

LA RICOSTRUZIONE DELLA *BALISTA*¹ DI VITRUVIO²

Pier Gabriele Molari
Università di Bologna
E-mail: piergabriele.molari@unibo.it

Mirko Maraldi
Università di Bologna
E-mail: mirko.maraldi@unibo.it

Guido Angelini,
Stefano Bignami,
Giacomo Lionello
Università di Bologna

Riassunto. Viene riportato il lavoro svolto durante le esercitazioni del primo anno dell'insegnamento Laboratorio di storia dell'ingegneria meccanica, tenuto presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bologna.

La descrizione della balista di Vitruvio offre un esempio di progettazione modulare basato sul valore del diametro degli elementi elastici. La lettura critica del testo a noi pervenuto porta ad esaminare i disegni del Valturio, quelli di Fra Giocondo e le conclusioni del Barbaro, anche in relazione alle macchine scolpite sulla colonna Traiana.

La funzione che interpola i dati di Vitruvio garantisce che macchine di diversa taglia, sollecitate nello stesso modo, a parità di alzo, abbiano la stessa gittata e quindi che il proietto abbia uguale velocità iniziale. Si trova anche che la palla da lanciare può essere usata come calibro per i fori per i quali passa la matassa elastica.

Si tenta una argomentata ricostruzione della macchina, basandosi su calcoli, prove sui materiali e disegni.

La struttura della macchina viene confrontata con quella di recenti ricostruzioni rintracciate in rete ed in letteratura.

Si passa quindi allo "studio", al disegno del complessivo e ai disegni costruttivi.

In attesa della costruzione reale ... si simulano le prove di lancio.

Parole chiave: balista, Vitruvio, armi romane

¹ Per la macchina qui descritta, il vocabolo *balista* viene preferito ai vocaboli *balestra* e *catapulta* perché si ritiene che *balestra* sia più proprio delle armi che abbiano come elemento elastico appunto una molla a balestra, mentre si lascia il termine *catapulta* alla macchina che trasforma una energia potenziale dovuta alla posizione di una massa in energia cinetica del proietto.

² dalle esercitazioni dell'insegnamento "Laboratorio di Storia dell'Ingegneria Meccanica" tenuto da P.G. Molari nell' a.a. 2010-2011

1. LA DESCRIZIONE DELLA MACCHINA DI VITRUVIO COME ESEMPIO DI PROGETTAZIONE A MODULO E LETTURA CRITICA DEL TESTO A NOI PERVENUTO.

La lettura della traduzione del capitolo X del testo *De Architectura* di Vitruvio (80-23 a.C.) [1] dalla trascrizione, (databile 1390) ritrovata da Poggio Bracciolini nella biblioteca del Monastero di Cassino nel 1414, offre l'occasione per mettere a fuoco come il concetto di modulo possa essere efficace nella costruzione di una macchina [2].

Si scopre che Vitruvio identifica quale elemento cardine per il dimensionamento della balista il diametro dell'elemento elastico e come questo diametro venga definito in relazione alla massa del proietto da lanciare. Si ha così modo di paragonare il modulo impiegato in architettura, definito come il raggio di base della colonna del tempio, ed impiegato soprattutto all'interno di canoni estetici [3], con il modulo di questa costruzione "meccanica" nella quale questo elemento riveste un ruolo essenziale per assicurare la resistenza strutturale e coprire con il proietto la distanza voluta.

E' bello notare come Vitruvio, quasi scusandosi di usare per una macchina una sorta di concetto sacro, giustifichi l'uso del modulo con la necessità di riprendere dai greci le dimensioni classiche [4] [5] ma, soprattutto, di allestire la macchina in tempi brevi, dato che serve per le guerre (e ovviamente queste non vengono programmate per tempo).

Per comodità si riporta la traduzione in italiano del testo latino [1]:

IX. La Balista

1. Ho spiegato il sistema di funzionamento della catapulta illustrando le parti che la compongono e specificando le loro proporzioni. Per quanto riguarda le baliste ve ne sono di vari e differenti tipi, pur mirando tutte a un unico scopo. Alcune infatti vengono caricate mediante un sistema di leve e verricelli, altre per mezzo di carrucole, altre ancora per mezzo di argani e talune tramite un sistema a tamburo. Tutte comunque vengono costruite secondo determinate dimensioni che sono calcolate in rapporto al peso del proiettile da scagliare. Non tutti sono in grado di fare questi calcoli, ma solo chi possiede buone cognizioni di geometria e di matematica.

2. Infatti i fori praticati nella traversa per dove vengono tese le funi (realizzate con capelli di donna o in budello ritorto) vanno calcolati in base al peso del sasso da lanciare. Ed è in ragione del carico che vengono fissate le proporzioni, come nella catapulta dove esse sono determinate dalla lunghezza della freccia. Ora affinché in caso di guerra incombente il problema del calcolo non costituisca un ostacolo per chi non possiede cognizioni di geometria, presenterò uno schema di massima desunto in parte dalla mia esperienza personale, in parte da quanto mi hanno insegnato i miei maestri. Fornirò inoltre un quadro del rapporto esistente tra peso e unità di misura all'interno del sistema greco e la relativa corrispondenza col nostro sistema.

3. Quindi una balista che debba scagliare un sasso di due libbre avrà nella traversa un foro di cinque pollici; se di quattro libbre il foro sarà di sei pollici; <se di sei libbre>, sette pollici; dieci libbre otto pollici; venti libbre, dieci pollici; quaranta libbre, dodici pollici e tre quarti; sessanta libbre, tredici pollici e un ottavo; ottanta libbre, quindici pollici; centoventi libbre, un piede e un pollice e mezzo; centosessanta libbre, un piede e un quarto; centottanta libbre, un piede e cinque pollici; duecento libbre, un piede e sei pollici; duecentoquaranta libbre, un piede e sette pollici; trecentosessanta libbre un piede e mezzo.

4. Stabilita la grandezza del foro si disegnerà un piccolo scudo romboidale detto in greco περιρρετοζ con una lunghezza pari al diametro di due fori e tre quarti e una larghezza di due e mezzo. Tale figura deve essere poi divisa per metà e i suoi bordi esterni

devono essere ristretti in modo da ottenere una figura obliqua il cui rapporto tra lunghezza e larghezza sia di sei a quattro. Là dove c'è la curvatura e dove convergono i vertici degli angoli, bisognerà orientare l'asse dei fori con una riduzione della larghezza interna pari ad un sesto del totale. L'apertura avrà quindi una forma ellittica proporzionata allo spessore del cavicchio di tensione e di allentamento (*epizygis*). Completata la figura si rifiniranno i bordi esterni tutt'attorno così da ottenerne una curvatura uniforme.

5. Lo spessore dello scudo deve essere pari al diametro di un foro. La lunghezza dei piccoli cilindri sarà pari a due moduli mentre la larghezza sarà di uno e cinque dodicesimi e lo spessore, esclusa la parte inserita nel foro, sarà pari a tre quarti di modulo. La larghezza del bordo esterno sarà di un mezzo modulo. I montanti laterali saranno lunghi cinque moduli e tre sedicesimi, l'incavatura sarà di un mezzo modulo, con uno spessore di undici diciottesimi. Si aumenti inoltre la lunghezza media di una misura pari a quella fissata per l'incavatura, e infine avremo una fascia di lunghezza e spessore pari a un quinto di modulo e di altezza pari ad un quarto.

6. La lunghezza dei regoli sulla tavola sarà di otto moduli mentre larghezza e spessore saranno di mezzo modulo. I cardini misureranno due moduli in lunghezza e avranno uno spessore di un quarto di modulo. La curvatura dei regoli sarà di tre quarti di modulo. Il regolo esterno avrà uguali larghezza e spessore, mentre la lunghezza sarà ricavata in funzione dell'angolo di curvatura e della lunghezza del montante alla curvatura. I regoli superiori avranno le stesse dimensioni di quelli inferiori mentre le traverse della tavola saranno pari a un quarto di modulo.

7. L'asta della scaletta avrà una lunghezza di diciannove moduli e il suo spessore sarà di un quarto di modulo. Lo spazio intermedio avrà un modulo e un quarto in larghezza e uno e un ottavo in profondità. La parte anteriore della scaletta che è vicina ai bracci e unita alla tavola sarà divisa per tutta la sua lunghezza in cinque parti. Due di esse saranno destinate a quell'elemento che i Greci chiamano *chlhn*; la sua larghezza è di un modulo e tre sedicesimi, lo spessore di un quarto di modulo e la lunghezza di undici e mezzo. La proiezione dei bracci (*chela*) deve essere di un mezzo modulo, lo spessore dell'ala di un quarto. La parte che va dai bracci all'asse detta *frons transversarius* sarà di tre moduli.

