



**I CONSUMI DELLE FAMIGLIE ITALIANE:  
UN' ANALISI MEDIANTE SISTEMI DI FUNZIONI  
DI ENGEL**

**Giorgio Tassinari\* Alessandro Viviani\*\***  
Rapporto di ricerca n.10

CON PRI - La misura dei consumi privati



I lavori raccolti in questa collana hanno avuto origine nell'ambito del progetto di ricerca dell'ISTAT «Le statistiche dei consumi privati nel sistema statistico nazionale» e del progetto di ricerca MURST 40% «La misura dei consumi privati: uno studio sull'accuratezza, coerenza e qualità dei dati».

Al progetto di ricerca hanno partecipato i ricercatori dell'ISTAT e dei seguenti Dipartimenti e Istituti universitari:

- Dipartimento di Scienze Statistiche, Bologna
- Dipartimento di Contabilità Nazionale, Roma
- Dipartimento Statistico, Firenze
- Istituto di Statistica e Matematica, Istituto Universitario Navale, Napoli
- Dipartimento di Scienze Statistiche, Perugia
- Istituto di Statistica, Messina.

\* Dipartimento di Scienze Statistiche "Paolo Fortunati", Bologna

\*\* Dipartimento Statistico, Firenze

BIBL. DIP. DI SCIENZE STATISTICHE

**Statistica**  
Q.2

8776

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BOLOGNA

Dipartimento di Scienze Statistiche "Paolo Fortunati"  
dell' Università degli Studi di Bologna

Luglio 1992

## INDICE

|  |    |    |
|--|----|----|
| 1. Premessa                                      | p. | 5  |
| 2. Le forme funzionali utilizzate                | "  | 6  |
| 3. I dati  | "  | 10 |
| 4. Le procedure di stima                         | "  | 12 |
| 5. La scelta della forma funzionale              | "  | 14 |
| 6. Analisi dei risultati                         | "  | 16 |
| 6.1 La forma funzionale adottata                 | "  | 16 |
| 6.2 Verifica dell'esogeneità della spesa globale | "  | 18 |
| 6.3 Analisi delle elasticità                     | "  | 20 |
| 6. Considerazioni conclusive                     | "  | 21 |
| <i>Note</i>                                      | "  | 23 |
| <i>Riferimenti bibliografici</i>                 | "  | 24 |
| <i>Appendice</i>                                 | "  | 27 |

## 1. Premessa

Fra i fattori che determinano la struttura e le variazioni della domanda del consumatore, gli studi economici hanno da tempo individuato il ruolo fondamentale della relazione fra la spesa per i singoli beni (o classi di beni) e la spesa totale, relazione sintetizzata nella nota legge di Engel<sup>1</sup>. In un precedente lavoro (Tassinari, Viviani 1990), sui consumi delle famiglie italiane abbiamo soffermato l'attenzione sui differenziali di comportamento fra le diverse tipologie di gruppi familiari. Ora ci proponiamo di proseguire nell'analisi economica del consumo mediante la specificazione e la stima di un sistema completo di funzioni di Engel.

Nell'impiego delle funzioni engeliane<sup>2</sup> due aspetti appaiono particolarmente rilevanti: la forma funzionale e l'ipotesi di esogeneità della variabile esplicativa spesa globale, ipotesi che abitualmente viene assunta senza procedere a verifica statistica. I due aspetti sono strettamente connessi: la condizione di simultaneità tra la spesa totale e la spesa per i singoli beni è rilevante in quanto la validità o meno di tale condizione è determinante sia ai fini della valutazione delle stime ottenute con il metodo dei minimi quadrati, sia in termini di interpretazione economica della relazione stessa. A questo proposito, Prais (1959) ipotizza che il consumatore stabilisca in primo luogo l'ammontare della spesa globale e, successivamente, provveda ad allocarla fra i diversi beni e servizi. In altre parole l'acquisto di un bene si realizza tramite un meccanismo a due stadi, il che implica la scelta della spesa totale come variabile esogena e di conseguenza gli stimatori dei minimi quadrati sono consistenti. Si assume tale posizione quando si stimano singolarmente le funzioni engeliane, scegliendo la forma funzionale sulla base del criterio della bontà d'adattamento alla distribuzione empirica<sup>3</sup>.

Quando, invece, la stima delle funzioni è finalizzata alla rappresentazione simultanea e coerente dell'allocazione della spesa totale del consumatore fra i diversi beni mediante un sistema completo di equazioni (Leser 1963), la scelta della forma funzionale è vincolata fra quelle che soddisfano la condizione di additività<sup>4</sup>. In questo caso l'ipotesi di esogeneità della spesa globale deve essere sottoposta a verifica. Se tale ipotesi viene rifiutata, il consumatore determina direttamente il consumo dei diversi beni, e la spesa totale acquista significato solo ex-post. E' pertanto necessario impiegare metodi di stima diversi da quello dei minimi quadrati.

Come si è detto, scopo della ricerca è quello di studiare i comportamenti di

consumo delle famiglie italiane nel 1989 sulla base dei dati rilevati dall'Istat con l'indagine sui Bilanci di Famiglia. Tale obiettivo viene perseguito attraverso:

a) la stima di un sistema completo di funzioni di Engel tenendo conto della forma funzionale più adeguata;

b) la verifica dell'ipotesi di esogeneità della spesa globale.

Un aspetto peculiare della ricerca è quello di considerare insieme queste problematiche tentando di dare risposta sia agli aspetti di metodo sia a quelli concernenti la qualità dell'informazione statistica utilizzata.

Il lavoro è organizzato nel modo seguente: nel paragrafo 2 si discutono le forme funzionali impiegate; nel 3 si affrontano gli aspetti relativi alla fonte statistica utilizzata e nel successivo sono valutati i problemi connessi ai metodi di stima. I criteri impiegati per la scelta della forma funzionale sono presentati nel paragrafo 5 e nel 6 i risultati. Alcune considerazioni conclusive completano il lavoro.

## 2 - Le forme funzionali utilizzate

In termini generali, per  $M$  famiglie soggette allo stesso insieme di prezzi, le curve di Engel per il generico bene  $i$ -mo hanno la forma:

$$y_{ij} = f_i(y_j, \theta_i, u_{ij}) \quad (1)$$

$$i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, M;$$

dove  $y_{ij}$  è la spesa della famiglia  $j$ -ma per l' $i$ -ma classe di beni,  $y_j$  è la spesa totale della famiglia  $j$ -ma,  $\theta_i$  è il vettore dei parametri,  $u_{ij}$  è la componente casuale. Limiteremo la nostra attenzione al caso in cui  $f_i = f$  ( $i=1, \dots, n$ ) che si verifica quando le funzioni sono definite da un modello completo di domanda. Questa condizione, insieme ai vincoli di additività e di non negatività, introduce alcune restrizioni sulle forme funzionali che possono essere specificatamente considerate.

Per la stima delle funzioni di Engel sono state proposte numerose forme funzionali (Gorman (1981) per una ampia discussione). In questo studio abbiamo considerato sei distinte forme funzionali, che soddisfano tutte la proprietà di additività, e che corrispondono a quelle maggiormente utilizzate nelle applicazioni empiriche. Di conseguenza abbiamo potuto stimare altrettanti sistemi completi di funzioni di Engel. Tali funzioni sono contrassegnate come:

- I) Linear 1,
- II) Linear 2,
- III) Working-Leser,
- IV) Addilog,
- V) Log-Share Linear o LSLIN,
- VI) Log-Share Inverse o LSINV,

i cui aspetti caratteristici sono sintetizzati nei punti seguenti:

I) Il modello Linear 1 è dato dall'espressione:

$$y_{ij} = a_i + b_i y_j + u_{ij} \quad (2)$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$j = 1, \dots, M$$

dove:

$y_{ij}$  è la spesa effettuata dalla  $j$ -esima famiglia per l'acquisto dell' $i$ -esimo bene,  $y_j$  è la spesa totale, della  $j$ -esima famiglia,  $a_i$  e  $b_i$  sono i coefficienti da stimare.

