La costruzione delle baliste per il lancio di palle di pietra come evento di grande sintesi di pensiero riconducibile ad Archimede

Umberto di Marco*, Pier Gabriele Molari**

(*) Siracusa, umberto.dimarco@tin.it , (**) Bologna, piergabriele.molari@unibo.it

Riassunto

Il presente lavoro è strettamente collegato ad un precedente lavoro [1], nel quale, dallo studio del vano di una torre per la difesa del castello dell'Eurialo di Siracusa, si è risaliti alle dimensioni della balista ivi montata. Studiando questa macchina, dall'esame critico degli scritti di Filone si arriva qui ad attribuire ad Archimede, o alla grande svolta determinata dal suo pensiero, l'impostazione matematica e l'impiego della famosa equazione cubica[1] che ne definisce il dimensionamento. Da una progettazione per tentativi si passa ad una progettazione che cerca di inserire la fisica della macchina e di imbrigliarla con una relazione matematica.

Lo studio si articola attraverso i filoni di pensiero fino ad allora percorsi. Vengono così considerati: la costruzione per similitudine e il successivo impiego del modulo, elemento cardine che ne semplifica la realizzazione, la legge della leva come base della progettazione delle macchine. La determinazione del diametro dei fasci elastici viene qui vista come elemento di sintesi del pensiero precedente che parte dal peso della palla da lanciare, passa attraverso la determinazione del volume e del peso specifico del materiale impiegato, per arrivare a definire il diametro della palla e quindi il modulo.

[1] $D = 1{,}1\,\sqrt[3]{100\,P}$ dove P è il peso in mine della palla da lanciare e D è il modulo della macchina, pari al diametro in dattili dei fasci elastici.

Premessa e scopo del lavoro

La costruzione delle baliste per lanciare palle di pietra Fig. 1 è un evento chiave per comprendere l’evoluzione della progettazione meccanica e non solo. Infatti la costruzione di questa macchina permette una sintesi del pensiero sulla quale convergono vari processi che si sono arricchiti nel tempo:

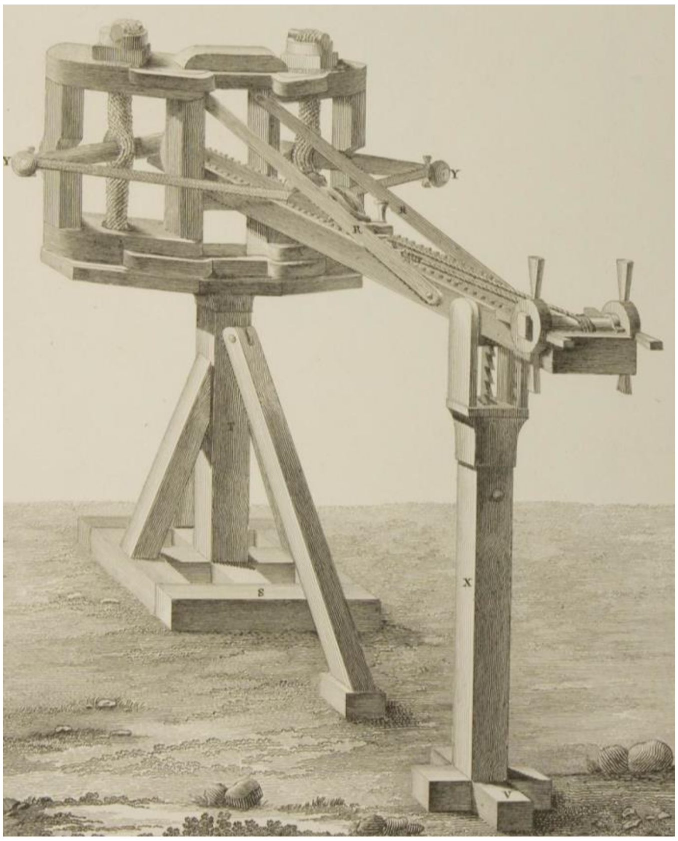

Fig. 1 La balista con le matasse messe in torsione dai braccetti collegati dalla *fune arciera* [2]

dalla meraviglia di poter sollevare grandi massi mediante la leva (*mechané*), si passa grazie al genio di Archimede ad una razionale interpretazione del fenomeno fisico; si definisce la teoria della leva (*mechaniché*), ossia la meccanica, che molti secoli dopo denominerà la *Meccanica* della Fisica; si passa dal costruire per similitudine le baliste ad una modalità più funzionale attraverso l’identificazione di un elemento cardine, il diametro (modulo) del fascio di tendini, vero motore torsionale.

E ancora. Attraverso la constatazione che il modulo di una macchina per lanciare frecce, sempre più lontano o di dimensioni maggiori, può essere concepito con una proporzionalità diretta basato sulla lunghezza della freccia[2], mentre l'analogo modulo per lanciare palle, sempre più lontano e sempre più pesanti, non può essere preso proporzionale al diametro, si cerca e si riesce a derivarlo dal peso della palla da lanciare.
Lo scopo di questo lavoro è quello di mettere in evidenza la modalità di pensiero necessaria per elaborare un progetto costruttivo così nuovo da essere messo a fuoco soltanto circa ottanta anni dopo l'apparizione della prima balista con *motore* a torsione.
Gli Autori, studiando le baliste impiegate nella difesa di Siracusa sulla cosiddetta fortezza dell'Eurialo [1], si sono imbattuti in questo turbinio di pensiero ed hanno cercato di comprenderlo da un punto di vista nuovo attribuendone la sintesi alla mente di Archimede.

La meraviglia di poter sollevare con una leva grandi massi con piccolo sforzo: il ricorso al divino e il pensiero razionale di Archimede

La meraviglia di poter sollevare grandi massi ha da sempre condizionato il pensiero dell'uomo spingendolo a porsi domande:
Come posso io con le mie sole due braccia spostare o sollevare un masso molto più pesante di me? Mi aiuta un essere superiore?
O anche: *Un essere superiore mi permette di sconfiggere la natura attraverso il pensiero? … Lo strumento attraverso il quale posso fare questo prodigio è anch'esso di discendenza divina? Come posso io comprendere questo miracolo?*
Per rispondere a tutte queste domande l'uomo tenta una spiegazione, e, attraverso la ragione che deriva da Dio, formula una teoria su di una base magica/divina.

---

[2] $D=L/9$ dove L è la lunghezza della freccia e D è, come già detto, il modulo della macchina, pari al diametro dei fasci elastici.

Non si tratta di sola associazione di cose o esperienze ma di una teoria, cioè di una cosa astratta attraverso la quale si può rendere razionale un evento che altrimenti non si può capire. La si esprime con una entità che desta anch'essa meraviglia e che non accetta una spiegazione razionale: la circonferenza che non ha né inizio né fine, come per definizione Dio. Per meglio comprendere questo concetto sembra opportuno riferirsi direttamente a quanto scritto su *Meccanica* da Aristotele o dalla sua scuola [3,4]:

1-Oggetto del nostro stupore sono i fenomeni che accadono normalmente in natura e di cui ignoriamo la causa, e i fenomeni contrari, dovuti ad abilità e a interventi dell'uomo a proprio beneficio. La natura opera spesso in contrasto con il nostro vantaggio, perché il suo corso è sempre lo stesso, immutabile, mentre è vario e di volta in volta mutevole ciò che è utile per noi. Così, quando bisogna agire violando la natura, la difficoltà ci imbarazza e richiede una specifica abilità: quella particolare abilità che ci soccorre, davanti alle difficoltà di questo genere, noi la chiamiamo per questo ***mechane****.*

....La causa prima di tutti questi fenomeni è il cerchio; ed è logico che sia così, perché non è affatto strano che qualcosa di sorprendente possa derivare da ciò che è ancora più sorprendente: e la cosa più sorprendente di tutte è la presenza dei contrari. Ora, su di essa si basa la struttura del cerchio che trae origine da cose di natura contraria, cioè da ciò che si muove e da ciò che rimane fermo. Fatte queste considerazioni, ci si meraviglia meno delle opposizioni in esso compresenti.

La prima opposizione si rende evidente nella linea che delimita il cerchio e che non ha estensione in larghezza: il concavo e il convesso.

.....Il secondo è che esso si muove contemporaneamente in direzioni contrarie: si muove in avanti e indietro nello stesso tempo. Così fa anche la linea che descrive il cerchio: la sua estremità ritorna sempre allo stesso punto da cui è partita, perché il suo continuo movimento fa sì che l'ultimo diventi via via il primo; appare chiaro pertanto il cambiamento rispetto alla precedente posizione. Come si è già detto, non è affatto strano che il cerchio sia la prima di tutte queste meraviglie.

Le questioni relative alla bilancia possono essere così ricondotte a quelle che concernono il cerchio; le questioni relative alla leva, al funzionamento della bilancia*; mentre quasi tutte le altre questioni relative ai movimenti meccanici possono essere riferite alla leva. Inoltre, molte sorprendenti caratteristiche inerenti al movimento dei cerchi, di cui si darà conto nei problemi che seguono, sono dovute al* *fatto che nessun punto della stessa linea tracciata a partire dal centro si muove in essa con la stessa velocità di un altro, ma quello più distante dal centro, che rimane fisso, si muove sempre con maggiore rapidità.*

A causa poi del fatto che il cerchio si muove contemporaneamente in direzioni contrarie, un'estremità del diametro, dove è A, si muove cioè in avanti, e l'altra dove è B, indietro, alcuni fanno in modo che a partire da un solo movimento molti cerchi si muovano contemporaneamente in direzioni contrarie, come quelle rotelle di bronzo o di ferro fatte per essere dedicate nei templi.