8. La larghezza dei regoli interni deve essere di cinque sedicesimi e il loro spessore di tre sedicesimi. Il telaio o copertura della chele è incastrato a coda di rondine nel fusto della scaletta ed ha una larghezza di un quarto e lo spessore di un dodicesimo di modulo. Lo spessore del telaio quadrato che è vicino alla scaletta sarà all'estremità pari a un quarto di modulo. Il diametro dell'asse rotondo deve essere uguale a quello della chele ma là dove sono i cardini misurerà sette sedicesimi.

9. La lunghezza dei supporti sarà di tre moduli e un quarto, la larghezza nella parte inferiore sarà di mezzo modulo e lo spessore nella parte superiore di tre sedicesimi. La base principale detta $\chi\eta\lambda\eta\nu$ in greco, misurerà otto moduli in lunghezza, la contro base anteriore quattro, mentre avranno entrambi uno spessore e una larghezza pari a un modulo. A mezza altezza vanno saldamente fissate le colonne ciascuna con uno spessore e una larghezza pari a mezzo modulo. La loro altezza invece non sarà determinata in base a queste proporzioni ma varierà secondo esigenze pratiche. La lunghezza del braccio deve essere di sei moduli, lo spessore alla base di cinque ottavi mentre all'estremità sarà di tre ottavi.

10. Ho così presentato il sistema di proporzioni più pratico per le baliste e per le catapulte. Non tralascierò comunque di spiegare, nei limiti consentiti da una trattazione scritta, il modo di regolare questi congegni attraverso la tensione delle funi di budello ritorto o di capelli. . . .

XII Allestimento di catapulte e baliste

Si prendano due travi di legno molto lunghe e vi si fissino degli anelli dove andranno incastrati i naspi. Nella parte centrale saranno praticati degli intacchi e degli incastri, entro cui andranno collocate le travi trasversali della catapulta ben incuneate in maniera da evitare che durante le operazioni di tensione e regolazione delle corde possano muoversi. Si fissino quindi in queste traverse dei piccoli tamburi di bronzo dove verranno infilate delle biette di ferro che i Greci chiamano *επιξυγιδες*.

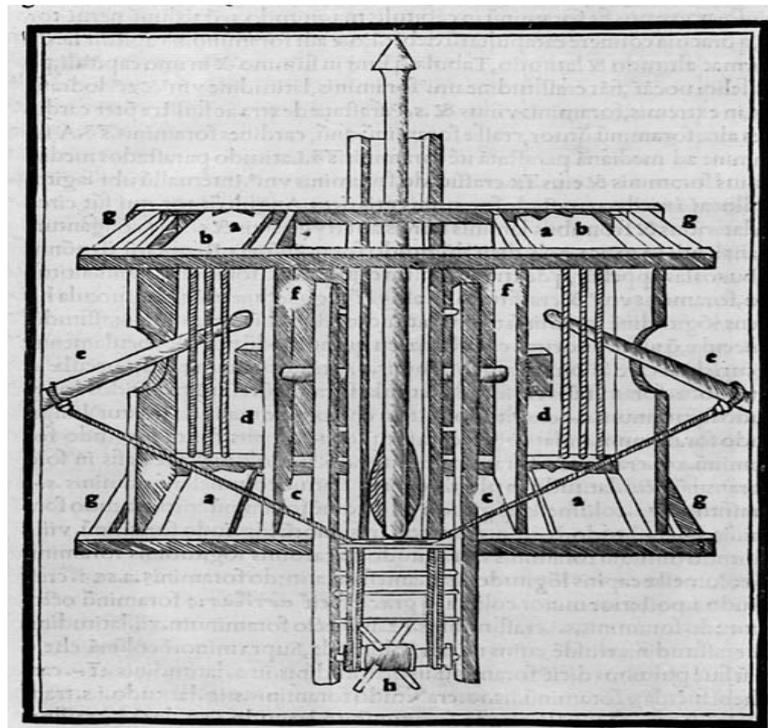


Figura1. La balista di Vitruvio secondo Fra Giocondo

(M. Vitruvius per Iocundum solito castigatior factus, cum figuri set tabula ut iam legi et intelligi possit, 1511, Venezia [6]).

Si inseriscano poi i capi delle funi facendoli passare per i fori delle traverse e uscire dall'altro lato per riunirli e avvolgerli attorno ai naspi. Così quando le funi verranno messe in tensione tramite i verricelli azionati dalle leve, al tocco della mano emetteranno da ambo le parti un identico suono. Le funi vengano infine bloccate dentro i fori per mezzo di cunei a evitare che si allentino. Anche dall'altro lato si procederà con la stessa operazione di farle passare attraverso i fori e di tenderle per mezzo dei naspi e delle leve fino ad ottenere un identico suono. Ecco come, serrando le funi per mezzo di cunei e facendo una verifica acustica, si regolano con precisione le catapulte. Questo è quanto sono in grado di dire su tale argomento. Mi resta ora da parlare delle macchine d'assedio cioè di quegli ordigni che consentono ai comandanti militare di conquistare la vittoria o di difendere le città.

2. I DISEGNI DI FRA GIOCONDO, LE CONCLUSIONI DEL BARBARO. CONFRONTI CON I DISEGNI DI VALTURIO E CON LE IMMAGINI SULLA COLONNA TRAIANA

Si è riportata la trascrizione per accentuare come il manoscritto sia stato ritrovato privo delle tavole di corredo alla descrizione a parole. Nel Corso si è cercato di immedesimarsi nello spirito dei dotti del rinascimento che, affascinati dalla riscoperta dei testi greci e latini, cercavano di ricostruire queste macchine ormai andate in disuso.

Non ci si deve stupire, quindi, se le migliori menti di allora si siano cimentate nella ricostruzione delle tavole mancanti e che varie edizioni del testo di Vitruvio si siano succedute nel tempo anche con varie vulgate [6] [7]. Nella bella edizione del 1567 [8] Daniele Barbaro scriveva sulla impossibilità di disegnare la macchina nella forma nota a Vitruvio, ma metteva in evidenza la grande utilità del concetto di modulo nel dimensionamento delle macchine per poter mettere in relazione la forma con la causa e, nella forma, fissare i rapporti fondamentali:

Qui bisogno è bene che Iddio ci aiuti, percioche né la scittura di Vitr, né disegno d'alcuno, né forma antica si trova di queste macchine; io dico al modo da Vitr. descritto; et lo ingegnarsi è pericoloso, imperoche molto bene discorrendo si potrebbe fare alcuno di quelli strumenti, per tirare sassi, o saette, ma che fussero a punto come Vitr. ci descrive, sarebbe cosa grande, oltra che le ragioni de i medesimi strumenti col tempo dopo Vitr. si sono mutati, perche la prova, et l'uso nelle cose della guerra, come in molte altre fa mutar le forme degli strumenti, et a nostri giorni quelle macchine sono del tutto poste in disuso, però io credo che io sarò degno di escusatione, se io non entrerà in fantasia di esoner quelle cose, che per la difficoltà loro, anzi per la impossibilità sono tali, che hanno fatto levare da questa impresa huomini di piu alto ingegno, et di maggiore esperienza che non ho io.

però dalla natura del peso si dà la proporzione della grandezza a tutte le parti dello strumento: dunque il modulo, che nelle fabbriche si piglia sarà considerato anco nella parte delle macchine, et pero la simmetria, et l'ordine si richiede anco in questa parte, et similmente la disposizione, il decoro, et la bellezza dello aspetto, et l'altre cose poste da Vitr. nel Primo libro. Dalla lunghezza dunque della saetta, o dal peso della pietra con ragione si deve pigliar la misura di queste macchine, come anco da peso della palla si forma il pezzo, si dà la caratura, et si temprà l'artiglieria de nostri tempi, perche è necessario, che ci sia proporzione tra quello, che muove, et la cosa, che è mossa, la dove chiaramente si prova, che né una pagliuzza, né uno smisurato peso può esser da un'huomo senz'altro strumento tirato, perche in quello c'è il meno, in questo il piu senza proporzione tra il movente, et la cosa, che è mossa: perche la saetta, et la pietra deve esser accomodata ad alcuna parte, però se gli fa il suo letto, et il suo canale: et perche la fine, il nervo, ò altro, che spigne la saetta deve esser con ragione steso et tirato, et annodato a qualche cosa, et quella similmente ad altra parte, che la costringa, et quella ferma esser deve, et unita con altre parti ad un'effetto, acciò se le convegna la diffinitione della macchina, però ci nasce la necessità di tutte le parti de tali strumenti come sono i traversi, le erte, le chiavette, le tavole, i perni, i cardini, i canali, i regoli, o naspi, le leve, le orecchie, le braccia, i capitelli, i fori, le bocchette, et altre cose che Vitr. dice, le misure delle quali in esso per il tempo, et per la negligentia di molti sono andate, benche la ragione, et il perche di esse ci resti pigliandosi il tutto dalla ragione della Leva, et della Bilancia. [8, pagg.473-474]

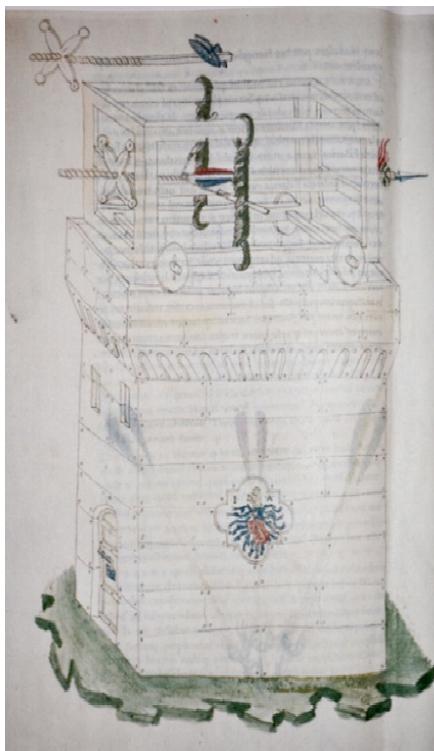


Figura 2. La balista di Valturio [9]
De Re Militari - manoscritto (22 es.
codice D, f. 139 v.) 1450 circa.



