DINAMICA DEI PREZZI
IN CAMBI FLESSIBILI

Caterina Colombo

Ottobre 1988

N. 60

DINAMICA DEI PREZZI IN CAMBI FLESSIBILI*

1. Introduzione

I risultati ottenuti in numerose analisi empiriche indicano che nel breve periodo la teoria della parità dei poteri d´acquisto non vale nè per categorie di beni a livello molto disaggregato, nè in termini di indici di prezzo aggregati (1). Molti contributi documentano notevoli differenze tra il comportamento dinamico del tasso di cambio e quello del livello dei prezzi. Di conseguenza, variazioni del tasso di cambio nominale tendono ad essere associate a variazioni dei prezzi relativi e danno luogo a deviazioni persistenti dalla parità dei poteri d´acquisto.

Una delle spiegazioni più comuni di questo fenomeno si basa sull´ipotesi di diversa velocità di aggiustamento sul mercato dei beni e delle attività finanziarie. Secondo tale approccio, infatti, il tasso di cambio si comporta come il prezzo di un´attività finanziaria e pertanto il suo valore incorpora istantaneamente le nuove informazioni. Il livello dei prezzi, invece, si aggiusta solo gradualmente di fronte a squilibri sul mercato dei beni.

Il problema dei fondamenti microeconomici della rigidità dei prezzi è affrontato in una serie di contributi all´interno di un filone che è stato definito "Neokeynesiano". In questi modelli il mancato aggiustamento dei prezzi è il risultato delle scelte ottimali di agenti che operano in mercati non concorrenziali in presenza di costi di aggiustamento dei prezzi (i cosiddetti <u>small</u>

__menu costs__).

Questi costi sono sempre stati ritenuti di scarsa rilevanza perchè presumibilmente di piccola entità. Alcuni autori tuttavia, tra cui Mankiw(1985), Akerlof e Yellen(1985a,b) e Blanchard e Kiyotaki(1987), hanno mostrato che in mercati non concorrenziali l'esistenza di costi di aggiustamento dei prezzi anche di piccola entità è sufficiente per spiegare il mancato aggiustamento dei prezzi. Infatti anche l'incentivo all'aggiustamento è debole: la perdita individuale dal mancato aggiustamento risulta essere di piccola entità, più precisamente del secondo ordine nell'intorno del punto ottimale. D'altra parte gli effetti a livello aggregato possono essere di ordine superiore perchè esistono esternalità dovute al fatto che le scelte sono decentralizzate e le singole imprese non tengono conto dell'effetto complessivo di tutte le loro azioni (2).

Un problema che richiede ulteriore approfondimento è quello della formazione e dell'aggiustamento dinamico dei prezzi dei beni scambiati sui mercati aperti alla concorrenza internazionale. Come sottolinea Dornbusch(1987), l'analisi deve basarsi su modelli di comportamento delle imprese in mercati non concorrenziali (3).

In questo lavoro si assume che il mercato dei beni sia caratterizzato da concorrenza monopolistica e si studia la politica di prezzo di un'impresa in presenza di incertezza sull'andamento futuro del tasso di cambio e costi fissi di aggiustamento dei prezzi (4). In questo caso non è vantaggioso per l'impresa variare il prezzo in modo continuo, ma conviene mantenerlo costante per intervalli di tempo discreti. L'analisi diventa necessariamente di tipo dinamico e riguarda la scelta della frequenza dell'aggiustamento. Il risultato cui si perviene è che l'incentivo ad aggiustare più o meno frequentemente i prezzi dipende dai parametri strutturali che caratterizzano l'economia (5).

Date le decisioni di prezzo delle singole imprese si prende quindi in esame il comportamento dei prezzi a livello aggregato. In particolare si mostra che l'aggiustamento dinamico del livello dei prezzi agli shock relativi al tasso di cambio dipende dagli elementi che determinano il grado di flessibilità dei prezzi a livello microeconomico. Considerando infine il comportamento del tasso di cambio reale si derivano alcune implicazioni relative alla correlazione tra le variazioni del cambio nominale e quelle del cambio reale.

Il lavoro è organizzato nel modo seguente. La sezione 2 descrive la struttura del modello e la soluzione di equilibrio nel caso di perfetta flessibilità dei prezzi. Nella sezione 3 si analizza il comportamento dell'impresa in presenza di incertezza sull'andamento futuro del cambio e di costi di aggiustamento. Si discute la determinazione del prezzo e della frequenza con cui quest'ultimo viene aggiustato. La sezione 4 studia le implicazioni a livello aggregato e nella sezione 5 sono presentate alcune conclusioni.

2. Struttura del modello e equilibrio con perfetta flessibilità dei prezzi

Consideriamo un'economia in cui operano s imprese. Il mercato è caratterizzato da concorrenza monopolistica. Ciascuna impresa produce un bene differenziato e compete con le altre (s-1) imprese nazionali e con le importazioni provenienti dall'estero.

La funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa k è:

$$(1) \qquad D_{kt} = \left(\frac{S_t P\$_t}{P_{kt}}\right)^{\alpha} \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{s} \left(\frac{P_{jt}}{P_{kt}}\right)^{\beta} \qquad k=1,\ldots,s$$

dove

D_{kt} è la quantità domandata del bene k al tempo t, con k=1,...,s;

P_{jt} è il prezzo del bene j in t, con j=1,...,k,...,s;

S_t è il tasso di cambio e $P\$_t$ è il prezzo dei beni importati espressi in unità di valuta estera.

Si assume che il paese sia sufficientemente piccolo da non influenzare il prezzo in valuta estera delle proprie importazioni. $P\$_t$ viene assunto costante e posto uguale a 1.

Definiamo $\delta \equiv \alpha + \beta(s-1)$ l'elasticità della domanda del bene k rispetto al prezzo del bene stesso e assumiamo $\delta>1$.

Si assume anche che tutte le imprese nazionali abbiano la stessa curva di domanda (6). L'elasticità della domanda è strettamente legata all'elasticità di sostituzione nelle preferenze tra i diversi beni. Se α tende all'infinito i beni nazionali ed esteri diventano perfetti sostituti. Nell'analisi che segue verrà dedicata particolare attenzione agli effetti di un diverso grado di sostituibilità tra beni interni ed esteri.

L'indice aggregato dei prezzi interni P_t è definito come media geometrica semplice dei singoli prezzi (7)

$$(2) \qquad P_t = \prod_{j=1}^{s} P_{jt}^{1/s}$$

Vi è un solo fattore di produzione, il lavoro; il salario reale è fissato esogenamente e vi è completa indicizzazione rispetto all'indice dei prezzi interni (8). La tecnologia ha rendimenti di scala decrescenti e la funzione di produzione è di tipo Cobb Douglas.

La funzione di costo, che è identica per tutte le imprese nazionali, è

$$(3) \qquad C_{kt} = P_t Q_{kt}^{1/\tau} \qquad \text{con } \tau < 1$$

dove Q_{kt} è la quantità prodotta dall'impresa k in t, $k = 1,\ldots,s$.

Il tasso di cambio è una variabile stocastica ed è considerato esogeno.

Per quanto riguarda la struttura informativa degli agenti si assume che essi abbiano un'informazione completa sul valore corrente di tutte le variabili, mentre essi formulano aspettative razionali sui valori futuri di tali variabili.

Con perfetta flessibilità dei prezzi, ciascuna impresa massimizza il profitto in ogni periodo assumendo dati il tasso di cambio e i prezzi fissati dai concorrenti nazionali.

In logaritmi, il prezzo che massimizza i profitti dell'impresa k al tempo t, p^*_{kt}, è

$$(4) \qquad p^*_{kt} = \theta + a^* e_t + b^* \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{s} p_{jt} \qquad k=1,\dots,s$$

dove

e_t è il logaritmo del tasso di cambio ($e_t = \log(S_t)$),
p_{jt} è il logaritmo del prezzo fissato dall'impresa j ($p_{jt} = \log(P_{jt})$ con $j=1,\dots,s$ e $j\neq k$),
e i coefficienti sono così definiti

$$a^* = \frac{\alpha(1/\tau - 1)}{\delta(1/\tau - 1) + 1 - 1/s}$$

$$b^* = \frac{\beta(1/\tau - 1) + 1/s}{\delta(1/\tau - 1) + 1 - 1/s}$$

$$\theta = \log\left(\frac{\delta/\tau - 1/s}{\delta - 1}\right) \frac{1}{\delta(1/\tau - 1) + 1 - 1/s}$$

Nel caso di perfetta flessibilità dei prezzi la presenza di variabili stocastiche non è rilevante, perchè da un lato gli agenti hanno perfetta informazione corrente, dall'altro perchè il processo di ottimizzazione si risolve istante per istante. I valori futuri delle variabili sono ininfluenti e gli agenti conoscono con certezza i valori di tutte le variabili su cui basano le proprie scelte.