La (2) può essere ricondotta al *Linear Expenditure System* di Stone (1954) o al cosiddetto modello di Rotterdam (Barten 1964, Theil 1965) quando si utilizzano dati *cross-section*. Per questa forma funzionale, l'elasticità della domanda per il bene  $i$ -mo, calcolata ad un livello  $y_j$  di spesa totale, è:

$$E_i = b_i y_j / a_i + b_i y_j \quad (3)$$

Essendo la propensione marginale uguale a  $b_i$ , e pertanto indipendente dal livello totale di spesa, l'elasticità (3) tende all'unità all'aumentare di  $y_j$ . Poiché ciò può verificarsi solo in un campo ristretto di variazione della spesa totale e non indefinitamente al crescere di essa, ne consegue un uso limitato di questa forma funzionale. La proprietà di additività fa sì che valgano le seguenti identità sui coefficienti:

$$\sum a_i = \sum u_{ij} = 0 \text{ e } \sum b_i = 1.$$

II) Il modello indicato come Linear 2, assume la forma:

$$y_{ij}/y_j = a_i/y_j + b_i + u_{ij}/y_j \quad (4)$$

ed è ricavabile dal precedente ponderando ogni termine dell'equazione con le grandezze  $(1/y_j)$ . Ponendo  $w_{ij} = y_{ij}/y_j$  e invertendo i termini posti nel secondo membro si ricava:

$$w_{ij} = a_i' + b_i'(1/y_j) + u_{ij} \quad (5)$$

Il solo elemento che differenzia questo modello dal Linear 1 è la specificazione dei termini di disturbo. Per omogeneità di scrittura sono stati definiti con  $u_{ij}$  in entrambe le funzioni, ma in realtà il termine casuale del modello Linear 2 è ponderato con  $(1/y_j)$  e, quindi, si assume che sia eteroschedastico. La proprietà di additività fa sì che  $\sum a_i' = 1$  e  $\sum b_i' = \sum u_{ij} = 0$ . Per questa funzione si ha:

$$E_i = a_i'/w_{ij} \quad (6)$$

III) La forma funzionale di "Working-Leser", così definita dai contributi di Working (1943) e di Leser (1963), ha la forma seguente:

$$w_{ij} = a_i + b_i \ln(y_j) + u_{ij} \quad (7)$$

dove i simboli hanno il noto significato.

Questa forma funzionale è derivabile dal "sistema quasi ideale di domanda" (*Almost Ideal Demand System*, cfr. Deaton, Mullbauer 1980), una volta che questo sia adottato per dati *cross-section*. Nel modello AIDS la quota percentuale di spesa per ciascun bene è assunta come linearmente dipendente dal logaritmo della spesa totale e dal logaritmo dei prezzi relativi. In questo modello, la proprietà di additività si traduce nelle medesime identità sui parametri viste per il modello Linear 2 e l'elasticità, per un livello di spesa globale  $y_j$ , è pari a:

$$E_i = a_i + b_i(1 + \ln(y_j))/w_{ij} \quad (8)$$

IV) Introdotta da Leser (1941) e da Houthakker (1960) e recentemente riproposta da Bewley (1982), la famiglia dei modelli Addilog (della quale fanno parte i modelli seguenti) comprende al suo interno una pluralità di forme funzionali, di cui può essere data la seguente scrittura generale:

$$w_{ij} = (\exp(g(y_j, a_i, b_i) + u_{ij})) / \sum_{i=1}^n (\exp(g(y_j, a_i, b_i) + u_{ij})) \quad (9)$$

Se ci riferiamo al caso in cui  $g(y_j, a_i, b_i) = a_i + b_i \ln y_j$ , tale forma funzionale, denominata modello Addilog, ammette l'esistenza di un livello di saturazione e soddisfa le proprietà di additività e di non-negatività. La scrittura corrispondente è:

$$\ln(w_{ij}/w_j^*) = a_i + b_i \ln(y_j) + u_{ij} \quad (10)$$

in cui:

$w_{ij}$  è la proporzione di spesa per il bene  $i$  rispetto alla spesa totale, riguardante la famiglia  $j$ ,

$\ln(w_j^*) = n^{-1} \sum \ln(w_{ij})$  è la media dei logaritmi delle proporzioni  $w_{ij}$  della famiglia  $j$ , e i restanti termini hanno il significato già visto.

Le identità sui parametri che derivano dalla proprietà di additività sono:

$$\sum a_i = \sum b_i = \sum u_{ij} = 0.$$

Ad un dato livello di spesa totale  $y_j$ , l'elasticità è:

$$E_i = (b_i + 1) - \sum_{k=1}^n w_{kj} b_k \quad (11)$$

dove i termini sui quali si effettua la sommatoria riguardano tutti i consumi della famiglia  $j$ .

V) Il modello Log-Share Linear (LSLIN) ha la seguente espressione funzionale:

$$\ln(w_{ij}/w_j^*) = a_i + b_i y_j + u_{ij} \quad (12)$$

Si tratta di un modello che rientra nella classe dei modelli di tipo Addilog; le identità sui parametri che derivano dalla condizione di additività sono le stesse del modello precedente. L'elasticità rispetto alla spesa totale  $y_j$  è:

$$E_i = 1 + y_j (b_i - \sum_{k=1}^n w_{kj} b_k) \quad (13)$$

VI) Anche il modello Log-Share Inverse (LSINV) rientra nella classe

Addilog. La sua forma funzionale è:

$$\ln(w_{ij}/w_j^*) = a_i + (b_i/y_j) + u_{ij} \quad (14)$$

Per queste curve l'elasticità è espressa da:

$$E_i = 1 - (b_i - \sum_{k=1}^n b_k w_{kj})/y_j \quad (15)$$

Le identità sui parametri sono uguali a quelle delle due precedenti forme funzionali.

Le sei forme funzionali presentate fanno tutte riferimento a specifici modelli di comportamento economico del consumatore. Ciascuno di essi soddisfa per costruzione il vincolo di bilancio.

Coerentemente con gli obiettivi generali del lavoro il problema che ci poniamo è quello di scegliere su base empirica fra le diverse specificazioni.

### 3. I dati

I risultati dell'indagine sui bilanci di famiglia pubblicati dall'ISTAT riguardano l'ammontare delle spese familiari medie per diciassette capitoli di consumo (otto alimentari e nove non alimentari). I dati riferiti al 1989 sono disponibili secondo classi di ammontare della spesa familiare totale<sup>5</sup>. In dettaglio i capitoli di spesa sono i seguenti:

#### a) alimentari

- 1) pane e cereali;
- 2) carne;
- 3) pesce;
- 4) olii e grassi;
- 5) latte, formaggi e uova;
- 6) patate, legumi, ortaggi e frutta;
- 7) zucchero, caffè, thè, cacao ed altri generi alimentari;
- 8) bevande;

#### b) non alimentari

- 9) tabacco;

- 10) vestiario e calzature;
- 11) abitazione;
- 12) combustibili ed energia elettrica;
- 13) arredamenti, elettrodomestici e servizi per la casa;
- 14) servizi sanitari e spese per la salute;
- 15) trasporti e comunicazioni;
- 16) ricreazione, spettacoli, istruzione e cultura;
- 17) altri beni e servizi.

Sull'impiego di questa fonte<sup>6</sup> occorre tenere conto di alcuni elementi problematici:

a) Nell'utilizzazione, come in questo caso, di dati *cross-section* è implicita l'ipotesi che tutti i consumatori effettuino le proprie scelte avendo a fronte gli stessi prezzi, e che non sussista quindi variabilità territoriale o riconducibile alla diversa qualità dei beni. Poichè le differenze di qualità si riflettono in quasi tutti i casi nel prezzo dei beni, l'aspetto che non viene sottoposto a verifica concernere, in sostanza, solo la variabilità spaziale dei prezzi, che non può essere esplicitamente considerato.

b) Le informazioni non sono disponibili per le singole famiglie, il che implica l'adozione di un modello per dati aggregati. Le stime delle funzioni di Engel sono pertanto ottenute con metodi che fanno riferimento a spese familiari medie ponderate con le rispettive numerosità campionarie<sup>7</sup>. Conseguentemente abbiamo riportato le spese medie familiari totali  $y_j$  e le spese medie per ciascun capitolo di consumo  $y_{ij}$  ai corrispondenti valori medi pro-capite. Per quanto riguarda l'impiego di valori medi (piuttosto che dati individuali) valgono le argomentazioni di Prais e Aitchinson (1954)<sup>8</sup>.

c) L'impiego di dati medi consente di evitare alcune delle difficoltà che derivano dalla brevità del periodo di osservazione utilizzato nell'indagine. Una delle maggiori difficoltà dell'analisi della domanda basata su dati *cross-section* riguarda il fatto che le osservazioni, di solito, sono ottenute da rilevazioni realizzate entro periodi di tempo brevi, mentre le ipotesi teoriche si riferiscono ai consumi medi di lungo periodo (Dardi 1984). La relazione fra le quantità coinvolte nelle due situazioni non è semplice da esplicitare: se, ad esempio, durante il periodo della rilevazione, una famiglia non acquista un determinato bene, non significa che non lo consumi per niente, potendo invece esserne consumatrice nel lungo periodo. Di converso, se si rileva un'acquisto, la quantità consumata non è necessariamente uguale a quella osservata. Ciò si traduce nella presenza di zeri negli acquisti, cui possono corrispondere o meno zeri nei consumi. Vi è, infatti,

una differenza importante tra consumo e spesa: il primo è un concetto teorico, è la *choice variable* nel problema di massimizzazione dell'utilità risolto dal consumatore, interpretabile come il consumo medio che si otterrebbe da un'osservazione di lungo periodo in cui tutte le variabili esterne (prezzi, reddito, composizione della famiglia...) rimangono costanti. Siccome non è praticamente possibile seguire le famiglie per un lungo periodo di tempo ipotizzando immutabili le altre variabili, il consumo non è direttamente osservabile. Ciò che si rileva in concreto è la variabile "spesa", definita come la spesa totale nei vari servizi osservata nel breve periodo<sup>9</sup>

Un'ulteriore considerazione riguarda la specificazione della variabile indipendente, e cioè la scelta della spesa totale in luogo del reddito disponibile. Questa scelta, imposta dalla necessità di conservare il vincolo teorico dell'additività, risponde anche alla difficoltà di precisare la nozione di reddito rilevante ai fini dell'analisi. Se si utilizzasse il reddito si dovrebbe anche tener conto della sua ripartizione fra consumo e risparmio in un ambito intertemporale tenendo ulteriormente in considerazione l'equilibrio di stock (King 1985).