Così, se prendo in un cerchio un raggio che ruota attorno al centro e mi pongo ad una certa distanza ottengo una certa velocità, se raddoppio la distanza ottengo una velocità doppia: è questa la legge divina del moto circolare dei corpi celesti. Per cercare una spiegazione logica per la leva, traslo il problema e lo riconduco al precedente: se raddoppio il braccio con la stessa forza posso sollevare un masso che pesa il doppio[3]. Ho anche il contatto con Dio nella leva-bilancia, cosa sacra perché mi permette di "misurare", dal confronto con un campione, la quantità di merce che acquisto senza essere ingannato dal venditore: Dio-verità che si pone in mezzo e condiziona le azioni umane[4].
La meccanica, da osservazione meravigliosa e spaurita di un evento inizia di qui a cercare di descrivere un fenomeno complesso come quello del sollevamento di un grave con un rapporto fra peso e distanza. In [3,4] si legge:

Ora considerando il centro da cui parte, il raggio più lungo si muove più velocemente, sotto la spinta di un peso uguale; inoltre, tre sono gli elementi della leva: il fulcro, asse o centro, e i due pesi, uno che causa il movimento e un altro che viene mosso. Così, ***il rapporto tra il <u>peso</u> mosso e quello che lo muove è inverso al rapporto tra le <u>rispettive distanze</u> dal centro****: in ogni caso, quanto più è grande la distanza dal fulcro, tanto più*

[3] Faciundo motus circinationis cogit pressionibus examinare paucis manibus oneris maximi pundus [Vitruvio, X, III, 3] [2]
[4] Trutinarum vero librarumque ponderibus examinatio reperta vindicat ab iniquitate iustis moribus vitam [Vitruvio, X, I, 5] [2]

facile sarà il movimento. La causa è quella già esposta: il raggio che più dista dal centro descrive un cerchio più grande.

Ma Archimede nel libro *Equilibrio dei piani* [5] tratta il problema da tutto un altro punto di vista: abbandona la triade cerchio-bilancia-leva, espressione sulla terra del moto circolare divino e si basa sul concetto di *equilibrio*. Non è più né magia, né empirismo, ma ragionamento! Può così generalizzare la relazione pesi-distanze nelle seguenti proposizioni:

[Prop.6] *Le grandezze commensurabili sono in equilibrio se sospese a distanze inversamente proporzionali ai pesi.*
[Prop.7] *Ed anche se le grandezze sono [tra loro] incommensurabili similmente manterranno l'equilibrio se sono poste a distanze inversamente proporzionali alle grandezze.*

Galileo [6] comprende subito il nuovo punto di vista introdotto da Archimede rispetto alla scuola Aristotelica, infatti nei "Discorsi intorno a due nuove scienze" dà un giudizio, come al solito, molto netto rispondendo alla affermazione di Simplicio: Questo fu dimostrato da Aristotele nelle sue Meccaniche, prima di ogni altro.
Salviati risponde: Voglio che gli concediamo il primato del tempo; ma nella fermezza della dimostrazione parmi che gli deva per grand'intervallo anteporre Archimede, da una sola proposizione del quale; dimostrata da esso ne gli Equiponderanti, depone le ragioni non solamente della leva, ma della maggior parte de gli altri strumenti meccanici.
Ferrari fissa questa svolta del pensiero dovuta ad Archimede, affermando: *da questa opera* (secondo libro del trattato di Meccanica di Filone di Bisanzio [7, 8], contemporaneo di Archimede e che riporta le sue scoperte) *in poi il termine 'meccanica' acquista nella tradizione greca un senso proprio e ristretto, quello di teoria della leva*[5] [9].

[5] [9] p. 249- da pag. 243

La costruzione di una macchina per similitudine e la razionale riduzione ad un elemento cardine

La costruzione di una macchina, intesa come insieme di componenti che compiono lavoro, era opera strettamente artigianale. L'artigiano costruiva un modello sul quale sperimentava i moti relativi delle parti e le loro dimensioni, e, trovato l'insieme delle soluzioni che ne assicuravano le prestazioni, la presentava al committente e, solo dopo averne avuta l'approvazione, ne costruiva una in scala reale. E' una prassi che veniva seguita fino a qualche tempo fa, addirittura nella costruzione dei mobili domestici, ed è ancora oggi impiegata per i cosiddetti "plastici" e solo ora sostituita dai modelli virtuali o in prototipazione rapida[6].

Nella costruzione della macchina ci si riportava ad un vecchio utilissimo concetto che è quello della teoria delle proporzioni già definita da Policleto [10, 11], che codificò anche l'ideale del corpo umano offrendo a tutti un modello detto appunto *Canone*. Per scolpire una statua più grande o più piccola, per esempio, si poteva leggere il numero di tacche su di una asticella graduata che misurava la lunghezza di un arto, e ritrovare a parità di tacche una nuova dimensione su di un'altra asticella più lunga o più corta graduata nello stesso modo dell'altra. La stessa operazione la possiamo ritrovare impiegata oggi, quando usiamo i righelli graduati chiamati scalimetri (impiegati soprattutto per trasformare la lettura di una lunghezza da una mappa alla lunghezza reale) o quando usiamo i compassi rapportatori o i pantografi Figg. 1÷3 .

[6] Nel settore delle macchine automatiche fino a poco tempo fa, il capo dell'ufficio tecnico, dopo l'orario di lavoro, provava varie soluzioni con sagome di cartone fino ad ottenere la soluzione desiderata.

Fig. 1 Uno scalimetro con 6 scale

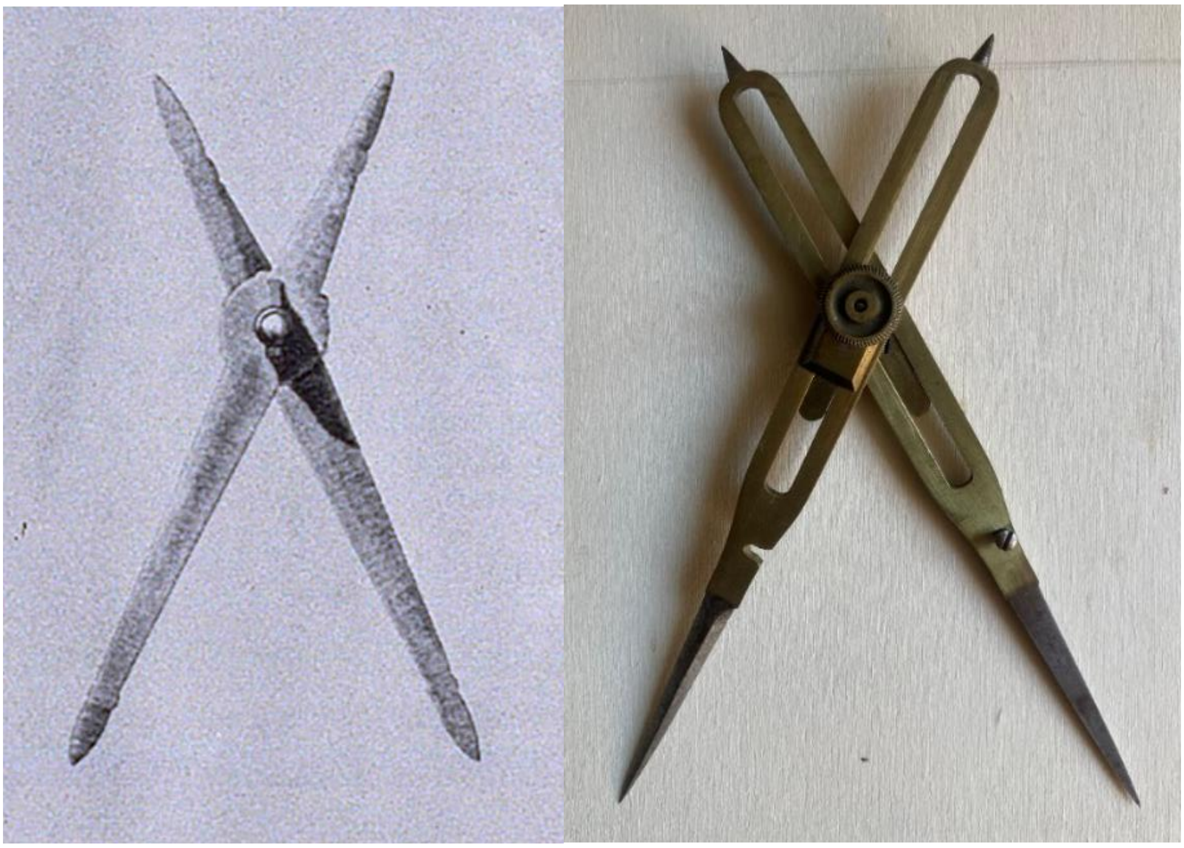

Fig. 2 Compassi rapportatori: a sinistra un compasso a rapporto fisso rinvenuto negli scavi di Pompei ([12], pag.330), a destra un compasso a rapporto variabile