Figura 3. Dal *De Re Militari* di
Valturio, Edizione a stampa 1472 [10]
simile a f. 158 r. codice B

La novità della macchina, che tanto ha turbato i dotti del 1400, consiste nell'impiego di un elemento elastico sollecitato globalmente a torsione. Solo Valturio nel *De Re Militari* [9] [10] riporta una macchina per lanciare frecce dall'alto di una torre Figg. 2,3 che impiega una matassa elastica così sollecitata. Senza considerare i testi greci, questo può essere il riferimento temporalmente più vicino a Vitruvio. Un dubbio fondato infatti consiste nel fatto che Valturio non potesse avere le competenze necessarie per scrivere un libro di arte militare e che possa aver ripreso, essendo archivista a Roma, un vecchio libro di Frontino (n.30, m.103 circa d.C) andato perduto.

Il legame diretto con i *romana stratagemata* e le immagini di Valturio viene messo in evidenza anche nell'introduzione al *De Re Militari*, dove l'Autore dedica il manoscritto a Sigismondo Malatesti di Rimini chiamandolo *Imperator*, con riferimento all'imperatore romano, ruolo e titolo che Sigismondo cercava disperatamente di riportare in occidente da Costantinopoli.

I dotti di allora non sembra fossero a conoscenza che sulla colonna Traiana fossero scolpite alcune baliste. Nelle Figg. 4 e 5 si possono notare il telaio, la traversa e i due elementi elastici racchiusi in astucci cilindrici, verosimilmente in metallo, che quindi servivano per chiudere le forze assiali di tiro, per mantenere lubrificati gli elementi elastici (capelli di donna e budelli ritorti) e per proteggerli dall'umidità e dai roditori.

Come si vedrà anche reperti archeologici, provenienti da Hatra, confermano la forma di alcuni elementi della macchina [11]. Molto interessante è la ricostruzione della leggera e potente balista di Erone riportata in [11]. Nel presente lavoro si fa tuttavia riferimento alla descrizione di Vitruvio.



Figura 4. Una balista in postazione fissa (colonna Traiana)



Figura 5. Una balista durante il trasporto (colonna Traiana)

3. UNA ARGOMENTATA RICOSTRUZIONE, ILLUSTRATA CON CALCOLI, PROVE SUI MATERIALI, CONFRONTI E DISEGNI.

Si ritrovano le unità di lunghezza e di peso impiegate a Roma nel periodo di Cesare:
 1 pollice = 18,5 mm; 1 libbra = 0,322 kg, e tenendo conto che 1 piede = 4 palmi = 16 pollici, si riportano e si convertono i dati di Vitruvio nelle attuali unità di misura:

| Massa lb | Massa kg | Diam. Pollici | Diam. mm |
|----------|----------|---------------|----------|
| 2 | 0,644 | 5 | 92,5 |
| 4 | 1,289 | 6 | 111 |
| 6 | 1,933 | 7 | 129,5 |
| 10 | 3,222 | 8 | 148 |
| 20 | 6,444 | 10 | 185 |
| 40 | 12,888 | 12,75 | 235,9 |
| 60 | 19,333 | 13,125 | 242,8 |
| 80 | 25,778 | 15 | 277,5 |
| 120 | 38,666 | 17,5 | 323,8 |
| 160 | 51,555 | 20 | 370 |
| 180 | 58,000 | 21 | 388,5 |
| 200 | 64,444 | 22 | 407 |
| 240 | 77,333 | 23 | 425,5 |
| 360 | 115,999 | 24 | 444 |

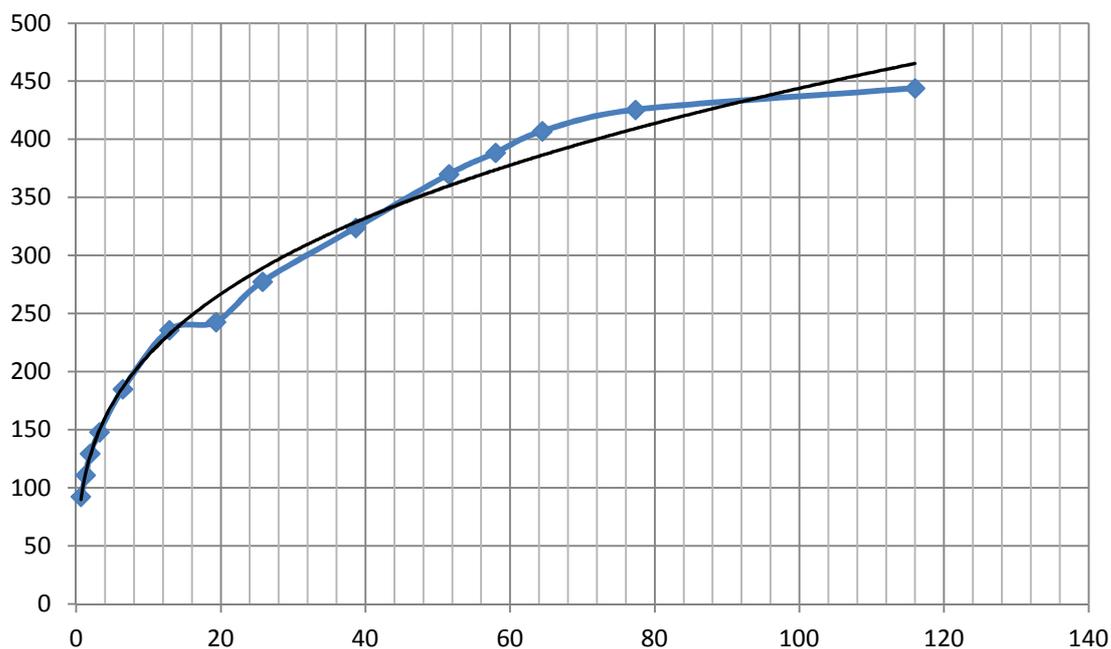


Figura 6. Grafico con i valori definiti da Vitruvio; in ascisse la massa m da lanciare in kg, in ordinate il modulo D in mm.

I valori di Vitruvio in *pollici e libbre* possono essere interpolati con la funzione³:

$$D = 3,6 * \sqrt[3]{m} \quad (1)$$

funzione che, per i valori nelle nostre unità di misura (*mm e kg*), diventa:

$$D = 96 * \sqrt[3]{m} \quad (1\text{-bis})$$

Questa relazione garantisce che macchine di diversa taglia, sollecitate nello stesso modo, abbiano la stessa gittata, dato che impone che il proietto abbia uguale velocità iniziale.

Infatti uguagliando l'energia cinetica del proietto a quella di torsione delle matasse, con l'ipotesi che tutta e solo l'energia delle matasse si trasferisca alla massa da lanciare, detta C_t la coppia di torsione, M_t il momento torcente che agisce sulle due parti di ogni matassa, θ l'angolo di torsione, K_t la rigidezza di ogni parte della singola matassa, G il modulo elastico tangenziale apparente, σ_0 la sollecitazione media,

dato che, Fig. 7, $h = 3.5 * D$, e che $M_t = C_t/2$, si ottiene:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = 4 \frac{1}{2} M_t \theta = 2 \frac{M_t^2}{K_t} \quad (2)$$

con $K_t = f(G, \frac{1}{h/2}, D^4)$ $M_t = f(\sigma_0, D^3)$ e quindi

$$m v_0^2 \propto h \frac{D^6}{D^4} \quad (3)$$

porta a $m \propto D^3$ ovvero

$$D \propto \sqrt[3]{m} \quad (4)$$

Entrando più specificatamente nella scelta progettuale, occorre esaminare cosa capita ai singoli fili che compongono la matassa. Per questi fili occorre valutare la loro deformabilità per calcolare, sia l'energia che possono accumulare, sia il carico massimo che i fili più esterni possono sopportare.