#### 4. Le procedure di stima

Per ciascuna delle funzioni considerate la condizione di additività fa sì che sia  $\sum_j u_{ij}=0$ , ( $j=1, \dots, M$ ), e la matrice delle varianze-covarianze del sistema abbia rango  $(n-1)$ . Assumendo la spesa globale come variabile esogena, ognuno degli  $(n-1)$  sistemi che si possono ottenere omettendo un'equazione può essere stimato congiuntamente con il metodo dei minimi quadrati generalizzati, mentre i parametri dell'equazione omessa possono essere derivati utilizzando la condizione di additività. Powell (1969) ha dimostrato che le stime dei parametri sono invarianti rispetto alla scelta dell'equazione che viene omessa. Inoltre, poichè nel problema in oggetto la variabile esplicativa è la stessa in tutte le equazioni, la procedura di stima si riconduce all'impiego dei minimi quadrati ordinari per ciascuna equazione e il vincolo di additività risulta automaticamente soddisfatto (Nicholson 1949). Analogo risultato si ottiene specificando le equazioni come un sistema apparentemente non correlato (Zellner 1962).

Una volta individuata la forma funzionale più adeguata (sui criteri di scelta si veda il successivo paragrafo 5), occorre sottoporre a verifica l'esogeneità della spesa globale. Ciò implica che si utilizzino metodi di stima appropriati per il caso in cui la spesa totale sia assunta come endogena e, successivamente, si sot-

toponga a verifica l'ipotesi di eguaglianza fra i coefficienti derivati dagli stimatori dei minimi quadrati (caso di esogeneità) e quelli ottenuti con metodi alternativi (caso di endogeneità).

In proposito si possono considerare diverse soluzioni, tutte coerenti con l'ipotesi di endogeneità. E' possibile ricorrere al metodo di stima delle variabili strumentali o ausiliarie (*instrumental variables*, o IV), proposto da Liviatan (1961) per la stima delle curve di Engel, impiegando come variabile ausiliaria il reddito familiare disponibile rilevato attraverso la stessa indagine sui consumi delle famiglie.

Il metodo, anche se fornisce stime consistenti dei parametri, non prende in considerazione la simultaneità fra le relazioni in quanto viene applicato indipendentemente a ciascuna equazione del sistema.

Tenendo conto del vincolo di additività, e quindi escludendo dal modello un'equazione, si possono impiegare stimatori GIVE (*Generalized Instrumental Variable Estimators*) che si riconducono nel nostro caso agli stimatori IV, in quanto la variabile indipendente è la stessa per tutte le equazioni (Harvey 1990, p. 69 e 79). Da questo punto di vista lo stimatore IV e quello GIVE forniscono risultati identici.

In alternativa, si può applicare lo stimatore FIML (*Full Information Maximum Likelihood*) al sistema formato da  $n-1$  equazioni che rappresentano le curve di Engel, a cui si aggiunge una  $n$ -ma equazione che rappresenta la relazione fra la spesa totale e la variabile strumentale (Giles, Hampton 1985). Il sistema da stimare è costituito da  $n-1$  funzioni di Engel, espresse nella forma:

$$g(y_{ij})=f(y_j, \theta_j)+u_{ij} \quad (16)$$

$$i=1, \dots, n-1; j=1, \dots, M$$

e da una equazione del tipo

$$g(y_j)=\Phi(x_j, \tau)+u_j \quad (17)$$

$$j=1, \dots, M.$$

dove  $y_j$  è la spesa globale familiare e  $x_j$  è il reddito disponibile familiare.

La funzione  $g$  indica la trasformazione della variabile spesa totale che è utilizzata nella funzione di Engel (ad esempio, nel caso del sistema Working-Leser,  $g(y_{ij})=w_{ij}$ ). In questa equazione non vengono posti vincoli sui parametri.

Va osservato che le stime possono essere sensibili alla forma funzionale adottata per la relazione  $\Phi$ . Nel nostro caso, coerentemente con quanto si rileva

dalla letteratura, si è impiegata la stessa forma funzionale utilizzata per esprimere le curve di Engel.

Le n-1 equazioni (16) e l'equazione (17) formano un sistema di n equazioni in n incognite, e il sistema risulta esattamente identificato. Goodfrey e Wickens (1983) hanno verificato che lo stimatore FIML e quello LIML (*Limited Information Maximum Likelihood*) sono equivalenti per sistemi di equazioni così specificati. Occorre rilevare, a questo proposito, che le stime LIML, sempre per il caso in cui la variabile esplicativa sia la stessa per tutte le n-1 equazioni, coincidono con le stime IV e che le stime FIML sono invarianti rispetto all'equazione che viene omessa dal sistema (Giles, Hampton 1985).

La forma funzionale scelta come quella più soddisfacente sulla base di una serie di indicatori che concernono la "qualità" globale dell'adattamento delle diverse distribuzioni empiriche è stata perciò stimata facendo ricorso a tre procedure:

- a) minimi quadrati ordinari;
- b) variabili strumentali;
- c) *Full Information Maximum Likelihood*.

Abbiamo sottoposto a verifica l'ipotesi di esogeneità della spesa totale facendo ricorso al test di Hausman (1978), basato sostanzialmente sul confronto di due stimatori, opportunamente scelti, dei parametri incogniti di uno stesso modello. Il test si propone di stabilire se gli stimatori ottenuti con due diverse procedure di stima, a cui corrisponde un diverso trattamento dell'informazione campionaria, differiscano in modo statisticamente significativo<sup>10</sup>. Nel nostro caso si sono messi a confronto i coefficienti ottenuti mediante lo stimatore dei minimi quadrati rispettivamente con quelli ricavati dall'impiego del metodo delle variabili strumentali e del metodo FIML.

## 5. La scelta della forma funzionale

Coerentemente con le finalità del lavoro, anziché procedere a confronti relativi ai risultati di ciascuna equazione del sistema considerato, abbiamo preferito impiegare criteri che forniscano una valutazione globale della "performance" dell'una o dell'altra forma funzionale.

A tale scopo, in letteratura sono stati proposti numerosi indici che trovano fondamento in distinti approcci concettuali alla valutazione della performance di un sistema di equazioni.

I criteri adottati sono stati i seguenti: il *Weighted Average Information Inaccuracy* basato sulla teoria dell'informazione e proposto da Theil (1967); l'indice R utilizzato da Bewley (1982) che valuta la bontà dell'adattamento con un criterio quadratico e l'*Information Criterion* di Akaike che tiene conto della verosimiglianza (1973). L'impiego di più indicatori deriva dalla necessità di fondare la scelta su una base informativa la più ampia possibile, senza privilegiare a priori alcun approccio.

La formulazione del *Weighted Average Information Inaccuracy* è:

$$IW = (1/M) \sum_{j=1}^M (f_j^{1/2}) \sum_{i=1}^n w_{ij} \ln(w_{ij}/w_{ij}^*) \quad (17)$$

dove:

M è il numero di famiglie considerate (nel nostro caso le classi di spesa totale, poichè abbiamo potuto utilizzare dati raggruppati per classi di spesa totale),  
 $w_{ij}$  è la quota di spesa totale destinata, dalla famiglia j-ma, all'acquisto del bene i-mo,  
 $w_{ij}^*$  è il valore stimato di  $w_{ij}$ ,  
 $f_j$  è la frequenza relativa delle famiglie che ricadono nella j-esima classe di spesa familiare totale.

Poichè l'indice contiene termini esprimibili nella forma  $[\ln(w_{ij}) - \ln(w_{ij}^*)]$ , ciò può "favorire" i modelli della classe Addilog (Bewley 1982).

Per questo motivo è utile ricorrere anche ad una misura che non tenga conto delle caratteristiche specifiche dell'una o dell'altra forma funzionale. A tale scopo generalmente si trasformano i valori stimati di ogni equazione in dati espressi come componenti di spesa o quote percentuali di spesa. Anche tenendo conto di questo, però, bisogna prestare attenzione alla scelta della forma della variabile dipendente da usare (nel nostro caso corrispondente rispettivamente a  $y_{ij}$ ,  $w_{ij}$  o  $\log(w_{ij}/w_{ij}^*)$ ), poichè si potrebbero determinare risultati tali da "privilegiare" le forme funzionali che usano esplicitamente quella grandezza come variabile dipendente. A tale scopo, per ogni capitolo di spesa e per ogni sistema di funzioni di Engel, abbiamo calcolato le tre seguenti misure:

$$D_{si} = (1/M) \sum_{j=1}^M f_j (z_{sij} - z_{sij}^*) \quad (18)$$

s=1,2,3  
i=1,...,n



dove:

$$z_{1ij} = y_{ij}$$

$$z_{2ij} = w_{ij}$$

$$z_{3ij} = \log(w_{ij}/w_{ij}^*),$$

$z_{sij}$  è il valore stimato di  $z_{sij}$  ( $s=1,2,3$ ).