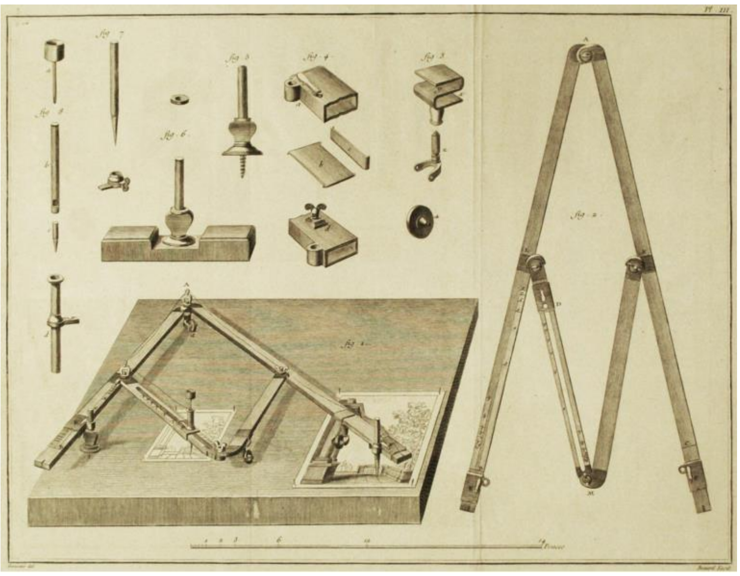

Fig. 3 il Pantografo [13]

In questa operazione di cambiamento di scala, per semplificare la grande quantità di misure da prendere, giova riportarsi ad un elemento cardine deducendo da questo tutte le altre quantità. Viene così definito il concetto di modulo, come elemento primo di riferimento e base dell'armonia della costruzione [14].
La potenza o l'inerzia di questo concetto perdura nel tempo, data la sua grande semplicità. E' stato anche associato ad una forma religiosa quando si è pensato venisse dettato da una armonia superiore. Il concetto di *modulo* viene esasperato nel Rinascimento quando lo si cerca all'interno del corpo umano (Durer), per trovare la massima forma armonica creata da Dio e lo si riporta con la serie delle proporzioni da esso ottenute nella architettura. Francesco di Giorgio prende la dimensione del capo come modulo, considera il corpo è sette volte questa dimensione e proporziona le colonne o templi con questo rapporto, partendo dall'altezza del capitello o dal diametro di base per le colonne o dalla larghezza di base della facciata di un tempio[7] Fig. 4.

[7] Piace qui riportare come l'ingegnere rinascimentale tipico associa a questa divisione numerica anche una divisione geometrica, prendendo per esempio come in Francesco di Giorgio la saetta, perpendicolare al lato del quadrato inscritto, intercettata dal lato stesso in un cerchio [14, 15].

Emergono tuttavia i limiti di questo modo di procedere. Filone, citando Policleto, mette in evidenza la necessità di effettuare calcoli nella costruzione di una macchina ma mette in guardia sugli errori che si possono commettere operando con cambiamenti di scala [8]. Vitruvio alla fine del decimo libro riporta l'esempio dell'architetto Callia che aveva costruito in piccola scala una macchina bellica che poteva "catturare" le macchine avversarie, e aveva ottenuto grande credito dalla popolazione di Rodi. Ma, avendo gli attaccanti costruito una macchina di dimensioni molto superiori, [16]…

Callia *disse non potersi fare; mentre non in tutte le cose va la stessa regola, ma ve ne sono di quelle, che hanno l'effetto tanto in grande, quanto ne' modelli piccoli: altre, che non se ne può far modelli, ma che tanto possono eseguirsi: ed altre finalmente, che sembrano verisimili ne' modelli, ma poi volendosi trasportare in grande, svaniscono, come si può da questo ricavare. Si fa col succhiello un buco di mezzo dito, di un dito, e sino a un dito e mezzo: ma se si volesse per la stessa ragione fare di un palmo, non è possibile; di mezzo piede poi, o maggiore non è affatto nemmeno da pensarsi: così del pari quel, che si vede fatto in modelli piccoli, non è difficile farsi anche in una grandezza mediocre, ma non si può però conseguire lo stesso in grandezza maggiore.*

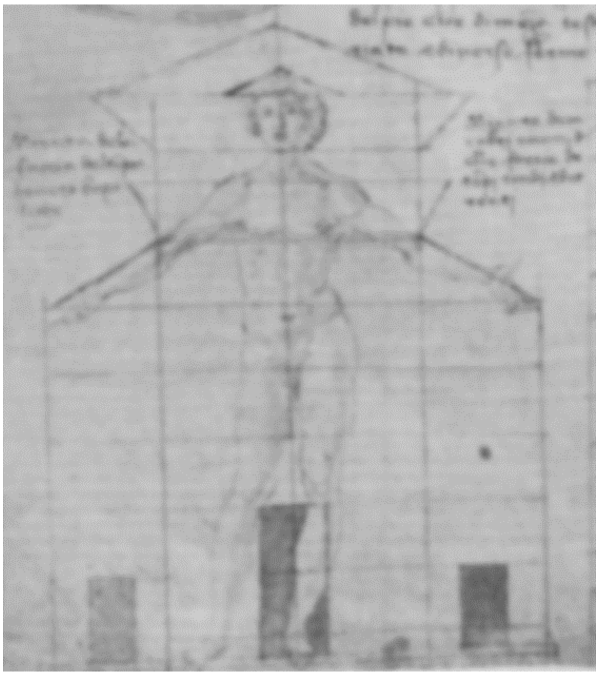

Fig. 4 In Francesco di Giorgio le proporzioni di un tempio diventano armoniche perché discendono dall'armonia divina attraverso le forme umane. ([15] Saluzziano 148, foglio 21 v)

E più esplicitamente (X, XVI,5) *Non enim omnia eisdem rationibus agi possunt, sed sunt alia, quae exemplaribus non magnis similiter magna facta habent effectus; alia autem exemplaria non possunt habere, sed per se constituuntur; nonnulla vero sunt, quae in exemplaribus videntur veri similia, cum autem crescere coeperunt, dilabantur. Ut etiam possumus hic animum advertere*.[2]

Come già detto, questa prassi perdura nel tempo, tanto che Galileo nei *Discorsi intorno a due nuove scienze* -giornata prima- [6] proprio discutendo sulla capacità di resistere fra cose grandi e piccole -ma in proporzione fra loro-, dopo aver citato un passo dell'Ariosto, scrive: *Dove che, all'incontro* [all'incontrario], *si vede, nel diminuire i corpi non si dimunuir con la medesima proporzione le forze, anzi ne i minimi crescer la gagliardia con proporzion maggiore.*
Si tratta di un cambiamento di mentalità dato che una progettazione per similitudine, basata su di una dimensione caratteristica della macchina, è particolarmente semplice e addirittura, come visto, può essere associata ad una forma religiosa quando si pensa che il metodo sia dettato da una armonia superiore.

La legge di proporzionalità diretta, pensata di discendenza divina e il panico dell'uomo nel non ritrovarla nel passaggio di scala

La semplicità di poter costruire un oggetto partendo da un altro con una semplice proporzione, lascia l'uomo interdetto quando ci si accorge che se si confrontano due quadrati, l'uno con lato doppio dell'altro, l'area del secondo non è doppia rispetto a quella del primo, bensì quadrupla. In questo caso la legge "divina" non vale più: la legge valida per le lunghezze non è più "vera" per le aree Fig. 5.
Dato il quadrato **ABCD** (formato da 4 triangoli uguali), raddoppiando il lato si ottiene il quadrato **AEGH** (formato da 16 triangoli, sempre uguali ai precedenti). Per avere un quadrato con area doppia di **ACEF** occorre costruire un quadrato sulla diagonale

AC (come si vede, formato da 8 triangoli, sempre uguali ai precedenti).
Ci si pone così il quesito come si possa trovare il lato di un quadrato che abbia area doppia… il problema inverso!

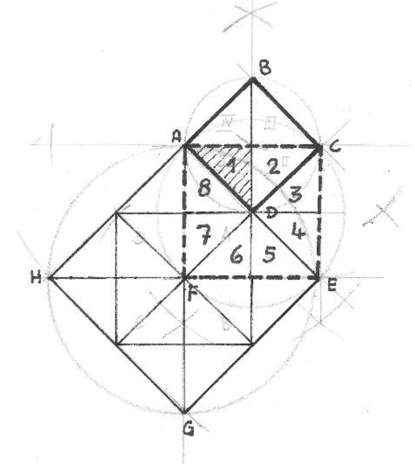

Fig. 5 La duplicazione dell'area del quadrato

Un grande salto: i numeri razionali (già evoluti rispetto agli interi e ai decimali) non possono più essere impiegati per risolvere questo problema. La $\sqrt{2}$ non è un numero fino a quel momento conosciuto. Cade un mito, una forma di religione! In questo caso, tuttavia, la costruzione geometrica rimane semplice, dato che con un compasso si può costruire un quadrato sulla diagonale del primo.
Il cambiamento di scala si complica passando dalle aree ai volumi e nascono vari quesiti:
Come si può costruire un cubo che abbia il volume doppio di un altro? Cioè che contenga una quantità di liquido doppia di un altro?
Le soluzioni proposte sono diverse [17], si cimentano in tanti: Ippocrate di Chio (discepolo di Pitagora, vissuto tra il 460 a.C. e il 380 a.C.), Archita di Taranto, vissuto approssimativamente tra il 430 a.C. e il 360 a.C., Nicomede (250 a.C. – 180 a.C.), Diocle (240 a.C. circa - 180 a.C. circa), Eratostene (276 a.C. circa – 194 a.C. circa).

