

TASSO D'INTERESSE E TASSO DI CRESCITA DEL CONSUMO  
AGGREGATO: ALCUNI ASPETTI TEORICI ED EMPIRICI

Roberto Cellini

ABSTRACT

L'articolo esamina la relazione tra tasso d'interesse e tasso di crescita del consumo aggregato delle famiglie in un modello con generazioni sovrapposte, fuori dallo stato stazionario, assumendo progresso tecnico incorporato e neutrale alla Hicks. I risultati teorici sono sottoposti a verifica empirica, considerando dati annuali italiani dal 1861 al 1986.

\* Desidero ringraziare i Proff. Paolo Onofri e Giampaolo Rossini per gli utili suggerimenti; eventuali errori sono imputabili unicamente all'autore

## 1. INTRODUZIONE

L'articolo esamina quale contributo puo` essere portato dalla modellistica con generazioni sovrapposte (o.g. = overlapping generations) allo studio degli effetti ricchezza sul consumo delle famiglie.

Caratteristica dei modelli o.g. e` la contemporanea presenza di agenti economici di eta` diversa, che nascono e muoiono nel tempo; tali modelli, quindi, conciliano l'orizzonte finito dei singoli individui con l'orizzonte infinito dell'economia. Conseguentemente la presenza di strumenti finanziari per trasferire la ricchezza da una generazione all'altra si rivela una necessita` intrinseca alle ipotesi basilari del modello.

In questo articolo si propone una modifica del celebre modello di Diamond (1965), assumendo non gia` condizioni di steady state, ma introducendo crescita derivante da progresso tecnico scorporato e neutrale alla Hicks.

Tra le condizioni di equilibrio che si ottengono, figura l'eguaglianza tra tasso reale di interesse e tasso di crescita del consumo aggregato delle famiglie. Quale e` il significato economico di una siffatta eguaglianza? Che cosa si puo` affermare circa gli effetti del tasso d'interesse sul consumo delle famiglie? Se si introduce l'ipotesi che vi sia una

relazione tra il livello del tasso d'interesse e lo stock di ricchezza posseduto dalle famiglie, che cosa implica l'eguaglianza tra tasso d'interesse e tasso di crescita del consumo, in termini di effetto ricchezza?

Usare modelli o.g. per studiare questi fenomeni puo` apparire improprio, per via che le ipotesi di partenza dei modelli o.g. sono estremamente povere di elementi di realismo descrittivo (ad esempio non viene presa in considerazione l'esistenza di operatori intermediari) ; tuttavia il dato piu` interessante ci pare che sia il fatto che le condizioni alle quali si perviene sono facilmente interpretabili sotto l'ottica degli effetti ricchezza.

Inoltre il fatto di studiare un modello fuori dallo steady state consente -sia pure con molte cautele- di procedere a verifiche empiriche dei risultati raggiunti. In particolare, sottoponendo a verifica empirica la gia` citata eguaglianza tra tasso d'interesse e tasso di crescita del consumo aggregato delle famiglie, si perviene a dimostrare che il tasso d'interesse NON causa nel senso di Granger il tasso di crescita del consumo. Quale significato teorico si puo` attribuire, allora, alla rilevazione empirica della esogenita` (per lo meno nell'accezione di non causalita` alla Granger) del tasso di crescita del consumo rispetto al tasso d'interesse? Si puo` concludere che vi e` assenza di effetti

ricchezza?

L'ultimo elemento di riflessione riguarderà il fatto che empiricamente il tasso di crescita del consumo risulta significativo nella spiegazione del saggio d'interesse.

Il lavoro è strutturato come segue: nel paragrafo 2 viene succintamente esposto il modello di Diamond in stato stazionario; il paragrafo 3 propone la modifica al modello e deriva le condizioni che assicurano l'efficienza collettiva delle allocazioni individuali fuori dallo steady state; il paragrafo 4 analizza le relazioni di causalità tra tasso d'interesse e saggio di crescita del consumo aggregato, sia da un punto di vista teorico che empirico; nel paragrafo 5 viene condotta un'analisi empirica sul valore del tasso di interesse e le conclusioni si trovano nel paragrafo 6.

## 2 . ASPETTI DI BASE DEL MODELLO IN STATO STAZIONARIO

Riassumiamo per sommi capi il modello di Diamond. Il tempo è suddiviso in intervalli discreti e gli individui vivono due periodi: in ogni periodo vi è la contemporanea presenza di un gruppo di persone giovani e di un gruppo di persone vecchie.

Nel primo periodo di vita (giovinezza) le persone lavorano (offerta di lavoro inelastica al salario)

ricevendo il salario  $w$ , che e' allocato tra consumo nel primo periodo di vita,  $c_1$ , e risparmio,  $s$ . Nel secondo periodo di vita gli individui non lavorano, ma impiegano il loro risparmio  $s$ , ripartendolo tra investimenti diretti nel processo produttivo ed investimenti in titoli finanziari. Si assume che lo stock di ricchezza non dia luogo in alcun modo a produzione di output.

Per semplicita' Diamond assume che il capitale abbia vita uniperiodale: cioe' vi e' un deperimento completo ed improvviso del capitale al termine del periodo nel quale e' stato impiegato (in alternativa si puo' immaginare che il capitale venga interamente consumato dai vecchi).

Pena arbitraggio il rendimento del capitale deve essere uguale al rendimento dei titoli finanziari.

Il processo di produzione e' descritto da un'equazione del tipo  $Y_t = F(K_t, L_t)$ , essendo  $L_t$  la forza lavoro, cioe' il gruppo dei giovani al tempo  $t$ . Si assumono rendimenti di scala costanti e funzioni differenziabili almeno due volte, con produttivita' marginale decrescente, sicche' si puo' scrivere  $y = f(k)$ , essendo  $y=Y/L$  e  $k=K/L$ .

Ogni individuo presenta una funzione di utilita' del tipo  $U=U(c_1, c_2)$ , crescente e concava per entrambe le variabili. Si assuma separabilita' temporale stretta, in modo da potere scrivere  $U=u_1(c_1)+u_2(c_2)$ .

La massimizzazione del profitto, in condizioni di perfect competition, richiede che

$$r = f'(k) \quad ; \quad w = f(k) - k f'(k)$$

essendo  $r$  il tasso di interesse reale e  $w$  il salario.

Sia  $n$  il tasso di crescita della popolazione, esogeno e costante, così che  $L_t = (1+n)L_{t-1}$

Ogni individuo si trova a risolvere il problema seguente:

$$\text{Max } U = u(c_1, c_2)$$

$$\text{sub vincolo } c_2 = (w - c_1)(1+r).$$

Le allocazioni individuali debbono essere però tali da soddisfare un vincolo di "fattibilità collettiva": la produzione corrente deve essere non inferiore alla somma tra consumi correnti (di giovani e vecchi) e capitale del periodo successivo. Tale vincolo può essere visto come il vincolo di un ipotetico pianificatore centrale, sotto il quale massimizzare una funzione di benessere collettivo.

Quale è la forma funzionale di tale funzione di benessere collettivo? Proprio a questo proposito l'ipotesi di stato stazionario gioca un ruolo importantissimo. Se i consumi pro capite si mantengono costanti, non vi è infatti alcun dubbio che la funzione di utilità  $U = u(c_1) + u(c_2)$  può essere assunta come funzione di benessere collettivo.

