve essere specificata come un'ipotesi di invarianza dei dati (e dell'equilibrio ad essi associato) in tempo reale. L'evoluzione del sistema viene di conseguenza intesa come un processo stazionario (tale, appunto, da non modificare le condizioni iniziali del problema), il quale converge ad un'equilibrio, che viene anch'esso definito stazionario.

Tuttavia, nell'ambito dei modelli neoclassici di equilibrio concorrenziale, un processo di aggiustamento che soddisfi l'ipotesi di stazionarietà dei dati in tempo reale può essere coerentemente applicato solo ad "economie a periodi isolati", cioè ad economie nelle quali i dati non possono variare né per ragioni esogene, né per effetto delle attività svolte dagli individui nei diversi periodi in cui si svolge la vita del sistema. Ma ciò esclude la possibilità di sviluppare un'analisi logicamente corretta dei fenomeni della formazione del capitale.

Se si includono i beni capitali fra le variabili di scelta - quelle variabili, cioè, che sono sottoposte al controllo degli individui e che dipendono dalle loro decisioni - non vi è infatti alcuna garanzia che le scelte compiute dagli individui in un dato periodo di tempo siano tali da mantenere invariate le disponibilità complessive di questi beni (e la loro distribuzione fra i soggetti) nel periodo successivo. Le scelte e i comportamenti degli agenti dipendono, infatti, dalle loro caratteristiche individuali, le quali costituiscono un dato (arbitrariamente assegnato) dell'analisi.

D'altra parte, in un contesto neoclassico, non è possibile subordinare le variabili di scelta ad una condizione estranea alle caratteristiche degli agenti, che pretenda di fissarne in maniera autonoma l'evoluzione temporale. In generale, infatti, un'ipotesi di questo tipo - quale sarebbe un'ipotesi di stazionarietà, o di crescita uniforme - renderebbe sovradeterminata, e quindi contraddittoria, la teoria.

2.2. Il sistema concettuale di Walras.

Individuati i tratti fondamentali che distinguono il concetto di equilibrio neoclassico temporaneo, accolto da Walras, e il concetto di equilibrio neoclassico stazionario, presente in Cassel, occorre ora esaminare quegli aspetti degli *Éléments* che più direttamente influenzano l'elaborazione di *The Theory of Social Economy*. In questa sezione verranno considerate le principali categorie su cui Walras fonda il proprio sistema teorico. Nella sezione 2.3 sarà invece esposto il modello walrasiano di scambio, consumo e produzione, dal quale Cassel deriva il proprio modello formale di equilibrio stazionario. Successivamente, verranno considerati l'apparato concettuale di quest'autore e il suo sistema di stato stazionario.

Nella lezione 3 degli *Éléments*, Walras introduce una definizione di ricchezza sociale fondata sul concetto, tipico dell'intero indirizzo neoclassico, di scarsità ("rareté")²⁵. Nelle lezioni 17 e 18, quest'autore delinea poi il suo sistema classificatorio degli oggetti che costituiscono la ricchezza sociale.

Egli introduce, innanzitutto, la fondamentale distinzione tra capitali ("capitaux") e redditi ("revenus"). Gli elementi della ricchezza sociale rientrano nell'una o nell'altra categoria a seconda che essi siano durevoli o non durevoli²⁶. A questo proposito, si consideri il passo seguente (p. 177):

J'appelle *capital fixe* ou *capital en général* tout bien durable, toute espèce de la richesse sociale qui ne se consomme qu'à la longue, toute utilité limitée en quantité qui survit au premier usage qu'on en fait, en un mot, qui sert plus d'une fois (...). Et j'appelle *capital circulant* ou *revenue* tout bien fongible, toute espèce de la richesse sociale qui se consomme immédiatement, toute chose rare qui ne subsiste plus après le premier service qu'elle rend, bref, qui ne sert qu'une fois (...).

Walras suddivide la categoria dei capitali in capitali fondiari o terre ("capitaux fonciers" o "terres"), capitali personali o persone ("capitaux personnels" o "personnes") e capitali mobiliari o capitali propriamente detti ("capitaux mobiliers" o "capitaux proprement dits"). Quest'autore qualifica i primi come non deperibili, non producibili, scambiabili; i secondi come non producibili, deperibili, non scambiabili; i terzi come producibili, deperibili, scambiabili²⁷.

Egli divide invece l'insieme dei redditi nelle due classi dei beni materiali non durevoli e dei servizi dei beni capitali.

²⁵ Egli scrive infatti (p. 21): "J'appelle *richesse sociale* l'ensemble des choses matérielles ou immatérielles (car la matérialité ou l'immatérialité des choses n'importe ici en aucune manière) qui sont *rares*, c'est-à-dire qui, d'une part, nous sont *utiles*, et qui, d'autre part, n'existent à notre disposition qu'*en quantité limitée*". Emerge, dal passo citato, una concezione della scarsità come una caratteristica propria degli oggetti economici, e non tanto come una qualificazione che può essere stabilita solo attraverso l'analisi teorica. Questo aspetto della teoria di Walras (presente anche nella teoria di Cassel) viene riconsiderato, congiuntamente all'ipotesi di nullità degli eccessi di domanda globale per tutte le merci del sistema, all'interno del dibattito sull'esistenza dell'equilibrio, nel corso degli anni '30. Nell'ambito di quel dibattito, viene affrontato il problema di determinare endogenamente la suddivisione dell'insieme degli oggetti economici nei due sottoinsiemi dei "beni scarsi" e dei "beni liberi".

²⁶ La precisazione della natura del criterio di durevolezza utilizzato da Walras - nonché l'individuazione delle analogie e delle differenze fra questo criterio e il corrispondente criterio impiegato da Cassel - assume particolare importanza rispetto allo scopo, cui è dedicato questo paragrafo, di verificare se il modello formale di stato stazionario di Cassel possa essere interpretato come un modello neoclassico coerente di equilibrio concorrenziale stazionario. Solo attraverso una rigorosa definizione del concetto di durevolezza degli oggetti economici - la quale contribuisce a precisare gli aspetti temporali dell'analisi - è possibile infatti stabilire se il modello di Cassel soddisfi le condizioni di isolamento dei singoli periodi in cui si svolge la vita del sistema, condizioni necessarie a garantire la coerenza interna di un modello neoclassico di equilibrio stazionario.

²⁷ Si veda Walras (1874-77), pp. 181-4.

Walras introduce una distinzione fra i redditi, fondata sul loro impiego nel consumo o nella produzione. Sulla base di questo criterio, i servizi risultano suddivisi in servizi destinati al consumo ("services consommables") e servizi produttivi ("services producteurs"). Analogamente, i redditi materiali vengono distinti in beni di consumo ("objects de consommation") e materie prime ("matières premières").

Nella lezione 17, quest'autore prende poi in considerazione il caso in cui i redditi che si rendono disponibili in un dato periodo decisionale possano essere accumulati come scorte e trasferiti in questo modo ad un periodo successivo; egli introduce, infatti, le nozioni di scorta di redditi ("approvisionnement de revenus") e di servizio reso da una scorta ("service d'approvisionnement"). E nel punto 178 della lezione 18, nel classificare gli elementi del funzionamento della produzione, Walras include, fra i redditi, "les approvisionnements de revenus consistant en *objects de consommation* chez les consommateurs" e "les approvisionnement de revenus consistant en *matières premières* chez les producteurs".

Tali concetti, tuttavia, sollevano alcuni problemi di incompatibilità logica con la definizione di reddito che egli aveva precedentemente introdotta. Walras stesso, del resto, nel punto 179 della lezione 18, afferma che è possibile fare astrazione dal concetto di "approvisionnement de revenus" e supporre che "les *objects de consommation*" e "les *matières premières*" siano consumati non appena prodotti, senza accumulo preliminare di scorte; e nella lezione 20, in cui espone il modello di scambio, consumo e produzione, egli introduce, esplicitamente, un'ipotesi di produzione istantanea²⁸.

Tenuto conto di tutto questo, si ritiene che tali concetti possano essere trascurati nel seguito dell'analisi²⁹. Escludendo la possibilità che i redditi vengano accumulati come scorte, si ottiene che tutti i servizi dei beni capitali disponibili in un dato periodo di tempo, e tutti i redditi materiali, che nel corso di quel periodo vengono prodotti, possono trovare immediato impiego esclusivamente nel consumo o nella produzione e non sopravvivono, quindi, al periodo decisionale cui si fa riferimento.

Rimane da esaminare un ultimo aspetto, relativo alla distinzione tra elementi durevoli e non durevoli della ricchezza sociale. Walras, nel punto 167 della lezione 17, ammette verbalmente la possibilità che gli oggetti economici siano più o meno durevoli a seconda dell'uso cui essi, o i loro servizi, vengono destinati (sempre nell'ambito del consumo o della produzione). Nel seguito di questo lavoro, tuttavia, con riferimento alla teoria walrasiana, si assumerà che ogni oggetto economico sia caratterizzato da un dato saggio di deprezzamento per periodo decisionale (indicato con il simbolo δ), indipendente dall'uso cui tale oggetto è adibito o al servizio che è ad esso richiesto; in questo modo, il saggio di deprezzamento di un oggetto determina

²⁸ A questo proposito, Walras scrive (p. 215): "Une fois l'équilibre établi en principe, l'échange peut s'effectuer tout de suite. La production exige un certain délai. Nous résoudrons cette seconde difficulté en faisant ici purement et simplement abstraction de ce délai".

²⁹ Walras riconsidererà i concetti di "approvisionnement de revenus" e di "service d'approvisionnement" solo all'interno della teoria della circolazione e della moneta (si veda Walras (1874-77), sezione VI, p. 295 e seguenti). Questa parte del sistema teorico walrasiano non rientra comunque fra gli argomenti trattati in questo lavoro.

univocamente l'appartenenza di quest'ultimo alla categoria dei capitali o dei redditi. E' a quest'ipotesi, d'altra parte, che Walras si attiene nella costruzione dei tre modelli formalizzati di puro scambio, di scambio, consumo e produzione, e di accumulazione e credito³⁰.

2.3. Il modello walrasiano di scambio, consumo e produzione.

Walras introduce il sistema concettuale sopra descritto all'inizio della sezione IV degli *Éléments*, dedicata alla teoria della produzione; su di esso egli costruirà il suo modello di accumulazione e credito. Tuttavia, al fine di evidenziare gli aspetti essenziali del meccanismo produttivo, quest'autore procede dapprima ad una semplificazione del quadro precedentemente introdotto ed elabora un sistema intermedio: il modello di scambio, consumo e produzione.

A questo scopo, Walras rimuove temporaneamente le ipotesi di scambiabilità e producibilità dei beni capitali, le quali necessariamente comportano una teoria del risparmio, dell'investimento e dell'interesse. In questo modo, egli assume implicitamente che tutti i beni capitali esistenti nell'economia siano inalienabili e non producibili.

Quest'autore concentra l'attenzione su un singolo periodo decisionale. Egli ipotizza che nel sistema esistano m tipi di beni capitali (i quali possono essere indicati con l'indice $i = 1, \dots, m$); le quantità di ognuno di essi disponibili nel sistema e la loro distribuzione fra i soggetti rappresentano un dato del problema. Risultano così determinate anche le quantità degli m tipi di servizi resi da questi beni.

Per mezzo di tali servizi possono essere ottenuti n tipi di prodotti (indicati con l'indice $j = 1, \dots, n$), destinati al consumo nel corso del periodo considerato.

Walras suddivide gli operatori economici in proprietari dei beni capitali (proprietari fondiari, lavoratori, capitalisti), ai quali spettano le scelte di consumo, da un lato, ed imprenditori, dall'altro.

Nell'istante iniziale del periodo decisionale considerato sono aperti, nel sistema economico analizzato, m mercati dei servizi, in cui si incontrano i proprietari dei beni capitali (o consumatori), come venditori o come acquirenti, e gli imprenditori, come acquirenti; n mercati dei beni di consumo finale prodotti, in cui si incontrano gli imprenditori come venditori e i proprietari dei capitali come acquirenti.