Di fatto nella duplicazione del cubo occorre introdurre la $\sqrt[3]{2}$ che non si presta ad essere trovata neppure con il compasso. Occorre introdurre nuovi concetti quale per esempio la doppia proporzione e uno strumento che permetta in qualche modo di ottenerla come il mesolabio.
La soluzione che sembra più semplice è quella di Ippocrate di Chio, riportata anche da Filone [8] che, per trovare il lato BC del cubo con volume doppio di quello con lato AB, applica due volte il secondo teorema di Euclide introducendo un segmento intermedio BD e prendendo il segmento BE della seconda proporzione, di lunghezza doppia rispetto al primo AB. Il procedimento si può generalizzare prendendo il secondo segmento multiplo del primo tante volte quante si vuole moltiplicare il volume del cubo che ha per lato il primo segmento. Fig. 6.

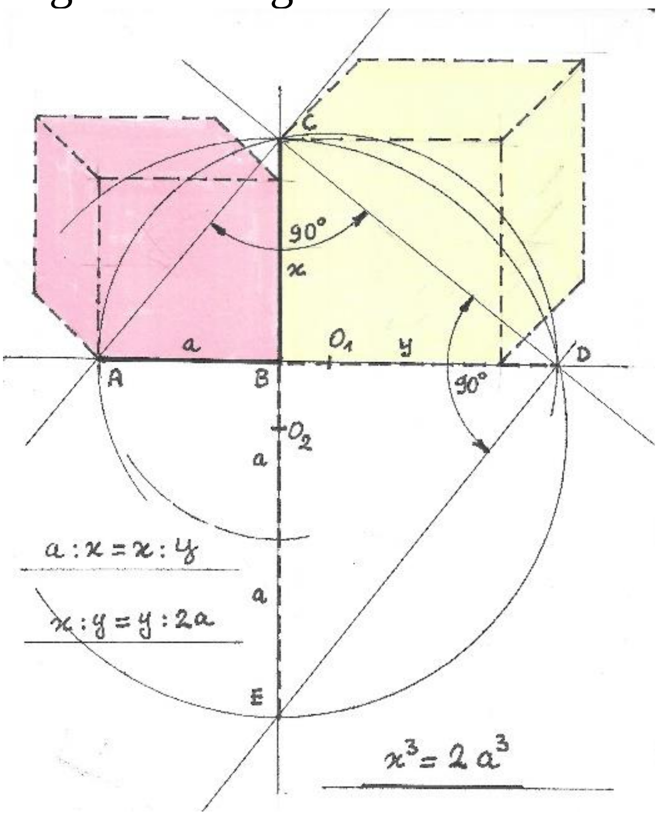

Fig. 6 La costruzione con doppia proporzione di Ippocrate di Chio

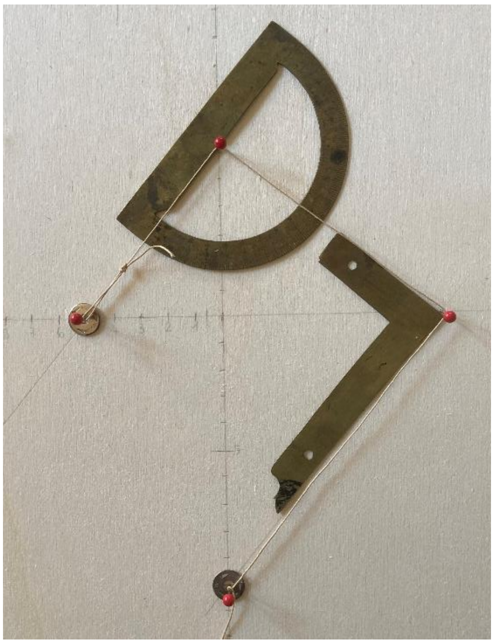

Fig. 7 La costruzione geometrica con filo

La doppia proporzione si presta alla costruzione di semplici attrezzi, per esempio il mesolabio di Eratostene che consiste nel traslare parallelamente rettangoli, ma anche con costruzioni geometriche, come si può vedere in Fig. 6, fissato un filo in A e facendo passare il filo teso per E traslando sugli assi i punti C e B in modo da avere in questi vertici due angoli retti, si può determinare il segmento BC= AB $\sqrt[3]{2}$ [8, 17, 18]. Archimede nel calcolo delle aree e dei volumi non va in panico, trasforma il calcolo geometrico delle aree e dei volumi nell'equilibrio della leva applicando ai rebbi di una bilancia le aree o i volumi materializzati, risolvendo così in modo pratico tanti problemi che dimostrerà in termini rigorosi solo in un secondo tempo.

La meccanica, da pratica artigianale diventa frutto di deduzione logica. La classificazione delle macchine e il calcolo della loro capacità di maggiorare le forze umane (vantaggio)

Il problema del passaggio di scala comporta anche per le macchine un importante salto logico. Le macchine semplici dapprima elencate come esempi a sé stanti nella Meccanica pseudoaristotelica vengono classificate e studiate, come si potrà poi vedere in Erone [19, 20] e in Pappo Alessandrino [21], attraverso 5/6 macchine semplici: Bilancia – stadera, leva, Fig.8, taglia, argano, Fig.9, cuneo, vite. Fig.10, il comportamento delle quali può essere descritto attraverso la legge della leva.

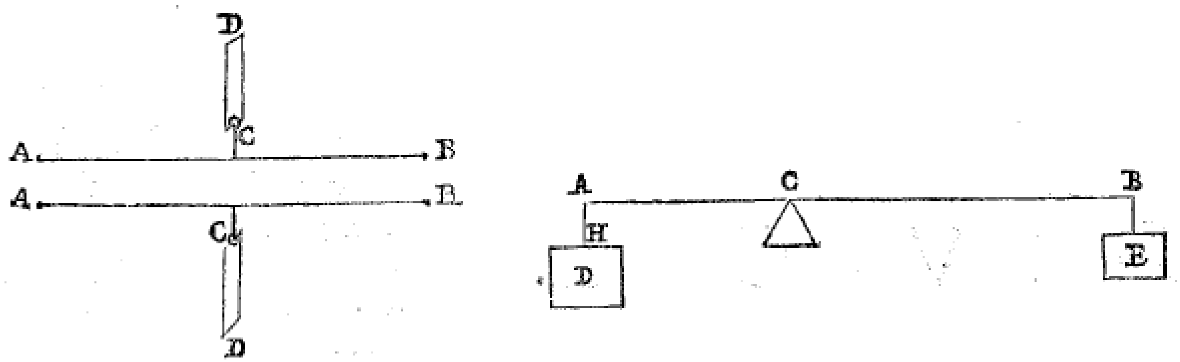

Fig. 8 La bilancia e la leva [22, 23]

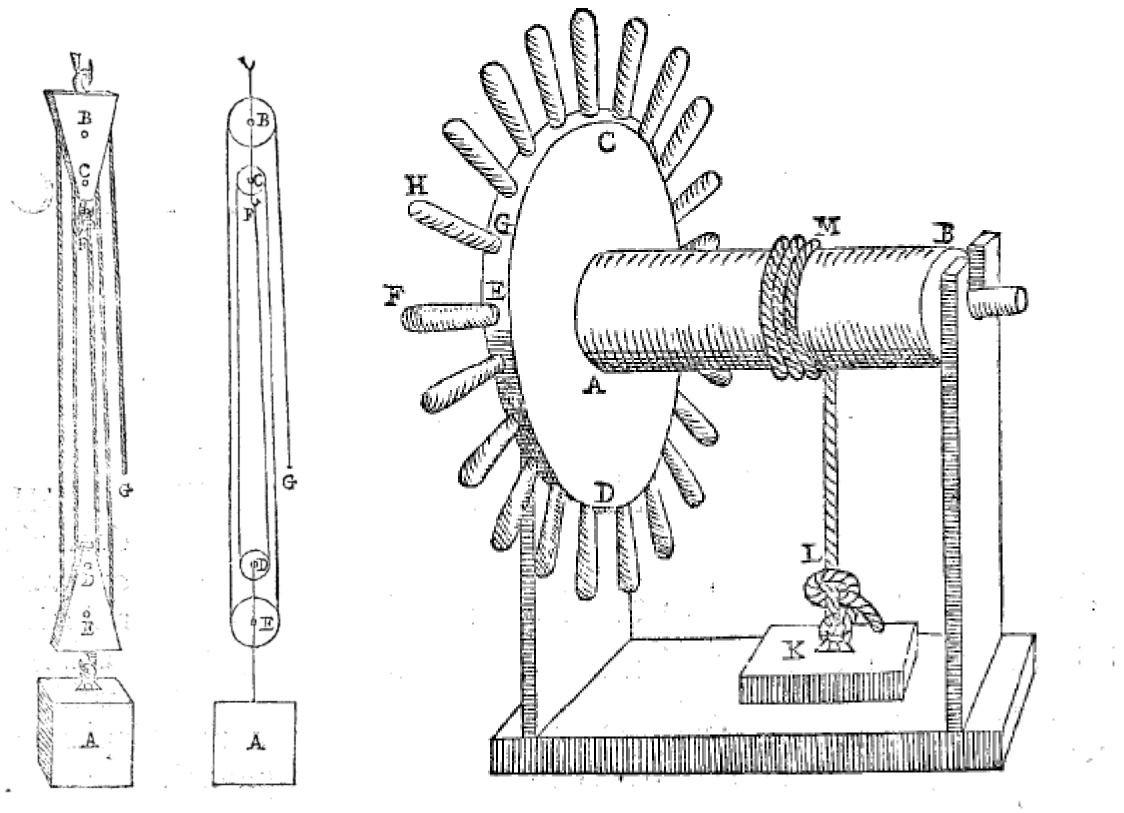

Fig. 9 La taglia e l’argano [22, 23]