Riportiamo, per semplicità schematica, i problemi

individuale e collettivo

$$\text{IND} \quad \text{Max } U = u(c_1) + u(c_2)$$

$$\text{s.v. } c_2 + (w - c_1)(1 + r)$$

$$\text{COLL} \quad \text{Max } U + u(c_1) + u(c_2)$$

$$\text{s.v. } y = c_1 + c_2 / (1 + n) + nk \quad (\text{linea AB-fig.1})$$

E' immediato constatare che il vincolo individuale coincide con quello collettivo se e solo se  $n=r$ .

In tale caso le allocazioni individuali assicurano il massimo benessere collettivo.

Nel caso che  $r < n$ , il punto di ottimo individuale sara' collocato sul segmento AM (fig. 1)

Nel caso invece che  $r > n$  il punto individuale di ottimo si trovera' sul segmento BM.

Se in assenza di forme di ricchezza alternative al capitale, il processo produttivo e' attivato al livello P (fig. 2), in presenza di esse, invece, il processo produttivo sara' attivato ad un livello inferiore (ad esempio Q), per il semplice motivo che il risparmio dei vecchi verra' ripartito tra investimenti produttivi e ricchezza finanziaria.

Il tasso di interesse -che in equilibrio coincide col valore della produttività marginale del capitale- in P è minore rispetto al tasso d'interesse in Q.

Si conclude, pertanto, che la presenza di attività finanziarie comporta un tasso d'interesse maggiore;

appare giusto scrivere:  $dr / dq > 0$ . Più precisamente può essere scritta una funzione del tipo  $r=r(q)$ ,  $r' > 0$ .

Analizziamo ora l'effetto della ricchezza sul livello dei consumi. L'introduzione (o l'incremento) di stock di ricchezza finanziaria provoca un innalzamento del tasso d'interesse e una traslazione verso il basso del vincolo collettivo. Allora, partendo da una situazione dove  $r > n$ , l'introduzione di ricchezza finanziaria comporta allocazioni individuali con utilità via via decrescente. Viceversa, se si parte da una situazione dove  $n > r$  l'innalzamento del tasso d'interesse comporta allocazioni intertemporali di consumo alle quali è associata un'utilità via via crescente, nonostante la diminuzione del prodotto.

Si dimostra che l'unica situazione collettivamente efficiente è quella caratterizzata da eguaglianza tra  $r$  ed  $n$ .

La situazione nella quale  $n > r$  è definita di "INEFFICIENZA DINAMICA". La situazione in cui  $r > n$  è invece definita di "EFFICIENZA DINAMICA". In entrambe i casi le allocazioni individuali sono collettivamente sub-ottimali, cioè sono pareto inefficienti. L'unica situazione pareto efficiente ha luogo quando  $r=n$ ; in tale caso il consumo di stato stazionario è massimizzato e l'economia segue il sentiero di GOLDEN RULE (1).



Il modello di Diamond dà una dimostrazione del fatto che l'introduzione di assets non produttivi può essere efficiente per l'economia. Il problema centrale è proprio il ruolo che la ricchezza non produttiva gioca nell'allocazione intertemporale delle risorse e nelle decisioni individuali di consumo.

Il modello si limita allo studio delle situazioni di steady state e il canale attraverso cui la ricchezza influenza il consumo è rappresentato unicamente dal tasso d'interesse reale.

Inoltre è da notare che la concezione che Diamond ha della ricchezza è piuttosto restrittiva: essa si rivela infatti semplicemente uno strumento che distrugge risparmio produttivo.

Questi elementi rappresentano oggettive difficoltà nel potere rileggere l'articolo di Diamond, dandone un'interpretazione in termini di effetto ricchezza, che vada al di là della constatazione che la ricchezza influisce sulle scelte intertemporali di consumo.

### 3. MODIFICHE

Proponiamo una modifica del modello di Diamond, partendo dalle seguenti ipotesi:

- i) il prodotto pro capite NON si mantiene costante nel tempo;
- ii) il consumo pro capite NON si mantiene costante nel tempo;
- iii) il rapporto Capitale/Lavoro (in simboli  $K/L=k$ ) si mantiene costante nel tempo, ovvero capitale e lavoro crescono allo stesso tasso (le conseguenze di questa ipotesi vengono analizzate in seguito);
- iv) esiste progresso tecnico, che si assume incorporato e neutrale alla Hicks.

Proprio grazie al progresso tecnico è possibile che  $k$  rimanga costante, mentre il prodotto per capita  $y=f(k)$  è variabile; il semplice trascorrere del tempo consente di produrre di più, a parità di capitale per lavoratore ( $k$ ) impiegato; il progresso -si può immaginare- proviene esogenamente, a mo' di manna, riconducibile, per esempio, ad una sempre più sapiente organizzazione della produzione (2).

Le conseguenze immediate delle ipotesi sopra esposte sono due: in primo luogo il capitale cresce ad un tasso uguale al tasso di crescita della popolazione (si può esplicitamente abbandonare l'ipotesi di comodo che  $n$  si

mantenga costante nel tempo); in secondo luogo risulta determinato conseguentemente anche il tasso di crescita degli investimenti.

E' evidente che introduciamo esplicitamente la differenza tra stock di capitale e flusso di investimento: assumiamo che il capitale non si deprezzi mai e che venga trasferito da una generazione all'altra, a titolo di eredita'.

Essendo  $I_t = K_{t+1} - K_t$  e  $K_{t+1} = (1+n_{t+1}) K_t$  si deriva  $I_t = n_{t+1} K_t$  e quindi

$$\Delta I/I = (n_{t+1} - n_t - n_t n_{t+1}) / n_t$$

Assumendo che  $n_t n_{t+1}$  sia non significativamente diverso da zero (e' un prodotto tra due numeri compresi tra zero ed uno) risulta determinato il tasso di accrescimento degli investimenti, compatibile con la costanza nel tempo del rapporto  $(K/L)$ . Precisamente:

$$\Delta I/I = (n_{t+1} - n_t) / n_t$$

ovvero gli investimenti crescono ad un tasso pari alla variazione percentuale del tasso di crescita demografica.

Il consumo pro capite e' crescente quando il tasso di crescita del prodotto aggregato e' superiore al tasso di crescita della popolazione; come si e' gia' detto, cio' e' possibile grazie al progresso tecnico.

E' opportuno, a questo punto, riassumere -per cosi

E' opportuno, a questo punto, riassumere -per così dire- il meccanismo di funzionamento del modello.

Data esogenamente la popolazione, gli agenti assumeranno le decisioni di investimento, in modo tale da assicurare una crescita uguale di capitale e forza lavoro. Il progresso tecnico assicura una crescita del prodotto aggregato, maggiore della crescita demografica (uguale -a sua volta- alla crescita del capitale). Ciò consente opportunità di consumo pro capite crescenti.

Indicato con  $\pi$  tasso di variazione di  $c_2$ , è possibile scrivere:

$$c_2 t = (1 + \pi_t) c_2 t-1$$

Con questo sono stati introdotti tutti i concetti necessari per riprendere il modello di Diamond e modificarlo assumendo l'assenza di stato stazionario.

Il singolo individuo si troverà a dover risolvere il problema seguente:

$$\text{Max } U_t = u(c_1 t) + u(c_2 t)$$

$$\text{s.v. } c_2 t = (w_t - c_1 t)(1 + r)$$

Il pianificatore centrale, al tempo  $t$  si troverà invece a dovere affrontare il problema:

$$\text{Max } U_{\text{COLL}} = u_1(c_1 t) + u_2(c_2 t-1)$$

Ci rendiamo conto perfettamente del fatto che una tale funzione obiettivo, espressione del benessere collettivo, può suscitare qualche perplessità, per il semplice motivo che si sottintende che il Pianificatore

ignora il futuro ed ha a cuore solo i consumi delle generazioni che vivono nel tempo corrente(3).