La grandezza  $R = \sum_s \sum_i D_{si}$ , fornisce anch'essa un ordinamento che consente di valutare comparativamente l'adattamento di ciascun sistema di equazioni (Bewley, 1982).

Una condizione necessaria per l'applicazione di I, IW e R è che la percentuale di spesa prevista sia positiva: nel caso in cui uno o più sistemi producano delle previsioni negative, verranno classificati come i peggiori<sup>11</sup>.

Una ulteriore misura di *performance* dei modelli che tenga conto di tutte le informazioni campionarie è l'Information Criterion di Akaike (1973), dato da:

$$AIC = -2 \log(L^*) + 2p \quad (19)$$

dove:  $L^*$  è la funzione di verosimiglianza e  $p$  è il numero di parametri del modello. Il modello il cui risultato è preferibile si ha in corrispondenza del minimo valore di AIC.

Nella scelta della forma funzionale migliore a partire dalle stime dei minimi quadrati abbiamo considerato congiuntamente le informazioni fornite da tutti gli indicatori descritti in precedenza.

## 6. Analisi dei risultati

### 6.1 La forma funzionale adottata

Nella Tavola 1 sono riportati i valori dei tre indicatori IW, R e AIC sopra descritti per le diverse forme funzionali utilizzate.

Il modello che risulta complessivamente preferibile è quello di Working-Leser: e ciò, particolarmente, a motivo del risultato relativo al criterio AIC di Akaike. Infatti, facendo riferimento alle prime tre misure, si osserva una sostanziale equivalenza fra il modello di Working-Leser e quello Addilog (e ciò in accordo con quanto emerso nel lavoro di Giles, Hampton 1985). L'impiego del criterio AIC mostra invece una netta preferibilità del primo.

Sempre con riferimento a questi risultati, si deve tener presente che nel mo-

Tavola 1 - Valori degli indici della bontà di adattamento

| Forme funzionali | IW             | Indici R       | AKAIKE   |
|------------------|----------------|----------------|----------|
| Linear 1         | prev. negative | prev. negative | 13891.73 |
| Linear 2         | 0.01580        | 1.02457        | 4859.92  |
| W-L              | 0.00057        | 1.00081        | -4848.04 |
| Addilog          | 0.00021        | 0.89410        | -472.70  |
| LSLIN            | 0.00147        | 0.87540        | -6.35    |
| LSINV            | 0.00487        | 1.48740        | -536.25  |

dello Linear 1 non risulta soddisfatta la condizione di non negatività delle quote di spesa; questo rappresenta un motivo sufficiente per considerare tale modello come quello meno adeguato fra quelli esaminati (ad analogo conclusione era pervenuto Bewley 1982).

Si noti (Tavola 2) che i valori delle elasticità che si ricavano dai modelli sperimentati sono molto differenziati, e che quindi l'adozione di una particolare forma funzionale porta a rappresentazioni del comportamento di spesa delle famiglie assai diverse (le stime dei parametri delle sei forme funzionali sono riportate nell'appendice)<sup>12</sup>.

Tavola 2 - Elasticità delle stime WLS calcolate con la spesa totale familiare media

| Capitoli di spesa | Modelli  |          |        |         |        |        |
|-------------------|----------|----------|--------|---------|--------|--------|
|                   | Linear 1 | Linear 2 | W-L    | Addilog | LSLIN  | LSINV  |
| pane              | 0.1513   | 0.2632   | 0.2951 | 0.0211  | 0.3919 | 0.2817 |
| carne             | 0.1832   | 0.4098   | 0.4150 | 0.1049  | 0.4746 | 0.3706 |
| pesce             | 0.2187   | 0.5212   | 0.5347 | 0.5549  | 0.5255 | 0.4661 |
| latte             | 0.1545   | 0.2774   | 0.3049 | 0.0255  | 0.4377 | 0.2862 |
| oli               | 0.2194   | 0.3460   | 0.3724 | 0.0998  | 0.4913 | 0.3437 |
| patate            | 0.2196   | 0.4180   | 0.4407 | 0.1424  | 0.5070 | 0.3930 |
| zucchero          | 0.0177   | 0.2852   | 0.3056 | 0.0383  | 0.4521 | 0.2921 |
| bevande           | 0.3672   | 0.7097   | 0.7524 | 0.4583  | 0.6888 | 0.6942 |
| tabacco           | 0.2627   | 0.8317   | 0.8019 | 0.4831  | 0.6435 | 0.8066 |
| vestiario         | 0.8951   | 1.3363   | 1.3448 | 1.2373  | 1.1497 | 1.3832 |
| abitazione        | 0.7660   | 0.4321   | 0.5048 | 0.8812  | 0.7077 | 0.4473 |
| combustibile      | 0.3958   | 0.4741   | 0.5241 | 0.9124  | 0.6216 | 0.4713 |
| arredamento       | 2.3703   | 1.6766   | 1.3421 | 1.2078  | 1.2644 | 1.2248 |
| servizi san.      | 1.4956   | 1.4756   | 1.3005 | 1.1376  | 1.1825 | 1.2208 |
| trasporti         | 2.6421   | 1.9463   | 1.5541 | 1.8939  | 1.7390 | 1.7208 |
| ricreazione       | 1.1898   | 1.5619   | 1.4763 | 1.4950  | 1.3110 | 1.6071 |
| altri             | 1.0454   | 1.3889   | 1.3221 | 1.0202  | 1.0051 | 1.2541 |

## 6.2 Verifica dell'esogeneità della spesa globale

Una volta identificata la formulazione di Working-Leser come più adeguata quanto a capacità rappresentativa della domanda, abbiamo sottoposto a verifica, per questo modello, l'ipotesi che la variabile esplicativa spesa totale (assunta quale approssimazione del reddito disponibile per il consumo) sia o meno esogena mediante l'impiego della procedura proposta da Hausman (1978). Secondo quanto indicato nel precedente paragrafo il modello di Working-Leser è stato stimato con il metodo FIML e con la tecnica delle variabili strumentali (IV). I risultati sono riportati nelle Tavole 3 e 4.

Tavola 3 - Stime IV dei parametri del modello Working-Leser

| Capitoli di spesa | a       | b       | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|---------|---------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | 0.4069  | -0.0270 | 16.22         | 14.46         | 0.0055        | 0.8462    |
| carne             | 0.6880  | -0.0451 | 30.31         | 26.64         | 0.0050        | 0.9491    |
| pesce             | 0.1471  | -0.0094 | 46.34         | 40.04         | 0.0007        | 0.9768    |
| latte             | 0.3548  | -0.0235 | 16.76         | 14.93         | 0.0047        | 0.8543    |
| olii              | 0.1442  | -0.0094 | 13.98         | 12.33         | 0.0023        | 0.8001    |
| patate            | 0.3466  | -0.0226 | 22.81         | 19.95         | 0.0033        | 0.9128    |
| zucchero          | 0.1682  | -0.0111 | 15.22         | 13.55         | 0.0024        | 0.8285    |
| bevande           | 0.1186  | 0.0071  | 13.18         | 10.57         | 0.0020        | 0.7463    |
| tabacco           | 0.0736  | -0.0044 | 5.07          | 4.09          | 0.0032        | 0.3065    |
| vestiario         | -0.3357 | 0.0311  | 4.14          | 5.14          | 0.0181        | 0.4109    |
| abitazione        | 1.2131  | -0.0773 | 8.24          | 7.04          | 0.0328        | 0.5663    |
| combustibili      | 0.3603  | -0.0229 | 11.81         | 10.08         | 0.0068        | 0.7279    |
| arredamento       | -0.3683 | 0.0321  | 10.88         | 12.71         | 0.0076        | 0.8097    |
| servizi san.      | -0.0967 | 0.0088  | 5.40          | 6.58          | 0.0040        | 0.5330    |
| trasporti         | -1.3462 | 0.1096  | 12.80         | 13.98         | 0.0234        | 0.8372    |
| ricreazione       | -0.3860 | 0.0328  | 6.46          | 7.37          | 0.0133        | 0.5884    |
| altri             | -0.4935 | 0.0461  | 5.11          | 6.41          | 0.0215        | 0.5198    |