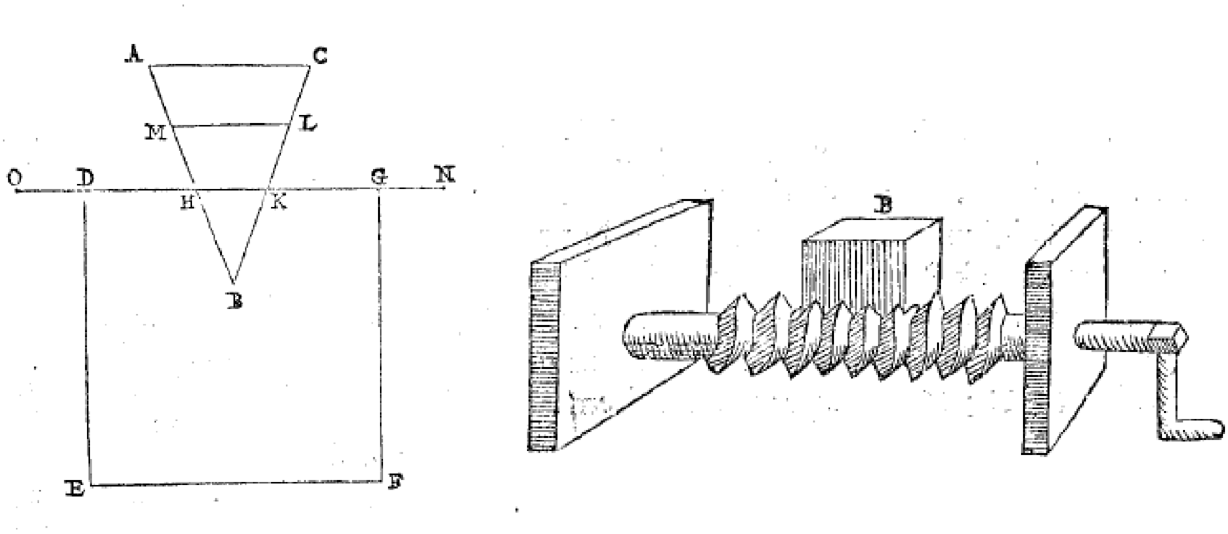

Fig. 10 Il cuneo e la vite [22, 23]

Questo concetto verrà, come al solito, riscoperto nel Rinascimento e in particolare dalla scuola di Urbino con le traduzioni dei testi greci da parte del Commandino [21] e trattato in modo “scientifico” da Guido Ubaldo del Monte [22, 23]. In particolare, con la taglia Fig. 9, si può ottenere un grande *vantaggio*, cioè con una forza modesta si possono sollevare grandi pesi:si permette di suddividere il peso da sollevare nel numero di rami di fune che lo sostengono e, iterando la legge della leva sulla puleggia mobile, si può a priori calcolare il *vantaggio* che si può ottenere. Più complicato è definire il modo con il quale applicare il principio dell’equilibrio per un grave su di un piano inclinato e quindi per un meccanismo a vite. Per questo meccanismo così vantaggioso si deve attendere Galileo per avere una interpretazione fisica e quindi la possibilità di calcolo. L’impiego del principio di costruzione per similitudine e la teoria della leva per progettare una macchina dimostrano tutti i loro limiti nel progetto delle macchine da lancio. In questo caso occorre infatti prendere in considerazione un accumulo di energia dovuto ad una deformazione elastica che nel lancio va associata, come oggi sappiamo, alla massa da lanciare e alla velocità di lancio.

Il metodo, fondato sulla lunghezza della freccia, cioè basato su di una dimensione lineare, non è più accettabile per una macchina per lanciare palle di qualunque materiale, se si basa il progetto sul diametro della palla da lanciare. In questo caso il diametro non è infatti proporzionale al valore della massa da lanciare. Se ci si riferisce, per esempio, ad una macchina che lancia con soddisfazione, per gittata e impatto, una certa palla avente un certo diametro, non si possono raddoppiare tutte le sue dimensioni per lanciare una palla che abbia un diametro doppio, infatti la nuova macchina avrebbe dimensioni gigantesche se paragonata alla prima. E questo fatto comporta lo stupore dei progettisti, stupore del tutto simile a quello che si ebbe per il cambiamento di scala per le aree o per i volumi.
La *storia* di queste considerazioni, appare chiaramente da Filone [8] e, come si vedrà nell'ordine di presentazione delle macchine da lancio da parte di Vitruvio che descrive prima, come costruire le macchine per il lancio di frecce basandole su di un modulo preso pari ad un nono della lunghezza della freccia, e descrive poi separatamente le macchine per il lancio di palle di pietra. Per questa seconda macchina fornisce una serie di moduli a seconda per peso della palla da lanciare.

Qualche sviluppo per chiarire il significato del dimensionamento delle molle delle baliste

Quanto fosse centrato il ragionamento di definire il diametro delle matasse elastiche D in funzione del peso del proietto lo possiamo provare oggi con semplici passaggi.
Trascurando le perdite, l'energia W richiesta per il lancio di una massa m, a parità di velocità di lancio v e di alzo α e quindi di gittata $git = \frac{v^2 \sin(2\alpha)}{g}$ con traiettoria parabolica e con g accelerazione di gravità, è:

$$W = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

Considerando la matassa elastica come un solido cilindrico pieno, l'energia che può essere immagazzinata per torsione dipende dalla quarta potenza del diametro ed è inversamente proporzionale alla lunghezza della matassa L [24]:

$$W = \frac{1}{2}\ M\,\vartheta = \ \frac{G J_p\,\vartheta^2}{2L}$$

con G è il modulo di elasticità torsionale e $J_p = \frac{\pi D^4}{32}$ momento di inerzia polare, sostituendo si ottiene:

$$W = \frac{G\ \pi D^4}{64\ L}\vartheta^2 \qquad (2)$$

Da uno studio precedente [1] si può dire che, con le proporzioni definite per le baliste partendo dal modulo, l'angolo di rotazione dei bracci, utilizzato nel lancio, è di circa 30°; le matasse che forniscono questa energia sono quattro essendo il braccio a metà altezza del singolo fascio ed ogni fascio, per le proporzioni scelte, ha una altezza in rapporto fisso[8] k_1 con il diametro della matassa stessa [25], si ha: $L = \frac{1}{2} k_1 D$ da cui

$$W = G\,\frac{2\,\pi}{64 k_1}\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 D^3 = \ k_2\ D^3 \quad (3)$$

Uguagliando l'energia di lancio (1) all'energia immagazzinata (3) si ottiene, raggruppando in k_2 le costanti:

$$\frac{P}{2g}\ v^2 = k_2\ D^3$$

E quindi a parità di velocità di lancio, il cubo del diametro della molla risulta proporzionale al peso del proietto o il diametro dei fasci elastici è proporzionale alla radice cubica del peso. Si ritrova così la stessa forma della relazione di Filone:

$$P = k_3 D^3 \ \ \rightarrow \ \ D = k_4 \sqrt[3]{P} \quad (4)$$

[8] Questo rapporto viene preso pari a (5+1/2) per Filone e (5+3/16) per Vitruvio a questi valori vanno aggiunti gli spessori delle tavole inferiori e superiori pari ciascuna ad un modulo. Quindi L=7,5 D per Filone e 7,187 D per Vitruvio [8].

Filone nello scrivere questa relazione precisa che il risultato è dovuto alla esperienza dei costruttori di Alessandria e di Cipro e ad una solida base matematica, da lui espressa nella introduzione ai suoi Trattati.
La dimensione così trovata viene definita poi come *modulo* e assunto come unità di misura per il dimensionamento di tutte le varie parti della balista.
Filone scrive, correggendoli in base ai resti, i valori del diametro della matassa associati alla formula:

$$\boldsymbol{D = 1,1\sqrt[3]{100\,P}}$$

con D espresso in dattili (1 dattili = 19,3 mm) e P in mine attiche (10 mine attiche = 4,31 kg).
Questi vengono riportati, convertiti anche nelle attuali unità di misura, nella Tab.1.

Peso proietto mine (talenti)	Peso proietto kg	Modulo (Filone) dattili	Modulo (Filone) mm
10	4,31	11	212,30
15	6,46	12 + 3/4	246,08
20	8,62	14 + 3/4	284,68
30 (0,5)	12,93	15 + 3/4	303,98
50	21,55	19 + 3/4	381,18
60 (1)	25,86	21	405,30
150 (2,5)	64,65	25	482,50
180 (3)	77,58	27	521,10

Tab.1 -I valori del modulo della balista in funzione della massa del proietto per Filone

Anche Vitruvio parte dal peso del proietto, ma arriva al modulo D attraverso una tabella di valori e non attraverso una formula. I valori del diametro della matassa forniti da Vitruvio sono riportati, trasformati anche nelle attuali unità di misura, nella tabella Tab.2

con D espresso in pollici (1 pollice = 18,5 mm; 1 piede = 16 pollici) e P in libbre (1 libbra= 0,322 kg).