Data l'assunzione di non - stato stazionario per i consumi pro capite, sarà non vera l'uguaglianza

$$c_{2t} = c_{2t-1} .$$

E' peraltro evidente che la forma funzionale dell'espressione dell'utilità rimane invariata nel tempo.

Ciò chiarito, procediamo alla ricerca del vincolo collettivo.

$$\text{Essendo } Y_t = C_t + (K_{t+1} - K_t)$$

$$Y_t = c_{1t} L_t + c_{2t-1} L_{t-1} + K_{t+1} - K_t$$

in termini per capita:

$$Y_t = c_{1t} + c_{2t-1} (1/(1+n_t)) + n_{t+1} k_t$$

Per potere procedere dobbiamo ricordare che

$$c_{2t} = (1+\pi_t) c_{2t-1}$$

Si confronti, ora, il vincolo collettivo con il vincolo individuale.

$$\text{VINCOLO IND. } (1+\pi_t) c_{2t-1} = (w_t - c_{1t})(1+r_t)$$

$$\text{VINCOLO COLL. } c_{2t-1} = (Y_t - n_{t+1} k_t - c_{1t})(1+n_t)$$

E' facile osservare che le due rette che rappresentano graficamente tali vincoli hanno la stessa inclinazione se e solo se

$$(*) \quad 1+n_t = (1+r_t)/(1+\pi_t)$$

ovvero

$$(* \text{ bis}) \quad (1 + n) (1 + \pi) = 1 + r$$

ed avranno la stessa intercetta sull'asse delle ordinate se e solo se

$$(**) \quad w = y - n k$$

Quale è il significato delle due relazioni?

Iniziamo con la (\*).

È noto che in concorrenza perfetta deve valere:

$$w_t = y_t - f'(k_t) k_t = y_t - r_t k_t .$$

Abbiamo però in precedenza osservato che è razionale collettivamente solo la situazione in cui vale

$$w = y - n k .$$

Ciò può avvenire in due modi:

i) si potrebbe assumere che il tasso di crescita del capitale sia uguale al tasso di interesse, anziché al tasso di crescita demografico. Tale ipotesi, però non è avvalorata da alcun fondamento teorico.

ii) in alternativa si può accettare che il fattore di remunerazione del capitale sia  $n$  anziché  $r$ . Ciò equivale ad alterare la distribuzione del reddito tra i possessori dei fattori produttivi.

Più in concreto: in periodi di progresso tecnico, il lavoratore deve ricevere un salario superiore a quello di perfetta concorrenza, mentre egli sarà chiamato a sacrifici salariali in tempi di regresso tecnico. Nel caso che non si accetti tale ipotesi, il vincolo individuale non potrà mai coincidere con quello

collettivo.

Con  $\pi > 0$ , il vincolo individuale starà "sotto" quello collettivo ( essi sono paralleli in forza della (\*) ); in tal caso è razionale corrispondere salari più alti di quelli di concorrenza perfetta. La insufficiente remunerazione del capitale è -per così dire- compensata dal progresso tecnico. L'esatto contrario avviene con  $\pi < 0$  .

Tale enunciazione, è evidente!, ha forti connotazioni di politica economica e politica sociale.

E' immediato riscontrare che nel caso di costanza nel tempo del consumo pro capite ( $\pi=0$ ) si ricade nei risultati di Diamond.

Non c'è dubbio che se la distribuzione del reddito segue il criterio descritto dalla (\*), ci troviamo di fronte ad una deviazione da comportamenti di perfect competition.

La situazione è del tutto identica ad altre forme di speculazione razionale; per esempio: sappiamo dal modello di Diamond che -date certe condizioni- può risultare collettivamente conveniente introdurre debito pubblico, anche se ciò non è il risultato di comportamenti di concorrenza perfetta. Ebbene, in questa sede si è dimostrato che comportamenti difformi dalla concorrenza perfetta, in riferimento alla distribuzione

del reddito, possono essere collettivamente efficienti.

D'altra parte ciò non deve stupire: il fatto che in questa sede ci si concentri sulla differenza di funzione sociale (lavoratori contro possessori del capitale) è una conseguenza diretta dell'esistenza di generazioni sovrapposte.

La conclusione teorica raggiunta, enunciabile già a questo punto, è la seguente: gli operatori si comporteranno in modo razionale, anche da un punto di vista collettivo, se verranno simultaneamente soddisfatte le eguaglianze (\*) e (\*\*): solo in tale caso si ha, infatti, coincidenza tra allocazioni individualmente ottime ed allocazioni collettivamente efficienti.

#### 4. TASSO DI CRESCITA DEL CONSUMO AGGREGATO E TASSO D'INTERESSE

La (\* bis), assumendo che il prodotto  $n\pi$  sia non significativamente diverso da zero (entrambi i numeri sono compresi tra zero ed uno), può essere riscritta come segue:

$$(* \text{ ter}) \quad r = n + \pi$$

$\pi$  è positivo nei periodi di progresso economico (leggi: progresso tecnico) e negativo in periodi di regresso tecnico.



Poichè  $\pi$  è in genere positivo, in genere sarà  $r > n$ .  
 Come è noto, il tasso di crescita del consumo pro capite  
 ( $\pi$ ) altro non è che la differenza tra il tasso di  
 crescita del consumo aggregato del gruppo dei vecchi ed  
 il tasso di crescita demografico.

$$\pi = \Delta CV / CV - n \quad (CV = \text{cons. aggr. dei vecchi})$$

Pertanto la (\* ter) viene a sua volta trasformata come  
 segue:

$$(* \text{ quater}) \quad r = \Delta CV / CV$$

La (\* quater) è una sorta di Golden Rule per lo stato  
 non stazionario; essa sancisce l'uguaglianza tra tasso  
 d'interesse e tasso di crescita del consumo aggregato  
 dei vecchi.

E'interessante osservare che la Golden Rule, intesa  
 come  $r = \Delta CV / CV$ , è coincidente con la definizione data da  
 Diamond, per lo steady state: infatti in quel caso la  
 crescita del consumo aggregato, altro non è che  $n$ .

La situazione nella quale vale  $r < (n + \pi)$  puo` essere  
 interpretata come una situazione nella quale vi è un  
 livello di tasso d'interesse "troppo basso",  
 accompagnato da forti investimenti, i quali deprimono i  
 consumi correnti; dato il basso tasso d'interesse i  
 maggiori consumi futuri non sono sufficienti a  
 compensare la perdita di utilità derivante dai bassi  
 consumi correnti. Esattamente come nel caso analogo di  
 steady state, saranno auspicabili forme di trasferimento

intergenerazionale della ricchezza dalle generazioni future a quella presente, ovvero un innalzamento del tasso d'interesse.

La relazione (\* quater) e' una relazione di equilibrio; da un punto di vista teorico, quindi, non puo' essere suggerito alcun nesso di causalita' tra le due grandezze.

Per meglio dire: da un lato, le decisioni di consumo del singolo individuo sono dipendenti dal saggio d'interesse mentre secondo un'ottica di efficienza collettiva il tasso d'interesse dovrebbe essere dipendente dal tasso di crescita dei consumi.

Eseguendo controlli sulle grandezze empiriche si addiviene pero' ad un risultato preciso. In luogo del tasso di crescita del consumo aggregato dei vecchi, si è considerato il tasso di variazione del consumo aggregato dell'intera popolazione: si è cioè assunto  $\Delta C/C$  come proxy di  $\Delta CV/CV$ .