Trascurando gli attriti e la strizione della matassa si considera che i fili si dispongono

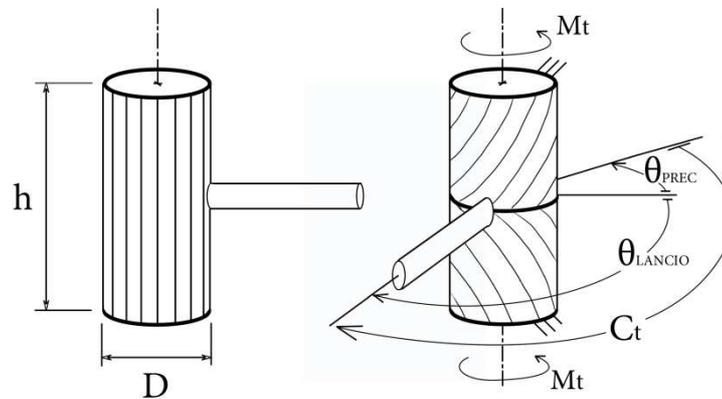


Figura 7. Lo schema della matassa elastica

³ La funzione (1) riportata in [4] è $D = 1,1 * \sqrt[3]{m * 100}$ ottenuta interpolando i dati di Erone (D era misurato in *dattili* e m in *mine*). Per esempio $D = 14$ *dattili* per lanciare un proietto di $m = 20$ *mine* (1 *dattilo*=19,3 mm ; 1 *mina* = 0,436 kg)

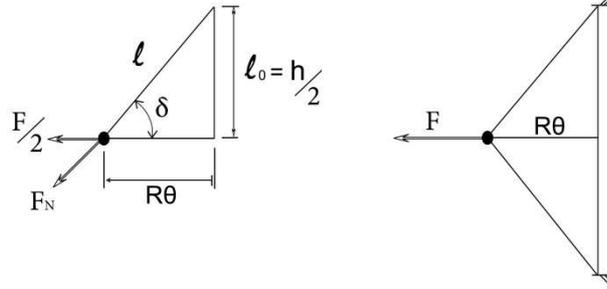


Figura 8. Un filo di una matassa ad un raggio generico R , sviluppato su di un piano

secondo eliche avvolte su cilindri. In Fig 8 si riporta lo sviluppo su piano delle singole eliche esterne partendo dalla situazione indeformata con filo disposto secondo una generatrice del cilindro.

Per una rotazione generica θ della matassa, ad un raggio generico R , si ha che la lunghezza della fibra della semimatassa, inizialmente pari ad $l_0 = h/2$, diventa:

$$l = \sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2} \quad (5)$$

$$\text{e quindi } \varepsilon = \frac{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2} - l_0}{l_0} \quad (6)$$

i fili presentano una tensione

$\sigma = E\varepsilon$, considerando che A sia l'area del singolo filo e considerando anche il filo simmetrico, si ottiene una forza circonferenziale:

$$F = 2\sigma A * \cos\delta = 2EA \frac{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2} - l_0}{l_0} * \frac{R\theta}{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2}} \quad (7)$$

da cui:

$$F = 2 \frac{EA}{l_0} * \left[1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2}} \right] * R\theta = 4 \frac{EA}{h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R\theta)^2}} \right] * R\theta \quad (8)$$

Questa forza produce una coppia, Fig. 7, pari a:

$$C_t = 4 \frac{EA}{h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R\theta)^2}} \right] * R^2\theta \quad (9)$$

ed una energia:

$$W(R, \theta) = \frac{4}{2} \frac{EA}{h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R\theta)^2}} \right] * R^2\theta^2 \quad (10)$$

Per sommare i contributi degli

$$N \cong 2 * \pi * R_n/d \quad (11)$$

fili che sono disposti su

$N_{strati} = INT\left(\frac{D-D_0-2d}{\sqrt{3}*d} + 1\right)$ strati, si definisce il raggio

$$R_n = \frac{D_0+d}{2} + \frac{d\sqrt{3}}{2} n \quad (12)$$

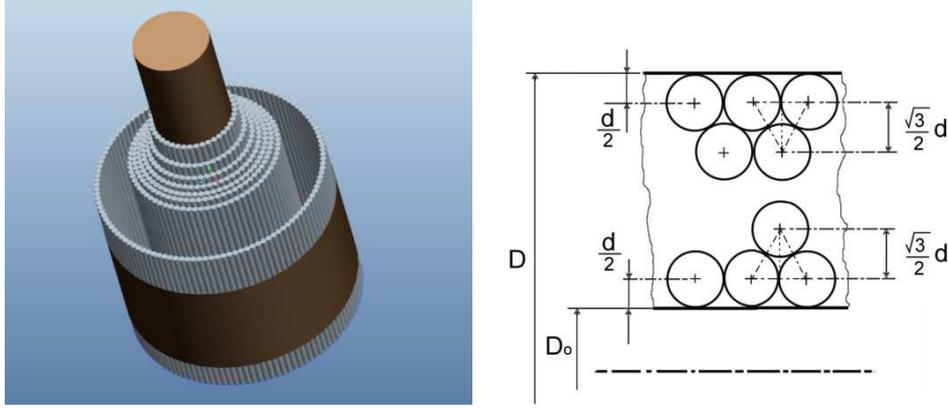


Figura 9. Disposizione dei fili nella matassa.

del generico strato n e si estende la somma a tutti gli strati variando n da

$$n = 0 \text{ ad } n = N_{Strati} - 1 \quad (13)$$

dato che i fili si accostano fra loro, come in Fig. 9, con passo radiale $p = \frac{d\sqrt{3}}{2}$ (14)

su di un'anima centrale pensata di diametro $D_0 \cong D/3$.

$$C_t(\theta) = \sum_{n=0}^{n=(N_{Strati}-1)} 2 * \pi * \frac{4EA}{d*h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2+4(R_n\theta)^2}} \right] * R_n^3 \theta \quad (15)$$

Considerando entrambe le matasse si calcola così una energia:

$$W_{TOT}(\theta) = \sum_{n=0}^{n=(N_{Strati}-1)} 8\pi * \frac{EA}{d*h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2+4(R_n\theta)^2}} \right] * R_n^3 \theta^2 \quad (16)$$

$$\text{Il numero totale dei fili sarà: } N_{TOT} = \sum_{n=0}^{n=(N_{Strati}-1)} 2 * \pi * \frac{R_n}{d} \quad (17)$$

Con una prova a trazione sul filo, si può determinare il modulo elastico e il carico al limite elastico e quindi si può dimensionare la matassa con fili diversi da quelli di capelli di donna e di budelli ritorti del tempo di Vitruvio.

Sono stati considerati alcuni fili di materiale polimerico usati nelle macchine tagliaerba e nelle racchette da tennis.

- Filo-1 - (sez. circolare, diametro 2.45 mm) rosso
- Filo-2 - (sez. circolare, diametro 2.45 mm) verde
- Filo-3 - (sez. circolare, diametro 3.00 mm) giallo

Il filo può essere fatto lavorare in campo elastico lineare, fra una tensione di precarico pari a 20 Mpa e ad una massima di 90 MPa, rispettivamente con una dilatazione ε dell' 1,5% e del 6,8 %.

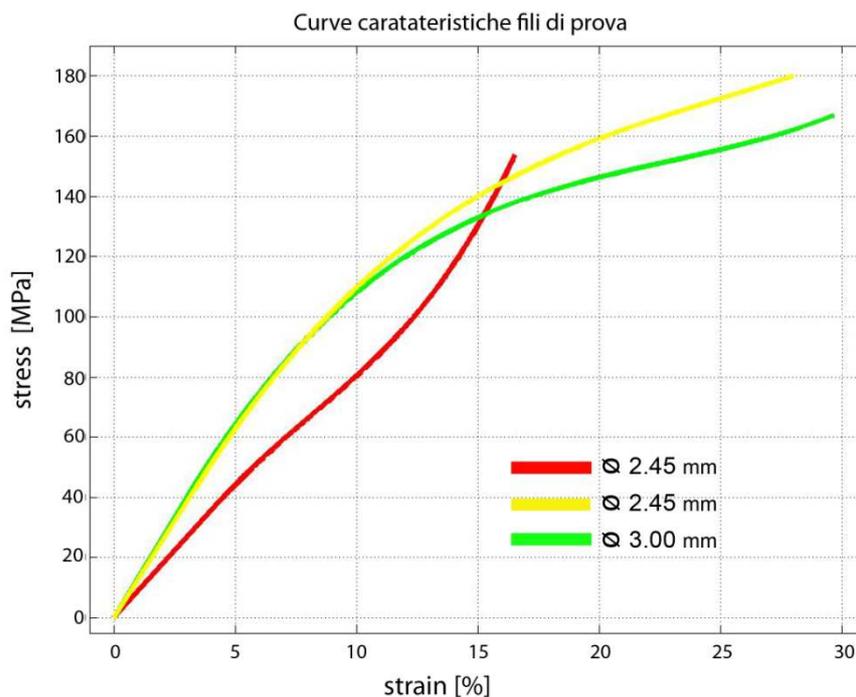


Figura 10. Caratteristiche meccaniche di alcuni fili di materiale polimerico. Prove sperimentali⁴

Con i dati sopra elencati si può calcolare il modulo elastico per il filo di tipo 2 (avente $d = 2,45 \text{ mm}$).