Walras costruisce il suo sistema nel modo seguente. Egli definisce le quantità complessivamente offerte di ciascun servizio e le quantità complessivamente domandate di ciascun bene di consumo come funzioni dei prezzi di tutti i servizi dei capitali e di tutti i beni di consumo. Si può dunque scrivere:

$$O = F_s(p_s, p_c) \quad (2.1)$$

³⁰ Il saggio di deprezzamento δ assume valori compresi nell'intervallo $[0, 1]$. I redditi saranno caratterizzati da un saggio $\delta = 1$, i capitali da un saggio $\delta < 1$. Se $\delta = 0$, il capitale in questione sarà non deperibile; se $0 < \delta < 1$, il capitale sarà invece deperibile.

$$D = F_c(p_s, p_c) \quad (2.2)$$

dove O è il vettore (colonna) m -dimensionale delle quantità dei servizi complessivamente offerte nel sistema, D è il vettore (colonna) n -dimensionale delle quantità dei beni di consumo complessivamente domandate, F_s ed F_c sono le funzioni vettoriali che indicano, rispettivamente, le m funzioni di offerta dei servizi e le n funzioni di domanda dei beni di consumo, p_s è il vettore (riga) m -dimensionale dei prezzi dei servizi e, infine, p_c è il vettore (riga) n -dimensionale dei prezzi dei beni di consumo.

Com'è noto, quest'autore ricava le funzioni di offerta e domanda globali aggregando le funzioni di offerta e di domanda dei singoli consumatori. Queste ultime sono a loro volta ottenute ipotizzando che, dato il sistema dei prezzi, ciascun consumatore operi scelte che massimizzano la propria utilità subordinatamente al proprio vincolo di bilancio. Nell'ambito del modello in esame, Walras assume che sia i prodotti, sia i servizi dei capitali costituiscano, per ciascun consumatore, fonte di utilità³¹.

Questo autore non dispone di una regola, analoga a quella ipotizzata per i consumatori, che consenta di determinare il comportamento dei singoli imprenditori in funzione del sistema dei prezzi. La sua teoria della produzione si fonda, infatti, sulle particolari ipotesi di coefficienti fissi e di produzione singola: le tecniche di produzione del sistema possono essere rappresentate per mezzo di una matrice $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ di coefficienti tecnici ("coefficients de fabrication"), dove il generico elemento a_{ij} rappresenta la quantità di servizi produttivi del tipo i necessaria alla produzione di una unità del bene di consumo del tipo j . Quando valgono queste ipotesi (e, più in generale, quando vi siano rendimenti costanti di scala), le domande e le offerte di merci che massimizzano il profitto della singola impresa non sono funzioni ben definite del sistema dei prezzi³².

Walras deve quindi limitarsi ad analizzare i risultati aggregati che si manifestano a livello di "industria". In equilibrio, le quantità complessivamente offerte dei beni di consumo prodotti devono eguagliare le quantità complessivamente domandate. E le quantità complessivamente domandate di fattori produttivi devono eguagliare le quantità complessivamente offerte. Si ottiene così il seguente sistema di equazioni:

$$AD = O \quad (2.3)$$

³¹In effetti, Walras formula le relazioni (2.1)-(2.2) in un modo leggermente diverso da quello esposto nel testo. Egli assume che il primo dei beni di consumo funga da numerario. Indicando con p_1 il prezzo di questo bene, si ha perciò $p_1 = 1$. L'autore elimina quindi p_1 dagli argomenti delle (2.1) e delle (2.2) e rappresenta le offerte complessive dei servizi dei capitali e le domande complessive dei beni di consumo prodotti come funzioni dei rimanenti $m+(n-1)$ prezzi (espressi in termini del bene di consumo 1. Poiché le (2.1) e le (2.2) sono state ricavate nell'ipotesi che ciascun individuo scelga il proprio piano di azione subordinatamente al vincolo che la propria spesa complessiva sia pari al reddito proveniente dalla vendita dei servizi di cui dispone, si avrà, inoltre, $p_c F_c(p_s, p_c) \equiv p_s F_s(p_s, p_c)$). Tenuto conto di questa relazione, Walras elimina la prima delle (2.2) e la sostituisce con un'espressione della domanda aggregata del bene di consumo 1 come differenza tra il valore complessivo, ai prezzi di mercato, degli m servizi dei capitali offerti nel sistema e il valore complessivo, ai prezzi di mercato, degli altri $n-1$ beni di consumo prodotti.

³²Nel caso di coefficienti fissi (rendimenti costanti di scala), infatti, il profitto è proporzionale alla scala per ogni dato insieme dei prezzi. La scala ottima di attività di ogni singola impresa risulterà, a seconda dei casi, nulla, indeterminata o infinita.

dove AD è il vettore delle quantità degli m servizi produttivi complessivamente domandate per produrre le quantità D degli n beni di consumo³³.

A questo punto, Walras necessita di un gruppo di equazioni che renda il sistema determinato. A tal fine, quest'autore introduce le condizioni di uguaglianza tra il prezzo di ciascun bene di consumo e il rispettivo costo unitario. Tali condizioni possono essere espresse nel modo seguente:

$$p_s A = p_c \quad (2.4)$$

dove $p_l = I$ ³⁴.

Egli descrive quindi il processo attraverso il quale l'economia converge all'equili-

³³In alcuni passi degli *Éléments*, Walras si dimostra insoddisfatto delle particolari assunzioni che condizionano la sua teoria della produzione e, nella lezione 36, considera la possibilità di sviluppare un'analisi fondata sull'ipotesi di coefficienti variabili. Come è ben noto, poi, nelle moderne formulazioni del sistema walrasiano e nella maggior parte delle moderne versioni della teoria dell'equilibrio economico generale, le ipotesi di coefficienti fissi e di produzione singola vengono abbandonate.

³⁴Walras formula il suo modello di scambio, consumo e produzione trascurando le fasi intermedie del processo produttivo che va dai servizi dei capitali ai beni di consumo finali. Nel punto 205 della lezione 20 degli *Éléments* (p. 213 e seg.) egli estende poi l'analisi al caso in cui i beni di consumo vengano ottenuti, in ogni periodo, applicando servizi produttivi a "matières premières", le quali, a loro volta, possono essere ottenute combinando tra loro servizi produttivi oppure applicando servizi produttivi a "matières premières". L'autore mostra, tuttavia, che questo caso può essere agevolmente ricondotto a quello in cui gli unici fattori di produzione considerati dal modello siano i servizi dei beni capitali. Le fasi intermedie del processo produttivo possono quindi essere trascurate nell'analisi della configurazione di equilibrio. Il ragionamento di Walras si svolge nel modo seguente. Si supponga che gli n beni di consumo finale siano ottenuti applicando gli m tipi di servizi produttivi ad una determinata "matière première", che può essere indicata con l'indice p . Sia $A^d = [a_{ij}^d]$ la matrice, di dimensione $m \times n$, il cui generico elemento a_{ij}^d ($a_{ij}^d \geq 0$) indica la quantità dei servizi produttivi del tipo i direttamente necessaria per la produzione di una unità del bene di consumo del tipo j . Sia, inoltre, a^p il vettore (riga) n -dimensionale di coefficienti tecnici, la cui generica componente a_{pj} ($a_{pj} \geq 0$) indica la quantità di "matière première" p necessaria per produrre una unità del bene di consumo j . Come in precedenza, siano p_s il vettore dei prezzi dei servizi e p_c il vettore dei prezzi dei beni di consumo; si indichi invece con p_p il prezzo della "matière première" p . In equilibrio, si avrà:

$$p_s A^d + p_p a^p = p_c \quad (2.5)$$

Si supponga ora che la "matière première" sia ottenuta combinando tra loro gli m tipi di servizi produttivi. Sia a_p^s il vettore (colonna) m -dimensionale di coefficienti tecnici, la cui generica componente a_{ip} ($a_{ip} \geq 0$) indica la quantità di servizi produttivi del tipo i necessaria per produrre un'unità di "matière première" p . In equilibrio, si avrà dunque:

$$p_s a_p^s = p_p \quad (2.6)$$

Sostituendo quest'espressione di p_p nelle (2.5), risulta:

$$p_s A^d + p_s a_p^s a^p = p_c \quad (2.7)$$

Moltiplicando il vettore a_p^s per il vettore a^p si ottiene una matrice di dimensione $m \times n$, il cui generico elemento $a_{ip} a_{pj}$ rappresenta la quantità di servizi produttivi del tipo i indirettamente necessaria per la produzione di un'unità del bene di consumo del tipo j . Si indichi con A^i questa matrice. Le (2.7) possono essere riscritte nella forma seguente:

$$p_s (A^d + A^i) = p_c \quad (2.8)$$

Ponendo infine $A = A^d + A^i$, si ottengono le (2.4) del testo:

$$p_s A = p_c$$

Ciascun coefficiente della matrice A può essere interpretato come la somma delle quantità di servizi del tipo i direttamente e indirettamente necessarie per la produzione di una unità del bene di consumo j . Walras tiene comunque ferma l'ipotesi di produzione istantanea. Egli descrive un processo produttivo che si svolge all'interno di un unico periodo decisionale: i beni di produzione intermedi, rappresentati dalle "matières premières", vengono prodotti con i servizi dei capitali che si rendono disponibili in un dato periodo unitario, e vengono riutilizzati nella produzione, nel corso dello stesso periodo. Esse sono beni non durevoli, cioè caratterizzati da un tasso di deprezzamento unitario per periodo decisionale, e come tali non possono essere trasferite nel tempo. I temi relativi al trattamento dei beni intermedi verranno ripresi nel paragrafo successivo. In quella sede, saranno messe in luce le differenze che sussistono fra Walras e Cassel a questo riguardo.

brio.

In precedenza, sono stati esaminati gli aspetti essenziali della teoria walrasiana del *tâtonnement*; si è vista quindi la regola che governa le variazioni dei prezzi nell'economia concorrenziale descritta da Walras. Questa regola si fonda, tuttavia, sull'ipotesi che sia possibile determinare il comportamento dei singoli agenti in funzione dei prezzi, ipotesi che - come si è detto - non può essere soddisfatta, per quanto riguarda le imprese, all'interno del modello in esame.

Walras deve integrare l'ipotesi di aggiustamento dei prezzi con un'ipotesi di aggiustamento delle quantità prodotte. Egli immagina allora che la quantità del bene prodotto in ciascuna industria venga inizialmente fissata in modo arbitrario e venga poi aumentata e diminuita a seconda che, nell'industria in questione, il profitto per unità di prodotto, calcolato sulla base di un dato sistema dei prezzi, sia positivo o negativo. In equilibrio, si avranno profitti nulli sulla produzione di tutti i beni di consumo esistenti nell'economia.

In questo quadro, le (2.4) possono essere interpretate come il risultato della tendenza degli imprenditori a spostarsi verso le industrie che presentano, eventualmente, un'eccedenza del prezzo sul costo unitario e ad uscire dalle industrie in cui avvenga, eventualmente, il contrario³⁵.

Si consideri ora il passo seguente, con cui Walras, dopo aver descritto le regole di variazione dei prezzi e delle quantità prodotte, conclude la presentazione del modello di scambio, consumo e produzione (p. 215):

Ainsi l'équilibre de la production s'établira d'abord *en principe*. Il s'établira ensuite *effectivement* par la livraison réciproque des services à recueillir et des produits à fabriquer pendant la période considérée, sans changement dans les données du problème pendant cette période.

L'autore esplicita, in questo passo, l'ipotesi di un processo di aggiustamento virtuale: l'equilibrio è istantaneamente raggiunto; le attività poste in atto dagli individui durante il periodo considerato sono intenzionali. Benché i dati non varino, per ipotesi, "pendant la période considérée", l'assunzione di aggiustamento in tempo logico consente a Walras di non escludere la possibilità di un loro mutamento - esogeno o endogeno - nei successivi periodi in cui si svolge la vita del sistema.

E' naturalmente vero che nel modello di scambio, consumo e produzione sono aperti solo mercati a pronti, in cui vengono scambiati servizi dei beni capitali e beni di consumo non durevoli. Le attività pianificate dagli individui in ogni istante decisionale, ed eseguite nel corso del periodo corrispondente, hanno quindi per oggetto

³⁵ A questo proposito, Walras scrive (p. 215): "Pour réaliser un tâtonnement rigoureux en matière de production comme en matière d'échange, (...) il n'y a qu'à supposer les entrepreneurs représentant par des *bons* des quantités successives de *produits* déterminées d'abord au hasard puis en augmentation ou diminution suivant qu'il y aura excédent du prix de vente sur le prix de revient ou réciproquement, jusqu'à égalité de ces deux prix; et les propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes représentant de même par des *bons* des quantités successives de services à des prix criés d'abord au hasard puis en hausse ou baisse suivant qu'il y aura excédent de la demande sur l'offre ou réciproquement, jusqu'à égalité de l'une et de l'autre". La regola di aggiustamento che governa le variazioni dei prezzi è presente in tutte le moderne formulazioni del modello walrasiano e in tutte le moderne analisi del processo di aggiustamento neoclassico concorrenziale. Vanno segnalati, però, anche alcuni recenti lavori, elaborati nell'ambito della teoria della stabilità dell'equilibrio, i quali riprendono l'idea walrasiana di un aggiustamento simultaneo dei prezzi e delle quantità prodotte, legata all'ipotesi di libera entrata. Per quanto riguarda questa linea di ricerca, si vedano Morishima (1959), Mas-Colell (1986), Novshek e Sonnenshein ((1986),(1987)).

esclusivamente dei redditi, i quali, per definizione, non sopravvivono al periodo decisionale in cui si rendono disponibili. Di conseguenza, non agiscono cause, endogene alla teoria, di mutamento dei dati nel tempo. Quanto ai possibili fattori esogeni di variazione dei dati, essi possono comunque essere assunti costanti per un certo intervallo di tempo.