Gli esercizi di verifica empirica (vedi Appendice) sono stati condotti su un campione di 126 osservazioni annuali, dal 1861 al 1986, in riferimento all'Italia.

Ebbene, come si evince dalla tavola 4, il tasso di interesse NON causa il tasso di crescita dei consumi nel senso di Granger limitatamente al primo ritardo.

Qual e' il significato di una tale situazione? Il

fatto cioè che valori passati del tasso di interesse non abbiano effetto sulle decisioni di incremento di consumo, consente di affermare la assenza di effetti ricchezza?

A nostro parere è più corretto affermare che, se effetti ricchezza esistono, essi non agiscono tramite il tasso d'interesse. Il che, evidentemente, non equivale a negarne l'esistenza.

Poiché è certo che vi è una relazione tra lo stock di ricchezza esistente in un'economia ed il tasso d'interesse, il fatto che non si abbia un nesso di causalità tra tasso d'interesse e variazione del consumo aggregato potrebbe essere interpretato come indizio dell'assenza di effetti ricchezza.

Rimane infine da valutare l'effetto del tasso di crescita del consumo aggregato sul valore corrente del tasso d'interesse.

Una simile relazione, al di fuori dello stato stazionario, è, quanto meno, sorprendente. Tanto più sorprendente è il fatto che l'evidenza empirica CONFERMA la significatività del tasso di crescita del consumo aggregato della famiglie nella spiegazione del tasso d'interesse reale di lungo periodo.

## 5. VERIFICHE EMPIRICHE

La verifica empirica è stata condotta su un campione di osservazioni con frequenza annuale, dal 1861 al 1986, in riferimento all'Italia.

Tutti gli esercizi di calcolo statistico (funzioni di correlazione, autocorrelazione, autocorrelazione parziale, regressioni, calcolo dei residui, ecc.), nonché i grafici sono stati effettuati su Personal Computer IBM, usando il programma MICROTSP - versione 5.10 - di D. M. Lilien.

Nella prima Appendice ci si sofferma brevemente su ciascuna delle serie storiche utilizzate. A questo punto è però necessario riportare la denominazione di tali serie:

GDP = Prodotto Interno Lordo;  
TINT = Tasso Reale d'Interesse;  
POP = Popolazione;  
CONS = Consumo Aggregato della Famiglie;  
ACCONS = Tasso di crescita di CONS.

Le rappresentazioni grafiche alle quali si farà riferimento sono contenute nelle Tavole della seconda Appendice.

La teoria economica ci ha portato a concludere che, in stato non stazionario, è necessario, per assicurare efficienza collettiva, che risulti verificata la relazione  $r = \Delta c/c$ , ovvero, usando la simbologia

introdotta in precedenza,

$$(1) \quad \text{TINT} = \text{ACCONS}$$

Tuttavia non ci si può ragionevolmente attendere che, nella realtà, tale relazione risulti effettivamente verificata, in principale luogo perchè il processo di aggiustamento seguito dal tasso d'interesse può essere non immediato.

Supporremo che la variazione del tasso d'interesse sia una frazione della differenza tra tasso desiderato e tasso del periodo precedente. In simboli:

$$(2) \quad r_t - r_{t-1} = \theta ( r^d - r_{t-1} )$$

dove  $\theta$  è un numero reale compreso tra zero ed uno, mentre  $r^d$  è il tasso desiderato, ovvero quello che rende soddisfatta la (1). E' possibile pertanto scrivere:

$$(3) \quad r^d = \text{ACCONS}.$$

Sostituendo la (3) nella (2) si ottiene:

$$r_t - r_{t-1} = \theta \text{ACCONS} - \theta r_{t-1}, \text{ ovvero}$$

$$(4) \quad \text{TINT} = \theta \text{ACCONS} - (1-\theta) \text{TINT}(-1).$$

(L'indicazione (-1), nel programma MICROTSP, indica valori ritardati di un periodo)

Eseguiamo quindi una regressione con il metodo dei minimi quadrati ordinari del tasso di interesse sul suo valore passato e sul valore del tasso di crescita del consumo aggregato.

Nella stima viene assunta TINT come variabile dipendente ed ACCONS come variabile indipendente, dal

momento che é stata appurata la non causalita` di ACCONS da TINT (vedi Tavola 4).

Data la evidente anomalia del tasso di interesse nell'anno 1944 (ben motivabile da fatti storici!) é opportuno inserire, in corrispondenza di tale anno una variabile dummy (denominata UNADUM). In simboli, si vogliono stimare i parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , della seguente equazione

$$(5) \quad TINT_t = a TINT_{t-1} + b ACCONS_t + c UNADUM_t + u_t$$

I valori attesi di  $a$  e  $b$  sono positivi, mentre il valore atteso di  $c$  è negativo;  $u$  é una variabile non osservabile con media zero e varianza costante: assumiamo che sia una variabile White Noise.

La Tavola 5 mostra i risultati della regressione; usando, per comodità, la simbologia introdotta in precedenza:

$$\hat{a} = 0,268 \quad ( t \text{ di Student } 9,83 )$$

$$\hat{b} = 0,552 \quad ( t \text{ di Student } 3,90 )$$

$$\hat{c} = -3,13 \quad ( t \text{ di Student } -30,57 )$$

Il simbolo  $\hat{\phantom{x}}$  indica che si tratta dei valori stimati. Essi hanno segno algebrico concorde con quanto previsto dalla teoria economica e risultano tutti significativi; in particolare é degna di nota la significativita` del tasso di crescita del consumo aggregato, nello spiegare il valore del tasso di interesse.

Soddisfacente risulta pure R quadrato (91,2%, 91,08% se corretto) ; si consideri però che la stima non ha la presunzione di descrivere un modello comportamentale completo e dunque ad R quadrato non bisogna attribuire eccessiva importanza. E' bene ricordare che si sta conducendo la stima non di un modello strutturale di comportamento, ma di una relazione di forma ridotta che è -precisamente- una condizione di equilibrio.

Il lavoro potrebbe essere pertanto limitato ad una analisi del valore della  $t$  di Student, pienamente soddisfacente.

Il valore della statistica di Durbin Watson è 1,939; essendoci tra le variabili indipendenti il valore ritardato della variabile dipendente- si deve procedere alla costruzione della statistica  $h$ , secondo la correzione al test di Durbin Watson, proposta da Durbin stesso. Il valore di tale statistica  $h$  (che si distribuisce come una variabile normale standardizzata) risulta 0,3554 e a questo punto si può concludere, rifiutando l'ipotesi che i residui siano autoregressivi. Tale risultato è confermato anche alle funzioni di autocorrelazione e autocorrelazione parziale dei residui stessi (detti RESID), riportati nella Tavola 6.B, dalla quale non emergono elementi né di autoregressività, né di media mobile.

La Tavola 6.A porta la rappresentazione grafica dei residui. Con soddisfazione si nota che i valori fuori dalla banda di non significatività sono veramente pochi e molti di essi, oltretutto, cadono in anni "particolari", per i quali sarebbe giustificata l'introduzione di variabili dummies: 1916, 1917, 1918 (prima guerra mondiale), 1920, con la grave situazione economica e 1947 (inizio di una politica monetaria particolarmente restrittiva).

Un'ultima considerazione riguarda i residui stimati. Essi sono white noise e possiamo immaginare che rappresentino un processo stocastico. Si può perciò senz'altro dire che sarebbe corretto considerare il

modello teorico sottoposto a verifica empirica, non deterministico, ma piuttosto stocastico; i residui rappresenterebbero -per l'appunto- la componente stocastica (assunta, per semplicità, di natura esogena alla Weil, e forma funzionale additiva).