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{90-20}{(6,8-1,5)\%} \cong 1320 \text{ MPa} \quad (18)$$

Dopo queste prove si può passare alla scelta delle dimensioni. Fissata la gittata, che per questo tipo di macchine viene valutata sui 180 m, Fig. 10, si sceglie di lanciare una massa di 0.644 kg alla quale corrisponde un diametro della matassa di 92,5 mm con 1121 fili per il tipo di filo scelto, considerando un'anima centrale di 30 mm di diametro. L'altezza della matassa, senza considerare i due spessori delle traverse nei quali si suppone che la matassa sia tanto compressa che ne venga impedita la rotazione, si calcola in $h = 3.5 * D = 324 \text{ mm}$.

Per realizzare una gittata di 180 m lanciando un proietto con una certa velocità iniziale su di una pista di lancio inclinata di 45° sull'orizzontale, trascurando la resistenza dell'aria, integrando le equazioni del moto di un punto materiale dato che

$$x = \frac{v_0^2}{g} = 180 \text{ m} \quad (19)$$

si ottiene $v_0 = 42 \text{ m/sec} = 151 \text{ km/h}$, e quindi occorre fornire alla nostra palla una energia di:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = 0.644 * \frac{42^2}{2} = 568 \text{ joule.} \quad (20)$$

⁴ Si ringrazia l'ing. Piero Morelli per le prove sui fili

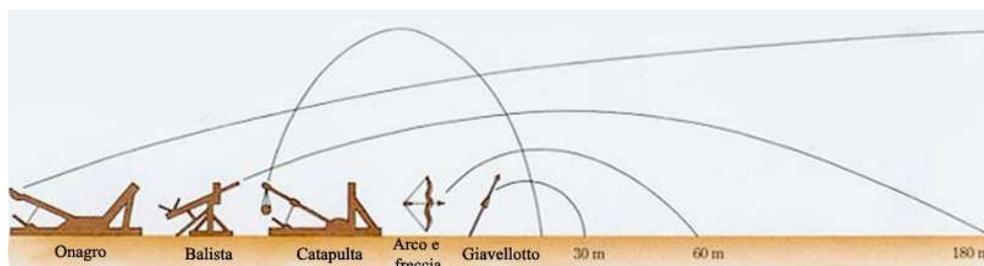


Figura 11. Le gittate delle varie armi [R-1]: per la balista 180 m.

Sapendo il valore dell'energia che deve essere fornita, considerando un assegnato allungamento sulla fibra esterna per garantire un certo valore del precarico al quale corrisponde un angolo θ_{prec} (angolo del quale deve ruotare il manubrio esterno, mantenendo i braccetti in posizione di riscontro con il montante esterno), si può determinare l'angolo al quale si deve portare il braccetto prima del lancio (partendo sempre dalla posizione di riscontro dei braccetti). Conosciuto il limite elastico del materiale, si può anche determinare il valore massimo dell'angolo al quale si possono portare i braccetti senza portare a rottura i fili esterni della matassa (sempre partendo dalla posizione di riscontro dei braccetti).

Considerando quindi un allungamento del filo esterno in condizioni di precarico pari ad

$$\epsilon = 1,5 \% , \text{ con la (6) si calcola: } 1,5\% = \frac{\sqrt{(162)^2 + (46,3 \cdot \theta_{prec})^2} - 162}{162}$$

e quindi $\theta_{prec} \cong 0,63 \text{ rad} \rightarrow 36^\circ$.

Calcolando la differenza fra l'energia per l'angolo di precarico sommato all'angolo di lancio- e l'angolo di precarico- e ponendo questa energia uguale a quella necessaria per il lancio già calcolata in (20):

$$W_{TOT}(\theta_{prec} + \theta_{Lancio}) - W_{TOT}(\theta_{prec}) = 568 \text{ joule} ,$$

risolvendo numericamente per l'incognita θ_{Lancio} , si ottiene:

$$\theta_{Lancio} \cong 0,71 \text{ rad} \rightarrow \cong 41^\circ .$$

I fili più esterni rimangono in campo elastico lineare fino a $\epsilon \cong 6,8 \%$, quindi ancora con la (6), partendo dalla posizione di riferimento dei braccetti, si calcola l'angolo massimo rispetto alla posizione di riscontro dei braccetti :

$$\theta_{MAX} \cong 0,73 \text{ rad} \rightarrow \cong 42^\circ .$$

Quindi la nostra balista, per le caratteristiche dei fili scelti, lavora, su di una gittata di 180 m, strettamente entro i limiti di progetto definiti.

La massa da lanciare di 0,644 kg si ottiene con una sfera di materiale lapideo⁵ avente un diametro di circa 92,5 mm, cioè ancora con il valore del modulo. In questo calcolo si scopre così che, senza chiedersi come si potessero estrarre allora le radici cubiche [4], la *palla* può essere il *calibro* del foro in cui va alloggiata la matassa, infatti esplicitando la massa in funzione del volume, convertendo nelle opportune unità di misura, dalla (1-bis) si ritrova la stessa legge cubica che lega la massa al modulo tramite la densità $\rho = 2,16 \text{ kg/dm}^3$, infatti

$$D = 96 \sqrt[3]{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3} \text{ da cui } \rho = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^6}{96^3 \cdot \pi \cdot 4} = 2,16 \text{ kg/dm}^3 \quad (21)$$

⁵ La *palla* di pietra può essere sostituita da una sfera di alluminio, dato che l'alluminio ha circa la stessa densità della pietra.

4. CONFRONTI CON ALTRE RECENTI RICOSTRUZIONI

Su rete si trovano alcuni disegni e alcune ricostruzioni della balista, alcune di notevoli dimensioni Figg. 11, 12, 13.

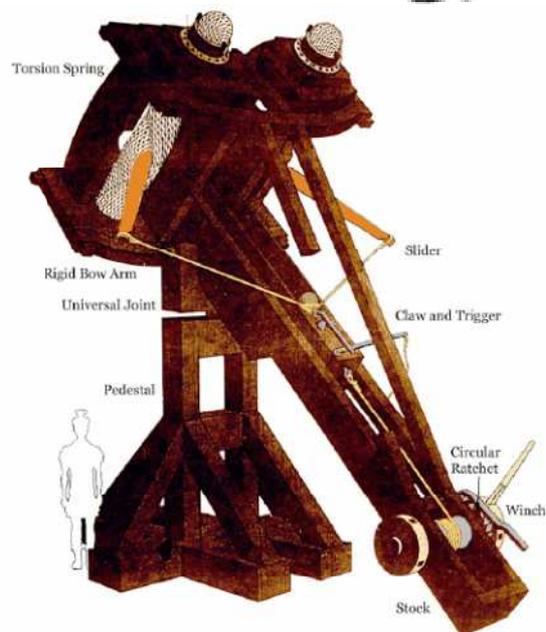
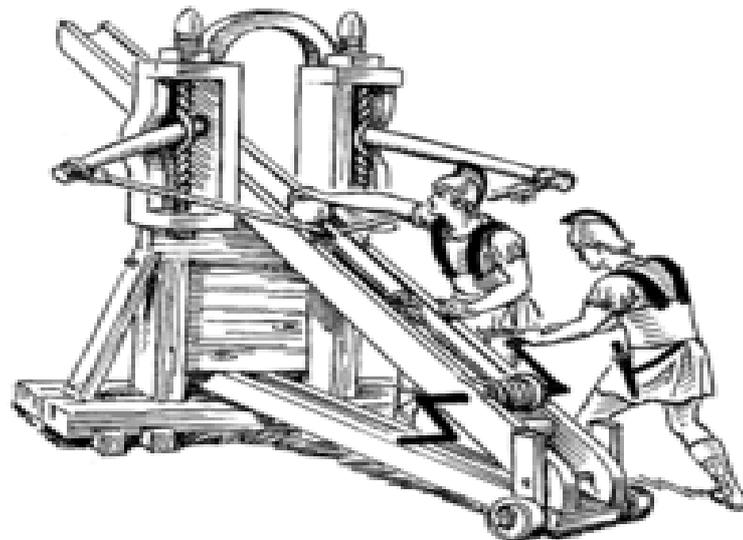


Figura 12. Disegni di ricostruzioni di baliste [R-2] [5]



Figura 13. Disegni e prototipi di baliste in ordine [R-3..R-6]

In [4] viene descritto un progetto comune (1971-72) fra le facoltà di Lettere e di Ingegneria dell'Università di Reading per la ricostruzione di una balista.