Si noti che $a* + b*(s-1) = 1$: una variazione equiproporzionale del tasso di cambio e del prezzo dei concorrenti nazionali provoca una variazione percentuale di pari entità nel prezzo fissato dall'impresa k.

Dato che tutte le imprese hanno la medesima funzione di domanda e di costo, in equilibrio (con perfetta flessibilità dei prezzi) tutte le imprese fissano lo stesso prezzo, $p*_{kt} = p*_{jt} = p*_t$:

$$p*_t = \theta/a* + e_t \tag{5}$$

In questo caso una variazione del tasso di cambio dà luogo ad una variazione di pari entità del livello dei prezzi interni. Vale cioè la PPP relativa, ossia in termini di tassi di variazione. Se α tende all'infinito, ossia i beni interni ed esteri sono perfetti sostituti, vale la "legge del prezzo unico" ($P*_t = S_t P\$_t$ in termini assoluti) e il prezzo interno non può divergere dal prezzo fissato all'estero.

3.1 <u>Politica di prezzo in presenza di costi di aggiustamento</u>

Si consideri ora il comportamento dell'impresa in presenza di costi fissi di aggiustamento dei prezzi. Si assume che questi costi rappresentino sia costi di informazione, ossia relativi alla raccolta e decodificazione delle informazioni rilevanti per le scelte dell'impresa, sia costi relativi al mutamento del valore del prezzo precedentemente fissato (<u>menu costs</u> propriamente detti). Inoltre, come già detto, si ipotizza che vi sia incertezza riguardo all'andamento futuro del tasso di cambio, che è una variabile stocastica esogena.

La politica di prezzo seguita dall'impresa ha le seguenti caratteristiche: l'impresa fissa il prezzo e la lunghezza dell'intervallo durante il quale il prezzo resta fisso a tale livello; in ogni istante è disposta a offrire la quantità domandata al prezzo stabilito (9).

Per quanto riguarda il prezzo e la frequenza dell'aggiustamento (ossia il numero n di periodi durante i quali il prezzo resta fisso) l'impresa opera in modo da minimizzare la perdita media reale attesa per periodo (10). La perdita deriva da una parte dal costo fisso di aggiustamento e dall'altra dai minori profitti che si generano ogniqualvolta la soluzione ottimale non viene raggiunta. La funzione obiettivo dell'impresa può essere scritta nella forma (11)

$$(6) \qquad LOSS = \frac{F}{n} + \frac{1}{n}\,\frac{\pi''}{2}\sum_{j=0}^{n-1} E_t\,(p^*_{k,t+j} - p_{kt})^2$$

dove

F è il costo fisso di aggiustamento;

p_{kt} è il logaritmo del prezzo fissato dall' impresa k al tempo t per n periodi (t, t+1. . ., t+(n-1));

$p^*_{k,t+j}$ è il logaritmo del prezzo che massimizza il profitto al tempo t+j per l'impresa k dato il tasso di cambio ed i prezzi delle altre imprese, come specificato nell'eq.(4);

E_t è l'aspettativa formulata in base alle informazioni disponibili al tempo t;

$(-\pi'')$ è la derivata seconda della funzione di profitto in termini reali valutata nel punto di equilibrio flessibile (12).

La minimizzazione della funzione di perdita avviene in due stadi. Nel primo stadio, assumendo n dato, l'impresa fissa il prezzo che minimizza la perdita media attesa rispetto alla soluzione in assenza di costi di aggiustamento. Nel secondo si determina il valore ottimale di n. La frequenza dell'aggiustamento risulterà dipendere dai parametri strutturali che caratterizzano l'economia.

Per determinare la politica di prezzo della singola impresa è necessario fare un'ipotesi sulla distribuzione delle decisioni delle diverse imprese, poichè in concorrenza monopolistica il prezzo della singola impresa dipende dal prezzo stabilito dalle altre imprese che, in questo caso, operano anch'esse in presenza di costi di aggiustamento e di incertezza riguardo ai valori futuri del cambio. In questo modello si assume che le decisioni delle imprese non siano prese tutte simultaneamente, ma siano invece distribuite uniformemente nel tempo (<u>uniform staggering</u>). Alcuni autori hanno cercato di giustificare l'esistenza di <u>staggering</u> sulla base delle scelte strategiche delle imprese: questi aspetti non vengono qui presi in esame e si assume semplicemente che questa distribuzione delle decisioni sia il risultato dell'assenza di coordinamento delle scelte individuali (13).

3.2 Determinazione del prezzo ottimale

Sostituendo nell'eq.(6):

$$(7)\quad E\,(p^*_{k,t+j} - p_{kt})^2 = Var_t\,(p^*_{k,t+j}) + (E_t\, p^*_{k,t+j} - p_{kt})^2$$

dove $Var_t\,(p^*_{k,t+j})$ è la varianza condizionale del prezzo ottimale, indipendente dalla politica di prezzo dell'impresa, la condizione di primo ordine rispetto a p_{kt} può essere scritta nella forma:

$$(8)\quad -\frac{2}{n}\,\frac{\pi''}{2}\sum_{j=0}^{n-1}(E_t\, p^*_{k,t+j} - p_{kt}) = 0$$

da cui si ottiene

$$(9)\qquad p_{k,t} = \frac{1}{n}\sum_{j=0}^{n-1} E_t\, p^*_{k,t+j}$$

Il prezzo scelto dall'impresa k al tempo t è la media dei valori attesi dei prezzi che massimizzano il profitto in ciascuno degli n periodi per cui il prezzo resterà fisso.

Sostituendo l'eq.(4) nella (9) si ottiene

$$(10)\qquad p_{k,t} = \theta + a^*\,\frac{1}{n}\sum_{j=0}^{n-1} E_t\, e_{t+j} + b^*\,\frac{1}{n}\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{\substack{h=1\\ h\neq k}}^{s} E_t\, p_{h,t+j}$$

dove $E_t p_{h,t+j}$ è l'aspettativa sul prezzo dell'impresa h $(h=1,\ldots,s\ h\neq k)$ al tempo t+j.

Come già detto si assume che le decisioni delle imprese siano distribuite uniformemente nel tempo. Date le caratteristiche di simmetria del modello, le imprese sul mercato nazionale differiscono solo per l'istante in cui fissano il prezzo e tutte tengono poi costante il prezzo per lo stesso numero di periodi, cosicchè in ogni periodo m imprese fissano il proprio prezzo (m=s/n). L'ultimo termine dell'eq.(10) si può quindi riscrivere nella forma

$$(11)\quad \sum_{h=1}^{s} p_{h,t+j} = m \sum_{i=0}^{j-1} E_t\, p_{t+j-i} + (m-1)\, p_{t+j-j} + m \sum_{i=j+1}^{n-1} p_{t+j-1}$$

con $j=0,\ldots,n-1$

Sostituendo questa espressione nell'eq.(10) si ottiene

$$(12)\quad p_t = \theta + \frac{a^*}{n} \sum_{j=0}^{n-1} E_t\, e_{t+j} + \frac{b^*}{n}\, m \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{j-1} E_t\, p_{t+j-i} +$$

$$+ b^* (m-1)\, p_t + \frac{b^*}{n}\, m \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=j+1}^{n-1} E_t\, p_{t+j-i}$$

e rielaborando

$$(13)\quad p_t = \theta + \frac{a^*}{n}\sum_{j=0}^{n-1} E_t\, e_{t+j} + \frac{b^*}{n}\, m \sum_{j=1}^{n-1} (n-j)\, p_{t-j} +$$

$$+ \frac{b^*}{n}\, m \sum_{j=1}^{n-1} (n-j)\, E_t\, p_{t+j} + b^*(m-1)\, p_t$$

da cui

$$(14)\quad p = \Gamma + \frac{a}{n}\sum_{j=0}^{n-1} E_t\, e_{t+j} + \frac{b}{n}\sum_{j=1}^{n-1} (n-j) p_{t-j} + \frac{b}{n}\sum_{j=1}^{n-1} (n-j) E_t\, p_{t+j}$$

dove i nuovi coefficienti introdotti sono così definiti

$$a = \frac{a^*}{1-b^*(m-1)}; \qquad b = \frac{b^* m}{1-b^*(m-1)}; \qquad \Gamma = \frac{\theta}{1-b^*(m-1)}$$

Si dimostra che $a + b(n-1) = 1$: questo risultato corrisponde alla condizione di omogeneità ottenuta nell'eq.(4) nel caso di perfetta flessibilità dei prezzi.

L'equazione (14) è simile a quella ottenuta da Taylor(1980, eq.(12)) con riferimento al mercato del lavoro. Si noti tuttavia che nel presente lavoro l'eq.(14) è stata derivata da un processo di ottimizzazione da parte di imprese in concorrenza monopolistica in presenza di costi di aggiustamento e decisioni di prezzo uniformemente distribuite, mentre nel modello di Taylor non vi è alcun processo di ottimizzazione esplicito.