Tavola 4 - Stime FIML dei parametri del modello Working-Leser

| Capitoli di spesa | a       | b       | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|---------|---------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | 0.3976  | -0.0263 | 18.52         | -16.01        | 0.0036        | 0.9491    |
| carne             | 0.6781  | -0.0443 | 13.89         | 5.12          | 0.0031        | 0.9857    |
| pesce             | 0.1494  | -0.0096 | 5.12          | -4.63         | 0.0013        | 0.9413    |
| latte             | 0.3453  | -0.0228 | 21.37         | -18.46        | 0.0030        | 0.9520    |
| olii              | 0.1299  | -0.0084 | 2.48          | -2.33         | 0.0018        | 0.8849    |
| patate            | 0.3394  | -0.0221 | 17.98         | -15.81        | 0.0020        | 0.9761    |
| zucchero          | 0.1589  | -0.0105 | 13.36         | -12.06        | 0.0015        | 0.9404    |
| bevande           | 0.1257  | -0.0076 | 4.07          | -3.32         | 0.0026        | 0.7180    |
| tabacco           | 0.0804  | -0.0050 | 2.00          | -1.64         | 0.0031        | 0.4091    |
| vestiario         | -0.1813 | 0.0197  | 0.71          | 1.11          | 0.0186        | 0.2759    |
| abitazione        | 1.0811  | -0.0675 | 3.23          | -2.82         | 0.0264        | 0.7001    |
| combustibili      | 0.3622  | -0.0230 | 2.58          | -2.30         | 0.0054        | 0.8681    |
| arredamento       | -0.3821 | 0.0330  | 0.78          | 0.98          | 0.0128        | 0.6995    |
| servizi san.      | -0.1204 | 0.0106  | 0.37          | 0.47          | 0.0083        | 0.3122    |
| trasporti         | -1.5397 | 0.1238  | 2.94          | 3.44          | 0.0297        | 0.8637    |
| ricreazione       | -0.2593 | 0.0235  | 0.56          | 0.74          | 0.0154        | 0.4358    |
| altri             | -0.3684 | 0.0369  | 1.32          | 1.88          | 0.0248        | 0.4176    |

I risultati del test di Hausmann sono riportati nella seguente Tavola 5.

Tavola 5- Test di Hausman sul modello Working-Leser con stime WLS rispetto alle stime IV e FIML

| Capitoli di spesa | m IV   | m FIML |
|-------------------|--------|--------|
| pane              | 0.1350 | 2.0181 |
| carne             | 0.0069 | 0.0788 |
| pesce             | 1.2821 | 0.0713 |
| latte             | 0.1165 | 3.9358 |
| olii              | 0.1057 | 0.1477 |
| patate            | 0.0342 | 0.4113 |
| zucchero          | 0.1087 | 2.2028 |
| bevande           | 0.5625 | 0.3219 |
| tabacco           | 0.5813 | 0.3140 |
| vestiario         | 0.0488 | 0.6157 |
| abitazione        | 0.1195 | 0.4234 |
| combustibili      | 0.2201 | 0.0156 |
| arredamento       | 0.0017 | 0.0006 |
| servizi sanitari  | 0.1816 | 0.0132 |
| trasporti         | 0.0963 | 0.1061 |
| ricreazione       | 0.0239 | 0.1058 |
| altri             | 0.0272 | 0.3648 |

Sulla base dei valori del test che si distribuisce come un  $\chi^2$  con un grado di libertà poichè si riferisce al parametro b, non si può dunque rifiutare l'ipotesi di esogeneità della spesa totale, in quanto i risultati sono complessivamente invariati rispetto ai metodi di stima sottoposti a verifica statistica.

Ai fini della valutazione di questo risultato, con riferimento cioè alla qualità dei dati utilizzati, va considerata anche la possibilità che il reddito disponibile delle famiglie non costituisca una vera e propria variabile strumentale. E questo perchè il reddito rilevato nell'indagine sui consumi delle famiglie viene in alcuni casi imputato dal rilevatore, tenendo sostanzialmente conto del valore della spesa globale (oltre che della dotazione di beni a fecondità ripetuta) della famiglia intervistata. Da questo punto di vista, l'assunzione di incorrelazione fra reddito e residuo dal modello (16) è da assumere con cautela.

Resta il fatto che ai fini della stima dell'elasticità per i singoli capitoli di spesa risulta quindi corretto (nel senso che trova riscontro empirico) fare riferimento alle stime dei coefficienti ottenute con il metodo dei minimi quadrati (ponderati), assumendo cioè come esogena la variabile esplicativa la spesa totale.

### 6.3 Analisi delle elasticità

Nella Tavola 6 sono riportati i valori delle elasticità ricavati dal modello di Working-Leser in corrispondenza a differenti livelli di spesa totale al fine di tener conto del fatto che per il modello considerato l'elasticità dipende dall'ammontare della spesa globale:

- nella prima colonna compaiono i risultati relativi alle famiglie corrispondenti al primo decile, la cui spesa totale è pari a £ 711.000 e il numero medio di componenti è 1,65 (la spesa pro-capite totale è pari a £ 431.000);

- nella seconda colonna sono stati inseriti i valori dell'elasticità media, corrispondenti alle famiglie con una spesa totale di £ 2.345.000 e numero medio di componenti pari a 2,81 (a cui corrisponde una spesa pro-capite totale di £ 834.000);

- nella terza colonna sono riportate le elasticità per le famiglie corrispondenti alla classe di spesa totale in cui cade il nono decile, la cui spesa totale è di £ 4.440.000 e il numero medio di componenti è 3,49 (spesa pro-capite totale di £ 1.226.000).

Per il calcolo dell'elasticità ci siamo riferiti a dati pro-capite e quindi ogni spesa totale è stata preventivamente divisa per il numero medio di componenti del complesso delle famiglie rispetto alle quali è stata calcolata.

Tavola 6 - Elasticità del modello Working-Leser calcolate per diversi valori della spesa familiare pro-capite

| Capitoli di spesa | Spesa pro-capite (lire) |         |           |
|-------------------|-------------------------|---------|-----------|
|                   | 430.000                 | 834.000 | 1.226.000 |
| pane              | 0.8318                  | 0.2951  | -0.0130   |
| carne             | 0.8683                  | 0.4150  | 0.1947    |
| pesce             | 0.8789                  | 0.5347  | 0.3612    |
| latte             | 0.8350                  | 0.3049  | 0.0042    |
| olii              | 0.8532                  | 0.3724  | 0.1193    |
| patate            | 0.8729                  | 0.4407  | 0.2269    |
| zucchero          | 0.8350                  | 0.3056  | 0.0052    |
| bevande           | 0.9585                  | 0.7524  | 0.6556    |
| tabacco           | 0.9820                  | 0.8019  | 0.9453    |
| vestiario         | 1.1055                  | 1.3448  | 1.1158    |
| abitazione        | 0.8652                  | 0.5048  | 0.4146    |
| combustibile      | 0.8881                  | 0.5241  | 0.3342    |
| arredamento       | 1.0603                  | 1.3421  | 1.1763    |
| servizi sanitari  | 1.0760                  | 1.3005  | 1.3123    |
| trasporti         | 1.1112                  | 1.5541  | 1.8649    |
| ricreazione       | 1.1318                  | 1.4763  | 1.2108    |
| altri beni        | 1.0955                  | 1.3221  | 1.1738    |

Dal confronto di questi dati emerge che nella classe di spesa totale più bassa il campo di variazione delle elasticità è estremamente contenuto (da 0.83 per "Pane e cereali" a 1.13 per "Ricreazione, istruzione e cultura"). Per queste famiglie (evidentemente le più povere) abbiamo quindi una diversa classificazione del tipo di beni rispetto a quelle che ricadono in altre classi di spesa. Per tali famiglie, a motivo del vincolo di bilancio che limita il raggiungimento di livelli di saturazione, il grado di urgenza delle diverse spese è quindi abbastanza simile. In particolare si può notare come anche le spese per consumi alimentari presentino elasticità prossime all'unità.

Di contro, per le famiglie più ricche (terza colonna) i valori delle elasticità per tutti i beni alimentari sono inferiori a uno, come era lecito attendersi data la loro natura di beni "necessari"; lo stesso avviene per i capitoli "Abitazione" e "Combustibile ed energia elettrica". Per alcune classi di beni alimentari l'elasticità decresce sistematicamente sino a toccare valori prossimi allo zero (e nel caso del "Pane e cereali" con segno negativo).

Sempre con riferimento alle famiglie più ricche, confrontando le elasticità dei beni alimentari con quelle riferite alle famiglie con spesa totale uguale a quella media, emerge l'esistenza di un valore notevolmente più basso delle prime. Ciò mette in luce che all'aumentare della spesa totale diminuisce il grado di urgenza dei beni cosiddetti di prima necessità. Per i capitoli "Pesce", "Abitazione" e "Combustibile ed energia elettrica" si riscontra un'elasticità nella classe di spesa totale abbastanza vicina a quella della classe media, e leggermente più elevata per il capitolo di spesa "Tabacco". Va rilevato, per capire il comportamento riferito a queste spese, che al loro interno le differenziazioni qualitative sono molto profonde e che quindi i vari gruppi di famiglie individuati in ragione dell'ammontare della spesa globale percepiscono prezzi di beni cui corrispondono mercati fortemente segmentati.