Nella Fig. 12 le immagini (1,2) e (2,2) si riferiscono alla balista di Erone, molto leggera e con ampia rotazione dei braccetti [11].

Questi braccetti vengono armati ruotandoli in senso orario (rispetto alla posizione del lanciatore) quello di destra ed in senso antiorario quello di sinistra a differenza delle altre macchine nelle quali i versi di rotazione si scambiano. Sembra quindi spontaneo riferirsi per la balista di Vitruvio ad una evoluzione dell'arco, mentre per quella di Erone alla evoluzione della fionda ad elastico.



Figura 14. Altri prototipi di baliste [R-7][R-8]

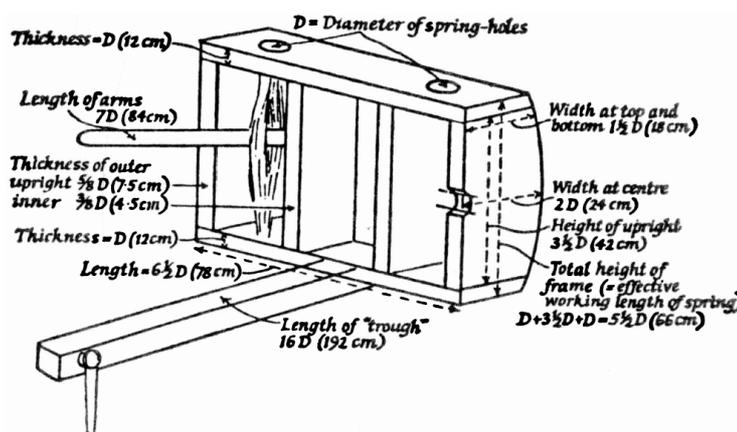


Figura 15. Lo schema di riferimento [4]

5. IL PROGETTO

Dopo aver preso in considerazione vari sistemi Figg. 12, 13, 14, 15 e averne analizzato i pregi ed i difetti ed essersi soprattutto riferiti a pezzi dell'epoca recentemente rinvenuti, Fig. 16, si fissano le caratteristiche fondamentali riprendendole sostanzialmente da [4] Fig. 15, soprattutto per quanto riguarda la struttura portante. Si variano solo alcuni rapporti, dato che la figura si riferisce ad una macchina per il lancio di frecce e non di palle di pietra. Particolare attenzione viene posta alla chiusura delle forze che sollecitano la matassa, mantenendo tuttavia sfalsati i montanti per permettere un'ampia rotazione delle leve. Durante il progetto si cerca di rendere essenziali i particolari, così si discutono altre soluzioni e si fa anche riferimento a particolari di alcune macchine esposte nei musei della civiltà contadina Fig. 17, pensando che in alcuni strumenti agricoli si siano usati gli stessi accorgimenti usati nelle armi, dato che dovevano essere già ben collaudati.

Dopo aver analizzato varie soluzioni Figg. 13, 18, si progetta un particolare sistema di precarico con un manubrio esterno che si inserisce in spezzoni di tubo impiegati per contenere la matassa elastica e si progetta un particolare sistema di protezione con ritegno mediante nottolini Fig. 21. Il blocco del sistema di precarico è ottenuto, come nella descrizione di Vitruvio, utilizzando la differenza di passo angolare fra i fori di alloggiamento di una spina di ritegno, realizzati nei due elementi di ancoraggio. I particolari del sistema sono mostrati nella Fig. 23.

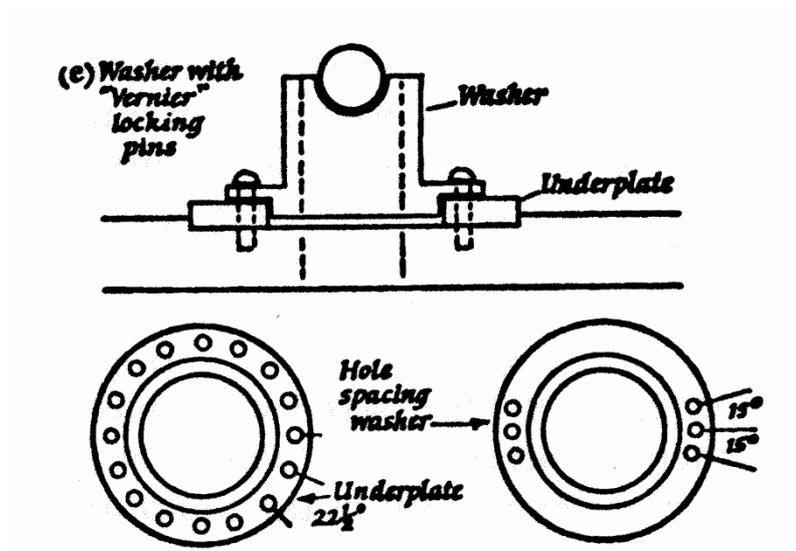


Figura 16. Il sistema di ritegno e posizionamento della matassa [4]



Figura 17. Particolari da vecchi carri agricoli.



Figura 18. La matassa, il quadro per il precarico e il nottolino di arresto in un prototipo [R-9]



Figura 19. Particolare per lo sgancio, Ist. Tecnico Ind.le “E. Fermi”, Lucca [R-10]

La slitta viene armata tramite un argano. L’interposizione di una taglia multipla rende particolarmente agevole l’operazione di ricaricamento. La slitta viene protetta mediante un sistema automatico di ritegno realizzato sempre con nottolini. Il sistema di sgancio viene definito dopo aver discusso soluzioni note come quelle riportate nelle Fig. 13, 19.

Viene infine progettato un telaio di sostegno e fissaggio a terra della macchina Fig. 23 con l’impiego di zavorra e regolazione dell’alzo, facendo riferimento ai disegni di Taccola [12] e di Francesco di Giorgio [13] [14].

Nelle Figure 20-26 si riportano schemi, particolari costruttivi e disegni della macchina.