In conclusione, il sistema di scambio, consumo e produzione soddisfa le condizioni di isolamento dei periodi decisionali. Nella concezione di Walras, tuttavia, questo modello costituisce solo un passaggio - che consente di mettere in luce i fenomeni legati alla produzione - nella costruzione di un sistema più complesso. Il passaggio successivo consiste nell'estendere lo schema di analisi al caso di producibilità dei beni capitali. Walras può così formulare un modello, internamente coerente, in cui studia i fenomeni della formazione del capitale e del credito.

Si vedrà invece, nel paragrafo 3, come il tentativo di allargare il campo esplicativo del suo modello di equilibrio stazionario e di incorporare l'analisi della formazione del capitale conduca Cassel alla formulazione di una teoria inconsistente. Per il momento, si considerino le principali categorie su cui quest'autore fonda il proprio sistema teorico.

2.4. Il sistema concettuale di Cassel.

Nel cap. I di *The Theory of Social Economy*, in cui esamina le caratteristiche generali dei sistemi economici, Cassel tratta i problemi legati alla natura dei beni oggetto dell'attività economica e ne introduce i principali criteri di classificazione.

L'autore individua nel principio di scarsità ("Principle of Scarcity"), corrispondente al concetto walrasiano di "rareté", una delle categorie fondamentali del suo apparato teorico. Richiamandosi a tale principio, egli definisce i beni economici come mezzi per la soddisfazione dei bisogni, disponibili in quantità limitata relativamente ai bisogni stessi³⁶.

Cassel, come Walras, introduce un criterio di classificazione degli oggetti economici fondato sul loro carattere materiale o immateriale. Sulla base di questo criterio, egli distingue tra beni materiali ("material goods") e servizi ("services"). Come Walras, inoltre, egli utilizza un criterio di distinzione degli oggetti economici basato sulla loro maggiore o minore durevolezza nel tempo³⁷. Applicando questo criterio, Cassel

³⁶ A questo riguardo, Cassel scrive (p. 5): "Since, generally, only a limited quantity of means for the satisfaction of wants is available, and since the wants of civilised humanity as a whole are insatiable, the means for satisfying wants are generally *scarce* relatively to the wants themselves. Only means of this kind are considered in economic theory. Only scarce means are economic means. Every economic system thus labours under the condition of a scarcity of means for the satisfaction of wants; in this sense, economics is governed by the "Principle of Scarcity". Al concetto di scarsità utilizzato da Cassel può essere applicata la stessa considerazione svolta a proposito della nozione di "rareté", impiegata da Walras (si veda la nota 25, p. 11).

³⁷ Si deve precisare, a questo riguardo, che anche i modelli elaborati da Cassel studiano economie sequenziali. Quest'autore suddivide l'evoluzione dei sistemi economici indagati in una successione di intervalli di tempo (assimilabili a periodi decisionali) che chiama "income periods" o "unit periods".

suddivide i beni materiali nelle due classi dei beni durevoli ("durable goods") e dei beni di consumo ("consumption goods"). Per quest'autore, i "durable goods" sono, infatti (p. 11):

(...) those material goods which can be used several times in succession or continuously throughout a certain period of time, i.e. which are perhaps more or less worn out in use, but which, at any rate, continue to exist as essentially the same goods for a certain period of time.

I beni di consumo sono, invece:

(...) those materials goods which are destroyed in a single act of consumption, i.e. cease to exist as goods of the same kind.

Nella categoria dei beni di consumo così definita rientrano le materie prime ("raw materials") impiegate nella produzione³⁸.

Fra le materie prime, Cassel include, oltre ai semilavorati corrispondenti alle diverse fasi del processo produttivo, i materiali naturali ("raw materials provided by nature"), che costituiscono, all'interno del suo sistema concettuale, la categoria delle materie prime in senso stretto³⁹.

Ad una classificazione degli oggetti economici analoga a quella walrasiana, fondata sul loro impiego nel consumo o nella produzione, può essere ricondotta la distinzione, introdotta da Cassel, fra mezzi diretti e mezzi indiretti di soddisfazione dei bisogni⁴⁰.

Quest'autore ammette che uno stesso oggetto possa essere più o meno durevole a seconda del tipo di impiego cui viene destinato, nell'ambito dell'immediata soddisfazione dei bisogni o della produzione. A questo proposito, tuttavia, valgono le stesse considerazioni svolte in relazione al sistema concettuale walrasiano. Nel seguito, pertanto, si considererà esclusivamente il caso in cui ogni oggetto economico sia caratterizzato da un dato saggio di deprezzamento per periodo decisionale, invariante nel tempo e indipendente dall'uso cui l'oggetto è destinato.

Cassel non accoglie esplicitamente un concetto che corrisponda alla nozione walrasiana di "approvisionnement de revenus". Tuttavia, nella sezione 5 del cap. I della *Theory*, egli introduce la distinzione tra beni materiali che costituiscono il capitale fisso ("fixed real capital") e beni materiali che costituiscono il capitale circolante ("circulating real capital"). Quest'autore definisce i primi come "the produced goods in the productive process" e i secondi come "the consumption goods required in production"; e, nel descrivere verbalmente il funzionamento del meccanismo produttivo, egli ipotizza che i beni che costituiscono il capitale circolante, prodotti in un dato periodo unitario, si rendano disponibili per la produzione nel periodo successivo.

I problemi fondamentali del sistema teorico di Cassel, legati alle ipotesi di producibilità del capitale (circolante e fisso), saranno esaminati nella sezione successiva. Per ora, si deve osservare che, nell'ambito dei modelli coerenti di equilibrio

³⁸ Si veda Cassel (1918), p. 12.

³⁹ Per quanto riguarda i servizi, Cassel precisa (p. 13): "Services are rendered by persons and also by durable goods". Egli distingue, quindi, tra servizi personali ("personal services") e servizi dei beni durevoli ("services of durable goods"). Tra i servizi dei beni durevoli, egli distingue poi l'uso della terra dai servizi di tutti i beni durevoli prodotti ("produced durable goods").

⁴⁰ Su questo punto, si veda Cassel (1918), p. 15.

neoclassico stazionario, in cui vale l'ipotesi di isolamento dei periodi decisionali, deve necessariamente risultare esclusa la possibilità di trasferimento nel tempo dei beni che formano oggetto dei piani di azione degli individui. I beni considerati all'interno di questa classe di modelli devono quindi necessariamente appartenere alla categoria dei beni non durevoli (ossia caratterizzati da un saggio di deprezzamento per periodo decisionale pari a uno).

Se si elimina l'ipotesi che i beni di consumo destinati alla produzione sopravvivano al periodo unitario in cui vengono prodotti, è possibile ricondurre la distinzione di Cassel tra beni di consumo e servizi, da un lato, e beni durevoli, dall'altro, alla distinzione walrasiana tra redditi e capitali, vista in precedenza.

2.5. Il modello formale di equilibrio stazionario di Cassel.

Tenendo conto delle categorie e delle ipotesi sopra introdotte, si verificherà ora se il sistema di stato stazionario formulato da Cassel possa essere letto come un modello neoclassico di equilibrio concorrenziale stazionario, logicamente corretto e ricavabile da una compiuta micro-teoria dei comportamenti intenzionali⁴¹.

Nell'introdurre il sistema in questione, Cassel precisa nel modo seguente l'oggetto della propria analisi (p. 141):

(...) We must consider a continuous process of production, and must present in arithmetical form the conditions of equilibrium in a society with unvarying prices. We shall first deal with the simplest case - that of a stationary society.

Nell'economia esaminata operano due gruppi di agenti: i consumatori e i produttori. Il processo di determinazione dei prezzi di equilibrio è regolato dal principio di scarsità.

In forza dell'operare di tale principio, si realizza nel sistema l'adeguamento dei bisogni ai mezzi disponibili, l'uguaglianza tra la domanda e l'offerta complessive. Cassel considera m tipi di fattori produttivi (indicati con l'indice $i = 1, \dots, m$), i quali vanno concepiti come fattori primari, disponibili in quantità date e invariabili nel corso della vita del sistema. A questo proposito, egli precisa (p. 141):

(...) We may take as types of the factors of production labour⁴², the raw materials provided by nature, and the services of durable goods already in existence.

L'inclusione dei materiali naturali fra gli m fattori di produzione solleva però alcune difficoltà. Da un lato, infatti, Cassel sottolinea che questi beni, al pari dei servizi lavorativi e degli altri servizi resi dai beni durevoli, devono essere considerati come fattori primari, ossia non producibili. D'altra parte, all'interno del suo sistema

⁴¹ Al fine di fornire un'interpretazione del modello di equilibrio stazionario di Cassel come un modello di equilibrio concorrenziale compiutamente neoclassico, sarà necessario ricorrere ad una procedura di integrazione, o di supporto concettuale, la quale sarà condotta facendo riferimento sia alla teoria walrasiana, sia agli sviluppi teorici cui il lavoro di Cassel ha dato origine nell'ambito dell'approccio neoclassico. Saranno così utilizzate alcune ipotesi e categorie che sono presenti in Walras o in alcune più recenti formulazioni della teoria dell'equilibrio economico generale, ma che non sono direttamente presenti in Cassel, o lo sono solo in una forma implicita, o tale da non poter essere interpretate in modo univoco. Di volta in volta, comunque, si cercherà di mettere in luce l'effettiva misura in cui la teoria di quest'autore rispecchia le caratteristiche tipiche dell'impostazione neoclassica.

⁴² Nel cap. I della *Theory*, Cassel aveva scritto (p. 13): "Labour is the most important of personal services".

concettuale, l'autore classifica i materiali naturali come beni di consumo: in quanto tali, essi cessano di esistere con il primo uso che ne viene fatto. Perché le disponibilità di materiali naturali rimangano costanti nel tempo, è necessario, quindi, che le quantità di questi beni, utilizzate nella produzione, siano sostituite di periodo in periodo con quantità uguali di beni dello stesso tipo.

Si può sempre ipotizzare, ovviamente, che i materiali naturali vengano ottenuti al di fuori dell'economia, secondo regole che la teoria non si propone di analizzare, e che comunque si rendano disponibili, in ogni periodo, nelle stesse quantità. Cassel, tuttavia, affronta il problema in maniera diversa. Egli, infatti, benché nel cap. I della *Theory* sottolinei che la caratteristica essenziale di questi beni consiste nel fatto di non essere prodotti dall'uomo, proprio perché più facilmente reperibili in natura, subito dopo afferma (p. 17):

The process of acquiring raw materials from nature usually implies economic activity to a greater or less degree, which must be regarded as a part of productive process.

Ma l'ipotesi avanzata in questo passo risulta difficilmente distinguibile da un'assunzione di producibilità dei materiali in questione⁴³. A questo punto, però, le quantità di diversi materiali naturali prodotte in ogni periodo dovrebbero essere determinate all'interno della teoria.

In realtà, le difficoltà cui si è accennato riflettono i problemi fondamentali del sistema teorico di Cassel, che riguardano la stessa distinzione tra beni durevoli e beni di consumo, e la spiegazione dei fenomeni della formazione del capitale. Come si è detto, di questi problemi si tratterà nella sezione successiva. Per il momento, si noti che, al fine di fornire un'interpretazione coerente del modello formale di equilibrio stazionario di Cassel, si devono escludere i materiali naturali dall'insieme degli m fattori produttivi.

Si supponga, allora, che nel sistema esistano m tipi di beni capitali, disponibili in quantità fisse, i quali forniscono, in ogni periodo, quantità costanti dei rispettivi servizi⁴⁴. Sia R il vettore (colonna) m -dimensionale che indica tali quantità.

Con l'impiego degli m tipi di fattori disponibili vengono prodotti n tipi di beni destinati al consumo finale (indicati con l'indice $j = 1, \dots, n$).