Per quanto riguarda i cosiddetti beni "di lusso", si può notare che i valori delle elasticità per tutti i capitoli, ad eccezione di "Servizi sanitari e spese per la salute" e "Trasporti e comunicazioni" sono più bassi rispetto alla classe media di spesa, il che indica la presenza di fattori di saturazione<sup>13</sup>.

### 7. Considerazioni conclusive

I risultati qui presentati suggeriscono di impiegare il modello di Working-Leser nell'analisi della relazione consumi-spesa globale basata sui dati dell'inda-

gine sui bilanci di famiglia. La specificazione di Working-Leser nelle analisi *cross-section*, corrisponde al modello AIDS (Deaton, Mullbauer 1980). I risultati confermano ulteriormente la versatilità di questo modello nella rappresentazione dei dati empirici. Va rimarcato che le sei forme funzionali specificate danno luogo a stime delle elasticità che sono assai differenziate sia per i consumi alimentari sia per quelli non alimentari, e quindi la scelta dell'una o dell'altra specificazione non è neutrale. L'impiego di un modello che fornisce valori "locali" dell'elasticità della spesa ha un maggior contenuto informativo rispetto alle specificazioni ad elasticità costante. La scelta di selezionare il modello di Working-Leser fra quelli che rispondono alla condizione di additività e non-negatività assicura una rappresentazione coerente con gli schemi di analisi economica del consumo. Da questo punto di vista riteniamo che la nostra scelta sia più adeguata per l'analisi empirica di quella che cerca di selezionare, per ciascuna voce di spesa, la forma funzionale che fornisce il miglior adattamento ai dati.

Per quanto riguarda il problema relativo all'impiego della spesa globale come variabile esplicativa dell'allocatione delle spese tra le diverse classi di beni, i risultati ottenuti (con riferimento alla base informativa utilizzata) sembrano confortare tale assunzione. Infatti, quanto emerge dall'impiego del test di Hausman non consente di rifiutare l'ipotesi di esogeneità di tale variabile.

Questo tipo di problema può, a nostro avviso, essere ulteriormente sviluppato secondo due approcci di ricerca:

a) facendo ricorso a basi informative in cui la rilevazione del reddito sia più accurata di quella effettuata attualmente nell'indagine sui consumi delle famiglie, il che implica una profonda revisione dell'impianto dell'indagine stessa;

b) assumendo che la variabile esplicativa delle spese per i singoli beni sia in realtà una variabile latente, la cui individuazione deve far riferimento a una pluralità di indicatori fra cui la spesa globale e il reddito disponibile.

Un approccio di questo tipo, così come viene suggerito dai risultati del nostro lavoro, è proposto anche da Blundell (1988). Ma tale impostazione implica, ovviamente, l'impiego di dati riferiti alle singole unità che permettano di cogliere il comportamento abituale di spesa e, quindi, siano rilevati secondo uno schema d'indagine diverso da quello attuale, in cui il periodo di riferimento per l'osservazione delle spese è troppo breve per catturare il comportamento di spesa abituale della singola famiglia. E' indispensabile, pertanto, che lo sviluppo delle analisi sul comportamento di spesa sia accompagnata da una valutazione attenta sia della qualità dell'informazione disponibile sia della coerenza fra questa e gli schemi teorici in cui si collocano i modelli statistici utilizzati.

## Note

Il presente lavoro è frutto della stretta collaborazione degli autori. La redazione è da attribuirsi nel seguente modo: Giorgio Tassinari ha redatto i paragrafi 1-4, Alessandro Viviani i paragrafi 5-7.

1 L'analisi della forma e dei parametri caratteristici di tale relazione permette di valutare non solo gli aspetti sopramenzionati, ma anche i modi in cui le variazioni della domanda condizionano a loro volta quelle dell'offerta, e quindi l'incidenza di queste variazioni sulle modificazioni della struttura produttiva di un paese (Spaventa 1964, Fuà 1974).

2 Fra gli studi sulle funzioni di Engel effettuati nel nostro paese ricordiamo Giusti e Guarini (1960 e 1968), Di Palma (1982), Istat (1983), Poma (1985).

3 Si veda a questo proposito il pionieristico studio di Prais e Houthakker (1955). Sul problema dell'esogeneità Prais osserva inoltre che se il bene il cui consumo è oggetto d'analisi assorbe una quota modesta dei consumi complessivi è accettabile, ai fini pratici, trattare la spesa totale come variabile predeterminata.

4 La teoria economica del comportamento del consumatore pone alcune condizioni che le funzioni facenti parte di un sistema completo di domanda devono necessariamente rispettare, ovvero l'additività, la simmetria degli effetti di prezzo e l'omogeneità delle curve (vedi Deaton, Mullbauer (1980), pp. 15-22). La proprietà di additività implica che la somma ponderata delle elasticità dei singoli beni rispetto alla spesa totale debba essere pari all'unità. Le altre condizioni si riferiscono alle elasticità rispetto ai prezzi e quindi non sono rilevanti nel contesto delle funzioni di Engel. Quanto alla scelta della forma funzionale, in termini empirici deve essere effettuata tenendo conto sia della significatività statistica dei parametri sia della capacità descrittiva di ogni forma funzionale in termini di adattamento.

5 La disponibilità dell'ISTAT ci ha permesso di ottenere i dati necessari alla stima delle funzioni disaggregati per quaranta classi di spesa familiare totale.

6 Per quanto riguarda il processo di rilevazione ed elaborazione dei dati dell'indagine sui bilanci di famiglia, le loro caratteristiche e le possibilità d'impiego rimandiamo ai risultati del progetto di ricerca su "La misura dei consumi privati: uno studio sull'accuratezza, coerenza e qualità dei dati" (Filippucci, Marliani 1992, Innocenzi 1992) di cui il presente lavoro è parte.

7 In ISTAT (1983) vengono suggerite come variabili di ponderazione sia le numerosità campionarie sia i coefficienti di riporto all'universo per le singole unità. I risultati mostrano che la scelta fra i due criteri è pressochè equivalente.

8 Seguendo Prais e Aitchison (1954), l'uso di dati medi, anzichè dei dati individuali, non ha conseguenze rilevanti se: a) le classi di spesa totale sono numerose, in modo tale che l'ampiezza di una di esse sia contenuta; b) la variabilità dei consumi di ogni classe è la

più bassa possibile, in modo che i dati siano centrati intorno alla media.

9 Vi sono alcuni modelli che tengono conto della relazione fra consumo e spesa (cfr. fra gli altri Wales e Woolland (1983), Blundell e Meghir (1987) e Pudney (1990). Sull'argomento vedi anche Drudi (1992)

10 La formula del test è la seguente :

$m = q' B^{-1} q$ , in cui  $q$  è la differenza fra la stima del parametro ottenuta con il metodo dei minimi quadrati e quella ricavata dallo stimatore alternativo e  $B = \sigma^2((x^*x^*)^{-1} - (x'x)^{-1})$ . Il vettore  $x$ , nel nostro caso, è quello della spesa totale, e  $x^* = z(z'z)^{-1}z'x$  è il vettore delle variabili strumentali;  $\sigma^2$  è l'errore standard delle stime ottenute con lo stimatore alternativo.

11 Questa procedura potrebbe apparire troppo drastica, ma non bisogna dimenticare che siamo in una situazione dove i dati sono strettamente positivi, per cui una previsione negativa sarebbe una violazione fondamentale di un criterio stabilito a priori. Per esempio, il modello Linear 1, effettuando delle previsioni negative per i valori più bassi della spesa totale, viene inserito al sesto posto di tutte le graduatorie.

12 Abbiamo verificato che il modello di Working-Leser risulta quello preferibile sulla base dei criteri adottati anche quando si stimano simultaneamente tutti le specificazioni sperimentate con il metodo FIML.

13 Non abbiamo proceduto a confronti delle elasticità da noi stimate con quelle ottenute in altre ricerche in quanto la variazione temporale dei prezzi relativi toglie consistenza logica all'esercizio.