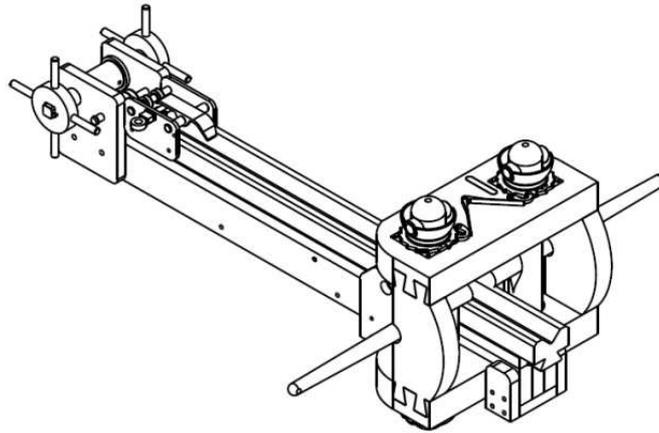


Figura 20. La balista in vista assonometrica

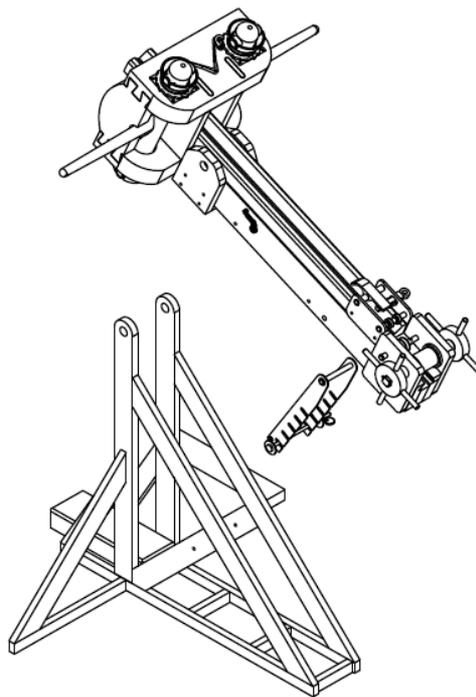


Figura 21. La balista con il telaio di sostegno

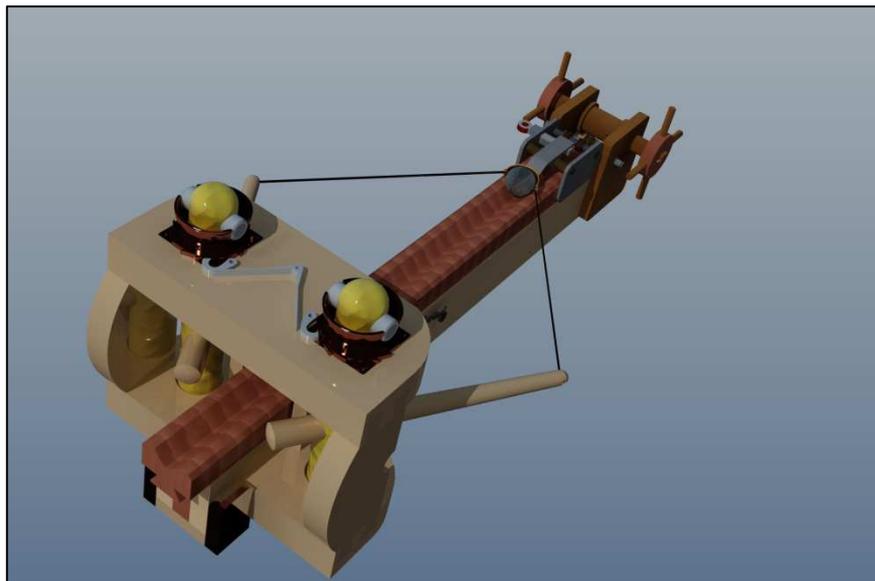
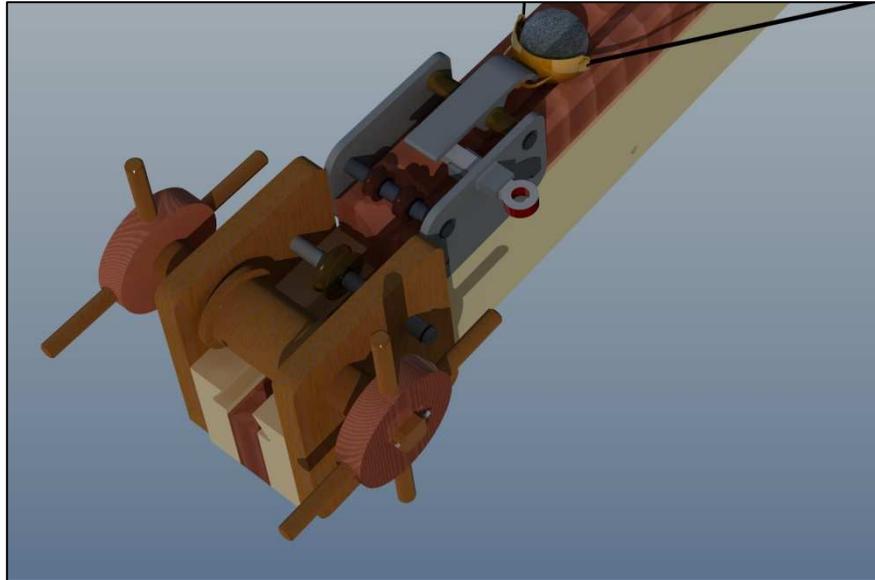


Figura 22. Il particolare con lo sgancio e il particolare con per il fissaggio e l'arresto della matassa

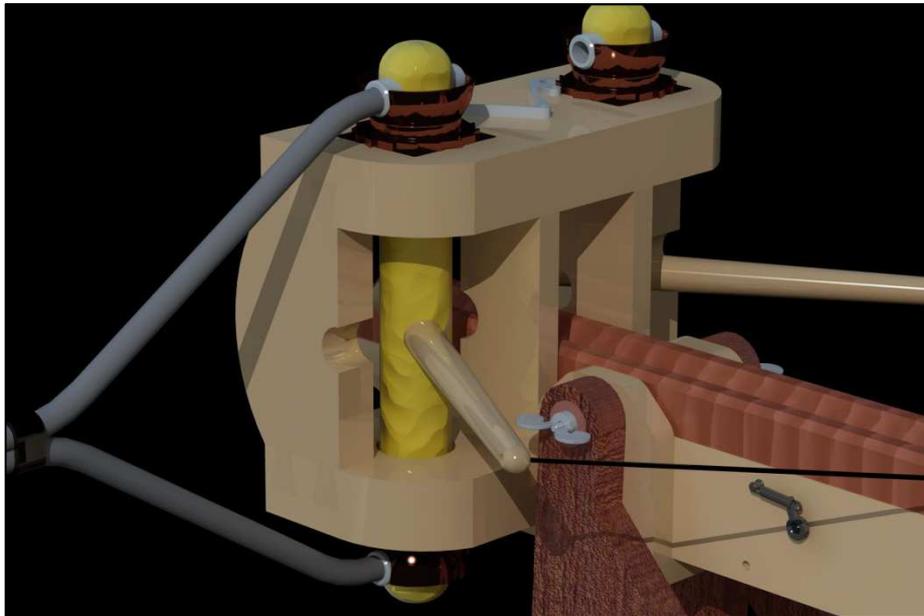
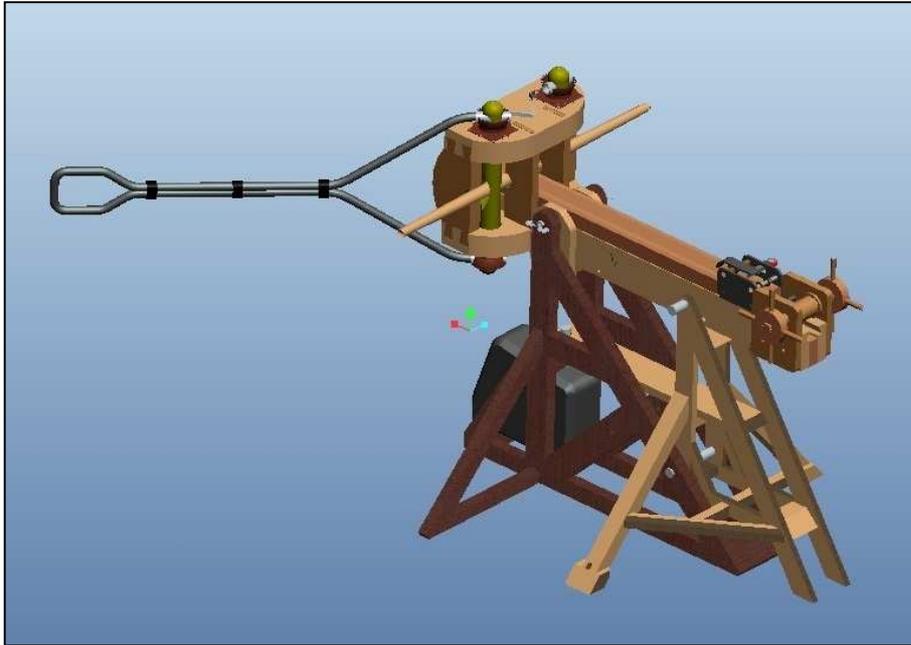


Figura 23. Come precaricare la matassa mediante un manubrio, dopo aver sostenuto adeguatamente la macchina.

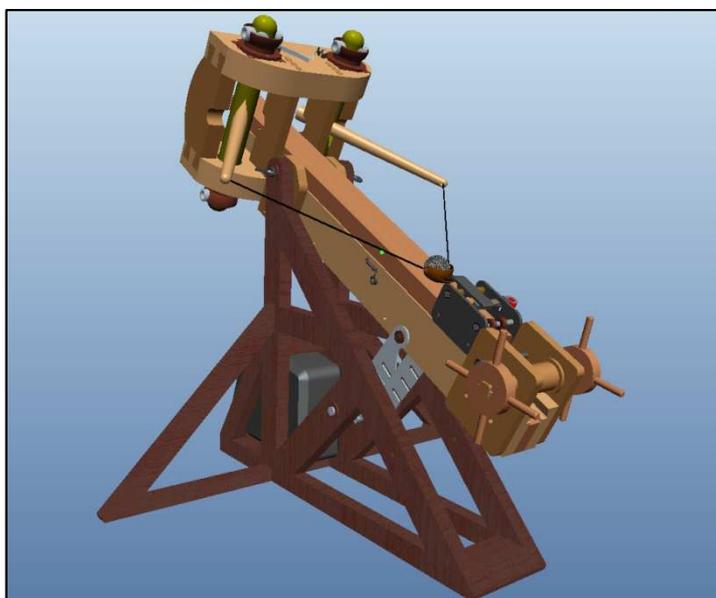
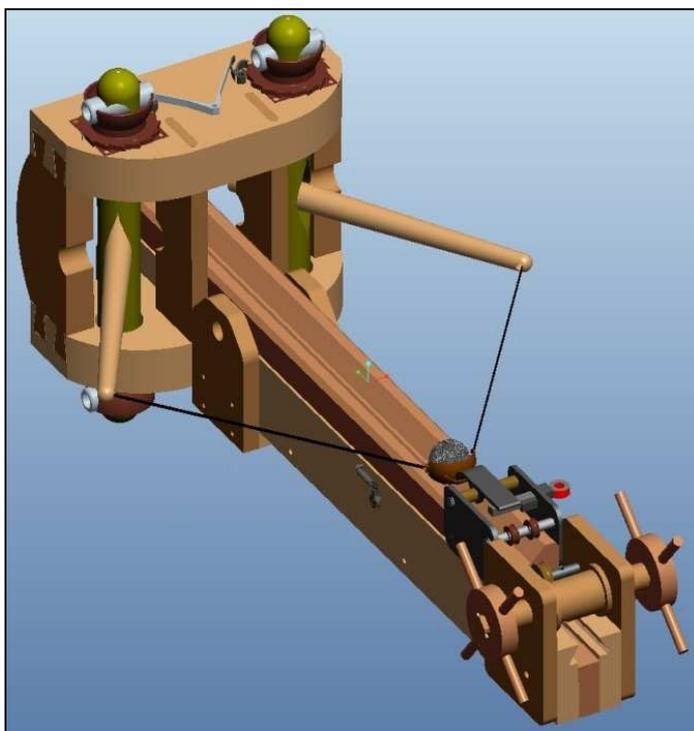