Tanto più che si deve avere la consapevolezza che il tasso d'interesse risulta determinato, nella realtà, da molti fattori che non sono presi in considerazione dal modello: aspettative, struttura per scadenza dei tassi stessi, tassi d'interesse esteri, opportunità di guadagno in conto capitale, ecc. . Tutti questi fattori -si può immaginare- sono contenuti nel residuo  $u^{\wedge}$ .

#### Significato economico dei parametri

In prima istanza si potrebbe affermare che il coefficiente  $a^{\wedge}$  esprime l'entità della componente autoregressiva del tasso d'interesse; il coefficiente 0,26, minore di 1, indica che il processo autoregressivo è stazionario.

Tuttavia non si può ignorare il fatto che -strutturalmente- il parametro  $a$  altro non è che il complemento all'unità del coefficiente  $\theta$ , il quale indica la "velocità di aggiustamento" del tasso di interesse al valore desiderato.

Per verificare empiricamente la correttezza della legge di aggiustamento ipotizzata, è sufficiente verificare, con metodi statistici, che la somma ( $a^{\wedge} + b^{\wedge}$ ) sia uguale a 1.

Usando la terminologia propria della teoria della verifica delle ipotesi, si verifica l'ipotesi nulla  $H_0: (a+b)=1$  contro l'ipotesi alternativa  $H_a: (a+b) \neq 1$ .

Per fare ciò si ricorre al test del rapporto di verosimiglianza.

Nel caso che valga  $H_0$ , l'equazione (5) viene trasformata nel modo seguente:

$$TINT = a TINT(-1) + (1-a) ACCONS + c UNADUM, \text{ ovvero}$$

$$TINT - ACCONS = a [ TINT(-1) - ACCONS ] + c UNADUM .$$

Posti:  $(TINT-ACCONS) = VINCD$   
 $(TINT(-1)-ACCONS) = VINCI,$



si può scrivere:

$$(6) \quad \text{VINCD} = a \text{VINCI} + c \text{UNADUM}.$$

L'equazione (6) rappresenta la forma vincolata della equazione (5).

Sia  $L_0$  il logaritmo della funzione di verosimiglianza, riferita alla stima dell'equazione vincolata ed  $L_1$  il logaritmo della funzione di verosimiglianza riferita alla stima dell'equazione non vincolata, cioè la (5).

Il test del rapporto di verosimiglianza prevede di costruire la statistica  $T = -2 (L_0 - L_1)$ , che si distribuisce come chi quadrato, con gradi di libertà uguale al numero dei vincoli imposti; nel presente caso vi è un solo vincolo.

I valori trovati di  $L_0$  ed  $L_1$  sono, rispettivamente, 110,5687 e 111,3728 (vedi Tavole 5 e 6).

Da tali valori deriva  $T = 1,6082$ .

Pertanto viene accettata l'ipotesi nulla (livello di confidenza 0.05).

Tale risultato è pienamente confortante e rappresenta un ulteriore elemento che incoraggia nel ritenere soddisfacente il modello teorico proposto e sottoposto a verifica empirica. A questo punto risulta anche superfluo fornire un'interpretazione "strutturale" di  $\hat{b}$ , che -è evidente!- coincide con  $\Theta$ . Per quanto attiene all'interpretazione economica del coefficiente  $\hat{c}$ , non occorre spendere molte parole, essendo esso il coefficiente di una variabile dummy, inserita con l'unico scopo di evitare che il valore abnorme del 1944 provocasse stime distorte; esso è negativo, come ci si doveva attendere.

## 6. CONCLUSIONI

Ulteriori indagini, sia teoriche che empiriche, sono necessarie per addivenire a conclusioni certe. Tuttavia alcuni punti dovrebbero essere emersi con chiarezza:

1. la ricchezza finanziaria può essere strumento portatore di efficienza, come già aveva dimostrato Diamond nel 1965 e come ha ulteriormente confermato la letteratura sulle bolle speculative;
2. gli effetti che la ricchezza finanziaria comporta

sulle allocazioni di consumo individuale sono dipendenti anche dalle relazioni tra "altre" variabili, precisamente tra diversi tassi di crescita;

3. in questo quadro non é sorprendente -sul piano teorico- che la relazione tra tasso di crescita del consumo aggregato delle famiglie e tasso reale di interesse giochi un ruolo importante nel determinare la crescita efficiente dell'economia, fuori dallo stato stazionario;
4. il fatto che, empiricamente, si rilevi che il tasso di crescita del consumo é significativo nello spiegare il tasso d'interesse potrebbe essere interpretato come un indizio per sostenere che l'economia italiana si é sviluppata in modo "tendente all'efficienza", anche se la necessita` di introdurre un processo di aggiustamento parziale rappresenta una fonte di inefficienza.

## APPENDICE I - SERIE STORICHE UTILIZZATE

### TASSI D'INTERESSE

Il tasso d'interesse reale è stato calcolato sottraendo al tasso nominale il livello di inflazione corrente (deflatore: tasso annuale d'inflazione dei prezzi al consumo).

Per gli anni dal 1862 al 1939 è stato usato -come tasso nominale- il rendimento medio annuale del debito pubblico consolidato; per gli anni dal 1940 al 1960 si è preso in considerazione il rendimento medio annuale dei titoli di stato; dal 1961 al 1986 il rendimento dei titoli governativi a lungo termine. (Fonti: F. Vicarelli, Capitale industriale e capitale finanziario: il caso italiano, Il Mulino, Bologna ; International Monetary Found, International Financial Statistics, 1987 ; G. Fuà, Lo sviluppo economico in Italia, Angeli, Milano, 1969 ).

Il tasso d'inflazione è stato calcolato a partire dall'indice dei prezzi al consumo (Fonte: ISTAT, Sommario di Statistiche Storiche Italiane , 1861-1955 , 1958 ; Int. Mon. Found, cit., 1987).

La Tavola 1 riporta il risultato di tutti i calcoli e cioè i tassi di interesse reali.

Peraltro potrebbero essere stati individuati criteri differenti per calcolare il tasso reale d'interesse; in

assenza di un modello per la determinazione delle aspettative, ho assunto implicitamente aspettative statiche, supponendo che il tasso d'inflazione atteso fosse proprio il tasso d'inflazione realizzato.

#### CONSUMO AGGREGATO DELLE FAMIGLIE

Le fonti dei dati relativi al consumo sono molteplici: dal 1861 al 1952 (a prezzi costanti 1938) e dal 1953 al 1959 (prezzi costanti 1963) i dati sono stati tratti dalla Documentazione Statistica di Base contenuta nel saggio di P. Ercolani, contenuto nel già citato volume di F. Vicarelli.

Dal 1960 in poi sono stati presi in considerazione i valori della Banca Dati di Prometeia (1960/80 a prezzi costanti 1970 e 1981/86 a prezzi costanti 1980).

Naturalmente è stato necessario costruire un'unica serie "omogenea" nel tempo ed omogenea ai dati relativi al prodotto interno lordo.

Il risultato di tutti i calcoli svolti è contenuto nella Tavola 2.

#### TASSO DI CRESCITA DEL CONSUMO AGGREGATO

Il tasso di crescita del consumo, denominato ACCONS, è stato calcolato nel seguente modo:

$$ACCONS_t = (CONS_t - CONS_{t-1}) / CONS_{t-1}$$

La serie è contenuta nella Tavola 3.