Inoltre il valore di n qui è determinato endogenamente, mentre in Taylor n è un dato esogeno. In aggiunta, come vedremo nel paragrafo successivo, in questo modello la variabile esogena che guida il sistema segue un random walk con drift, mentre in Taylor si considera un shock serialmente incorrelato.

3.3 Soluzione con aspettative razionali

Assumendo aspettative razionali, si può risolvere l'eq.(14) e determinare il prezzo stabilito dalle imprese che prendono la decisione in t. Questo prezzo dipende sia dai prezzi fissati negli n-1 periodi precedenti che dall'aspettativa sui prezzi che saranno stabiliti negli n-1 periodi futuri. Esso dipende inoltre dalle aspettative sui valori futuri del tasso di cambio, che è esogeno in questo modello.

Si assume che il tasso di cambio segua un random walk con drift (14).

$$e_t = e_{t-1} + \mu + u_t \tag{15}$$

dove u_t, l'innovazione nel processo stocastico, è identicamente ed indipendentemente distribuita con media zero e varianza σ^2.

L'introduzione di un trend costante μ ci permette di distinguere, in modo semplificato, una variazione media attesa del tasso di cambio da una variazione inattesa: l'innovazione u_t.

Per risolvere questa equazione di prezzo nell'ipotesi di aspettative razionali è stata utilizzata la procedura descritta in Taylor(1980).

L'eq.(14) può essere riscritta come

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{(n-j)}{n} E_t\, p_{t+j} - \frac{1}{b} p_t + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{(n-j)}{n} p_{t-j} = V_t \tag{16}$$

dove

$$V_t = \frac{1}{b} \left(- \Gamma - a\mu \frac{(n-1)}{2} - a\, e_t \right) .$$

In forma compatta, utilizzando l'operatore ritardo L, possiamo scrivere

$$E_t\, D(L)\, p_t = V_t \tag{17}$$

dove

$$D(L) = \sum_{j=-(n-1)}^{n-1} d_j\, L^j$$

con $d_j = d_{-j} = \frac{(n-j)}{n}$ per $j \neq 0$ e $d_0 = - \frac{1}{b}$.

Date le caratteristiche di simmetria del polinomio D(L), esso può essere espresso come prodotto di un polinomio in L e dello stesso polinomio in L^{-1} :

$$D(L) = \pi\, C(L)\, C(L^{-1}) \tag{18}$$

dove

π è una costante di normalizzazione e

$$C(L) = \sum_{j=0}^{n-1} c_j L^j \quad \text{con } c_0 = 1 \quad (15).$$

Come comunemente accade è necessario imporre una condizione di stabilità per ottenere un'unica soluzione: tra i 2(n-1) polinomi che soddisfano l'eq.(18) si sceglie il polinomio associato alle radici di D(L) che giacciono fuori dal cerchio unitario (16).
Sostituendo nell'equazione (17) si ottiene

$$(19) \qquad E_t\, \pi\, C(L)\, C(L^{-1})\, p_t = E_t V_t$$

La soluzione con aspettative razionali si ottiene risolvendo prima rispetto all'operatore L^{-1} e poi rispetto all'operatore L. Dividendo ambo i membri dell'eq.(19) per $\pi C(L^{-1})$ e fattorizzando il polinomio inverso si ottiene

$$(20) \qquad C(L)\, p_t = \frac{1}{\pi} \sum_{h=1}^{n-1} \frac{A_h}{(1-x_h L^{-1})} E_t V_t$$

dove la formula in caso di radici distinte (17) è

$$\frac{1}{C(L)} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{A_k}{1-x_k L}$$

con

$$A_k = \frac{1}{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{n-1} \left(1 - \frac{x(j)}{x(k)} \right)}$$

Risolvendo l'eq.(20) rispetto all'operatore L^{-1} ed usando l'eq.(15) si ottiene

$$(21) \qquad C(L)\, p_t = z_0 + z_1 \mu + z_2 e_t$$

dove

$$z_0 = - \frac{\Gamma}{\pi b} \sum_{h=1}^{n-1} \frac{A_h}{1-x_h}$$

$$z_1 = - \frac{a}{\pi b} \left(\frac{(n-1)}{2} \sum_{h=1}^{n-1} \frac{A_h}{1-x_h} + \sum_{h=1}^{n-1} \frac{A_h x_h}{(1-x_h)^2} \right)$$

$$z_2 = - \frac{a}{\pi b} \sum_{h=1}^{n-1} \frac{A_h}{1-x_h}.$$

Risolvendo l'eq.(21) rispetto all'operatore ritardo L con il medesimo procedimento si ottiene

$$(22) \quad p_t = \frac{\Gamma}{a} + w_1 \mu + z_2 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{n-1} A_k x_k^i e_{t-i}$$

dove (18)

$$w_1 = \frac{(n-1)}{2} + \left(-\frac{a}{\pi b}\right) \sum_{h=1}^{n-1} \frac{A_h}{1-x_h} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{A_k x_k}{(1-x_k)^2}$$

Questa è l'equazione di forma ridotta relativa al prezzo delle imprese che fissano il prezzo al tempo t. Questo prezzo viene mantenuto fisso per n periodi, ossia nell'intervallo da t a t+(n-1).

Il prezzo dipende da tutti i valori passati del tasso di cambio. I coefficienti sono decrescenti e il loro valore tende a zero per t che tende a $-\infty$; si dimostra anche che la somma dei coefficienti è uguale ad uno, per cui variazioni nel tasso di cambio vengono interamente trasferite nel lungo periodo sui prezzi fissati dalle singole imprese.

La scelta relativa alla frequenza dell'aggiustamento viene analizzata nella sezione successiva.

3.4 Scelta del valore ottimale di n

n è una variabile di scelta delle imprese. In molti modelli con decisioni uniformemente distribuite nel tempo n viene invece assunto esogeno e spesso posto uguale a 2 per semplificare i risultati (19). Tuttavia i risultati empirici disponibili relativi al comportamento dei prezzi a livello della singola impresa (purtroppo molto limitati e non riguardanti specificamente beni soggetti a concorrenza internazionale (20)) indicano che i prezzi vengono tenuti fissi per intervalli di tempo discreti, ma la frequenza dell'aggiustamento non è invariante rispetto a mutamenti negli elementi strutturali che caratterizzano l'ambiente in cui l'impresa opera. E' importante quindi considerare la variabile n come una variabile endogena, oggetto di scelta da parte delle imprese.

Come già riportato nella sezione 3.1, in questo modello si assume che l'impresa scelga n in modo da minimizzare la perdita media reale attesa per periodo. La perdita è costituita in parte dal costo fisso di aggiustamento F che l'impresa paga quando modifica il prezzo, e in parte dalla perdita in termini di profitto che si genera ogniqualvolta ci si allontana dal sentiero ottimo dei prezzi. L'impresa sceglie n assumendo data la frequenza con cui le altre imprese nazionali aggiustano il prezzo. La scelta di n ha quindi le caratteristiche di un equilibrio di Nash in n. Più precisamente, poichè le imprese nazionali sono identiche, il valore di n scelto (n*) è un valore di equilibrio se, nell'ipotesi che tutte le altre imprese nazionali scelgano n=n*, è nell'interesse della singola impresa scegliere n=n*. Il valore n* è quindi il risultato della minimizzazione della funzione di perdita sotto il vincolo che anche tutte le altre imprese nazionali scelgano n=n*.

Per individuare il minimo della funzione di perdita rispetto a n si è proceduto nel modo seguente (La procedura è descritta in dettaglio nell'Appendice).

E' possibile esprimere l'incremento unitario della funzione di perdita (dLOSS(n) = LOSS(n+1) - LOSS(n)), e quindi implicitamente il valore ottimale di n, in funzione di alcuni parametri strutturali che caratterizzano l'economia e cioè l'elasticità della domanda rispetto al prezzo dei beni esteri (α) che misura la sostituibilità tra beni interni ed esteri, i parametri che descrivono il processo stocastico che genera il tasso di cambio (μ e σ^2) e i costi di aggiustamento (F). Assumiamo che il minimo non sia nell'estremo inferiore del dominio della funzione, in modo che la soluzione ottimale non coincida con il caso di perfetta flessibilità dei prezzi (n*=1).

Data la natura discreta della variabile n, la condizione di minimo è stata formulata nel modo seguente: n* è il valore che minimizza la funzione di perdita se dLOSS(n)<0 per n<n* e dLOSS(n)>0 per n≥n*.