La teoria della produzione di Cassel si fonda sulle ipotesi, già utilizzate da Walras, di coefficienti fissi e produzione singola. La tecnologia del sistema può quindi essere rappresentata da una matrice $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, interpretabile come nel sistema walrasiano di scambio, consumo e produzione⁴⁵. Cassel assume che le tecniche di produzione

⁴³ Si deve osservare, d'altra parte, che nella concezione di Cassel non c'è spazio per una definizione dei materiali naturali come beni ottenibili senza costi in quantità illimitate. Come si è visto in precedenza, infatti, a parere di quest'autore tutti i beni considerati dalla teoria devono necessariamente essere beni scarsi. Si consideri, a questo proposito, quanto egli aggiunge all'affermazione riportata nel testo: "Raw materials which can be obtained in unlimited quantities without any such activity have no economic scarcity, and thus cannot be regarded as economic goods".

⁴⁴ Naturalmente, al fine di garantire l'invarianza dei dati nel corso della vita del sistema, si deve assumere che tutti i beni capitali esistenti nell'economia siano caratterizzati da un saggio di deprezzamento nullo.

⁴⁵ Come si è detto con riferimento alla teoria walrasiana, l'introduzione delle ipotesi menzionate nel testo esclude la possibilità di determinare scelte ben definite in funzione dei prezzi, che massimizzino il profitto del singolo imprenditore. Cassel - come Walras - si limita ad un'analisi dei risultati che si manifestano a livello di industria.

siano invarianti nel tempo.

Passando poi a considerare il sistema dei prezzi, egli introduce il primo gruppo di equazioni del suo modello, le quali uguagliano i prezzi dei prodotti ai rispettivi costi di produzione. Indicando con q il vettore (riga) m -dimensionale dei prezzi dei servizi e con p il vettore (riga) n -dimensionale dei prezzi dei beni di consumo, tale sistema può essere espresso nel modo seguente⁴⁶:

$$qA = p \quad (2.9)$$

Cassel assume che la domanda aggregata di ciascun bene di consumo sia una funzione dei prezzi degli n beni di consumo prodotti.

Si indichi con D il vettore (colonna) n -dimensionale delle quantità di beni di consumo complessivamente domandate nel sistema e con $F(p)$ la funzione vettoriale che rappresenta le n funzioni aggregate di domanda di questi beni. Si ottiene così il seguente sistema di identità definitorie:

$$D = F(p) \quad (2.10)$$

Cassel ipotizza che le funzioni aggregate di domanda nelle (2.10) siano note e invarianti nel tempo. Quest'autore ammette che tali funzioni possano essere derivate sommando le funzioni di domanda dei singoli consumatori, nell'ipotesi che ciascun consumatore riceva un reddito monetario fisso, in ogni singolo periodo di vita dell'economia, e si limiti a distribuire tale reddito monetario nell'acquisto di beni di consumo, tenendo conto dei soli prezzi di questi beni⁴⁷.

Si può ipotizzare, conformemente alla teoria neoclassica dei comportamenti intenzionali, che ciascun consumatore compia le proprie scelte in maniera tale da soddisfare il proprio sistema di preferenze (ovvero in maniera tale da massimizzare la propria funzione di utilità nell'insieme di bilancio)⁴⁸. Va precisato, tuttavia, che Cassel - a differenza di Walras - non formula una teoria esplicita dei comportamenti individuali, limitandosi ad un'analisi delle condizioni di equilibrio del sistema a

⁴⁶ Come nel modello di scambio, consumo e produzione di Walras, si può immaginare che i singoli imprenditori si spostino verso le industrie in cui lo scarto tra prezzi e costi unitari è maggiore, finché, in equilibrio, il profitto non sia nullo in tutti i settori.

⁴⁷ A quest'ipotesi Cassel si attiene nell'elaborazione del suo modello formale. In un secondo tempo, tuttavia, egli considera (verbalmente) il caso in cui i consumatori dispongano, in ciascun periodo unitario, di determinate quantità di beni capitali e ricavano il loro reddito dalla vendita dei servizi di questi servizi sui rispettivi mercati. Sotto quest'ipotesi, le funzioni di domanda dei singoli consumatori e, quindi, le funzioni di domanda aggregata, verrebbero a dipendere non solo dai prezzi dei beni di consumo, ma anche dai prezzi dei servizi dei capitali. In questo caso, però, al fine di garantire l'isolamento dei singoli periodi decisionali, si deve supporre che siano date e invarianti nel tempo non solo le disponibilità complessive degli m beni capitali esistenti nell'economia, ma anche la distribuzione tra gli individui di tali disponibilità. Ciò equivale ad ipotizzare che i beni durevoli dell'economia siano, oltre che non producibili e non deperibili, anche non scambiabili. Se si ammettesse l'alienabilità di questi beni, i consumatori, agendo sui mercati dei capitali, sarebbero in grado di modificare la distribuzione inizialmente data delle disponibilità complessive. Di conseguenza, anche la posizione di equilibrio del sistema risulterebbe modificata.

⁴⁸ In questo caso, si deve supporre che i vincoli e le preferenze di ciascun consumatore siano tali da generare scelte ben definite in funzione dei prezzi.

livello aggregato⁴⁹.

Si denoti ora con S il vettore (colonna) n -dimensionale delle quantità di beni di consumo complessivamente prodotte nell'economia. In equilibrio, conformemente al principio di scarsità, si avrà:

$$D = S \quad (2.11)$$

Per ogni vettore S di quantità di beni di consumo prodotte, le quantità complessivamente domandate degli m fattori di produzione sono rappresentate dal vettore AS . In equilibrio, per l'operare del principio di scarsità, la quantità complessivamente domandata di ciascun fattore di produzione sarà uguale alla quantità complessivamente disponibile nel sistema (esogenamente assegnata e costante nei diversi periodi di vita dell'economia)⁵⁰. Risulta così definito l'ultimo sistema di equazioni del modello:

$$R = AS \quad (2.12)$$

Poste le condizioni dello stato stazionario, Cassel abbozza una descrizione del processo di determinazione dei prezzi di equilibrio. Dato un vettore dei prezzi dei fattori, q , i prezzi dei prodotti, p , possono essere calcolati per mezzo delle (2.9). Inserendo nelle (2.10) i valori ottenuti, risultano determinate le domande aggregate, D , dei beni di consumo prodotti. Le (2.11) determinano, di conseguenza, le quantità S che devono essere prodotte in ogni periodo. Date tali quantità, risultano determinate le quantità dei fattori di produzione necessarie per ottenerle. Le (2.12) garantiscono l'uguaglianza fra quantità richieste e quantità disponibili di questi fattori.

Il modello di Cassel, nell'interpretazione fornita in questo paragrafo, descrive il funzionamento di un'economia in cui sono aperti soltanto mercati a pronti e in cui vengono scambiati e prodotti soltanto oggetti non durevoli, cioè caratterizzati da un saggio di deprezzamento unitario per periodo decisionale: i servizi dei beni capitali,

⁴⁹ Questo punto merita qualche approfondimento. In effetti, vi sono nella *Theory* frequenti riferimenti alle attività individuali. Ciò induce a ritenere che Cassel faccia propria l'idea, di ispirazione individualistica, che le determinanti ultime dell'andamento di sistema economico siano i comportamenti messi in atto dai singoli agenti. Tuttavia, le considerazioni di Cassel a questo riguardo sono frammentarie e imprecise, e generano notevoli difficoltà interpretative. Risulta pertanto difficile stabilire quale sia effettivamente il ruolo che egli attribuisce ai comportamenti individuali nella spiegazione del funzionamento del sistema economico. E' certamente estranea poi all'impostazione di quest'autore un'analisi, condotta su basi soggettivistiche, che spieghi i comportamenti degli individui come il risultato di scelte ottimizzanti. Per quanto riguarda, in particolare, la teoria del consumo, Cassel assume le funzioni di domanda individuale come un concetto primitivo, senza preoccuparsi di analizzare i processi mentali che vi stanno dietro. Anzi, prima in un articolo del 1899 e poi nella *Theory*, quest'autore polemizza aspramente con la teoria dell'utilità marginale e l'idea di "valore". A parere di Cassel, le funzioni di domanda individuali vanno semplicemente intese come caratteristiche oggettive del sistema e ricavate mediante l'osservazione diretta. Le funzioni aggregate di domanda, private dei loro fondamenti walrasiani nella teoria dell'utilità marginale, divengono così espressione di una pura legge empirica.

⁵⁰ Si è detto in precedenza come Walras, a partire dall'analisi delle scelte individuali, derivi funzioni di offerta aggregata dei servizi dei capitali che dipendono dai prezzi dei beni prodotti e dai prezzi dei servizi stessi. Da un punto di vista micro-economico, l'assunzione, introdotta da Cassel, che le offerte complessive dei servizi siano fisse in ogni periodo, presuppone l'ipotesi che l'offerta di tali servizi, da parte dei singoli consumatori, sia anelastica rispetto al sistema dei prezzi. Ciò equivale a supporre che tutti i beni durevoli esistenti nell'economia forniscano servizi produttivi che, come tali, non procurano alcuna utilità ai consumatori, i quali, vendendoli, ricavano un reddito utilizzabile nell'acquisto di beni di consumo, da cui invece traggono utilità. Anche a questo proposito, comunque, va precisato che Cassel si limita ad un esame delle condizioni di equilibrio del sistema a livello aggregato, senza formulare delle ipotesi chiare circa il comportamento dei singoli agenti. Su questo punto, si veda anche quanto detto nella nota precedente.

da un lato, e i beni di consumo finale, dall'altro.

Se ora si confrontano le (2.9)-(2.12) con le (2.1)-(2.4), le analogie sul piano formale tra il modello di scambio, consumo e produzione di Walras e il modello di stato stazionario di Cassel risultano immediatamente evidenti. Cassel tuttavia, a differenza di Walras, introduce un'ipotesi di invarianza dei dati - e dell'equilibrio ad essi associato - nei diversi periodi in cui si svolge la vita del sistema (i dati, nel modello (2.9)-(2.12), sono rappresentati dalle funzioni aggregate di domanda degli n beni di consumo finale, dalla tecnologia del sistema, dalle disponibilità complessive degli m fattori produttivi).

In questo caso, si può assumere che nell'economia operi un meccanismo di aggiustamento concorrenziale in tempo reale; più precisamente, si deve ipotizzare che nel sistema descritto funzionino due regole di aggiustamento: una che governa le variazioni dei prezzi, l'altra che governa le variazioni delle quantità prodotte. Le attività che gli individui svolgono in disequilibrio esauriscono i loro effetti all'interno del periodo decisionale in cui vengono esplicate, avendo esse per oggetto beni che non sopravvivono a quel periodo. Assumendo inoltre che non operino fattori esogeni di mutamento dei dati si ottiene un modello che descrive un'economia a periodi isolati. Il meccanismo di aggiustamento assicura allora la convergenza ad un sistema di prezzi di equilibrio stazionario, al quale corrisponde un insieme di piani di azione individuali invarianti nel tempo reale: le stesse operazioni economiche si ripetono di periodo in periodo⁵¹.

Si può dunque concludere che il sistema di equilibrio (2.9)-(2.12) può essere interpretato come un modello coerente, che descrive le condizioni di un equilibrio neo-classico stazionario.

⁵¹ L'idea di un meccanismo di aggiustamento concorrenziale, attraverso il quale si realizzi la compatibilità tra le attività svolte da una pluralità di individui indipendenti e interagenti, sembra effettivamente costituire il presupposto implicito di alcuni passaggi della *Theory*. Anche su questo punto, tuttavia, Cassel non esplicita mai ipotesi chiare ed interpretabili in modo univoco. Si consideri, per esempio, il processo di determinazione dei prezzi che quest'autore descrive dopo aver posto le condizioni di equilibrio stazionario: è difficile stabilire se questo processo debba essere interpretato come un tentativo, per quanto rozzo, di descrivere l'effettivo meccanismo di aggiustamento all'equilibrio di un'economia di mercato o se invece vada inteso come un semplice algoritmo di soluzione del sistema. D'altra parte, vi sono nella *Theory* (in particolare nel cap. I), passi dai quali traspare una concezione del meccanismo di determinazione dei prezzi, fondato sul principio di scarsità, come un processo che opera a livello puramente sistemico e che si realizza attribuendo all'economia nel suo complesso capacità di decisione e di controllo. Tale concezione va collegata alla presenza, nell'opera di Cassel, di un'idea di organizzazione. Si consideri, per esempio, il passo seguente, tratto dal capitolo I della *Theory* (p. 4): "As a rule, an economic system presupposes the co-operation of several individuals for the mutual satisfaction of their wants. Such co-operation naturally implies some degree of conscious organisation. As soon as an economic system includes more than one person, it implies, therefore, organised economic activity". Sempre nel capitolo I della *Theory* (sezione 5), Cassel sviluppa una trattazione verbale delle condizioni che consentono, in un'economia stazionaria, la ripetizione invariata del processo produttivo di periodo in periodo; a questo riguardo, egli scrive (p. 32): "(...) The unaltered continuation of the flow of production and the maintenance of its real capital by non means follows from mechanical necessity, since production must be consciously directed to the achievement of this end. From this point of view, the whole stationary state is the result of human will" (su questi punti si tornerà dettagliatamente nel prossimo paragrafo). Emerge così un'"anima normativa" all'interno dell'opera di Cassel, che vale la pena di tenere presente, se si considera che il confronto fra una concezione descrittiva e una concezione normativa della teoria dell'equilibrio economico generale ha dato origine ad importanti sviluppi nel corso degli anni '30 (si pensi al dibattito sulla pianificazione).