## Riferimenti bibliografici

- BARTEN A. P., *Consumer demand functions under conditions of almost additive preferences*, in "Econometrica", 42, pp. 1-38, 1964
- BEWLEY R.A., *On the functional form of Engel curves: the Australian household expenditure survey 1975-76*, in "Economic Record", 1, pp. 82-91, 1982.
- BLUNDELL R., *Consumer behaviour: theory and empirical evidence- A survey*, in "The Economic Journal", 98, pp. 16-65, 1988.
- BLUNDELL R. e MEGHIR C., *Engel curve estimation with individual data*, in Heijmans R.D. e Neudecker H. (eds.), "The practice of econometrics: Studies on demand, forecasting, money and income", Dordrecht, M. Nijhoff, 1987
- DARDI M., *Domanda*, in Lunghini G., Dizionario di economia politica, vol. 8, pp. 11-96, Torino, Boringhieri, 1984.
- DEATON A., MULLBAUER J., *Economics and consumer behaviour*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.
- DI PALMA M., *Un'analisi econometrica sulle statistiche dei consumi privati in Italia*, An-

- nali della Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Perugia, 2, 1972.
- DRUDI I., *Analisi delle frequenze d'acquisto nell'indagine sui Bilanci di Famiglia*, Bologna, Dipartimento di Scienze Statistiche, 1992.
- FILIPPUCCI C., MARLIANI G., *Un progetto di ricerca sui consumi privati in Italia*, Bologna, Dipartimento di Scienze Statistiche, 1992.
- FUA G., *Declino dell'agricoltura e legge di Engel nell'esperienza italiana*, in "Moneta e Credito", XXVII, 107, pp. 261-73, 1974
- GILES D.E.A., HAMPTON P., *An Engel curve analysis of household expenditure in New Zealand*, in "Economic Record", 58, pp. 450-462, 1985.
- GIUSTI F., GUARINI R., *Elasticità dei consumi*, in Istat, "Indagine statistica sui bilanci di famiglie non agricole negli anni 1953-54", Annali di Statistica, serie VIII, 11, Roma, 1960.
- GIUSTI F., GUARINI R., *L'elasticità dei consumi*, in Istat, "Indagine statistica sui bilanci delle famiglie italiane negli anni 1963-64", Annali di Statistica, serie VIII, n. 21, 1968.
- GOODFREY L.G., WICKENS M.R., *A simple derivation of the limited information maximum likelihood estimator*, in "Economic Letters", 10, pp. 277-283, 1982.
- GORMAN W.M., *Some Engel curves*, in Deaton A.(ed.), "Essays in Theory and Measurement of Consumer Behaviour", Cambridge, Cambridge University Press, 1981.
- HAUSMAN J.A., *Specification tests in econometrics*, in "Econometrica", 4, pp. 51-88, 1978.
- HARVEY A., *The Econometric Analysis of Time Series*, Second Edition, New York, Allan, 1990.
- HOUTHAKKER H., *Additive preferences*, in "Econometrica", 28, pp. 244-257, 1960.
- INNOCENZI G., *Principali aspetti dell'indagine Istat sui consumi delle famiglie*, Bologna, Dipartimento di Scienze Statistiche, 1992.
- ISTAT, *L'elasticità dei consumi nel 1983 in base all'indagine sui bilanci di famiglia*, Supplemento al Bollettino Mensile di Statistica, 22, 1984.
- KING M., *The economics of saving. A survey of recent contributions*, in K.J. Arrow, S. Honkapohja (eds.), "Frontiers of Economics", Oxford, Basil Blackwell, 1985.
- LESER C.E.V. (1963), *Form of Engel functions*, in "Econometrica", 31, pp. 649-703, 1963.
- LIVITAN N., *Errors in variables and Engel curve analysis*, in "Econometrica", 29, pp. 336-362, 1961.
- NICHOLSON J.L., *Variations in working-class family expenditure*, in "Journal of the Royal Statistical Society", A, 112, pp. 359-411, 1949.
- POMA F., *I consumi finali delle famiglie italiane nel periodo 1970-81*, in "Rassegna economica", XLIX, 2, pp. 333-352, 1985.
- POWELL A.A., *Aitken estimator as a tool in allocating predetermined aggregates*, in "Journal of the American Statistical Association", 64, pp. 913-922, 1969.

- PRAIS S.J., *A comment*, in "Econometrica", 29, pp. 127-129, 1959.
- PRAIS S.J., AITCHISON J., *The grouping of observations in regression analysis*, in "Revue de l'Institut Internationale de Statistique", 22, 1/3, pp. 1-22, 1954.
- PRAIS S. J., HOUTHAKKER H., *The analysis of family budgets*, Cambridge, Cambridge University Press, 1955.
- PUDNEY S., *The estimation of Engel curve*, in G.D. Miles, Measurement and modelling in economics, North Holland, Amsterdam, 1990.
- SPAVENTA L., *Effetti di variazioni strutturali nella composizione della domanda sulla produttività del lavoro e sulla occupazione*, in "Nuovi problemi di sviluppo economico", Torino, Boringhieri, 1962.
- STONE J.N.R., *Linear expenditure systems and demand analysis: an application to the pattern of British demand*, in "The Economic Journal", 64, pp. 511-527, 1954.
- SUMMERS R., *A note on least-squares bias in household expenditure analysis*, in "Econometrica", 27, pp. 121-126, 1959.
- TASSINARI G., VIVIANI A., *I comportamenti di spesa delle famiglie italiane*, in "Statistica", L, 3, pp. 363-381, 1990.
- THEIL H., *The information approach to demand analysis*, in "Econometrica", 33, pp. 67-87, 1965.
- THEIL H., *Economics and information theory*, Amsterdam, North Holland, 1967
- WALES T.J., WOODLAND A.D., *Estimation of consumer demand system with binding non-negativity constraints*, in "Journal of Econometrics", 21, 3, pp. 263-285, 1983.
- WORKING H., *Statistical laws of family expenditure*, in "Journal of the American Statistical Association", 38, pp. 43-56, 1943.
- ZELLNER A., *An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias*, in "Journal of the American Statistical Association", 57, pp. 348-368, 1962.

## APPENDICE

Tavola 1 - Stime WLS dei parametri del modello Linear 1

| Capitoli di spesa | a       | b      | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|---------|--------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | 23532   | 0.0058 | 46.28         | 10.54         | 1802.18       | 0.7384    |
| carne             | 43148   | 0.0139 | 29.47         | 8.73          | 5188.31       | 0.6586    |
| pesce             | 9857    | 0.0042 | 20.77         | 8.30          | 1681.80       | 0.6356    |
| latte             | 20601   | 0.0052 | 44.25         | 10.32         | 1647.82       | 0.7303    |
| olii              | 8406    | 0.0032 | 24.37         | 8.78          | 1222.32       | 0.6614    |
| patate            | 21450   | 0.0087 | 29.58         | 11.13         | 257.21        | 0.7592    |
| zucchero          | 9586    | 0.0002 | 39.80         | 10.61         | 853.65        | 0.7411    |
| bevande           | 9195    | 0.0092 | 13.01         | 11.98         | 2504.53       | 0.7851    |
| tabacco           | 6709    | 0.0039 | 9.93          | 5.36          | 2394.59       | 0.4162    |
| vestiario         | 361     | 0.0870 | 0.06          | 14.80         | 19150.60      | 0.8483    |
| abitazione        | 33113   | 0.1145 | 5.04          | 16.04         | 23262.50      | 0.8679    |
| combustibili      | 20758   | 0.0189 | 18.75         | 15.75         | 3924.11       | 0.8636    |
| arredamento       | -46885  | 0.1344 | -9.14         | 24.08         | 18181.10      | 0.9368    |
| servizi sanitari  | -5439   | 0.0303 | -2.85         | 14.68         | 6742.39       | 0.8461    |
| trasporti         | -135800 | 0.3362 | -12.21        | 27.82         | 39410.50      | 0.9519    |
| ricreazione       | -10988  | 0.0759 | -3.01         | 19.14         | 12924.80      | 0.9035    |
| altri             | -7682   | 0.1449 | -1.10         | 19.18         | 24597.90      | 0.9039    |

Tavola 2 - Stime WLS dei parametri del modello Linear 2

| Capitoli di spesa | a      | b      | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|--------|--------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | 0.0101 | 20615  | 11.32         | 41.27         | 0.0021        | 0.9776    |
| carne             | 0.0311 | 31627  | 12.09         | 22.05         | 0.0060        | 0.9256    |
| pesce             | 0.0102 | 5912   | 10.45         | 10.84         | 0.0023        | 0.7494    |
| latte             | 0.0093 | 17800  | 10.33         | 35.15         | 0.0021        | 0.9693    |
| olii              | 0.0051 | 7129   | 7.45          | 18.32         | 0.0016        | 0.8956    |
| patate            | 0.0167 | 16127  | 12.39         | 21.43         | 0.0031        | 0.9215    |
| zucchero          | 0.0044 | 8453   | 7.49          | 25.36         | 0.0014        | 0.9427    |
| bevande           | 0.0178 | 3465   | 13.08         | 4.56          | 0.0032        | 0.3375    |
| tabacco           | 0.0124 | 1046   | 7.69          | 1.15          | 0.0038        | 0.0085    |
| vestiario         | 0.1299 | 29143  | 24.37         | 9.80          | 0.0125        | 0.7092    |
| abitazione        | 0.0646 | 67407  | 8.04          | 15.05         | 0.0188        | 0.8527    |
| combustibili      | 0.0227 | 18148  | 13.41         | 19.21         | 0.0039        | 0.9042    |
| arredamento       | 0.0950 | -19985 | 20.98         | 7.91          | 0.0106        | 0.6123    |
| servizi sanitari  | 0.0299 | -5393  | 15.58         | 5.02          | 0.0045        | 0.3838    |
| trasporti         | 0.2479 | -75270 | 21.86         | 11.90         | 0.0266        | 0.7829    |
| ricreazione       | 0.0997 | -27457 | 26.53         | 13.10         | 0.0088        | 0.8140    |
| altri             | 0.1925 | -40550 | 32.49         | 12.27         | 0.0139        | 0.7933    |