Come si mostra nell'appendice

$$(23) \qquad dLOSS(n) = \frac{1}{n+1}\left(- \frac{F}{n} + \frac{\pi''}{2}\mu^2 DD + \frac{\pi''}{2}\sigma^2 BB\right)$$

ove DD e BB sono funzioni positive e crescenti in n (21). Inoltre BB e $\pi''/2$ sono crescenti in α.

Questo andamento dei coefficienti DD e BB garantisce l'esistenza e l'unicità del minimo della funzione di perdita rispetto ad n.

E' interessante a questo punto analizzare come varia il valore ottimale di n al variare dei parametri μ, σ^2, α e F.

Una maggiore volatilità del tasso di cambio (σ^2) è associata a un più frequente aggiustamento dei prezzi delle imprese nazionali, ossia un valore di $n*$ più basso. Anche μ, che rappresenta la variazione media attesa del tasso di cambio, influenza il valore ottimale di n: un valore più elevato di μ riduce la lunghezza dell'intervallo di tempo durante il quale è ottimale mantenere il prezzo fisso. Quindi sia la volatilità che la componente di trend del tasso di cambio influenzano la frequenza dell'aggiustamento dei prezzi. I prezzi a livello microeconomico sono più flessibili e quindi incorporano più velocemente gli shocks del tasso di cambio quando σ^2 e/o μ sono più elevati.

Un altro importante elemento strutturale che influenza la scelta di n è la sostituibilità tra beni interni ed esteri, misurata attraverso il coefficiente α. Se α tende all'infinito anche $\pi''/2$ tende all'infinito quindi nel caso di perfetta sostituibilità tra beni interni ed esteri i prezzi interni divengono perfettamente flessibili rispetto a variazioni del tasso di cambio. Condizione necessaria per generare deviazioni dalla PPP è la non perfetta sostituibilità tra beni nazionali ed esteri. Inoltre un aumento di α dà luogo ad un aumento di $\pi''/2$ e di BB e quindi $n*$ decresce al crescere di α. Si noti che un valore più elevato di α non significa solo una maggiore concorrenza da parte delle imprese estere, ma anche un incentivo maggiore per le altre imprese nazionali ad aumentare la frequenza dell'aggiustamento accrescendo ulteriormente l'incidenza sul comportamento della singola impresa (22).

Un livello più elevato dei costi di aggiustamento F induce l'impresa a ridurre la frequenza dell'aggiustamento dei prezzi.

Alcuni di questi risultati confermano quelli ottenuti in Aizenman(1986), dove in presenza di puri costi di informazione le imprese predeterminano un sentiero ottimale dei prezzi. Si noti tuttavia che nel presente modello la variazione media attesa del tasso di cambio, μ, influenza il valore ottimale di n, mentre nel modello di Aizenman essa non ha alcun ruolo. La diversità del risultato dipende dalle caratteristiche della politica di prezzo e in particolare dal fatto che nel presente modello le imprese mantengono il prezzo costante per n^* periodi invece di predeterminare soltanto la propria politica di prezzo.

Anche nel modello di Daniel(1986a) una maggiore volatilità del tasso di cambio aumenta in media la frequenza dell'aggiustamento; tuttavia non è possibile introdurre in quel contesto una componente di trend senza modificare radicalmente la formulazione della politica di prezzo dell'impresa. Inoltre Daniel(1986a) non prende in esame elementi relativi alla struttura di mercato quali la sostituibilità del prodotto.

4. Il livello aggregato dei prezzi

Dopo aver studiato il comportamento della singola impresa sul mercato nazionale consideriamo ora l'andamento dei prezzi a livello aggregato.

Data la definizione di indice dei prezzi interni P_t nell'eq.(2), il logaritmo del livello aggregato dei prezzi al tempo t, indicato con ap_t, risulta essere

(24) $$ap_t = \frac{1}{n^*} \sum_{j=0}^{n^*-1} p_{t-j}$$

e sostituendovi l'espressione ottenuta per i singoli prezzi (eq.(22)) si ottiene

(25) $$ap_t = \frac{\Gamma}{a} + w_1 \mu + \sum_{i=0}^{\infty} w_{2i} e_{t-i}$$

ove

$$w_{2i} = z_2 / n^* \sum_{k=1}^{n^*-1} A_k \sum_{j=0}^{\min(i,n^*-1)} x_k^{i-j}$$

Nel caso di decisioni uniformemente distribuite nel tempo il livello dei prezzi interni non presenta l'andamento discontinuo che si rileva a livello microeconomico o nel caso in cui tutte le decisioni di prezzo siano sincronizzate.

L'eq.(25) può essere anche scritta in termini di tassi di variazione, definendo $dp_t = (ap_t - ap_{t-1})$

(26) $$dp_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} w_{2i} u_{t-i}$$

Dall'esame di queste equazioni si possono trarre le osservazioni seguenti.

In primo luogo il prezzo aggregato dipende da tutti i valori passati del tasso di cambio. L'influenza del tasso di cambio dunque va oltre l'orizzonte della politica di prezzo della singola impresa, mentre nel caso di prezzi predeterminati ma non fissi, come in Aizenman(1986), l'effetto si completa in n periodi (23).

In secondo luogo la somma dei coefficienti relativi al tasso di cambio (e agli shock u_t) è uguale ad uno. Questo implica che la PPP vale nel lungo periodo in quanto all'infinito uno shock relativo al cambio viene trasferito completamente sui prezzi (24).

In terzo luogo la variazione dei prezzi a livello aggregato incorpora completamente in ogni periodo la variazione media attesa del tasso di cambio, μ, anche se ciò non si verifica per i prezzi fissati dalle singole imprese. Questo risultato estende quello ottenuto da Rotemberg(1983) (25).

Infine il risultato più interessante riguarda il coefficiente che misura l'effetto di impatto sul livello dei prezzi interni di uno shock al tasso di cambio: questo coefficiente misura infatti del "grado di rigidità" dei prezzi. Il valore del coefficiente dipende da n* e quindi dagli elementi strutturali che determinano n*. Il coefficiente per i=0 (26) è dato da

$$(27) \qquad \ddot{w}_{20} = \frac{z_2}{n^*}$$

Questo coefficiente è tanto minore quanto più elevato è il valore di n*, **ossia l'effetto di impatto si riduce** all'aumentare di n*. Questo risultato si ottiene non solo perchè n* compare al denominatore, ma anche perchè il numeratore si riduce all'aumentare di n*. Il numeratore (z_2) rappresenta l'effetto di impatto dello shock sul prezzo delle singole imprese che decidono il prezzo in quel periodo. Quindi al crescere di n* non si ha solo una riduzione del numero di imprese che fissano il prezzo nello stesso periodo, ma anche un effetto minore sui prezzi a livello microeconomico. Per valutare l'andamento del coefficiente z_2 al variare di n è necessario conoscere le radici del polinomio D(L) definito nell'eq.(17) e queste si possono ottenere solo attraverso un processo di approssimazione numerica (27). I valori numerici ottenuti sono presentati nella Tabella 1 per diversi valori di n e per diversi valori del coefficiente a* ($0<a^*\leq 1$). Data la definizione di a* nell'eq.(4) esiste un legame tra il valore di a* e quello del coefficiente α ($0<\alpha<\infty$) e più precisamente a* tende a zero per α che tende a zero e a*=1 per α che tende all'infinito.

TABELLA 1

Coefficiente di impatto a livello microeconomico (z_2)

	a*=0.01	a*=0.25	a*=0.5	a*=0.75	a*=0.99
n=2	0.18	0.67	0.83	0.93	1.00
n=3	0.15	0.60	0.78	0.91	1.00
n=6	0.12	0.55	0.74	0.89	1.00
n=12	0.11	0.52	0.73	0.88	0.995
n=24	0.10	0.51	0.72	0.87	0.995
n=36	0.10	0.51	0.71	0.87	0.995

Si noti che il valore del coefficiente z_2 dipende direttamente anche dal parametro strutturale α: l'effetto di impatto a livello microeconomico, a parità di n, è tanto più elevato quanto maggiore è la sostituibilità tra beni interni ed esteri.

A livello aggregato vi è quindi una relazione inversa tra il valore del coefficiente w_{20}, che rappresenta l'effetto di impatto, e il valore di n*.

Data la relazione inversa tra n* ed i parametri σ^2 e μ (discussa nella sezione precedente) e la relazione inversa esistente tra n* ed il coefficiente di impatto w_{20} si ottiene che valori più elevati di σ^2 e di μ amplificano l'effetto di impatto. Sia la volatilità del tasso di cambio che la variazione media attesa influenzano l'entità della variazione immediata dei prezzi a fronte di uno shock al tasso di cambio.

Il valore del coefficiente di impatto w_{20} dipende positivamente anche da α.

Un altro interessante risultato del modello è che la velocità con cui uno shock al tasso di cambio viene assorbito dai prezzi interni decresce all'aumentare di n*.