3. GLI ASPETTI CLASSICI DELLA TEORIA DI CASSEL.

3.1. Cassel sulla "riproduzione" del capitale.

In questo paragrafo ci si propone di enucleare gli elementi classici dell'opera di Cassel. In questa prima sezione verrà esposta, nei suoi termini generali, la teoria "dei processi di riproduzione del capitale fisso e del capitale circolante", delineata dall'autore nel capitolo introduttivo di *The Theory of Social Economy*. Essa riflette l'influenza esercitata su Cassel dall'idea classica di riproduzione e solleva interrogativi sul significato stesso che deve essere attribuito alla nozione di stazionarietà utilizzata all'interno della *Theory*. Si mostreranno quindi le difficoltà, logiche e concettuali, in cui Cassel incorre, tentando di sovrapporre una condizione di "riproduzione" del capitale ad un quadro teorico di tipo neoclassico. A questo scopo, nella sezione successiva verrà discussa un'interpretazione, fornita da quest'autore, del proprio modello di equilibrio stazionario come un modello con riproduzione di capitale circolante. Nella sezione 3.2 verrà poi esaminata la teoria dello "Uniformly Progressive State", in cui Cassel sviluppa completamente il proprio tentativo di conciliare l'analisi dei "processi di riproduzione del capitale" con uno schema analitico di tipo neoclassico.

Uno degli elementi distintivi dell'impostazione teorica classica può essere individuato nell'idea di un sistema economico che si riproduce immutato nel tempo⁵². L'evoluzione temporale dell'economia ha luogo in una successione di periodi unitari (ciascuno dei quali viene spesso immaginato come un "anno agricolo"). In ciascun periodo vengono prodotte determinate quantità di beni, le quali vengono utilizzate, come mezzi di sussistenza o come mezzi di produzione, nel periodo successivo. Le condizioni della riproduzione del sistema definiscono le condizioni stesse dell'equilibrio classico. All'interno della teoria di tipo classico, infatti, l'economia viene considerata in equilibrio se, date le condizioni tecniche di produzione, in ciascun periodo unitario le stesse quantità di merci vengono prodotte con le stesse quantità di fattori e scambiate sulla base dello stesso sistema dei prezzi. Il sistema dei prezzi è tale da garantire la distribuzione originaria degli output e quindi la ripetizione del processo nel periodo successivo.

In questo quadro, i comportamenti dei singoli individui non assumono, di per se stessi, un ruolo teoricamente rilevante. Gli agenti del sistema vengono raggruppati in particolari classi sociali, le quali svolgono attività funzionali alla riproduzione del sistema.

Il sistema descritto dai modelli di ispirazione classica è un sistema stazionario. Ma, da quanto detto, emerge che il concetto di stazionarietà classico, al contrario del concetto di stazionarietà utilizzato nell'ambito dell'impostazione neoclassica, ri-

⁵² Su questo punto si veda, per esempio, Sraffa (1960), p. V. In questa sede, non ci si propone in alcun modo di svolgere una discussione completa delle caratteristiche proprie dell'indirizzo classico. Si vogliono semplicemente evidenziare alcuni aspetti fondamentali di questo indirizzo di pensiero, che possono risultare particolarmente utili allo scopo di sviluppare un confronto con l'impostazione teorica neoclassica. In quanto segue, inoltre, si farà riferimento alle formulazioni analitiche più elementari della teoria di tipo classico.

chiede tipicamente che i periodi di produzione siano fra loro interconnessi. Ciò consente di dar conto di una particolare forma di accumulazione del capitale. La teoria classica può essere infatti applicata, senza che venga modificata la sua struttura fondamentale, all'analisi di sistemi semi-stazionari. In questo tipo di sistemi, non rimangono immutate nel tempo le quantità degli input e degli output, ma rimangono immutati i loro rapporti. Risulta così possibile spiegare il funzionamento di un'economia che si sviluppa ad un tasso costante⁵³.

Occorre ora vedere come queste idee vengano recepite all'interno dell'opera di Cassel.

La teoria della produzione occupa sicuramente, nel sistema teorico di quest'autore, una posizione centrale. Inoltre, egli attribuisce un rilievo particolare, nell'ambito del proprio apparato concettuale, alla nozione di processo di produzione continuo ("continuous production process"). A questo riguardo, si consideri il passo seguente, tratto dal cap. I della *Theory* (p. 24):

An economic discussion of production must start with the fundamental fact that the satisfaction of the wants of mankind, or of an isolated group of human beings, must be continuous, and that, therefore, production must also be a continuous process. This process is in its entirety must be made the subject-matter of a scientific discussion of production (....).

A parere di Cassel, la teoria economica deve proporsi di mettere in luce gli aspetti fondamentali del funzionamento dei sistemi economici reali. A questo fine, egli ritiene legittimo concentrare l'attenzione su due casi semplificati. Il primo è rappresentato dall'ipotesi di un flusso di produzione stazionario; il secondo dall'ipotesi di un flusso di produzione che si espande nel tempo in modo uniforme.

Si consideri, per il momento, la prima ipotesi.

Secondo Cassel, la teoria dello stato stazionario deve descrivere le condizioni sotto le quali il processo di produzione continuo si ripete inalterato nel tempo in composizione e quantità. I prezzi di equilibrio sono i prezzi che consentono, in un'economia di scambio, la ripetizione invariata del processo di periodo in periodo. Si è visto, nel paragrafo precedente, come Cassel derivi il suo modello formale di equilibrio stazionario dal modello di scambio, consumo e produzione di Walras. All'interno del sistema di stato stazionario, Cassel esclude - così come Walras all'interno del sistema di scambio, consumo e produzione - l'analisi delle attività economiche che hanno per oggetto beni durevoli. Questo fatto, garantendo l'isolamento dei singoli periodi in cui si svolge la vita dell'economia, ha consentito, nel paragrafo precedente, di interpretare il modello formale di Cassel come un modello coerente di equilibrio neoclassico stazionario.

Cassel, tuttavia, considera quest'operazione una semplificazione analitica accettabile solo in prima approssimazione; la sua impostazione generale non esclude affatto che la teoria dello stato stazionario possa incorporare un'analisi della formazione del capitale e del risparmio, e quindi del processo di determinazione del saggio di interesse.

⁵³ Il modello di von Neumann e il filone della crescita equilibrata, che da esso trae origine, rappresentano un esempio importante dell'approccio richiamato nel testo.

Quest'autore dedica la sezione 5 del cap. I della *Theory* ad una trattazione verbale e di carattere generale delle condizioni dello stato stazionario, nell'ambito della quale delinea la sua teoria dei "processi di riproduzione del capitale". Un esame delle argomentazioni che Cassel sviluppa in questa parte del suo lavoro consentirà di precisare alcuni elementi importanti della sua concezione teorica.

Innanzitutto, egli osserva (p. 27):

In the stationary process of production there will be, at a given moment, a definite number of durable material goods co-operating in production and of raw materials and consumption goods at different stages of manufacture; this number is constant, and the proportions of its constituent elements never vary. The presence of this quantity of goods is the necessary condition for the continuously uniform flow of production.

Cassel specifica poi, come segue, le condizioni dello stato stazionario (p. 32):

- (1) The presence of certain amount of land and of natural raw materials.
- (2) The presence of a certain amount of real capital
- (3) A certain amount of labour services.
- (4) The direction of the productive process in such a way that both the fixed and circulating real capital are maintained at a constant level.

Nello stato stazionario, i fattori di produzione disponibili in ogni periodo unitario devono essere impiegati in proporzioni fisse per il raggiungimento dei seguenti obiettivi:

- (a) the maintenance of the fixed real capital;
- (b) the maintaining of the circulating real capital and the resulting supply of consumers with material goods;
- (c) direct services to consumers.

Si consideri il punto (a).

A questo proposito, Cassel osserva che la maggior parte dei beni durevoli che costituiscono il capitale fisso sono soggetti, con il trascorrere del tempo, ad un processo di deprezzamento, che può essere più o meno rapido. Egli assume che ciascuno di questi beni sia caratterizzato da un determinato tasso di deprezzamento per periodo unitario e che, comunque, possa essere utilizzato per una successione finita di periodi unitari. Al termine della loro vita economica, quando non siano più in grado di fornire quei servizi produttivi per i quali sono stati creati, i beni durevoli in questione vengono esclusi dal processo produttivo. Ma, rileva Cassel, (p. 28 e seg.):

(...) If the supply of such goods is to remain constant it is obviously necessary that new goods of the same kind shall be produced continuously, and in the stationary state, at the same rate at which the old ones are scrapped.

Se vale l'ipotesi avanzata in questo passo, in ogni periodo unitario dovranno essere disponibili, in proporzioni costanti, beni durevoli dello stesso tipo, prodotti in tempi diversi. Conclude Cassel (p.29):

If we consider the stationary economic system as a whole, it is obviously conceivable that the total supply of durable goods is maintained in practically the same composition by this process of maintenance and reconstruction, or, in other words, by the continuous process of production.

Egli denomina processo di riproduzione del capitale fisso ("process of reproduction of fixed real capital") il processo attraverso il quale, in un'economia stazionaria, l'offerta di capitale fisso viene mantenuta nel tempo ad un livello costante.

Si passi ora al punto (b).

A questo riguardo, Cassel scrive (p. 30):

Consumption goods finished daily are supplied to final consumers or are used in production, but, at the same time, the whole quantity of raw materials and semi-finished articles is taken one step forward in the process of production and new raw materials are introduced, with the result that the quantity of goods in process of production is maintained at a constant level, and that, from day to day, the same quantities of consumption goods are supplied to producers and consumers.

Cassel denomina processo di riproduzione del capitale circolante ("process of reproduction of circulating real capital") il processo descritto, attraverso il quale la quantità di capitale circolante dell'economia viene mantenuta costante nel tempo.

3.2. Cassel e il problema del trattamento teorico dei beni intermedi.

Richiamandosi alle categorie impiegate nell'analisi dei "processi di riproduzione del capitale", nel cap. IV della *Theory* Cassel tenta un'interpretazione del suo modello formale di equilibrio stazionario come un modello con formazione di capitale circolante. A questo proposito, si veda il passo seguente (pp. 142-3):

With regard to the significance of these technical coefficients, the following observations may be made: the production of a unit quantity of a commodity requires in general the use of factors of production belonging to a whole series of different unit periods. (...) In the stationary state, however, production is maintained at a constant level. The manufacture of a commodity of a certain kind is therefore repeated in every united period. In order that the unit quantity of a commodity shall result from this continuous productive process in each unit period, there must be available in each such period a definite quantity of factors of production. The demands which the continually repeated production of finished goods imposes on the factors of production are totalled and determine this quantity. It is, therefore, obviously the same as the quantity of factors of production of different unit periods which is necessary for the production of a definite unit quantity of the commodity.

Cassel propone, in questo passo, due interpretazioni dei coefficienti tecnici del suo modello di stato stazionario.