Tavola 3 - Stime WLS dei parametri del modello Working-Leser

| Capitoli di spesa | a       | b       | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|---------|---------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | 0.4183  | -0.0278 | 24.58         | 21.98         | 0.0038        | 0.9251    |
| carne             | 0.6908  | -0.0452 | 54.05         | 47.52         | 0.0028        | 0.9830    |
| pesce             | 0.1426  | -0.0091 | 27.55         | 23.69         | 0.0011        | 0.9349    |
| latte             | 0.3637  | -0.0242 | 25.22         | 22.52         | 0.0032        | 0.9825    |
| olii              | 0.1483  | -0.0097 | 18.66         | 16.52         | 0.0017        | 0.8746    |
| patate            | 0.3501  | -0.0228 | 35.28         | 30.91         | 0.0022        | 0.9608    |
| zucchero          | 0.1727  | -0.0115 | 21.35         | 19.07         | 0.0018        | 0.9030    |
| bevande           | 0.1102  | -0.0064 | 10.43         | 8.20          | 0.0023        | 0.6298    |
| tabacco           | 0.0599  | -0.0034 | 3.87          | 2.95          | 0.0035        | 0.1655    |
| vestiario         | -0.3579 | 0.0327  | 4.72          | 5.79          | 0.0171        | 0.4554    |
| abitazione        | 1.2762  | -0.0820 | 9.88          | 8.51          | 0.0292        | 0.6472    |
| combustibili      | 0.3781  | -0.0242 | 16.32         | 14.05         | 0.0052        | 0.8343    |
| arredamento       | -0.3700 | 0.0322  | 11.96         | 13.97         | 0.0070        | 0.8328    |
| servizi sanitari  | -0.0873 | 0.0080  | 4.62          | 5.73          | 0.0042        | 0.4503    |
| trasporti         | -1.3866 | 0.1126  | 18.37         | 20.01         | 0.0170        | 0.9111    |
| ricreazione       | -0.3974 | 0.0336  | 7.19          | 8.18          | 0.0125        | 0.6283    |
| altri             | -0.5132 | 0.0476  | 5.70          | 7.09          | 0.0203        | 0.5587    |

Tavola 4 - Stime WLS dei parametri del modello Addilog

| Capitoli di spesa | a        | b       | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|----------|---------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | 7.6696   | -0.5733 | 22.46         | 22.52         | 0.0771        | 0.9284    |
| carne             | 7.1943   | -0.4896 | 40.18         | 36.68         | 0.0405        | 0.9718    |
| pesce             | 4.5282   | -0.0396 | 24.17         | 22.40         | 0.0424        | 0.9538    |
| latte             | 7.4811   | -0.5690 | 21.88         | 22.32         | 0.0774        | 0.9272    |
| olii              | 5.6665   | -0.4947 | 12.05         | 14.11         | 0.1064        | 0.8356    |
| patate            | 6.0416   | -0.4521 | 23.49         | 23.57         | 0.0582        | 0.9343    |
| zucchero          | 6.5660   | -0.5561 | 16.18         | 18.38         | 0.0918        | 0.8962    |
| bevande           | 1.2221   | -0.1362 | 3.40          | 5.09          | 0.0811        | 0.3906    |
| tabacco           | 0.3480   | -0.1113 | 0.31          | 1.33          | 0.2532        | 0.0196    |
| vestiario         | -8.0141  | 0.6428  | 10.40         | 11.19         | 0.1744        | 0.7610    |
| abitazione        | 5.2496   | -0.2866 | 5.45          | 3.99          | 0.2177        | 0.2776    |
| combustibili      | 4.4467   | -0.3178 | 8.07          | 7.73          | 0.1247        | 0.6015    |
| arredamento       | -7.8702  | 0.6133  | 15.11         | 15.79         | 0.1179        | 0.8643    |
| servizi sanitari  | -8.0086  | 0.5431  | 9.43          | 8.58          | 0.1921        | 0.6507    |
| trasporti         | -16.9500 | 1.2994  | 4.97          | 5.11          | 0.7715        | 0.3921    |
| ricreazione       | -11.9180 | 0.9004  | 12.42         | 12.59         | 0.2171        | 0.8016    |
| altri             | -4.6796  | 0.4256  | 4.60          | 5.63          | 0.2369        | 0.4409    |

Tavola 5 - Stime WLS dei parametri del modello LSLIN

| Capitoli di spesa | a       | b           | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|---------|-------------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | 0.3366  | -4.6321E-07 | 7.42          | 9.37          | 0.1605        | 0.6899    |
| carne             | 0.9450  | -4.1286E-07 | 30.24         | 12.13         | 0.1107        | 0.7894    |
| pesce             | -0.5237 | -3.4776E-07 | 23.54         | 14.36         | 0.0788        | 0.8404    |
| latte             | -0.2038 | 4.6004E-07  | 4.52          | 9.38          | 0.1596        | 0.6905    |
| olii              | -0.6669 | -3.9153E-07 | 14.14         | 7.63          | 0.1671        | 0.5946    |
| patate            | -0.2637 | 3.7137E-07  | 7.76          | 10.04         | 0.1204        | 0.7192    |
| zucchero          | -0.5529 | -4.4166E-07 | 11.49         | 8.43          | 0.1704        | 0.6429    |
| bevande           | -0.4984 | -1.3931E-07 | 23.45         | 6.02          | 0.0753        | 0.4749    |
| tabacco           | -0.9952 | -1.9670E-07 | 14.86         | 2.69          | 0.2374        | 0.1387    |
| vestiario         | 0.2588  | 4.5099E-07  | 3.37          | 5.40          | 0.2718        | 0.4195    |
| abitazione        | 1.4944  | -1.1462E-07 | 20.99         | 1.47          | 0.2523        | 0.0295    |
| combustibili      | 0.7986  | -2.2476E-07 | 7.85          | 4.54          | 0.1611        | 0.3347    |
| arredamento       | -0.1044 | 5.9764E-07  | 5.00          | 26.33         | 0.0739        | 0.9466    |
| servizi sanitari  | -1.1032 | 4.9290E-07  | 19.32         | 7.92          | 0.2023        | 0.6128    |
| trasporti         | -0.4493 | 1.2050E-06  | 2.05          | 5.06          | 0.7744        | 0.3876    |
| ricreazione       | -0.3480 | 6.5736E-07  | 3.51          | 6.09          | 0.3511        | 0.4812    |
| altri             | 0.8757  | 2.6587E-07  | 10.70         | 3.36          | 0.2817        | 0.2094    |

Tavola 6 - Stime WLS dei parametri del modello LSINV

| Capitoli di spesa | a       | b       | t-statistic a | t-statistic b | s.e. of regr. | R.squared |
|-------------------|---------|---------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| pane              | -0.7141 | 419470  | 30.39         | 32.04         | 0.0552        | 0.9633    |
| carne             | 0.0571  | 344680  | 2.10          | 22.80         | 0.0637        | 0.9300    |
| pesce             | -1.2283 | 264230  | 33.96         | 13.10         | 0.0851        | 0.8140    |
| latte             | 0.8383  | -415670 | 33.05         | 29.40         | 0.0596        | 0.9567    |
| olii              | -1.5763 | 367250  | 42.84         | 17.90         | 0.0865        | 0.8912    |
| patate            | 0.5612  | -325750 | 23.16         | 24.11         | 0.0570        | 0.9370    |
| zucchero          | -1.5729 | 410720  | 55.64         | 26.06         | 0.0665        | 0.9456    |
| bevande           | -0.7248 | 72317   | 18.34         | 3.28          | 0.0929        | 0.2005    |
| tabacco           | -1.1079 | -22269  | 10.07         | 0.36          | 0.2587        | 0.0227    |
| vestiario         | 1.4471  | -507540 | 34.17         | 21.49         | 0.0996        | 0.9220    |
| abitazione        | 0.9408  | 280060  | 12.66         | 6.76          | 0.1748        | 0.5341    |
| combustibili      | -0.2466 | 259930  | 6.33          | 11.96         | 0.0916        | 0.7847    |
| arredamento       | 0.9733  | -374180 | 11.51         | 7.94          | 0.1988        | 0.6141    |
| servizi sanitari  | -2.8975 | -370870 | 1.74          | 5.86          | 0.2386        | 0.4611    |
| trasporti         | 1.7856  | -791640 | 4.98          | 3.96          | 0.8433        | 0.2737    |
| ricreazione       | 1.3789  | -695950 | 23.76         | 22.62         | 0.1298        | 0.9290    |
| altri             | 1.6824  | -398860 | 19.45         | 7.92          | 0.1971        | 0.6130    |