Infatti $\sum_{i=0}^{j} w_{2i}$, che rappresenta la variazione complessiva dei prezzi nei j periodi successivi ad uno shock del tasso di cambio, risulta inferiore per valori più grandi di n* (28). Quindi all'aumentare dei parametri σ^2, μ e α si rileva una maggiore flessibilità dei prezzi interni.

Date le ipotesi semplificate del modello, il tasso di cambio reale è definito come $(e_t - p_t)$ e quindi il tasso di variazione del tasso di cambio reale risulta essere

$$(28)\quad d(e_t - p_t) = \sum_{i=0}^{\infty} ww_i \, u_{t-i}$$

dove

$$ww_0 = 1 - w_{20}$$

$$ww_i = - w_{2i} \qquad \text{per } i>0$$

Nel caso di perfetta flessibilità dei prezzi il tasso di cambio reale si mantiene costante. In questo modello le deviazioni dalla PPP derivano solo dal mancato aggiustamento dei prezzi e, nel lungo periodo, non vi è alcuna variazione dei prezzi relativi in quanto non sono stati introdotti shock di natura reale.

Come si rileva nell'eq.(28), uno shock del cambio nominale si riflette sui prezzi relativi provocando una variazione persistente del cambio reale.

L'ampiezza dell'effetto sui prezzi relativi dipende dagli elementi che influenzano la frequenza di aggiustamento dei prezzi a livello microeconomico. In particolare l'effetto è inferiore in presenza di una più elevata sostituibilità tra beni interni ed esteri in quanto questa genera una situazione di maggiore concorrenzialità fornendo l'incentivo ad un aggiustamento più rapido. L'effetto sui prezzi relativi risulta inferiore anche per valori più elevati di μ e σ^2 perchè, in questo caso, le frizioni che generano un aggiustamento graduale dei prezzi diventano meno rilevanti per gli agenti.

Un risultato interessante del modello è che la correlazione tra le variazioni del cambio nominale e quelle del cambio reale aumenta al crescere di n* e quindi dipende negativamente da σ^2 e di μ (29). Pertanto, in presenza di una maggiore volatilità del tasso di cambio o di una sua variazione media attesa più elevata si dovrebbe rilevare una minore correlazione tra cambio reale e nominale. Quest'ultima dipende anche dal grado di sostituibilità tra beni interni ed esteri. Un valore basso di α implica una forte correlazione tra cambio reale e nominale perchè gli shock del tasso di cambio sono assorbiti lentamente dai prezzi interni generando variazioni persistenti del cambio reale (30).

5. Conclusioni

In questo modello si è studiato l'aggiustamento del livello dei prezzi in seguito a variazioni del tasso di cambio. A fondamento dell'analisi è il comportamento microeconomico di imprese che operano in concorrenza monopolistica con incertezza riguardo all'andamento futuro del cambio, costi di aggiustamento dei prezzi e decisioni di prezzo uniformemente distribuite nel tempo.

La frequenza di aggiustamento dei prezzi a livello microeconomico è una variabile endogena del modello ed è influenzata dai parametri strutturali che caratterizzano l'economia. Una più elevata sostituibilità tra beni interni ed esteri richiede un aggiustamento più frequente dei prezzi delle singole imprese. Analogamente, con una maggiore volatilità o una variazione media attesa più elevata del tasso di cambio risulta vantaggioso mantenere il prezzo costante per un numero di periodi inferiore.

Dopo aver analizzato la politica di prezzo delle singole imprese, si è preso in esame il comportamento sia dei prezzi a livello aggregato sia del cambio reale. E' stato dimostrato che la velocità di aggiustamento del livello dei prezzi ad uno shock relativo al cambio dipende dalle caratteristiche strutturali del mercato e dai parametri del processo stocastico che genera il tasso di cambio. La correlazione tra le variazioni del cambio nominale e del cambio reale dipende negativamente da un lato dalla volatilità e dalla variazione media attesa del cambio, dall'altro dalla sostituibilità tra beni interni ed esteri.

L'analisi può essere estesa in varie direzioni.

Innanzitutto la verifica empirica di alcuni risultati teorici del modello potrebbe fornire un test sulla capacità esplicativa delle teorie che ricercano i fondamenti microeconomici della rigidità dei prezzi nel comportamento di agenti che operano in mercati non concorrenziali, in presenza di costi di aggiustamento dei prezzi.

In secondo luogo il tasso di cambio è stato assunto esogeno, ma l'analisi potrebbe essere sviluppata introducendo un modello macroeconomico completo che permetta di determinare endogenamente il cambio. In questo caso, tra gli elementi che influenzano la politica di prezzo delle imprese dovrebbero comparire i parametri dei processi stocastici che generano le variabili esogene, in particolare la quantità di moneta.

Infine in questo lavoro si è concentrata l'attenzione sui costi di aggiustamento legati ai prezzi. Non si è tenuto conto della possibilità che esistano costi di aggiustamento della quantità prodotta e che le imprese utilizzino come variabile di scelta la quantità invece che il prezzo. Sarebbe interessante prendere in esame questa alternativa e confrontare i risultati delle diverse ipotesi.

APPENDICE

MINIMIZZAZIONE RISPETTO AD N

La minimizzazione rispetto ad n della funzione di perdita presenta alcuni aspetti peculiari perchè n è la variabile da cui dipende il numero di elementi della sommatoria che compare nel secondo termine della funzione di perdita (eq.(6)), ossia si verifica il caso discreto corrispondente alla ottimizzazione del valore di un integrale rispetto all'estremo superiore di integrazione.

In questo caso non si ritiene appropriato trattare la variabile n come variabile continua ed porre solo alla fine l'<u>integer constraint</u> secondo la procedura usata per esempio nella letteratura sulla domanda di moneta a scopo transattivo alla Boumol-Tobin. Non sembra altresì opportuno operare una trasformazione completa dalla formulazione discreta a quella continua in quanto solo la forma discreta permette di ottenere una soluzione esplicita con aspettative razionali per prezzo fissato dall'impresa (infatti l'analisi di Ball Mankiw e Romer (1987), che affronta un problema simile ma in un contesto diverso, è sviluppata in tempo continuo, ma già nella soluzione con aspettative razionali per ottenere l'equazione di prezzo è necessario utilizzare una procedura numerica).

Si è scelto quindi di operare direttamente nel discreto. Viene qui riportata l'eq.(6) che definisce la funzione di perdita

$$(6) \qquad LOSS = \frac{F}{n} + \frac{1}{n}\frac{\pi''}{2}\sum_{j=0}^{n-1} E_t\,(p^*_{k,t+j} - p_{kt})^2$$

dove p_{kt} è dato dall'eq.(22) e $p*_{k,t+j}$ è il prezzo che massimizza il profitto al tempo t+j dato il tasso di cambio e il prezzo delle altre imprese in quel periodo. L'impresa tiene conto del fatto che le altre imprese tengono i prezzi fissi per n periodi e che le decisioni sono uniformemente distribuite nel tempo.

$p*_{k,t+j}$ si ottiene sostituendo l'eq.(11) nella (4)

$$\text{(A1)} \quad p*_{k,t+j} = \theta + a*e_{t+j} + b*m \sum_{i=1}^{j-1} p_{t+j-i} + b*(m-1)\, p + b*m \sum_{i=j+1}^{n-1} p_{t+j-i} \qquad j = 0,\dots,n-1$$

con p_{t+j-i}, $i=0,\dots,n-1$, ottenuti dall'eq.(22).

Utilizzando l'indice dei prezzi aggregato (eq.(25)) si può scrivere

$$\text{(A2)} \quad p*_{k,t+j} = \theta + a*e_{t+j} + b*s\,(ap_{t+j}) - b*p_t$$

Indichiamo con dLOSS(n) = LOSS(n+1) - LOSS(n) l'incremento della funzione di perdita dato un incremento unitario di n:

$$\text{(A3)} \quad dLOSS(n) = \frac{1}{n+1}\left(F + \frac{\pi''}{2} \sum_{j=0}^{n} E_t\,(p*_{k,t+j} - p_{kt})^2\right) - \frac{1}{n}\left(F + \frac{\pi''}{2} \sum_{j=0}^{n-1} E_t\,(p*_{k,t+j} - p_{kt})^2\right)$$

che può essere scritto nella forma

$$\text{(A3')} \quad dLOSS(n) = \frac{1}{n+1}\left(\frac{\pi''}{2} E_t\,(p*_{k,t+n} - p_{kt})^2 - \left(\frac{F}{n} + \frac{\pi''}{2n} \sum_{j=0}^{n-1} E_t\,(p*_{k,t+j} - p_{kt})^2\right)\right)$$

dove

$\frac{\pi''}{2} E_t (p^*_{k,t+n} - p_{kt})^2$ rappresenta la perdita che l'impresa subisce prolungando di un periodo l'intervallo in cui il prezzo resta fisso.