Peso proietto libbre	Peso proietto kg	Mod. (Vitruvio) pollici	Mod. (Vitruvio) mm
2	0,644	5	92,5
4	1,288	6	111
6	1,932	7	129,5
10	3,220	8	148
20	6,440	10	185
40	12,880 (~1/2 tal)	12,75	235,9
60	19,320	13,125	242,8
80	25,760 (~1 tal)	15	277,5
120	38,640	17,5	323,7
160	51,520	20	370
180	57,960	21	388,5
200	64,400 (~2,5 tal)	22	407
240	77,280 (~3 tal)	23	425,5
360	115,920	24	444

Tab.2 – I valori del modulo della balista in funzione della massa del proietto per Vitruvio

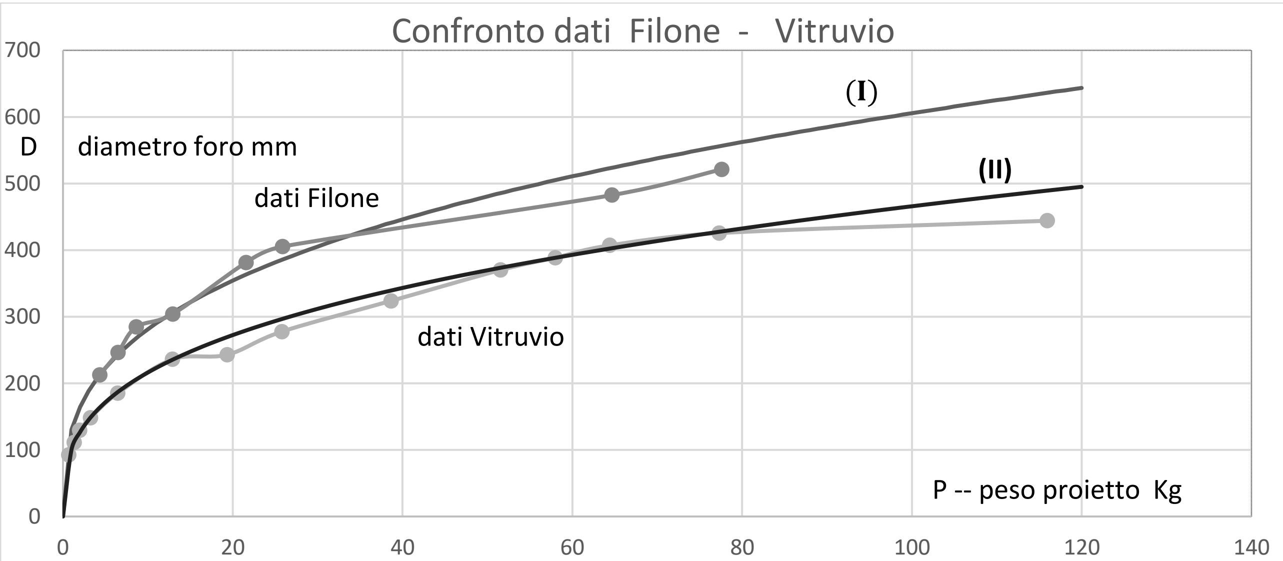

Fig. 11 - Diametro del foro (modulo) dei fasci di torsione in mm, in funzione del peso del proietto da lanciare in kg: la cubica (I) e i dati di Filone. Sotto i dati forniti da Vitruvio interpolati (II) riducendo del 30% quella della formula di Filone

In Fig. 11 sono riportati in diagramma i valori delle due tabelle.
In questa figura vi è anche il grafico, curva (**I**), della funzione di Filone, che viene trasformata nelle attuali unità di misura:

$$D = 1{,}1 * 19{,}3 \sqrt[3]{100 * P/0.431}$$

Nella stessa figura è riportata anche la curva (**II**) ottenuta dalla funzione precedente divisa per 1,3.
Come si può notare, questa curva interpola molto bene i dati di Vitruvio.

Confronti fra la curva data da Filone ed i valori forniti da Vitruvio

Vari sono i commenti sulla differenza fra i dati di Filone e quelli di Vitruvio [7, 8, 31, 32], che alcuni pensano dovuta ad un errore nella conversione delle unità di misura [7, 8] o ad un errore del copista [1]. Di fatto la relazione (4), ha la stessa forma di quella che definisce il diametro D_P di una sfera partendo dal suo peso

$$D_P = K \sqrt[3]{P}$$

e sembra interessante valutarne la costante.
Ipotizzando che la palla da lanciare sia sferica di diametro D_P, se ne può determinare il peso moltiplicando il volume per il peso specifico apparente γ:

$$P = \gamma\ 4/3\ \pi\ (D_P/2)^3$$

Sostituendo ora questo valore nella formula di Filone e mantenendo le stesse unità di misura si ottiene:

$$D = 1{,}1 \sqrt[3]{100\, \gamma \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_P}{2}\right)^3} \qquad (5)$$

Dove γ deve venire espresso in mine/dattili^3. Le rocce hanno un peso specifico apparente compreso[9] fra 1,7÷2,5 kg/dm^3, e quindi $\gamma = (1{,}7 \div 2{,}5) \frac{0{,}193^3}{0{,}431}$ mine/dattili^3.

[9] Le rocce più lavorabili come l'arenaria hanno un peso specifico pari ad 1,7 kg/dm^3, mentre quelle più compatte, quali i graniti, hanno peso specifico di circa 2,5 [29].

Il rapporto fra il diametro della matassa e il diametro della palla sferica di pietra da lanciare è quindi:

$$\frac{D}{D_P} = 1{,}1\sqrt[3]{100\ \frac{4}{3}\pi\ \left(\frac{1}{2}\right)^3\ \gamma}$$
$$= 1{,}1 * 3{,}74\sqrt[3]{\gamma} = \ 1{,}1 * (0{,}955 * \sqrt[3]{(1{,}7 \div 2{,}5)}$$
$$= 1{,}1 * (1{,}14\ \div\ 1{,}29) = 1{,}3 \div 1{,}4$$

Sembra così lecito pensare che il diametro della palla di pietra da lanciare sia stato maggiorato nella formula riportata da Filone del 30-40% a seconda del peso specifico scelto come riferimento per ottenere il modulo.
Quindi per definire il modulo non si usava più una misura lineare come elemento dal quale derivare direttamente il diametro dei fasci elastici, ma veniva impiegato il peso del proiettile e solo attraverso di esso si trovava una dimensione lineare. Fino ad allora le macchine erano concepite su di una dimensione lineare e per questo cambiamento di mentalità occorreva partire dal peso e attraversare la determinazione del volume della sfera e quindi impiegare il frutto del pensiero di Archimede.

Vitruvio, con la tipica pratica mentalità romana, dopo aver affermato, come Filone, che i fori praticati nella traversa, cioè il diametro dei fasci elastici che passano al loro interno, vanno calcolati in base al peso del sasso da lanciare scrive: *Ora affinché in caso di guerra incombente il problema del calcolo non costituisca un ostacolo per chi non possiede cognizioni di geometria, presenterò uno schema di massima desunto in parte dalla mia esperienza personale, in parte da quanto mi hanno insegnato i miei maestri* [7]. Vitruvio fa riferimento ad una conversione delle unità di misura da quelle greche alle romane, e, in base a quanto visto, sembra legarsi al diametro della palla sferica di pietra con basso peso specifico, senza tuttavia citare né la formula di Filone né la formula del volume di una sfera, ma, come già detto, fornisce solo la tabella dei dati riportati in Tab.1.

Pensando alla tattica dei Romani basata soprattutto sull'attacco e quindi con macchine a gittata corta, con riferimento alle tabelle precedenti e alla Fig. 11, Vitruvio considera di poter lanciare con il diametro della matassa definito da Filone una massa quasi tripla (con diametro di 370 mm lancia un proietto di 51 kg mentre Filone ne lancia uno da 18 kg circa). In questa tabella si può anche notare come, con lungimiranza strategica, Vitruvio prenda in considerazione i piccoli calibri, che porteranno poi a progettare ed impiegare nel periodo imperiale macchine d'attacco, facilmente trasportabili e con pezzi facilmente sostituibili [34, 35].

Facendo riferimento al testo di Filone, ricordando l'espressione dell'energia immagazzinata (2), ragionando a parità di materiale, precarico e di angolo di rotazione delle molle, dato che le due macchine hanno geometria simile (uguale distanza fra gli assi delle molle e stessa lunghezza dei bracci), riducendo in media di un terzo il diametro e solo del 4,36 % l'altezza della molla, Vitruvio preferisce avere macchine meno potenti, più facili da caricare e con gittate decisamente inferiori.
La riduzione del diametro delle matasse incide infatti alla quarta potenza ed è di contro modesta la diminuzione di altezza, passando da un montante di L=7,5 D ad uno di 7,187 D.
Dai grafici si può anche notare che, con macchine piccole l'interpolazione lineare diametro-del-motore e peso possa essere del tutto ben approssimata mentre, per proietti di peso superiore a mezzo talento, questa approssimazione porti ad una enorme sovrastima del diametro della matassa motrice. Anche questa considerazione ci porta a capire quanto sia stata problematica la

costruzione delle macchine di grossa taglia partendo dalla esperienza fatta su macchine piccole.

La costruzione delle baliste per lanciare palle di pietra di peso elevato seguendo il testo di Filone

Filone riporta il risultato della progettazione ma non il modo con il quale è stato ottenuto. Si parte descrivendo l'empiria degli artigiani che provavano la macchina modificando a caso il perimetro del foro. Si passa poi agli ingegneri che fissano come modulo il diametro del foro della molla. Si dice che con i metodi teorici non si era arrivati a nulla e che l'obiettivo era stato raggiunto gli artigiani alessandrini.

Rivendica che loro, ad Alessandria, avessero scoperto, attraverso gli artigiani Alessandrini e con l'aiuto di molti maestri di Rodi, quali fossero i motori più efficienti e più o meno conformi al metodo. Sconfessa i ragionamenti teorici, che per altro la formula sottende, esaspera la parte sperimentale.