APPENDICE II - TAVOLE

Elenco delle tavole riportate:

- 1 Tassi reali di interesse;
- 2 Consumo Aggregato;
- 3 Tasso di Crescita del Consumo Aggregato
- 4 Non Causalità del tasso d'interesse sul tasso di crescita del consumo aggregato;
- 5 Stima dei parametri dell'equazione 5;
- 6 .A Residui stimati dell'equazione 5 (rappresentazione grafica);
- 6 .B Funzioni di Autocorrelazione ed Autocorrelazione Parziale dei residui stimati dell'equazione 5;
- 7 Stima dell'equazione 6.

## TAVOLA 1

## TASSI REALI DI INTERESSE

obs	TINT				
1860		NA	0.067800	0.101300	0.098300
1865	0.096700	0.078700	0.074500	0.055100	0.077100
1870	0.069100	0.042500	-0.069500	0.003400	0.039500
1875	0.203200	0.001200	0.019300	0.093600	0.064600
1880	0.012600	0.114300	0.074000	0.082600	0.066100
1885	0.024000	0.045700	0.077200	0.033200	0.029500
1890	0.010900	0.050900	0.055700	0.068600	0.054900
1895	0.049400	0.048400	0.044300	0.034300	0.056300
1900	0.036400	0.039200	0.046200	0.010100	0.027400
1905	0.037700	0.019400	-0.009900	0.047100	0.064500
1910	0.008900	0.012200	0.027300	0.032400	0.037300
1915	-0.026900	-0.208500	-0.369900	-0.349900	0.027500
1920	-0.266100	-0.133300	0.055300	0.051800	0.007700
1925	-0.076100	-0.025900	0.139900	0.122300	0.036100
1930	0.084600	0.146300	0.074600	0.103200	0.092900
1935	-0.051500	-0.027500	-0.045800	-0.028100	0.005300
1940	-0.110400	-0.101000	-0.099100	-0.636600	-3.378000
1945	-0.910000	-0.121700	0.556300	-0.003400	0.042200
1950	0.071700	-0.035900	0.017300	0.042200	0.035200
1955	0.035800	0.019300	0.052600	0.014000	0.058400
1960	0.026100	0.031700	0.007500	-0.005600	0.011600
1965	0.027600	0.041100	0.053400	0.055300	0.042200
1970	0.040400	0.037000	0.059600	-0.072300	-0.092500
1975	-0.051900	-0.036100	-0.038600	0.016400	-0.007100
1980	-0.051700	0.010900	0.044300	0.033700	0.041500
1985	0.038100	0.046700			

## TAVOLA 2

## CONSUMO AGGREGATO DELLE FAMIGLIE

obs	CONS				
1860		50.06970	49.94530	49.15020	49.89290
1865	51.13020	50.91020	49.57400	49.81590	51.01410
1870	51.42890	51.42410	52.28860	53.51660	55.27890
1875	55.69690	56.23020	56.66160	56.06100	55.57490
1880	55.79470	55.97700	54.87680	55.22250	55.67190
1885	58.54520	57.27410	57.86150	55.84140	57.17800
1890	59.89460	60.74680	59.29590	59.21660	58.85660
1895	60.80580	61.57850	60.51840	62.56120	63.85740
1900	66.43140	68.16390	69.18690	71.22760	71.21820
1905	73.85150	76.58970	79.79590	81.01810	82.55340
1910	80.32940	83.40480	85.58380	86.21850	83.50540
1915	77.19310	74.92740	70.44470	67.10640	74.10740
1920	89.65570	85.62760	92.73260	98.79120	97.58270
1925	102.5502	105.1890	106.4928	108.8562	110.8378
1930	108.3771	103.1142	106.2308	106.9240	97.89670
1935	106.9422	101.0235	108.0681	122.0839	112.8173
1940	112.9631	105.9194	98.84460	83.11530	72.77810
1945	64.80160	89.86030	108.0898	119.2200	129.0834
1950	136.4641	141.2262	148.6853	156.2400	159.6840
1955	166.8033	174.1242	180.3409	182.2015	191.9411
1960	192.8864	207.3780	222.2565	242.1155	249.9888
1965	259.3553	277.5422	296.8761	328.0399	329.4145
1970	351.9500	362.2028	374.5372	396.1546	406.5088
1975	401.0061	414.9794	424.6662	437.3820	460.4866
1980	480.2613	475.0694	476.4007	472.5803	481.1253
1985	495.2879	512.2980			

TAVOLA 3

## TASSO DI CRESCITA DEL CONSUMO AGGREGATO DELLE FAMIGLIE

obs	ACCONS				
1860		NA	-0.002484	-0.015919	0.015111
1865	0.024799	-0.004303	-0.026246	0.004880	0.024053
1870	0.008131	-9.34D-05	0.016811	0.023485	0.032930
1875	0.007562	0.009575	0.007672	-0.010600	-0.008671
1880	0.003955	0.003267	-0.019655	0.006300	0.008138
1885	0.051611	-0.021711	0.010256	-0.034913	0.023936
1890	0.047511	0.014228	-0.023884	-0.001337	-0.006079
1895	0.033118	0.012708	-0.017215	0.033755	0.020719
1900	0.040309	0.026080	0.015008	0.029496	-0.000132
1905	0.036975	0.037077	0.041862	0.015317	0.018950
1910	-0.026940	0.038285	0.026126	0.007416	-0.031468
1915	-0.075592	-0.029351	-0.059827	-0.047389	0.104327
1920	0.209808	-0.044929	0.082976	0.065334	-0.012233
1925	0.050906	0.025732	0.012395	0.022193	0.018204
1930	-0.022201	-0.048561	0.030225	0.006525	-0.084427
1935	0.092398	-0.055345	0.069732	0.129694	-0.075904
1940	0.001292	-0.062354	-0.066794	-0.159131	-0.124372
1945	-0.109600	0.386699	0.202865	0.102972	0.082733
1950	0.057178	0.034896	0.052817	0.050810	0.022043
1955	0.044584	0.043889	0.035703	0.010317	0.053455
1960	0.004925	0.075130	0.071746	0.089352	0.032519
1965	0.037468	0.070124	0.069661	0.104972	0.004190
1970	0.068411	0.029131	0.034054	0.057718	0.026137
1975	-0.013536	0.034846	0.023343	0.029943	0.052825
1980	0.042943	-0.010811	0.002802	-0.008019	0.018082
1985	0.029436	0.034344			



TAVOLA 4

NON CAUSALITA' DEL TASSO D'INTERESSE SUL TASSO DI VARIAZIONE  
DEL CONSUMO AGGREGATO DELLE FAMIGLIE

(NON CAUSALITA' ALLA GRANGER LIMITATA AL PRIMO PERIODO)

SMPL 1862 - 1986  
124 Observations  
LS // Dependent Variable is TINT

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
TINT(-1)	0.4029317	0.0793362	5.0787869	0.000
ACCONS	1.2561222	0.4105331	3.0597341	0.002
R-squared	0.234396	Mean of dependent var	-0.018436	
Adjusted R-squared	0.228120	S.D. of dependent var	0.334086	
S.E. of regression	0.293517	Sum of squared resid	10.51055	
F-statistic	37.35125	Log likelihood	-22.93844	

SMPL 1862 - 1986  
124 Observations  
LS // Dependent Variable is ACCONS

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
TINT(-1)	-0.0039516	0.0169944	-0.2325260	0.816
ACCONS(-1)	0.3624734	0.0880397	4.1171601	0.000
R-squared	0.027117	Mean of dependent var	0.020683	
Adjusted R-squared	0.019143	S.D. of dependent var	0.061242	
S.E. of regression	0.060653	Sum of squared resid	0.448815	
F-statistic	3.400520	Log likelihood	172.5801	