Secondo una prima interpretazione, questi coefficienti rappresentano aggregati di quantità di servizi produttivi disponibili nel periodo corrente. Quest'interpretazione corrisponde a quella, esaminata nel paragrafo precedente, che Walras fornisce dei "coefficients de fabrication" del suo modello di scambio, consumo e produzione⁵⁴. Tale interpretazione si fonda sull'ipotesi che, in ciascun periodo unitario, con le quantità disponibili di servizi di beni capitali non producibili, vengano prodotti beni destinati al consumo finale, ma vengano prodotti anche beni intermedi, destinati ad essere reimpiegati nel processo produttivo nel corso dello stesso periodo unitario. Sotto quest'ipotesi, i beni intermedi sono beni non durevoli, ossia beni che non vengono trasferiti nel tempo. Se si adotta quest'interpretazione dei coefficienti tecnici, il modello di equilibrio stazionario di Cassel descrive un sistema che soddisfa

⁵⁴ Su questo punto, si veda la nota 34, p. 15.

le condizioni di isolamento dei periodi in cui si svolge la vita dell'economia⁵⁵. Secondo l'altra interpretazione proposta da Cassel, i coefficienti tecnici del modello di stato stazionario rappresentano invece aggregati di quantità di servizi appartenenti a diversi periodi unitari, collocati in successione. Questa seconda interpretazione presuppone l'ipotesi che i beni finali siano ottenuti attraverso diverse fasi di trasformazione, ciascuna delle quali si svolge in un periodo unitario e richiede l'applicazione di una certa quantità di servizi. Cassel sostiene che questo caso può essere ricondotto a quello precedentemente analizzato, in cui si ipotizza che il processo produttivo si compia in un unico periodo unitario. Il suo ragionamento può essere ricostruito nel modo seguente.

Si consideri, innanzitutto, quanto egli scrive in questo passo del cap. I della *Theory* (p. 23):

The fact that all production takes time is, naturally, highly significant in any economic system, and thus also for economic theory.

Cassel ritiene, tuttavia, che la teoria non debba proporsi di percorrere le fasi del processo produttivo delle merci, ma di individuare le condizioni che devono essere

⁵⁵In letteratura sono state proposte numerose versioni generalizzate del modello Walras-Cassel, che descrivono un'economia "a periodi isolati" con beni intermedi. In questi modelli, si ipotizza usualmente che nel sistema vengano prodotti n beni, destinati ad essere impiegati in parte per il consumo finale, in parte nella produzione. Si dimostra che, anche tenendo conto dei beni intermedi, il costo di un prodotto è interamente risolvibile nel costo dei servizi impiegati per ottenerlo. Si consideri, per esempio, il modello proposto da Dorfman, Samuelson e Solow ((1958), p. 35). Sia x il vettore (colonna) n -dimensionale che indica le quantità dei vari beni complessivamente prodotte nell'economia. Sia invece y il vettore (colonna) n -dimensionale che rappresenta le quantità dei vari prodotti destinate al consumo. Si indichi inoltre con $C = [c_{jk}]$ una matrice di dimensione $n \times n$, il cui generico coefficiente c_{jk} rappresenta la quantità del bene j impiegata nella produzione di una unità del bene k . Le condizioni di uguaglianza tra domanda e offerta aggregate sui mercati dei prodotti possono quindi essere espresse nella forma:

$$x = Cx + y \quad (3.1)$$

Sotto ben note condizioni (si veda Dorfman, Samuelson e Solow (1958), capitolo 9), le produzioni totali possono essere espresse come condizioni lineari delle domande finali:

$$x = [I - C]^{-1}y \quad (3.2)$$

dove I è la matrice identità di dimensione $n \times n$. Utilizzando questa espressione di x e indicando con r il vettore (colonna) m -dimensionale che indica le quantità offerte di m diversi servizi produttivi, le condizioni di uguaglianza fra domanda e offerta aggregate sui mercati di tali servizi possono essere scritte nel modo seguente:

$$A[I - C]^{-1}y = r \quad (3.3)$$

dove $A = [a_{ij}]$ è la matrice ($m \times n$) il cui generico elemento a_{ij} rappresenta la quantità di servizi produttivi del tipo i necessaria alla produzione di una unità del bene del tipo j . Ponendo $A[I - C]^{-1} = A^*$, si ottiene:

$$A^*y = r \quad (3.4)$$

Le domande aggregate di servizi sono espresse in termini di consumi finali. I coefficienti a^*_{ij} della matrice A dipendono, evidentemente, dai coefficienti a_{ij} e dai coefficienti c_{ij} e rappresentano la quantità di servizi del tipo i direttamente e indirettamente necessaria per la produzione di una unità del bene j destinata al consumo finale. Sia p_r il vettore (riga) m -dimensionale dei prezzi dei servizi e p_c il vettore (riga) n -dimensionale dei prezzi dei beni prodotti. Nel caso in esame, le equazioni che uguagliano il prezzo dei prodotti ai rispettivi costi unitari di produzione saranno:

$$p_r A + p_c C = p_c \quad (3.5)$$

Si avrà quindi:

$$p_r A^* = p_c \quad (3.6)$$

In equilibrio, il prezzo di ciascun prodotto eguaglierà il rispettivo costo unitario per servizi, che include il costo per servizi dei beni intermedi impiegati nella produzione. Osservano Dorfman, Samuelson e Solow ((1958), p. 255): "This process of elimination is just what Walras sketches in a rudimentary way (...)".

soddisfatte nel periodo corrente affinché possa essere garantito, nei periodi futuri, un flusso di beni e servizi per la immediata soddisfazione dei bisogni. Egli afferma, infatti (p. 24 e seg.):

We are faced here by the general principle, fundamental in every economic discussion, (...), that economic activity is essentially directed to the future and is logically regardless of the past⁵⁶.

Quest'autore si richiama poi all'idea di processo di produzione continuo e aggiunge (p. 25):

In actual life, production is always a continuous process, whose partial processes are continually being concluded and commenced again. (...) The productive process (as a whole) has no beginning or end in the sense in which the production of some material objects has a beginning and an end (...).

Se si impone sul sistema una condizione di stazionarietà, si può pensare allora ad un processo produttivo che viene riavviato, con gli stessi metodi e su scala invariata, in ogni singolo periodo unitario. Le stesse fasi di trasformazione vengono ripetute di periodo in periodo. La struttura del processo nel suo insieme rimane immutata nel tempo.

Cassel tiene ferma l'ipotesi di non producibilità di tutti i beni capitali che costituiscono, nel suo sistema teorico, il capitale fisso. Quest'autore ipotizza che, in ciascun periodo unitario, vengano prodotte determinate quantità di beni di consumo finale, le quali vengono offerte sui rispettivi mercati nel corso dello stesso periodo. Egli assume, però, che vengano prodotte anche quantità costanti di vari beni intermedi, corrispondenti alle diverse fasi di trasformazione⁵⁷. Tali quantità si rendono disponibili nel periodo successivo, permettendo così la ripetizione del processo. La loro produzione richiede, in ciascun periodo unitario, l'applicazione di una quantità costante di servizi.

Cassel ripropone, in questo modo, l'idea di un processo di riproduzione del capitale circolante.

A questo punto, l'autore ritiene di poter sezionare il processo in corrispondenza di un dato periodo di tempo e di ricondursi così alla rappresentazione, precedentemente proposta, di un ciclo produttivo che si compie in un solo periodo unitario. Egli ritiene quindi di poter affermare l'equivalenza fra l'interpretazione dei coefficienti tecnici del sistema di stato stazionario come aggregati di servizi produttivi disponibili nel

⁵⁶ A questo riguardo, Cassel scrive (pp. 22-23): "To trace the origin of material goods, then to follow the various stages of transformation throughout the productive process, and, finally, to follow the details of their consumption, was taken as the task of economics. (...) Since economists attempted to describe the processes of production by giving a historical account of the manufacture of separate goods, they were forced to investigate the technical origin of each material commodity used in production, and, on final analysis, could thus reduce every product to the primary factors of labour and raw materials freely offered by nature".

⁵⁷ In Walras, i beni intermedi sono rappresentati dalle materie prime, ossia dai beni non durevoli impiegati nella produzione (si veda la sezione 2.2, p. 12). Cassel distingue, all'interno della categoria delle materie prime, i materiali naturali (si veda la sezione 2.4, p. 18 e seg.) e, nel suo modello di stato stazionario, ipotizza che essi siano non producibili. Si è visto, però (sezione 2.5, p. 19 e seg.) che l'inserimento dei materiali naturali fra gli m fattori di produzione non producibili, disponibili in quantità date e costanti all'inizio di ciascun periodo unitario, solleva alcune difficoltà. D'altra parte, il trattamento teorico cui questi materiali sono soggetti all'interno del sistema di Cassel, non è, in ultima analisi, sostanzialmente diverso da quello cui sono sottoposti gli altri beni appartenenti alla categoria delle materie prime. Nel sistema concettuale di Cassel, l'insieme di tutte le materie prime (inclusi quindi i materiali naturali) coincide con il capitale circolante, che egli definisce come "l'insieme dei beni di consumo impiegati nel processo produttivo". Da quanto detto, si può concludere che la categoria dei beni intermedi è identificabile, in Cassel, con l'insieme di tutti i beni che costituiscono il capitale circolante.

periodo corrente e l'interpretazione di questi coefficienti come aggregati di quantità di servizi appartenenti ad una successione di periodi unitari diversi.

Ma l'interpretazione del modello di stato stazionario come modello con formazione di capitale circolante, attraverso la quale passa il ragionamento di Cassel, non è applicabile allo schema analitico di tipo neoclassico di cui egli si serve. La teoria del "processo di riproduzione del capitale circolante" presuppone una visione dei rapporti input-output per molti aspetti analoga a quella che caratterizza i modelli di ispirazione classica e comporta un'ipotesi di interconnessione tra i singoli periodi unitari in cui si svolge la vita del sistema.

Secondo questa visione, quantità costanti di beni intermedi vengono ottenute come output del processo produttivo alla fine di ciascun periodo unitario e vengono reimpiegate come input nel processo produttivo all'inizio del periodo unitario successivo.

In effetti, sebbene Cassel si richiami, nel tracciare la distinzione tra capitale circolante e capitale fisso, alla distinzione tra "consumption goods" e "durable goods", il criterio di durevolezza implicito in un'interpretazione del modello di equilibrio stazionario come modello con riproduzione di capitale circolante è un criterio di natura diversa da quello che Walras utilizza all'interno del proprio sistema teorico, che Cassel pare accogliere in talune parti della *Theory* e che, in questo lavoro, è stato posto a fondamento dell'interpretazione del modello formale di equilibrio stazionario come modello coerente di equilibrio stazionario neoclassico.

I beni che costituiscono il capitale circolante, all'interno della teoria dei "processi di riproduzione del capitale reale" di Cassel, sono infatti beni che cessano di esistere nel momento in cui trovano effettivo impiego nella produzione, ma che vengono trasferiti nel tempo; sulla base delle definizioni introdotte nel paragrafo precedente, essi appartengono, al pari dei beni che costituiscono il capitale fisso, alla classe dei beni durevoli (o capitali), cioè di quei beni caratterizzati da un tasso di deprezzamento per periodo unitario minore di uno.

In uno schema di equilibrio di tipo neoclassico, come quello utilizzato da Cassel per rappresentare un'economia stazionaria, gli stock iniziali di beni capitali rappresentano un dato dell'analisi e non possono, per le ragioni esaminate nel paragrafo precedente, essere soggetti ad un processo di variazione endogena di periodo in periodo. Se si ammette la producibilità dei beni capitali in un quadro teorico di ispirazione neoclassica, nulla garantisce, infatti, che le quantità di questi beni, prodotte in ciascun periodo unitario, siano esattamente pari alle quantità necessarie a ricostituire gli stock iniziali. L'ipotesi di stazionarietà risulterà, in generale,

contraddetta⁵⁸.

Comunque, una teoria della formazione del capitale non può non implicare una teoria del risparmio, dell'investimento e dell'interesse, che non trova riscontro, sul piano analitico, all'interno del modello di stato stazionario di Cassel.

Risulta evidente che i fenomeni legati ad un'ipotesi di producibilità del capitale - sia esso fisso o circolante - non possono essere spiegati all'interno di una struttura formale, di derivazione walrasiana, come quella utilizzata da quest'autore.

L'ipotesi di stazionarietà neoclassica, che presuppone l'isolamento dei singoli periodi in cui evolve il sistema, e l'ipotesi di riproducibilità del capitale di derivazione classica, che presuppone l'interconnessione di questi periodi, sono fra loro inconciliabili. Non è possibile, quindi, ricondurre la rappresentazione di un'economia con riproduzione di capitale alla rappresentazione di un'economia a periodi isolati (e viceversa), attraverso una semplice reinterpretazione dei coefficienti tecnici.