Come dimostrato e come del resto viene spontaneo pensare, la formula viene trovata invece attraverso un ragionamento preciso che è una sintesi che passa dal peso al volume e quindi ad una dimensione lineare. Non sembra quindi lecito affermare che derivi da una interpolazione di dati sperimentali. I dati sperimentali avrebbero portato a riportare brutalmente una serie di diametri-pesi senza pensare ad una legge fisica che reggesse il fenomeno.

A questo punto occorre pensare a chi avrebbe potuto formulare la relazione di Filone e sembra del tutto lecito pensare di ricondurla al pensiero di Archimede se non proprio attribuirla a chi, come dicono gli storici, al tempo di Filone, era occupato, dopo aver superato ben altre sfide scientifiche nella Syracusia, a progettare macchine da lancio:

Tito Livio [36] *Era quegli [Archimede] un impareggiabile osservatore del cielo e delle stelle, <u>un ancora più straordinario,</u>*

nondimeno, scopritore e costruttore di congegni e di macchine da guerra, con cui era in grado di prendersi gioco con il minimo sforzo di [qualsiasi azione] fosse con enorme impiego di forze dai nemici condotta.....
Contro questo assetto delle navi, Archimede dispose sulle mura congegni di diversa grandezza. Contro quelle navi che si trovavano lontano scagliava massi di enorme peso, quelle più vicine colpiva con armi da lancio più leggere e perciò più frequenti;
Plutarco [37] *Il re fu colpito dalla straordinaria esperienza, intuì le possibilità della scienza di Archimede e lo convinse a preparare per lui delle macchine sia da difesa, sia da offesa, che potessero servire a qualunque tipo di assedio. ....*
Ma Archimede cominciò a caricare le sue macchine e a far piovere sulla fanteria nemica proiettili di ogni genere. Grandi masse di pietra cadevano dall'alto con fragore e velocità incredibili, né c'era modo di difendersi dal loro urto: rovesciavano a terra tutti coloro che incontravano, e scompigliavano i ranghi.
Plutarco [37] *E i suoi studi non ammettono confronti con nessun altro. In essi è una gara continua tra la materia e le dimostrazioni: la prima fornisce soggetti grandi e nobili, e le seconde risultano di una precisione e di una forza straordinarie….*
Ma anche quella parte [da terra] era stata munita allo stesso modo di ogni attrezzatura di macchine da guerra a spese e a cura di Ierone nel corso di molti anni, dall'abilità senza pari di Archimede.
Polibio [38] *Infatti quando ancora erano lontani dalla città, i suoi soldati perivano colpiti dalle baliste e dalle catapulte; gli assediati disponevano di gran copia di dardi molto efficaci e di tutti i tipi, avendo Gerone procurato i mezzi necessari e Archimede architettato e attuato ogni genere d'astuzia. Quando poi si avvicinarono alla città, parte dei soldati, come ho detto sopra, non riusciva ad avanzare a causa della quantità dei dardi lanciati dalle*

mura, mentre quanti procedevano difesi dai graticci erano uccisi dai sassi e dalle travi che venivano gettate sulle loro teste.
Ateneo [Moschione] ([39], [40 pag.48]) *V'era in oltre fabbricata per il lungo della nave* [*Syracusia*] *una muraglia co' ripari, e co' tavolati, e sopra di questi era collocata una balista da tre legni a guisa di triangolo sostenuta, che lanciava un sasso di tre talenti, ed una saetta di dodici braccia, e l'uno e l'altra per lo spazio di uno stadio, e questa macchina era da Archimede fabbricata.*
Si potrebbe anche pensare che Filone non fosse al corrente di chi fosse l'Autore della formula e che l'abbia carpita, perché doveva essere un segreto militare, ai costruttori Alessandrini oppure si potrebbe pensare che volesse sminuire l'opera di Archimede assimilandola a quella degli artigiani e non a quella dei teorici alessandrini. Del resto, il modo con il quale Archimede raggiungeva un risultato poteva essere confuso con una prova sperimentale che richiedeva a posteriori uno sviluppo astratto da parte degli Alessandrini e che questo stesso approccio al problema potesse essere stato pensato allora troppo geometrico e concreto e così poco astratto, essendo così diverso dal ragionamento puro della migliore tradizione Euclidea. E' sufficiente fare riferimento a questo proposito il modo nel quale Archimede trovò l'area del cerchio o la superficie o il volume della sfera, ma anche come impiegò la proporzionalità della leva per calcolare l'area della parabola.
Nella formula riportata da Filone convergono varie conoscenze: il calcolo del volume della sfera e il problema della estrazione della radice cubica per la formula inversa e quindi anche come partire dalla dimensione del foro di alloggiamento della matassa della macchina più piccola e poi arrivare ai calibri maggiori, impiegando la regola della duplicazione del cubo. Fra le varie soluzioni Filone tratterà quella di Ippocrate di Chio [8] ma solo il mesolabio di Eratostene consentirà una pratica soluzione. Sembra quindi lecito pensare, che l'invenzione di questo strumento non sia stata casuale,

ma per rendere agevole e ‘sul campo’ i risultati della formula, impiegando un semplice scorrimento di rettangoli, facendo così nascere anche il regolo calcolatore.
Per la data del calcolo del volume della sfera abbiamo pure la lettera che Archimede invia a Dositeo per informarlo di essere arrivato a capire come il volume della sfera fosse i 2/3 di quello del cilindro circoscritto.
In sostanza, per definire la formula occorreva mettere insieme varie competenze:

1. *La dipendenza del volume della sfera dal cubo del diametro*
2. *Il calcolo del volume della sfera come* 4/3 π R^3,
3. *Il peso specifico del materiale*,
4. *La soluzione della radice cubica tramite una doppia proporzione*.

Competenze che solo Archimede aveva sviluppato infatti:
- il punto 1 era stato considerato da Euclide Libro XII prop. 18 [41], ma solo Archimede (punto 2) aveva dato ad esso un’applicazione quantitativa (Libro sulla sfera e cilindro I, Prop. 34 + corollario),
- il punto 3 è proprio di Archimede (Libro Galleggianti I, propp.5 e 7),
- il punto 4 pur essendo trattato nella duplicazione del cubo da Eudosso di Chio, ripreso da Filone, viene esteso proprio da Archimede alla soluzione di equazioni cubiche (Sulla sfera e cilindro, II prop. 4) come affermato ([27] pag. cxxvii).
In Appendice si riportano le proposizioni significative del testo di Archimede

Alcune date
Le motivazioni precedenti portano a datare la formula di Filone per il calcolo del diametro dei due motori torsionali dopo che Archimede fissò le sue *Proposizioni*. Infatti, nel testo di Filone leggiamo: … *il principio fondamentale della costruzione [delle*

baliste] fu ricondotto ad un elemento costante: il diametro del foro attraverso cui passa la corda di tensione. Questo risultato fu raggiunto recentemente da tecnici Alessandrini forniti di ricchi mezzi da re che amavano la fama e la tecnologia che non tutto si possa ottenere con il ragionamento e con i metodi della meccanica, ma che molto debba essere scoperto con esperimenti.

Dalle parole di Filone sembra logico che nella storia di un'arma, con circa 100 anni di vita, scrivere *recentemente dotati di ricchi mezzi donati da re* al plurale, significhi che la formula sia stata elaborata proprio pochi anni prima, ossia nel passaggio da Tolomeo II a Tolomeo III avvenuto nel 246 a.C., e non nel passaggio da Tolomeo I e Tolomeo II del 285 a.C., quando Archimede era nato da due anni, come molti studiosi hanno ipotizzato. Nè l'elaborazione della formula può essere avvenuta durante il regno di Tolomeo III perché Filone che gli era contemporaneo, avrebbe enfatizzato il fatto per compiacere al re e ottenerne i favori scrivendo chiaramente il suo nome.

Conclusioni

Si studia il modo con il quale è stato superato il dimensionamento di una macchina ottenuto per pura similitudine partendo da un modello consolidato. Nella progettazione delle macchine per lanciare palle di pietra si supera la tradizione precedente della progettazione *armonica* basata su di una misura lineare presa come riferimento di un modello già costruito, e la si fa dipendere invece da considerazioni fisiche, cercando di entrare nel fenomeno dopo averlo attentamente osservato.