$p^*_{k,t+n}$, sempre sulla base delle eq.(4) e (11), è

$$(A4) \quad p^*_{k,t+n} = \theta + a^* e_{t+n} + b^* m \sum_{i=0}^{n-1} p_{t+n-i} - b^* p_{t+n}$$

Queste formule di prezzo vengono utilizzate per esprimere dLOSS(n) in funzione dei parametri strutturali del modello: il costo fisso di aggiustamento (F), i parametri che caratterizzano il processo stocastico che genera il tasso di cambio (μ e σ^2) e le caratteristiche del mercato in termini di sostituibilità tra beni interni ed esteri (il coefficiente α).

Date le eq.(22), (25) e (A2) si ottiene

$$(A6) \quad p^*_{k,t+j} - p_t = - a^* w_1 \mu + \sum_{i=0}^{\infty} S_i^j e_{t+j-i} \qquad j = 0,\dots,n-1$$

dove

$$S_0^j = a^* + b^* s/n w_{20} \qquad\qquad (S_0^0 = a^* + b^* s/n w_{20} - (b^*+1) z_{20})$$

$$S_i^j = b^* s/n w_{2i} \qquad\qquad \text{per } i<j$$

$$S_i^j = b^* s/n w_{2i} - (b^*+1) z_{2(i-j)} \qquad\qquad \text{per } i \geq j$$

in cui $z_{2i} = z_2 \sum_{k=1}^{n-1} A_k^i x_k$.

Esprimendo $(p^*_{k,t+j} - p_t)$ in funzione di μ e di tutti gli shock

u_{t+j-i} si ottiene

$$\text{(A7)}\quad p^*_{k,t+j} - p_t = (-a^*w_1 + \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{i} S_h^j)\mu + \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{i} S_h^j u_{t+j-i} .$$

Si dimostra che la serie $D_j = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{i} S_h^j$ è convergente per $j=0,..,n-1$.

Data l'eq.(A7) si ottiene

$$\text{(A8)}\quad E_t(P^*_{k,t+j} - p_t)^2 = \mu^2(D_j - a^*w_1)^2 + \sigma^2 B_j \qquad j=0,...,n-1$$

dove

$$B_j = \sum_{i=0}^{\infty}(\sum_{h=0}^{i} S_h^j)^2 .$$

Si dimostra che la serie B_j, per $j=0,...,n-1$, è convergente.

Seguendo la medesima procedura usata per l'eq.(A8)

$$\text{(A9)}\quad E_t(p^*_{k,t+n} - p_t)^2 = \mu^2(D^*_n - a^*w_1) + \sigma^2 B^*_n$$

dove

$$D^*_n = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{i} S^*_{h,n} \qquad \text{e} \qquad B^*_n = \sum_{i=0}^{\infty}(\sum_{h=0}^{i} S^*_{h,n})^2$$

in cui

$$S^*_{0,n} = a^* + b^*s/nw_{20} - b^*z_{20}$$

$$S^*_{h,n} = b^*s/nw_{2h} - b^*z_{2h} \qquad \text{per } h<n$$

$$S^*_{h,n} = b^*s/nw_{2h} - b^*z_{2h} - z_{2(h-n)} \qquad \text{per } h\geq n.$$

Si dimostra che le serie D^*_n e B^*_n sono convergenti.

Sostituendo le equazioni (A8) e (A9) in (A3')

$$\text{(A10)} \qquad dLOSS(n) = \frac{1}{n+1} \left(- \frac{F}{n} + \frac{\pi''}{2} \mu^2 DD + \frac{\pi''}{2} \sigma^2 BB \right)$$

dove

$$DD = (D^*_n - a^*w_1)^2 - \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} (D_j - a^*w_1)^2$$

$$BB = \left(B^*_n - \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} B_j \right).$$

Data la caratteristica discreta dell'analisi non si possono utilizzare le condizioni formulate nel continuo per determinare il punto di minimo.

La condizione di minimo può essere formulata in modo alternativo tenendo conto del fatto che nel punto di minimo l'incremento dLOSS cambia di segno, in altri termini n^* è il valore che minimizza la funzione LOSS se $dLOSS(n) < 0$ per $n < n^*$ e $dLOSS(n) > 0$ per $n \geq n^*$.

E' necessario conoscere l'andamento dei coefficienti relativi a μ^2 ed a σ^2 al variare di n.

Assumendo un elevato numero di imprese sul mercato nazionale (tale che $(s-1) \approx s$) si dimostra che

$$DD = \frac{(n+1)(n+2)}{6},$$

quindi DD è positivo e crescente al crescere di n.

Per quanto riguarda il coefficiente BB è necessario conoscere le radici x_j del polinomio D(L) (definito nell'eq.(14)) per valutarne il segno e l'andamento al variare di n. Le radici del polinomio si possono ottenere solo attraverso un processo di approssimazione numerica e date queste radici si determina il valore del coefficiente BB (il programma in FORTRAN che è stato appositamente scritto è disponibile su richiesta). Il coefficiente BB è stato calcolato per n=2,...,48. Il limite 48 è stato fissato sulla base delle capacità di calcolo della subroutine della libreria Fortran IMSL, in quanto n=48 richiede il calcolo delle radici di un polinomio di grado 94 e il grado massimo del polinomio di cui si possono calcolare le radici attraverso la subroutine è 101. Questa procedura è stata ripetuta per diversi valori del coefficiente a* nell'intervallo in cui è definito dal punto di vista teorico $0<a^*\leq 1$ (più precisamente si è considerato $a^*=99/100$, 3/4, 1/2, 1/4, 1/100). A questi valori corrispondono valori diversi del coefficiente α che è una misura della sostituibilità nelle preferenze tra beni interni ed esteri ($0<\alpha<\infty$, $a^*=1$ per α che tende all'infinito e $a^*=0$ per $\alpha=0$). I risultati numerici ottenuti mostrano che il coefficiente è sempre positivo e crescente al crescere di n e non vi è alcuna irregolarità nel suo comportamento. Si dimostra anche che il coefficiente tende all'infinito per n che tende all'infinito. Dati questi risultati si assume che il coefficiente BB si mantenga positivo e crescente per ogni valore di n (questo risultato si dimostra analiticamente nel caso limite in cui $a^*=1$). Un altro risultato dell'analisi numerica è che il coefficiente BB è crescente in α.

dLOSS(n) in (A10) risulta quindi composta da un addendo negativo, che rappresenta la riduzione della perdita in termini di costo di aggiustamento generata da un aumento di n, e da due addendi positivi che rappresentano invece l'incremento della perdita in termini di profitto.

Il valore ottimale di n esprime il trade off tra questi elementi, data la natura discreta della variabile n, non posso imporre la condizione $dLOSS(n) = 0$.

Come già detto la condizione di minimo può essere formulata in modo alternativo tenendo conto del fatto che nel punto di minimo l'incremento dLOSS cambia di segno, in altri termini $n*$ è il valore che minimizza la funzione LOSS se $dLOSS(n) < 0$ per $n < n*$ e $dLOSS(n) > 0$ per $n \geq n*$.

Si assume che il minimo della funzione non sia nell'estremo inferiore del dominio della funzione, ossia $dLOSS(1)<0$, in modo tale che la soluzione ottimale non coincida con il caso di perfetta flessibilità dei prezzi ($n*=1$).

Poichè il primo termine in (A10) decresce al crescere di n e la somma degli altri due termini è crescente in n, esiste un valore di n a partire dal quale $dLOSS(n)>0$ e quindi esiste un minimo della funzione di perdita. Inoltre l'andamento monotono dei coefficienti DD e BB rispetto ad n garantisce l'unicità del minimo.

Dati questi risultati è semplice analizzare come varia il valore ottimale di n al variare dei parametri strutturali (F, μ, σ^2, α). I risultati sono discussi in dettaglio nella sezione 3.3.

NOTE

* Questo lavoro fa parte di una più ampia ricerca svolta nell'ambito del Dottorato di Ricerca in Economia Politica presso l'Università di Bologna. Rigrazio Giorgio Basevi e Francesco Giavazzi per le discussioni e i preziosi suggerimenti.

Desidero inoltre ringraziare Alessandra Chirco per aver letto e commentato il lavoro.

La responsabilità di eventuali errori o imprecisioni è, ovviamente, soltanto mia.

Lavoro svolto nell'ambito del progetto finalizzato del C.N.R. "Struttura ed evoluzione dell'economia italiana".

(1) Si vedano i risultati ottenuti da Kravis e Lipsey(1977, 1978), Isard(1978), Richardson(1978), Frenkel(1981a,b), Krugman(1986), Daniel(1986b,d), Mussa(1986) e Dornbusch(1987).