TAVOLA 5  
STIMA DEI PARAMETRI DELLA EQUAZIONE 5

SMPL 1862 - 1986  
124 Observations  
LS // Dependent Variable is TINT

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
TINT(-1)	0.2685974	0.0273236	9.8302207	0.000
ACCONS	0.5520691	0.1414361	3.9033101	0.000
UNADUM	-3.1383491	0.1026432	-30.575322	0.000
R-squared	0.912262	Mean of dependent var	-0.018436	
Adjusted R-squared	0.910812	S.D. of dependent var	0.334086	
S.E. of regression	0.099773	Sum of squared resid	1.204504	
F-statistic	629.0536	Log likelihood	111.3728	

TAVOLA 6.A  
RESIDUI STIMATI DELLA EQUAZIONE 5

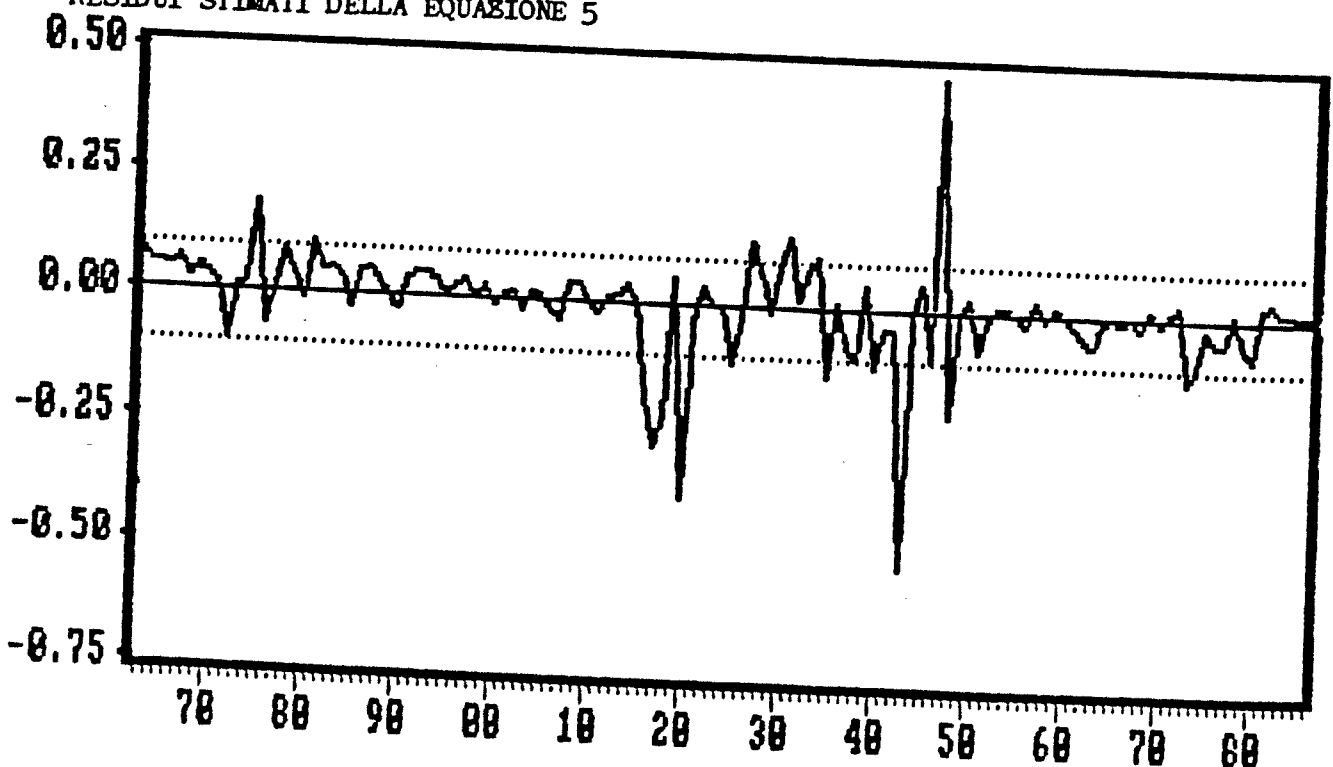


TAVOLA 6.B

FUNZIONI DI AUTOCORRELAZIONE ED AUTOCORRELAZIONE PARZIALE DEI RESIDUI  
STIMATI DELLA EQUAZIONE 5

SMPL 1863 - 1986  
124 Observations  
IDENT RESID

Autocorrelations		Partial Autocorrelations		ac	pac	
.	.	.	.	1	0.027	0.027
.	***	.	***	2	0.129	0.128
.	****	.	****	3	0.255	0.253
***	.	***	.	4	-0.170	-0.206
.	***	.	***	5	0.183	0.143
.	*	.	.	6	0.042	0.015
.	*	.	*	7	-0.103	-0.061
.	**	.	.	8	0.124	0.017
.	*	.	*	9	-0.107	-0.056
.	*	.	*	10	-0.110	-0.110
.	*	.	*	11	-0.038	-0.089
.	.	.	.	12	-0.106	0.015
.	.	.	.	13	-0.005	0.018
.	.	.	.	14	-0.034	-0.022
.	.	.	.	15	-0.022	0.033
.	*	.	*	16	-0.071	-0.087
.	*	.	**	17	0.068	0.120
.	*	.	**	18	0.098	0.118
.	*	.	*	19	0.053	0.065
.	***	.	.	20	0.133	0.030
Q-Statistic (20 lags)		30.933		S.E. of Correlations		0.090

TAVOLA 7

STIMA DEI PARAMETRI DELLA EQUAZIONE 6

SMPL 1862 - 1986

124 Observations

LS // Dependent Variable is VINCD

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
VINCI	0.2734521	0.0271134	10.085492	0.000
UNADUM	-3.1135581	0.1009691	-30.836744	0.000
R-squared	0.903417	Mean of dependent var	-0.039119	
Adjusted R-squared	0.902625	S.D. of dependent var	0.320492	
S.E. of regression	0.100009	Sum of squared resid	1.220229	
F-statistic	1141.156	Log likelihood	110.5687	