La lettura degli storici sull'impegno di Archimede per la costruzione di potenti macchine da lancio, porta a considerare che la formula riportata da Filone per la loro costruzione sia riconducibile alla rivoluzione culturale da lui iniziata. In questo lavoro si dimostra come la formula riportata da Filone si riferisca

ad una relazione fra il diametro delle matasse elastiche e il peso del proiettile attraverso il diametro di una palla sferica di pietra avente lo stesso peso, maggiorato del 30-40 % da Filone e preso come tale da Vitruvio.
Solo con gli studi di Archimede si sarebbe potuto calcolare il diametro della palla da lanciare partendo dal peso e, interpretare la concretezza dell'ingegnere che comprende come sia indispensabile dare in ogni modo una soluzione ad un problema che si presenta nella costruzione di una macchina così importante per la difesa. La formula di Filone non avrebbe potuto essere determinata per via puramente sperimentale, malgrado quanto fino ad ora scritto, e Vitruvio, con la tipica drastica semplificazione romana, ce lo dimostra.
Il lavoro termina cercando di rispondere alla domanda che aveva dato inizio al lavoro: quello di datare la macchina per il lancio di palle di pietra con motori sollecitati a torsione[10], su di una base concreta, quella dell'uso della radice cubica per progettarla, che, con Archimede autore, va datata nel passaggio fra il regno di Tolomeo II e quello di Tolomeo III. Questa data è importante perché supera quella considerata da Martens (attorno al 274 a.C.) basata su eventi storici che è difficile legare fra loro [7, 8].
Piace chiudere ricordando ancora una volta come le innovazioni siano frutto di una lenta, corale opera di gestazione che poi improvvisamente viene concretizzata da chi può operare una sintesi e come la progettazione della balista per lanciare pietre ne sia un chiaro esempio e si ricorda come venga già da allora superata nei fatti la definizione di *meccanica* riportata da Guido Ubaldo Del Monte: *Mechanica è voce greca significante cosa fatta con artificio da movere* [capace di muovere], *come per miracolo, & fuori dell'humana possanza, grandissimi pesi con picciola forza.*

[10] La macchina chiamata da Marsden: Mark IV B [7,8]

Bibliografia

[1] Umberto Di Marco, Pier Gabriele Molari, *Archimede ed il sistema di caricamento della balista da un talento utilizzata nell'Eurialo di Siracusa*, VIII Convegno AISI - History of Engineering, Vol. I pagg. 393-408, Cuzzolin Ed., Napoli, 6-7 aprile, 2020 - ISBN 978-88-86638-87-6
http://www.aising.eu/wp-content/uploads/2017/01/Atti_VIII_Convegno_2020.pdf
[2] Vitruvio, *Vitruvii de architectura libri decem*, a cura di Luigi Marini, Marini, Roma, 1836
[3] Aristotele, *Meccanica*, a cura di Maria Fernanda Ferrini, Bompiani Testi a Fronte, RCS Libri, Milano, 2010
ISBN 978-88-452-6465-8
[4] Aristotele, *Problemi meccanici*, a cura di Maria Elisabetta Bottecchia Dehò, Rubbettino ed., Soveria Mannelli (Catanzaro), 2000
[5] Archimede, *Opere di*, a cura di A. Frajese, UTET, Torino 1974 (1988)
[6] Galileo Galilei, *Opere di*, (a cura di Brunetti) voll.2, UTET, Torino, 1980
[7] E. W. Marsden, *Greek and Roman Artillery Historical Development*. Clarendon Press, Oxford, 1969
[8] E. W. Marsden, *Greek and Roman Artillery, Technical Treatises*, Clarendon Press, Oxford, 1971
[9] Gian Arturo Ferrari, *Meccanica allargata*, pp. 226-296, in La scienza Ellenistica a cura di Gabriele Giannantoni e Mario Veggetti, Bibliopolis, 1984, CNR Centro di studio del pensiero antico, tre gionate di studio, Pavia 14-16 aprile 1982.
[10] Andrew Steward and A.S.F., *The canon of Polykleton: A question of evidence*, The J. Of Hellenistic Studies 1978, vol 98 pp. 122-131.
[11] Massimiliano Papini, *Il Canone di Policleto*, Lexicon Philosophicum, Int, J. For the History of texts and Ideas, special Issue 2018 ISSN 2283-7833 pp. 4-41
[12] J. Overbeck, *Pompeji*, Engelmann, Leipzig, 1866
[13] Diderot, D'Alembert, *Encyclopédie, ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une Sociéte des gens de lettres*. Lausanne et a Berne s.d.
[14] Andrew Louis Guzzomi, Mirko Maraldi, Pier Gabriele Molari, *Review: A historical review of the modulus concept and its relevance to mechanical engineering design today*, Mechanism and Machine Theory 50 (2012) 1–14
[15] Francesco di Giorgio Martini. *Trattati di Architettura ingegneria e arte militare*, Il Polifilo, Milano.1967
[16] Vitruvio (traduzione e commenti del Barbaro). *I dieci libri dell'architettura. Venezia*: Franceschi, Venezia, 1567.
[17] Federigo Enriques, *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, Zanichelli, Bologna, 1987
[18] Antonio Tagliente, *Archita di Taranto e il nuovo approccio matematico alla meccanica e ai fenomeni naturali*, Galaesus-Studi e Ricerche del liceo Archita di Taranto, n.40, Scorpione Ed., Taranto, 2018, pp.89-95

[19] Erone, *Heron D’Alexandrie: Les Mécaniques ou l’élévateur des corps lourd*, Les Belles Lettres, 1988
[20] Mark J. Schiefsky, *Theory and practice in Heron’s mechanics*, pp 15-49, in Walter Roy Laird and Sophie Roux, *Mechanics and natural philosophy before the scientific revolution*, Springer, 2008
[21] Pappus Alexandrinus, *Pappi Alexandrini Mathematicae collectiones a Federico Commandino Vrbinate in latinum conversae, et commentariis illustratae* , apud Hieronymum Concordiam, Pesaro, 1588
[22] Guido Ubaldo Del Monte, *Mechanicorum liber*, Hieronymum Concordia, Pesaro, 1577
[23] Guido Ubaldo Del Monte, *Le Mechaniche*, Anastatica, Arnaldo Forni Ed., Sala Bolognese, 2013
[24] Odone Belluzzi, *Scienza delle Costruzioni*, vol. 1, Zanichelli Ed, Bologna, 1982
[25] Cesare Rossi, *Ancient throwing machines; A method to calculate their performance*, Mechanism & Machine Theory 51, 2012 1-13
[26] Domenico Pesce, *Prime linee di una storia del Pensiero Scientifico*, Giuseppe Principato Ed., Milano, 1955
[27] T.L. Heath, *The works of Archimedes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1897
[28] Giuseppe Boscarino, *Archimede e la tradizione di pensiero italica della scienza*, Aracne Ed. Roma, 2014
[29] AA. Vari, *Archimede arte e scienza dell’invenzione*, Roma Musei Capitolini 2013-2014, Giunti Ed, Firenze, 2013
[30] Mark J. Schiefsky, *Tecnē and method in Ancient Artillery Construction: The Belopoeica of Philo of Bisantium*, 613-651 in The Frontiers of Ancient Science – Essays in honor of H. von Staden, De Gruyter, Berlin, 2015
ISBN: 978-3-11-033392-3
[31] Flavio Russo, *L’artiglieria delle legioni romane*, Libreria dello Stato, Roma, 2004
[32] Giuseppe Cascarino, *L’esercito Romano, Armamento e organizzazione, vol II, da Augusto ai Severi*. Il Cerchio. Rimini, 2008
[33] Ente Minerario Siciliano, Regione Siciliana, *Schema di piano dei Materiali Lapidei di Pregio*, Vol. 5B *Caratterizzazione dei materiali* s.d.
[34] Pier Gabriele Molari, *Dal fregio della colonna Traiana argomenti per ricostruire la balista imperiale Romana*, Atti Convegno Internazionale “Colonna Traiana – MCM, Accademia di Romania in Roma 7-8 giugno 2013, Ephemeris Dacoromana, XVI, 2014, pagg. 125-144
[35] Pier Gabriele Molari, Guido Angelini et Alii, *Ricostruzione della balista imperiale Romana*, Per giornata di studio Ettore Funaioli, 16 luglio 2012,
AMSActa http://amsacta.unibo.it/3306/ , 19 giugno 2012
[36] Tito Livio, *Ab Urbe condida* (XXIV,34),
[37] Plutarco, *Vite parallele - vita di Marcello* (XV, XVII)
[38] Polibio, *Historiae* (VIII 5 e succ.)

[39] Jacques Ozanam, *Dictionaire Mathematique, Ou Idée Generale Des Mathematiques*, Huguetan, Amsterdam, 1691
[40] Giammaria Mazzuchelli, *Notizie istoriche e critiche intorno alla vita, alle invenzioni ed agli scritti di Archimede siracusano*, Gian-Maria Rizzardi, Brescia, 1737
[41] Euclide, *Gli elementi di Euclide*, a cura di Attilio Frajese e Lamberto Maccioni, UTET, Torino 1970, rist. 1988.

Appendice - I punti significativi (nella traduzione) dei testi originali

- Euclide Libro XII proposizione 18 [41]

Le sfere stanno fra loro in ragione triplicata rispetto a quella dei propri diametri.

- Archimede *Sulla sfera e cilindro* Libro I proposizione 34 [5]

Ogni sfera è quadrupla del cono avente base uguale al cerchio massimo della sfera e per altezza il raggio della sfera

Corollario

Dimostrate queste cose è evidente che ogni cilindro avente per base il circolo massimo della sfera e l'altezza uguale al diametro della sfera è una volta e mezzo la sfera, e la sua superficie, comprese le basi, è una volta e mezzo la superficie della sfera.

- Archimede *Galleggianti* Libro I proposizione 5 [5]

Delle grandezze solide quella che è più leggera del liquido, abbandonata nel liquido, si immerge in modo che un tale volume del liquido quale è quello della parte immersa, abbia lo stesso peso dell'intera grandezza solida.

Proposizione 7

Le [grandezze] più pesanti del liquido, abbandonate nel liquido, sono trasportate verso il basso, fino al fondo, e saranno tanto più leggere nel liquido, quanto è il peso del liquido avente tale volume quanto è il volume della grandezza solida.

- Archimede *Sulla sfera e cilindro* II proposizione 4 [5]

Tagliare una sfera data in modo che i segmenti sferici abbiano tra loro lo stesso rapporto [di uno] dato.

Che viene ridotto alla doppia proporzione:

$$a : x = x : y = y : b$$

che porta alla soluzione di una equazione cubica.

([27] pag. cxxvii) *The case above described is not the only one where we may assume Archimedes to have solved a problema by first reducing it to a cubic equation than solving that.*

Bologna, Siracusa, 15 maggio del 2021