(2) Per una rassegna di questi contributi si vedano Rotemberg(1987), Blanchard(1987) e Blanchard e Fischer(1987, cap7).

(3) Tra i contributi che analizzano il comportamento dell'impresa in economia aperta si veda Aspe e Giavazzi(1978,1982), Katz, Paroush and Kahana(1982) e Giovannini(1988).

(4) Questo problema è studiato anche in Aizenman(1986) e Daniel(1986a,c). Un approccio diverso è usato da Dohner(1984) e da Gottfries(1986). Giovannini e Rotemberg(1984) assumono costi quadratici di aggiustamento.

(5) Altri contributi che discutono questi aspetti, pur in contesti diversi rispetto a quello del presente lavoro, sono Sheshinski e Weiss(1977,1983), Danzinger(1983,1984), Parkin(1986), Rotemberg e Saloner(1987) e Ball, Mankiw e Romer(1987).

(6) Funzioni di domanda di questo tipo sono spesso usate nel caso

di mercati caratterizzati da concorrenza monopolistica secondo l'approccio sviluppato da Dixit e Stiglitz (1977).

(7) L'utilizzo di una media semplice invece che ponderata può essere giustificato data l'ipotesi che tutti i beni interni entrano simmetricamente nelle preferenze dei consumatori.

(8) In un precedente lavoro, Colombo(1987), è stata analizzata in dettaglio l'influenza del tasso di cambio sui costi di produzione attraverso il prezzo degli inputs importati e l'indicizzazione salariale ad un paniere di beni comprendente anche beni importati. Nellò stesso lavoro sono state formulate ipotesi alternative riguardo al livello di indicizzazione dei salari. Nel presente modello si trascurano questi aspetti e si assume che il prezzo degli inputs si adegui completamente alle variazioni dei prezzi interni.

(9) Si noti che questa politica permette un risparmio sia in termini di costo di aggiustamento vero e proprio del prezzo che in termini di costo di informazione in quanto non richiede un continuo controllo da parte dell'impresa durante il periodo in cui il prezzo resta fisso.

Altri autori hanno preso in esame il comportamento delle imprese in presenza di incertezza riguardo all'andamento del tasso di cambio e costi di aggiustamento.

Aizenman(1986) e Daniel(1986c) considerano solo costi di informazione, ossia costi fissi legati solo alla raccolta ed elaborazione delle informazioni necessarie alla determinazione della politica ottimale. In questo caso risulta vantaggioso per l'impresa predeterminare la propria politica di prezzo per più di un periodo, ma non viene necessariamente fissato un unico prezzo.

In presenza di costi legati puramente al mutamento del prezzo precedentemente fissato, Daniel(1986a) considera una politica di prezzo alternativa rispetto a quella utilizzata in questo lavoro e che consiste nel determinare il prezzo e la divergenza massima consentita prima del aggiustamento successivo. L'analisi di Daniel(1986a) differisce in modo sostanziale da quella condotta qui poichè non considera esplicitamente la dipendenza del prezzo della singola impresa da quello delle altre presenti sul mercato.

La politica di prezzo utilizzata in questo lavoro è usata anche da Danzinger(1983) nel caso di un monopolista che fronteggia un livello dei prezzi aggregati esogeno, Parkin(1986) e Ball, Mankiw e Romer(1987) che però affrontano il problema in un diverso contesto, con ipotesi diverse riguardo agli elementi stocastici e utilizzando una differente procedura di soluzione.

(10) Si ipotizza che le imprese siano neutrali al rischio e si pone il fattore di sconto pari ad uno. Questa stessa ipotesi è stata utilizzata da Rotemberg(1983), Parkin(1986), Ball(1987) e Ball, Mankiw e Romer(1987).

(11) Nell'eq.(6) la perdita in termini di profitti reali in ciascun periodo è stata approssimata attraverso un'espansione di Taylor (fino al secondo ordine) della funzione di profitto attorno al valore ottimale utilizzando la procedura sviluppata da Rotemberg(1982).

Questa approssimazione della perdita in termini di profitto viene utilizzata anche da altri autori, tra cui Aizenman(1986) e Daniel(1986a).

(12) Assumendo un elevato numero di imprese sul mercato si

ottiene

$$\pi''/2 = -\frac{1}{2}(\delta-1)\delta(\delta(1-\frac{1}{\tau})-1)\left(\frac{\delta-1}{1/\tau\delta}\right)^{1/(1/\tau-1)}$$

(13) Ball e Romer(1987) e Parkin(1986) considerano alcune condizioni in cui decisioni uniformemente distribuite nel tempo sono un'equilibrio.

(14) E' la stessa ipotesi formulata da Aizenman(1986). Daniel(1986a) assume invece che non vi sia alcun trend: quest'ipotesi è indispensabile nel suo modello.

(15) Si vedano Box e Jenkins(1970) e Anderson(1971) dove sono presentati questi risultati.

(16) Questa condizione corrisponde a quella di invertibilità nell'analisi delle serie storiche:

$C(L) = \prod_{J=1}^{n-1} (1 - x_j L)$ dove $1/x_j$ sono le radici del polinomio D(L) che giacciono fuori dal cerchio unitario.

Data la relazione tra i coefficienti di D(L) e C(L) riportata nella nota successiva il coefficiente π risulta negativo.

(17) Nel caso di radici coincidenti la formula è leggermente diversa: si veda Sargent(1979) pag.181.

(18) I coefficienti dell'equazione (22) sono stati ottenuti utilizzando il seguente risultato

$$\left(-\frac{a}{\pi b}\right)\left(\sum_{h=1}^{n-1}\frac{A_h}{1-x_h}\right)^2 = 1$$

Questo risultato si dimostra tenendo conto della relazione esistente tra i coefficienti del polinomio D(L) e quelli del polinomio C(L):

$$d_j = \pi \sum_{i=0}^{n-1-j} c_i \, c_{i+j} \qquad \text{con } j = 0,1,\ldots,n-1.$$

(19) Si vedano per esempio Taylor(1979,1980), Carlozzi e Taylor(1985) e Blanchard(1983,1986).

(20) Si vedano Carlton(1986) e Cecchetti(1986).

(21)
$$DD = \frac{(n+1)(n+2)}{6}$$

Per valutare il segno e l'andamento di BB invece è necessario conoscere le radici del polinomio D(L) definito nell'eq.(17). Queste ultime tuttavia si possono ottenere solo con un processo di approssimazione numerica. Date le radici si determina il valore del coefficiente BB. Il programma in Fortran che è stato scritto per eseguire questi calcoli è disponibile su richiesta.

(22) In un'analisi relativa al tradeoff inflazione disoccupazione Ball, Mankiw e Romer(1987) ottengono risultati simili a quelli presentati in questo lavoro, ma non prendono in esame elementi strutturali quali l'elasticità della domanda, e inoltre utilizzano una procedura di soluzione diversa da quella usata nel presente modello.

(23) Questo risultato è identico a quello ottenuto nella letteratura relativa al mercato del lavoro dal confronto tra il modello di Fischer(1977) e quello di Taylor(1979,1980).

(24) Il valore di n influenza la forma dell'aggiustamento che in ogni caso però all'infinito converge, e cioè il coefficiente w_{2i} tende a zero quando i tende all'infinito.

(25) Rotemberg(1983), nel suo articolo di critica al modello di

Mussa(1981), ottiene questo risultato in condizione di certezza e costi fissi di aggiustamento; in questo modello invece abbiamo ipotizzato che vi sia incertezza (la variabile esogena segue un random walk con drift) e vi siano sia costi di informazione che costi di aggiustamento legati alla modifica del prezzo precedentemente fissato.

(26) La formula riportata nell'eq.(27) si ottiene tenendo conto che

$$\sum_{k=1}^{n-1} A_k = 1$$

(27) Per il calcolo di questi coefficienti è stato utilizzato il medesimo programma in Fortran usato per analizzare la scelta del valore ottimale di n.

(28) I risultati numerici ottenuti sono disponibili su richiesta.

(29) Nel presente modello non è possibile usare il coefficiente di correlazione per misurare la correlazione tra variazioni del cambio reale e nominale, perchè esso risulta identicamente uguale ad uno. Una misura alternativa utilizzabile nei confronti è il coefficiente di regressione dato dal rapporto tra la covarianza tra le variazioni del cambio reale e quelle del cambio nominale e la varianza della variabile esogena (la variazione del cambio nominale). Si dimostra che utilizzando questa misura la correlazione tra cambio reale e nominale cresce al crescere di n* e quindi si riduce all'aumentare di σ^2, di μ e di α.

(30) Un ulteriore risultato riguarda la varianza del tasso di variazione del cambio reale. Essa è data da

$$Var(d(e-p)) = \sigma^2 F$$

dove $F = \sum_{i=0}^{\infty} (ww_i)^2$ risulta crescente in n*.