FIGURE

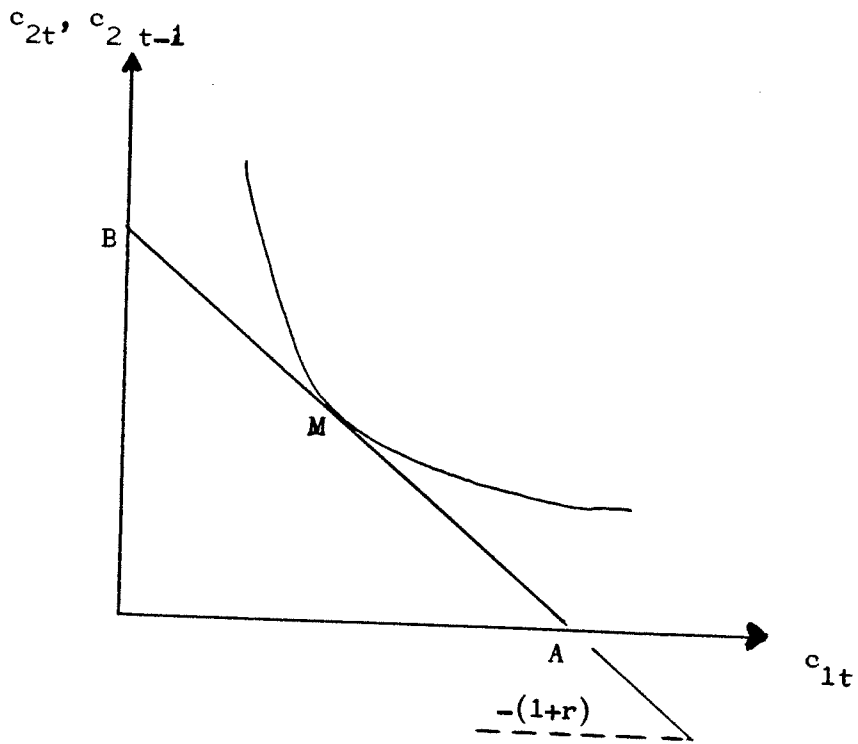


FIG. 1

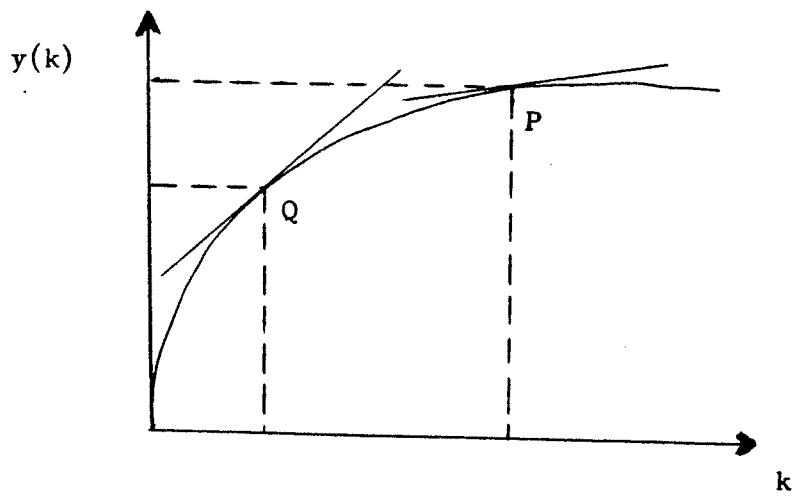


FIG. 2

## N O T E

(1) Quale significato può essere attribuito ai concetti di efficienza ed inefficienza dinamica? La situazione di efficienza dinamica può essere pensata come contraddistinta da un insufficiente livello di attivazione del processo produttivo; viceversa l'inefficienza dinamica è dovuta ad un eccesso del livello di produzione. In altri termini è dinamicamente efficiente un'economia sottocapitalizzata, mentre è inefficiente in senso dinamico un'economia "over-capitalized".

(2) Quali sono le conseguenze teoriche della supposta costanza nel tempo del rapporto  $(K/L)$ , in presenza di progresso tecnico scorporato? Il prodotto aggregato cresce più velocemente del capitale aggregato; il che vuol dire che il rapporto  $K/Y$  col trascorrere del tempo diventerebbe sempre più basso. Su tale punto potrebbe essere sviluppato un contraddittorio molto ampio. Non ci addentriamo in tale questione, dal momento che il modello non è idoneo allo studio di tale problematica; sia sufficiente avere focalizzato l'attenzione su tale punto e comunque si ricordi che L. L. Pasinetti non esclude affatto che tali condizioni possano effettivamente verificarsi.

(3) D'altra parte se i pianificatori centrali sono governi, essi hanno motivi di preoccupazione di legittimazione non con orizzonte infinitamente lontano.

## BIBLIOGRAFIA

- O. ATTANASIO - G. WEBER, "Consumption, Productivity Growth and the Interest Rate", Department of Economics - University College London - Discussion Paper 89/07.
- R. BARRO, "Are Government Bonds Net Wealth?", in Journal of Political Economy, novembre 1974, (pagg. 1095/1117).
- A. BRUGIAVINI, "Empirical evidence on Wealth accumulation and the effects of pension wealth: an application to italian cross section data", dattiloscritto, maggio 1987.
- J. CARMICHAEL, "On Barro's Theorem of Debt Neutrality: the Irrelevence of Net Wealth", in American Economic Review, Vol. 72, 1982, (pagg. 202/213).
- F. CORICELLI - P. SICONOLFI, "Equilibrio economico generale: una critica della nuova macroeconomia neoclassica", in Politica Economica, anno II n. 1, Aprile 1986, (pagg. 45/80).
- P. DIAMOND, "National debt in a neoclassical growth model", in American Economic Review, 1965, (pagg. 1126/1150).

- D. GALE, "Pure exchaing equilibrium of dynamic economic models", in Journal of Economic Theory, novembre 1973, (pagg. 12/36).
- J. R. HICKS, The Theory of Wages, Londra, 1932 (in particolare pagg. 121 e 122), trad. ital. : La Teoria dei Salari , in "NUOVA COLLANA DEGLI ECONOMISTI", vol. XI, U.T.E.T., Torino, 1936.
- M. S. KIMBALL, "Making sense of two sided altruism", in Journal of Monetary Economics, n. 20, 1987, (pagg. 301/326).
- M. KING - L. DICKS MIREAUX, "Asset Holding and the Life Cycle", in The Economical Journal, n. 92, 1982, (pagg. 247/267).
- L. J. KOTLIKOFF, "Intregenerational Transfers and Saving", in Journal of Economic Perspectives, Vol. 2 Num. 2, 1988, (pagg. 41/58).
- R. J. LUCAS, Studi sulla Teoria del Ciclo Economico , Giuffrè, Milano, 1986.
- F. MODIGLIANI, "Ciclo vitale, risparmio individuale e ricchezza delle nazioni" in Moneta, interesse, reddito, Einaudi, Torino, 1986.



- S. A. O'CONNELL - S. P. ZELDES, "Rational Ponzi Games", dattiloscritto, prossimamente in International Economic Review. (Versione definitiva nella I.E.R. del maggio 1988).
- S. A. O'CONNELL - S. P. ZELDES, "Ponzi Games and Ricardian Equivalence", dattiloscritto, Pennsylvania, 1987.
- D. PELED, "Stationary Pareto optimality of stochastic asset equilibria with overlapping generation" in Journal of Economic Theory n. 34, 1984.
- E. PHELPS K. SHELL, "Public Debt, Taxation and Capital Intensiveness", in Journal of Economic Theory, 1969, (pagg.330/346).
- P. A. SAMUELSON , "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money" in Journal of Political Economy , 1958 (pagg. 467-482).
- S. SUDA, "Pareto optimality and monetary competitive equilibrium in the overlapping generation model", in Key Economic Studies Vol. XXIII n.1, 1986, (pagg. 79/96).
- J. TIROLE, "Asset bubbles and overlapping generations", in Econometrica, Vol 53 n.5, 1985, (pagg. 1071/1110).

P. WEIL, "Confidence and the real value of money in a overlapping generation economy", in Quarterly Journal of Economics, febbraio 1987, Vol. CII, (pagg. 1/26).

-- Fonti statistiche

G. FUA', Lo sviluppo economico in Italia, F. Angeli Editore, Milano, 1969.

INTERNATIONAL MONETARY FOUND, International Financial Statistics, 1987.

ISTAT, Annuario Statistico Italiano, anni 1958 e 1960.

ISTAT, Sommario di Statistiche Storiche Italiane, 1861-1955, ed. 1958.

F. VICARELLI, Capitale industriale e capitale finanziario: il caso italiano, Il Mulino, Bologna,