3.3. La teoria dello "Uniformly Progressive State" di Cassel.

Sebbene Cassel ammetta la producibilità dei beni capitali nello stato stazionario, a suo parere è nelle economie progressive che tutti i fenomeni legati alla formazione del capitale assumono una rilevanza cruciale. Egli rinvia quindi un'analisi più approfondita (anche se non formalizzata) di tali fenomeni al caso di "Uniformly Progressive State". Su di esso si concentrerà l'attenzione nel resto di questo paragrafo. Analogamente a quanto aveva fatto in precedenza per lo stato stazionario, nella sezione 6 del cap. I della *Theory* Cassel specifica le condizioni che la produzione deve soddisfare in uno stato di crescita uniforme; a questo riguardo, egli scrive (p. 34):

- (....) In the uniformly progressive state, production has three main tasks to fulfil:
- (1) The continuous supply of goods and services to consumers, and the resulting necessity of maintaining the circulating real capital at the same level.
 - (2) The maintenance of the fixed real capital.
 - (3) The steady increase of the total real capital.

⁵⁸ Questo fatto viene indirettamente confermato nei lavori elaborati da alcuni autori "neo-ricardiani", nel corso degli anni '60-'70. Ci si riferisce, in particolare, a Garegnani (1960), Napoleoni ((1963), (1965)). Questi autori intervengono nel dibattito sulla teoria del capitale, svoltosi in Italia in quel periodo, e si propongono di dimostrare l'inconsistenza logica del modello walrasiano di accumulazione, partendo dal presupposto che Walras utilizzi un concetto di equilibrio stazionario. A questo scopo, essi costruiscono dei sistemi di tipo neoclassico con formazione di capitale ed evidenziano come, dati arbitrariamente gli stock iniziali di beni capitali, le quantità di questi beni prodotte in equilibrio non saranno necessariamente tali da mantenere invariati gli stock di partenza. In altri termini, questi autori mostrano che, se si esplicita all'interno dei loro sistemi una condizione di stazionarietà sulle dotazioni di risorse, tali sistemi risultano sovradeterminati e il loro insieme-soluzione sarà, in generale, vuoto. La critica avanzata nei lavori citati in questa nota non può essere applicata ad un modello di equilibrio temporaneo, come quello walrasiano, che non presuppone l'ipotesi di costanza dei dati in tempo reale. Essa può essere rivolta, invece, alla teoria di Cassel e di tutti gli altri autori che, nei primi decenni del secolo, utilizzano una nozione di equilibrio neoclassico stazionario e, allo stesso tempo, si propongono di spiegare i fenomeni legati alla formazione del capitale.

A parere di Cassel, il "progresso" dell'economia è reso possibile, in ultima analisi, dalla formazione del risparmio.

Quest'autore precisa che anche in condizioni di stato stazionario è necessario indirizzare parte delle risorse disponibili alla ricostituzione delle disponibilità di capitale reale; tuttavia, egli afferma che il risparmio in senso proprio ha luogo là dove il capitale reale si accresce nel tempo⁵⁹.

Cassel ritiene di poter spiegare i fenomeni della formazione del capitale senza modificare nella sua essenza lo schema analitico che aveva impiegato nella costruzione del modello stato stazionario. Ma la sovrapposizione di una condizione di crescita uniforme all'insieme di ipotesi che stanno alla base di quello schema evidentemente solleva, dal punto di vista logico, problemi analoghi a quelli che sorgono nel caso in cui si consideri l'ipotesi di producibilità del capitale in condizioni di stazionarietà. Come si è visto in precedenza, Cassel si richiama ripetutamente all'idea neoclassica di scarsità. In un'ottica di scarsità, l'evoluzione di un sistema economico nel tempo è intesa come un processo attraverso il quale, in ciascun periodo unitario, risorse disponibili in quantità limitate vengono efficientemente distribuite fra impieghi economici alternativi. All'interno della teoria neoclassica, tali risorse sono rappresentate dall'insieme di tutti i beni capitali disponibili nell'economia, siano essi producibili o non producibili.

Le dotazioni iniziali di risorse sono esogenamente assegnate e, anche quando si ipotizzi (come nei modelli neoclassici di equilibrio temporaneo) che esse possano subire nel tempo variazioni di carattere endogeno, le quantità di beni capitali rappresentano, in ogni singolo periodo unitario, un dato dell'analisi.

Cassel attribuisce al principio di scarsità un ruolo centrale nel meccanismo di determinazione dei prezzi di equilibrio, all'interno del suo modello formale di stato stazionario. In una prima interpretazione (coerente) di questo modello, egli ipotizza - conformemente ad uno schema teorico neoclassico tipico - che siano esogenamente assegnati gli stock iniziali di tutti i beni capitali esistenti nell'economia, ed assume che essi siano costanti nel tempo.

Come si è visto in precedenza, in questo caso si deve ipotizzare che tutti i tipi di beni capitali considerati dal modello siano non producibili, ossia fattori di produzione primari. In ogni singolo periodo unitario, le quantità costanti di servizi fornite da questi beni sono soggette ad un processo di allocazione fra le diverse industrie produttrici di beni non durevoli, operanti nell'economia.

Ora, quando Cassel passa a costruire una teoria che spieghi i "processi di riproduzione del capitale", egli finisce con l'attribuire allo stesso concetto di scarsità significati ambigui.

Nella teoria dello "Uniformly Progressive State", le quantità iniziali di tutti i beni che costituiscono il capitale reale - circolante e fisso - non rappresentano, infatti, un dato (arbitrariamente assegnato) dell'analisi. Esse divengono grandezze che la teoria deve determinare endogenamente (lo stesso vale, naturalmente, se si ipotizza la

⁵⁹ Su questo punto, si veda Cassel (1918), p. 36.

producibilità del capitale reale nello stato stazionario).

La configurazione delle quantità di beni capitali determinata dalla teoria deve soddisfare - ovviamente - le condizioni di semi-stazionarietà (o di stazionarietà) del sistema.

A questo punto, si pone però il problema di stabilire quali siano le condizioni iniziali dell'analisi nel nuovo contesto teorico. Secondo Cassel, tale problema può essere risolto ridefinendo l'insieme dei fattori di produzione che devono essere concepiti come scarsi.

A questo riguardo, si consideri il passo seguente, tratto dal cap. I della *Theory* (pp. 15-18):

The nature of the scarcity of a commodity is chiefly determined by the way in which its supply is limited. (...) The scarcity of some classes of goods is absolute in the sense that the available supply cannot be increased, and that, when consumed, the goods are irreplaceable. But in the most cases it is possible to create new goods of the same class, and thus to increase the supply and replace those which have been consumed. (...) The supply of any material commodity is solely determined by the technical conditions of creating a similar article. Production does not, therefore, dispose of the scarcity of means for the satisfaction of human wants, but merely traces it back to the scarcity of the primary factors of production.

Come emerge dal passo citato, Cassel non riconduce la scarsità - secondo un'ottica neoclassica - ad una limitata disponibilità, in ciascun periodo unitario, di beni capitali (producibili o non producibili), i quali sono soggetti pertanto, in ciascun periodo di tempo, ad un processo di allocazione fra impieghi alternativi. Piuttosto, conformemente ad una visione di tipo classico, egli identifica la scarsità con una limitata disponibilità di fattori di produzione primari, che vincola i ritmi di crescita dell'economia possibili sulla base delle condizioni tecniche di produzione.

Attraverso l'individuazione di quei fattori di produzione che possono essere considerati primari nel nuovo quadro teorico, Cassel ritiene di poter conciliare un impianto analitico di tipo neoclassico con la descrizione dei "processi di riproduzione del capitale reale".

Un primo fattore di produzione primario, all'interno della teoria dello "Uniformly Progressive State", è rappresentato dal lavoro.

L'offerta di lavoro cresce allo stesso saggio di crescita percentuale della popolazione. Il saggio di crescita della popolazione determina il saggio di crescita uniforme del sistema (ovviamente nullo in stato stazionario).

Un altro fattore di produzione primario è rappresentato dalla terra. Tuttavia, l'inclusione di questo bene fra i fattori di produzione primari, nell'ambito della teoria dello "Uniformly Progressive State", pone problemi per molti aspetti analoghi a quelli sollevati dall'ipotesi di non producibilità dei materiali naturali nel modello di stato stazionario.

Cassel ipotizza, infatti, che le quantità di terra impiegate nel processo produttivo crescano nel tempo al saggio di crescita uniforme del sistema. Ma questa ipotesi non può essere soddisfatta se, da un lato, si assume che la terra non sia producibile e, dall'altro, si esclude che essa sia disponibile in quantità illimitata. Se valgono entrambe queste ipotesi, il sistema deve necessariamente situarsi su un sentiero caratterizzato da un saggio di crescita nullo.

Cassel ritiene di poter risolvere il problema nel modo seguente; egli scrive (p. 17):

(...) Land covers an area which, for the present needs of mankind, may be regarded as more than sufficient. If (...) land is scarce, (...) this is due to the technical difficulties and the disadvantages of location which prohibit the use of all the available land by man. Since, however, such difficulties can be overcome, to a certain extent, by technical improvements, etc., the scarcity of land is not absolute. (...) The scarcity of land is thus primarily due to the difficulties of using land given by nature for productive purposes.

Ma, in questo modo, egli finisce con l'introdurre per la terra - così come aveva fatto per i materiali naturali - un'ipotesi di producibilità; la terra risulta pertanto teoricamente indistinguibile dagli altri beni capitali prodotti nel sistema.

Nel tentativo di risolvere il problema di determinare endogenamente la configurazione delle quantità iniziali di beni capitali, pur rimanendo all'interno di una logica di scarsità, Cassel definisce poi il concetto di "capital disposal" ed include, nell'insieme dei fattori di produzione primari, la quantità di "capital disposal" complessivamente esistente nel sistema.

Essa viene concepita come una somma di valore - corrispondente al risparmio complessivo dell'economia - esogenamente data, la quale cresce regolarmente nel tempo (o è costante in condizioni di stato stazionario). Dato il sistema dei prezzi correnti, la quantità iniziale di "capital disposal" può essere incorporata in determinate quantità di beni che costituiscono il capitale reale⁶⁰.

Per il "capital disposal" deve valere, in equilibrio, la consueta condizione di uguaglianza tra domanda e offerta aggregate. Il prezzo di questo particolare fattore è rappresentato dal tasso di interesse, il quale deve essere determinato simultaneamente agli altri prezzi di mercato.

Cassel ritiene che il quadro di ipotesi sopra delineato consenta di determinare un sentiero di crescita uniforme (o una configurazione di equilibrio stazionario). A parere di questo autore, tali ipotesi permetterebbero di individuare la configurazione di quantità di beni che costituiscono il capitale reale (fisso e circolante), il cui valore complessivo, misurato ai prezzi di equilibrio, è pari al valore iniziale (dato) del "capital disposal". Le quantità dei diversi beni che costituiscono il capitale reale, così determinate, crescerebbero poi di periodo in periodo ad un tasso costante, e la composizione del capitale rimarrebbe inalterata nel tempo.

Ma la soluzione proposta da Cassel non consente di superare i problemi fondamentali presenti nella sua teoria dell'equilibrio economico generale, i quali derivano dal tentativo di conciliare uno schema di analisi di tipo neoclassico con un concetto di riproduzione di ispirazione classica.

Al contrario, tale tentativo sfocia, all'interno della teoria dello "Uniformly Progressive State", nell'introduzione del concetto di "capital disposal", che comporta un ulteriore difetto logico.

Come è stato più volte rilevato in letteratura, infatti, non è logicamente possibile

⁶⁰ Ad una soluzione di questo tipo pervengono anche altri autori neoclassici che, tra la fine del secolo scorso e i primi decenni di questo, tentano di elaborare modelli di equilibrio stazionario che tengano conto del problema della formazione del capitale. Un ragionamento simile a quello sviluppato da Cassel viene seguito anche da Böhm-Bawerk, e poi ripreso da Wicksell e da Lindahl. Questi ultimi due autori, tuttavia, percepiscono le difficoltà che sorgono da questo tipo di operazione. Lindahl, in particolare, porta alle estreme conseguenze una linea analoga a quella seguita da Cassel ed individua gli errori logici ed analitici presenti all'interno di questo approccio (si vedano Wicksell (1901-6), vol. I, pp. 202-3; Lindahl (1929), pp. 284-317).

definire una quantità di capitale come fondo di valore, che costituisca un dato iniziale dell'analisi, quando lo stesso sistema dei prezzi rappresenta una grandezza che deve essere determinata dalla teoria⁶¹.