Data la relazione tra n* e i parametri σ^2, μ e α, una variazione media attesa, μ, più elevata provoca una riduzione della varianza, mentre una maggiore volatilità del cambio aumenta la varianza se l'effetto diretto di σ^2 prevale sull'effetto indiretto che agisce attraverso n* e F. Una maggiore sostituibilità tra beni interni ed esteri α riduce la varianza.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

AIZENMAN J.(1986), "Monopolistic Competition, Relative Prices and Output Adjustment in the Open Economy", NBER Working Paper No.1787.

AKERLOF G.A., YELLEN J.L.(1985), "A Near Rational Model of Business Cycle with Wage and Price Inertia", Quarterly Journal of Economics, vol.100, pp.823-838.

AKERLOF G.A., YELLEN J.L.(1985), "Can Small Deviations from Rationality make Significant Differences to Economic Equilibria?", American Economic Review, vol.75, pp.708-720.

ANDERSON T.W.(1971), The Statistical Analysis of Time Series, Wiley, New York.

ASPE P., GIAVAZZI F.(1978), "L'impresa nell'economia aperta in presenza di incertezza", Giornale degli Economisti e Annali di Economia, vol.37, pp.345-361.

ASPE P., GIAVAZZI F.(1982), "The Short Run Behaviour of Prices and Output in the Exportables Sector. The Case of German Machinery", Journal of International Economics, vol.12, pp.83-93.

BALL L.(1987), "Externalities from Contract Length", American Economic Review, vol.77, pp.615-629.

BALL L., MANKIW N.G., ROMER D.(1987), "The New Keynesian Economics and the Output-Inflation Tradeoff", mimeo, in corso di pubblicazione in Brookings Papers on Economic Activity.

BALL L., ROMER D.(1987), "The Equilibrium and Optimal Timing of Price Changes", NBER Working Paper no.2412.

BHANDARI J.S. a cura di,(1985), Exchange Rate Management under Uncertainty, MIT Press, Cambridge.

BLANCHARD O.J.(1983), "Price Asynchronization and Price Level

Inertia", in DORNBUSCH R., SIMONSEN M.H.(1983).

BLANCHARD O.J.(1986), "The Wage Price Spiral", Quarterly Journal of Economics, vol.101, pp.543-565.

BLANCHARD O.J.(1987), "Why does Money Affect Output? A Survey", mimeo, uscirà in FRIEDMAN B., HAHN F.

BLANCHARD O.J., FISCHER S.(1987), Macroeconomics, mimeo, MIT.

BLANCHARD O.J., KIYOTAKI N.(1987), "Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand", American Economic Review, vol.77, pp.645-666.

BOX G.E.P., JENKINS G.M.(1970), Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden-Hay, S.Francisco.

CARLOZZI N., TAYLOR J.B.(1985), "International Capital Mobility and the Coordination of Monetery Rules", in BHANDARI J.S.(1985).

CARLTON D.(1986), "The Rigidity of Prices", American Economic Review, vol.74, pp.637-658.

CECCHETTI S.(1986), "The Frequency of Price Adjustment: A Study of the Newsstand Prices of Magazines, 1953 to 1979", Journal of Econometrics, vol.31, pp.255-274.

COLOMBO C.(1987), "Exchange Rate and Prices: Firms' Behaviour in The Open Economy", Giornale degli Economisti e Annali di Economia, vol.46, pp.149-174.

DANIEL B.C.(1986), "Optimal Purchasing Power Parity Deviations", International Economic Review, vol.27, pp.483-511.

DANIEL B.C.(1986), "Empirical Determinants of Purchasing Power Parity Deviations", Journal of International Economics, vol.21, pp.313-326.

DANIEL B.C.(1986), "Real and Nominal Shocks in a Two Country

Price Setting World", Journal of International Economics, vol.20, pp.269-289.

DANIEL B.C.(1986), "Sticky Prices and Purchasing Power Parity Deviations: Empirical Implications", Economics Letters, vol.20, pp.187-190.

DANZINGER L.(1983), "Price Adjustments with Stochastic Inflation", International Economic Review, vol.24, pp.699-707.

DANZINGER L.(1984), "Stochastic Inflation and the Optimal Policy of Price Adjustment", Economic Inquiry, vol.22, pp.98-108

DIXIT A.K., STIGLITZ J.E.(1977), "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity", American Economic Review, vol.67, pp.297-308.

DOHNER R.S.(1984), "Export Pricing, Flexible Exchange Rates and Divergence in the Prices of Traded Goods", Journal of International Economics, vol.16, pp.79-101.

DORNBUSCH R.(1987), "Exchange Rate and Prices", American Economic Review, vol.77, pp.93-106.

DORNBUSCH R., SIMONSEN M.H. a cura di,(1983), Inflation, Debt and Indexation, MIT Press, Cambridge.

FISCHER S.(1977), "Long Term Contracts, Rational Expectations and the Optimal Money Supply Rule", Journal of Political Economy, vol.85, pp.191-205.

FISCHER S. a cura di, (1987), NBER Macroeconomics Annual 1987, MIT Press, Cambridge.

FRENKEL J.A.(1981), "The Collapse of Purchasing Power Parities during the 1970's", European Economic Review, vol.16, pp.145-165.

FRENKEL J.A.(1981), "Flexible Exchange Rates and the Role of 'news': Lessons from the 1970's", Journal of Political Economy, vol.89, pp.665-705.

FRIEDMAN B., HAHN F. a cura di, (in corso di pubblicazione), Handbook of Monetary Economics, North Holland, Amsterdam.

GIOVANNINI A.(1988), "Exchange Rate and Traded Goods Prices", Journal of International Economics, vol.24, pp. 45-68.

GIOVANNINI A., ROTEMBERG J.J.(1984), "Exchange Rate Dynamics with Sticky Prices: The Deutsch Mark, 1974-1982", NBER working Paper no.1281.

GOTTFRIES N.(1986), "Price Dynamics of Exporting and Import-Competing Firms", Scandinavian Journal of Economics, vol.88, pp.417-436.

ISARD P.(1977), "How far can we push the "Law of One Price"?", American Economic Review, vol.67, pp.943-948.

KATZ E., PAROUSH J., KAHANA N.(1982), "Price Uncertainty and Price Discriminating Firm in International Trade", International Economic Review, vol.23, pp.389-400.

KRAVIS I.B., LIPSEY R.E.(1977), "Export Prices and the Transmission of Inflation", American Economic Review, vol.67, pp.155-163.

KRAVIS I. B., LIPSEY R.E.(1978), "Price Behaviour in the Light of Balance of Payments Theories", Journal of International Economics, vol.8, pp.193-246.

KRUGMAN P.(1986), "Pricing to Market when the Exchange Rate changes", NBER Working Paper No.1926.

MANKIW N.G.(1985), "Small Menu Costs and Large Business Cycles: A Macroeconomic Model of Monopoly", Quarterly Journal of Economics, vol.100, pp.529-539.

MUSSA M.(1981), "Sticky Prices and Disequilibrium Adjustment in a

Rational Model of the Inflationary Process", *American Economic Review*, vol.71, pp.1020-1027.

MUSSA M.(1986), "Nominal Exchange Rate Regimes and the Behaviour of Real Exchange Rates: Evidence and Implications", *Carnagie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol.25, pp.117-214.

PARKIN M.(1986), "The Output-Inflation Trade off when Prices are costly to change", *Journal of Political Economy*, vol.94, pp.200-224.

RICHARDSON J.D.(1978), "Some Empirical Evidence on Commodity Arbitrage and the Law of One Price", *Journal of International Economics*, vol.8, pp.341-351.

ROTEMBERG J.J.(1982), "Monopolistic Price Adjustment and Aggregate Output", *Review of Economic Studies*, vol.49, pp.517-531.

ROTEMBERG J.J.(1983), "Aggregate Consequences of Fixed Costs of Price Adjustment", *American Economic Review*, vol.73, pp.433-436.

ROTEMBERG J.J.(1987), "The New Keynesian Microfoundations", in FISCHER S.(1987).

ROTEMBERG J.J., SALONER G.(1987), "The Relative Rigidity of Monopoly Pricing", *American Economic Review*, vol.77, pp.917-926.

SHESHINSKY E., WEISS Y.(1977), "Inflation and Costs of Price Adjustment", *Review of Economic Studies*, vol.44, pp.287-304.

SHESHINSKI E., WEISS Y.(1983), "Optimal Pricing Policy under Stochastic Inflation", *Review of Economic Studies*, vol.50, pp.513-529.

TAYLOR J.B.(1979), "Staggered Wage Setting in a Macro Model", *American Economic Review*, vol.69, pp.108-113.

TAYLOR J.B.(1980), "Aggregate Dynamics and Staggered Contracts", *Journal of Political Economy*, vol.88, pp.1-23.