⁶¹ Per quanto riguarda la critica al concetto di quantità di capitale come fondo di valore, si vedano, in particolare, Hicks (1939), p. 116, nota 1; Hayek (1941), pp. 5-6. Tale critica viene sviluppata nell'ambito del dibattito, svoltosi intorno agli anni '30, sulla teoria del capitale e i limiti dei modelli di equilibrio stazionario. Questa critica si inserisce in un più generale dibattito sui problemi e i limiti dei modelli di equilibrio stazionario. A partire dagli anni '30, infatti, si va diffondendo la consapevolezza delle difficoltà proprie di questa classe di modelli, soprattutto per quanto riguarda la possibilità di sviluppare un'analisi, coerente con le premesse della teoria neoclassica, dei fenomeni legati all'evoluzione dei sistemi economici nel tempo e, in particolare, della formazione del capitale. E' questo uno dei motivi principali che inducono alcuni autori neoclassici, primi fra tutti Lindahl, Hayek ed Hicks a riscoprire un concetto di equilibrio temporaneo, legato all'idea di un meccanismo di aggiustamento concorrenziale in tempo logico (per i riferimenti bibliografici, si veda la nota 21, p. 9). In questo modo, essi sono in grado di definire l'equilibrio dell'economia come un insieme di comportamenti individuali intenzionali, conformemente all'impostazione neoclassica e, allo stesso tempo, possono tener conto di alcuni aspetti intertemporali dell'analisi di equilibrio, cui sono particolarmente interessati. Dai lavori di Lindahl, Hayek e Hicks, elaborati intorno agli anni '30, traggono spunto tutti i successivi sviluppi del programma di ricerca neo-walrasiano. E' chiaro che l'ipotesi di un processo istantaneo - che non si svolge in tempo reale ed è puramente virtuale, dato che esplica completamente i propri effetti prima che abbia luogo qualsiasi esecuzione di piani in disequilibrio - lascia comunque aperti dei grossi problemi, sia da un punto di vista teorico che da un punto di vista empirico. Di questi problemi, gli stessi autori neoclassici, che intorno agli anni '30 ripropongono l'utilizzo di un concetto di equilibrio temporaneo, si mostrano del resto perfettamente consapevoli.

BIBLIOGRAFIA

Qualora un'opera venga indicata con due date diverse, la prima data, tra parentesi, si riferisce all'anno della prima edizione, la seconda rappresenta l'anno di pubblicazione dell'edizione effettivamente citata. Nel testo, comunque, allo scopo di evidenziare la collocazione temporale dei vari contributi, tutte le opere vengono sempre indicate con la data della loro prima edizione.

- ARROW K.J., F.H. HAHN (1971), *General Competitive Analysis*, Holden-Day, San Francisco.
- ARROW K.J., G. DEBREU (1954), "Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy", in *Econometrica*, pp. 265-90.
- BAUMOL W.J., S.M. GOLDFELD (1968), *Precursor in Mathematical Economics. An Anthology*, The London School of Economics and Political Science, London, Series of Reprints of Scarce Works on Political Economy, No. 19.
- BLISS C.J. (1975), *Capital Theory and the Distribution of Income*, North-Holland and American Elsevier, Amsterdam e New York.
- CASSEL G. (1899), "Grundrisse einer elementaren Preislehre", in *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*.
- CASSEL G. (1918) 1967, *The Theory of Social Economy*, Augustus M. Kelley, New York, 1967 (trad. inglese di G. Cassel *Theoretische Sozialökonomie*, 1932).
- CLARK J.B. (1899) 1965, *The Distribution of Wealth. A Theory of Wages, Interest and Profit*, Augustus M. Kelley, New York.
- CLARK J.B. (1907) 1924, *Essentials of Economic Theory*, Macmillan, New York.
- DEBREU G. (1959), *Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, Wiley, New York.
- DEBREU G. (1982), "Existence of Competitive Equilibrium" in K.J. Arrow e M.D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol II, North-Holland, Ch. 15, pp. 697-743.
- DEBREU G. (1983), *Mathematical Economics: Twenty Papers of Gérard Debreu*, Cambridge University Press, Cambridge.
- DONZELLI F. (1986), *Il concetto di equilibrio nella teoria economica neoclassica*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.
- DORFMAN R., P.A. SAMUELSON, R.M. SOLOW (1958), *Linear Programming and Economic Analysis*, McGraw-Hill, New York.
- FISHER F.M. (1983), *Disequilibrium Foundation of Equilibrium Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- GAREGNANIP. (1960), *Il capitale nelle teorie della distribuzione*, Giuffrè, Milano.
- GRANDMONT J.M. (1982), "Temporary General Equilibrium Theory", in K.J. Arrow e M.D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol. II, North-Holland, Amsterdam-New York-Oxford, Ch. 19, pp. 879-922.

- HAHN F.H. (1982), "Stability", in K.J. Arrow e M.D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol. II, North-Holland, Amsterdam-New York-Oxford, Ch. 16, pp. 745-93.
- HAYEK F.A. (1936), "The Mythology of Capital", in *Quarterly Journal of Economics*, pp. 199-228.
- HAYEK F.A. (1937) 1982, "Conoscenza e economia", in Zamagni S. (a cura di), *Saggi di filosofia della scienza economica*, La Nuova Italia Scientifica, Roma, pp. 61-81 (trad. it. di F.A. Hayek, "Economics and Knowledge", in *Economica*, 1937, pp. 33-54).
- HAYEK F.A. (1941), *The Pure Theory of Capital*, Routledge & Kegan Paul, London and Henley.
- HICKS J.R. (1933) 1984, "Equilibrium and the Cycle", in *Money, Interest and Wages. Collected Essay on Economic Theory*, vol. II, Basil Blackwell, Oxford, (trad. inglese di J.R. Hicks, "Gleichgewicht und Konjunktur" in *Zeitschrift für Nationalökonomie*, No. 4, 1933)
- HICKS J.R. (1939) 1946, *Value and Capital. An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, II ed., Oxford University Press, Oxford.
- INGRAO B., G. ISRAEL (1987), *La mano invisibile*, Laterza, Roma.
- KNIGHT F.K. (1921) 1971, *Risk, Uncertainty and Profit*, University of Chicago Press, Chicago and London.
- LINDAHL E. (1929) 1970, "The Place of Capital in the Theory of Price", in *Studies in the Theory of Money and Capital*, Augustus M. Kelley, New York, pp. 269-350 (trad. inglese di E. Lindahl, "Prisbildnings problemets upplägning från kapital-teoretisk synpunkt", in *Ekonomisk Tidskrift*, 1929, pp. 31-105)
- LINDAHL E. (1939) 1970, *Studies in the Theory of Money and Capital*, Augustus M. Kelley, New York.
- MALINVAUD E. (1960), "The Analogy between Atemporal and Intertemporal Theories of the Resources Allocation", in *Review of Economic Studies*, pp. 143-60.
- MARSHALL A. (1990) 1961, *Principles of Economics*, 9^o ed., Macmillan, New York.
- MAS-COLELL A. (1986), "Notes on Price and Quantity Tatonnement Dynamics", in H. Sonnenschein (ed.), *Models of Economic Dynamics*, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, pp. 49-68.
- MORISHIMA M. (1959), "A Reconsideration of the Wras-Cassel-Leontief Model of General Equilibrium", in K.J. Arrow, S. Karlin, P. Suppes (eds.), *Mathematical Models in the Social Sciences*, Stanford University Press, Stanford.
- NAPOLEONI A. (1963), "La teoria dell'equilibrio economico generale secondo von Neumann", in *La Rivista Trimestrale*, pp. 610-5.
- NAPOLEONI C. (1965), *L'equilibrio economico generale. Studio introduttivo*, Boringhieri, Torino.

- NEUMANN J. von (1937) 1945-6, "A Model of General Economic Equilibrium" in *Review of Economic Studies*, pp. 1-9 (trad. inglese di J. von Neumann "Über ein öconomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes", in *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums*, vol. 8 (1935-36), a cura di K. Menger, Deuticke F., Leipzig & Vienna, 1937, pp. 73-83.
- NOVSHEK W., H. SONNENSCHNEIN (1986), "Quantity Adjustment in an Arrow-Debreu-McKenzie Type Model", in , in H. Sonnenschein (ed.), *Models of Economic Dynamics*, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, pp. 148-156.
- NOVSHEK W., H. SONNENSCHNEIN (1987), "General Equilibrium with free Entry", in H. Sonnenschein (ed.), *Models of Economic Dynamics*, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, pp. 148-156.
- PARETO V. (1896-97) 1953, *Corso di economia politica*, 2 vol., Einaudi, Torino.
- PARETO V. (1906) 1965, *Manuale di economia politica*, Edizioni Bizzarri, Roma.
- PIGOU A.C. (1935), *The Economics of Stationary States*, Macmillan, London.
- PUNZO L. (1986), *Von Neumann and K. Menger's Mathematical Colloquium*, dattiloscritto non pubblicato.
- RADNER R., (1982) "Equilibrium under Uncertainty" in K.J. Arrow e D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol. II, North-Holland, Amsterdam-New York-Oxford, Ch. 20, pp. 923-1006.
- SCHLESINGER K. (1935) 1968, "On the Production Equations of Economic Value Theory", in W.J. Baumol and S.M. Goldfeld, *Precursor in Mathematical Economics. An Anthology*, The London School of Economics and Political Science, London, Series of Reprints of Scarce Works on Political Economy, No. 19 (trad. inglese di K. Schlesinger "Über die produktionsgleichungen der öconomischen Wertlehre", in *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums*, vol. 6 (1933-34), a cura di K. Menger, Deuticke F., Leipzig & Vienna, 1935.
- SCHUMPETER J.A. (1911) 1971, *Teoria dello sviluppo economico (Ricerca sul profitto, il capitale, il credito, l'interesse e il ciclo economico)*, Sansoni, Firenze, (trad. it. di J.A. Schumpeter, *Theorie der wirtschaftlichen Entwicklung*, Duncker & Humblot Verlag, Berlin 1964 (1911)).
- SCHUMPETER J.A. (1939) 1977, *Il processo capitalistico. Cicli economici*, Boringhieri, Torino (trad. it. di J.A. Schumpeter, *Business Cycles. A Theoretical, Historical and Statistical Analysis of the Capitalist Process*, McGraw-Hill, New York 1964 (1939)).
- SCHUMPETER J.A. (1954), *History of Economic Analysis*, George Hallen & Unwin Ltd., London.
- SONNENSCHNEIN H. (ed.), *Models of Economic Dynamics*, Springer, Berlin-Heidelberg-New York.
- SRAFFA P. (1960), *Produzione di merci a mezzo di merci. Premesse a una critica della teoria economica*, Einaudi, Torino.

- WALD A. (1935) 1968, "On the Unique Non-negative Solvability of the New Production Equations, Part I", in W.J. Baumol and S.M. Goldfeld, *Precursor in Mathematical Economics. An Anthology*, The London School of Economics and Political Science, London, Series of Reprints of Scarce Works on Political Economy, No. 19 (trad. inglese di A. Wald "Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen (I)", in *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums*, vol. 6 (1933-34), a cura di K. Menger, Deuticke F., Leipzig & Vienna, 1935, pp. 12-8).
- WALD A. (1936a) 1968, "On The Production Equations of Economic Value Theory, Part II", in W.J. Baumol and S.M. Goldfeld, *Precursor in Mathematical Economics. An Anthology*, The London School of Economics and Political Science, London, Series of Reprints of Scarce Works on Political Economy, No. 19 (trad. inglese di A. Wald "Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Wertlehre (II)", in *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums*, vol. 6 (1933-34), a cura di K. Menger, Deuticke F., Leipzig & Vienna, 1936, pp. 1-6).
- WALD A. (1936b) 1951, "On Some Systems of Equations of Mathematical Economics", in *Econometrica*, 1951, vol. 19, pp. 368-403 (trad. inglese di A. Wald "Über einige Gleichungssysteme der Mathematischen Ökonomie", in *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 1936, vol. 7, No. 5).
- WALRAS L. (1874-77) 1952, *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*, édition définitive, R. Pichon et R. Durant-Auzias, Paris.
- WEINTRAUB E.R. (1983), "On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930-1954", in *Journal of Economic Literature*, pp. 1-39.
- WICKSELL K. (1901-6) 1934, *Lectures on Political Economy*, 2 vol., George Routledge and Sons, London (trad. inglese di K. Wicksell, *Föreläsningar I Nationalekonomi*, 1926).
- WICKSELL K. (1919) 1934, "Professor Cassel's System of Economics", in K. Wicksell, *Lectures on Political Economy*, George Routledge and Sons, London 1934, vol. I, Appendix I, pp. 219-57 (trad. inglese di K. Wicksell, "G. Cassels nationalekonomiska system", in *Economisk Tidskrift*, 1919, pp. 195-232)
- ZAMAGNI S. (1982), (a cura di) *Saggi di filosofia della scienza economica*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.