Figura 24. Alcune immagini del progetto

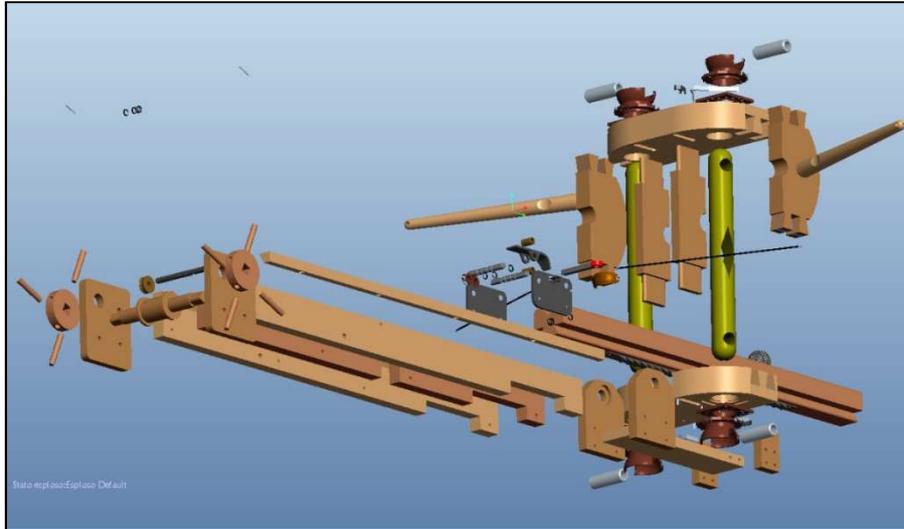


Figura 25. Un esploso della macchina

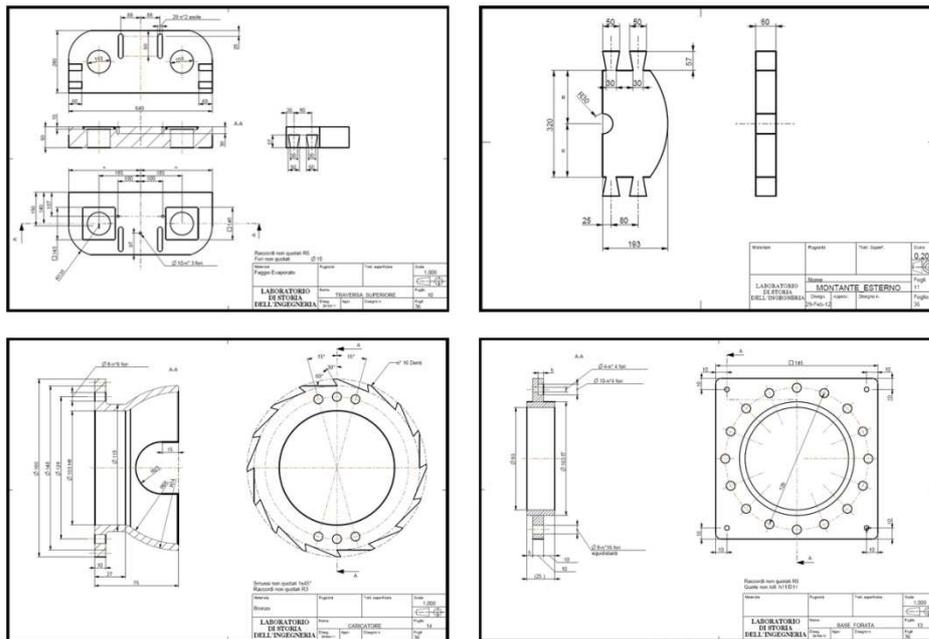


Figura 26. Alcune tavole con i disegni costruttivi di particolari

In attesa di poter costruire un prototipo, è stato realizzato un breve filmato con la simulazione del lancio. Il filmato è consultabile in rete all'indirizzo (2-2-2012): <http://www.youtube.com/watch?v=PH1bdoiLNdo> ; <http://vimeo.com/34914581>

6. CONCLUSIONI

La ricostruzione della balista di Vitruvio si è dimostrata una piacevole esperienza che ha molto coinvolto gli studenti frequentanti il Corso. Il lavoro ha permesso di riflettere sul concetto di modulo, di legare la lettura dei testi originali con il progetto e la costruzione. Il progetto ha richiesto di immedesimarsi nella tecnologia e nella realtà dell'epoca, avendo ben sempre presente il parallelo dell'ingegno pensiero e dell'ingegno oggetto/macchina, cioè dell'ingegneria.

Il presente lavoro ha portato anche a riflettere, pensando ai nostri progettisti di macchine automatiche che frequentano con profitto le esposizioni di macchine agricole alla continua ricerca di soluzioni semplici e poco costose, come ci si possa anche rivolgere, forse in modo più piacevole, indietro nel tempo .. dicendo con Plutarco *temprava lo spirito leggendo i classici*.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Marco Vitruvio Pollione, *De Architectura - Libri X*, trad. L. Migotto, Ed. Studio Tesi, Pordenone, 1990
- [2] Guzzoni A. L., Maraldi M., Molari P.G., *A historical review of the modulus concept and its relevance to mechanical engineering design today*, Mechanism and Machine Theory, 50 (2012) 1–14
- [3] G. Barozzi da Vignola, *Regola delli cinque ordini d'architettura di Iacomo Barozzio da Vignola — 1562*, in: P. Cattaneo, G. Barozzi da Vignola (Eds.), *Trattati*, Ed. Il Polifilo, Milano, 1985.
- [4] Landels J.C., *Engineering in the ancient world*, University of California Press, Berkeley & Los Angeles, 1878, cap 5 - Catapults.
- [5] Soedel W., Foley V., *Ancient Catapults*, Scientific American, March 1979.
- [6] M.P. Vitruvius, *De Architectura, Venetiis Ioannis de Tridino alias Tacuino 1511*, <http://penelope.unichicago.edu/Thayer/E/hom.html>.
- [7] *Di Lucio Vitruvio Pollione De architectura libri dece traducti de latino in vulgare affigurati: commentati: & con mirando ordine insigniti: per il quale facilmente potrai trouare la multitudine de li abstrusi & reconditi vocabuli a li soi loci & in epsa tabula con summo studio expositi & enucleati ad immensa utilitate de ciascuno studioso & benivolo di epsa opera. Trad. Cesare Cesariano*, Ed. Gottardo da Ponte, impressa nel amoena ... citate de Como : per magistro Gotardo da Ponte cittadino milanese, 1521. 15. mensis Iulii.
- [8] *I dieci libri dell'architettura di M. Vitruvio -Tradotti & commentati da Mons. Daniel Barbaro eletto Patriarca d'Aquileia, da lui riveduti & ampliati; & hora in piu commoda forma ridotti.*, Venezia, Ed. Francesco de' Franceschi senese, 1567, Facsimile Bardi ed., Roma, 2006.
- [9] Valturio Roberto, *De re militari / Roberto Valturio* (Contiene, in ripr. facs. digitale: A, De re militari. Verona, Giovanni di Nicolò, 1472. Biblioteca civica di Verona, inc. 1084; B, De re militari. Verona, Giovanni di Nicolò, 1472. Biblioteca civica Gambalunga, Rimini, 4.S.IV.11; C, De re militari, trad. it. di Paolo Ramusio. Verona, Bonini, 1483. Biblioteca civica di Verona, inc. 1020; D, De re militari. Biblioteca Apostolica Vaticana, ms. Urb. lat. 281, 1462), Ed. Guaraldi Rimini ; Y press, Milano, 2006. (N.B. In questa edizione manca il manoscritto, ora conservato alla Ambrosiana di Milano, bellissimo per le illustrazioni, che Sigismondo inviò in dono a Maometto II e che fu intercettato durante il viaggio dai Veneziani).
- [10] *DE RE MILITARI libris XII .. anno 1485 .. Parisiis*, Christianum Wechelum, 1535.

- [11] Russo, Flavio, Russo Ferruccio, *Piccola, potente e maneggevole*, Archeo, n 311, gennaio 2011.
- [12] Mariano Taccola, *De Ingeineis 2 voll.*, facsimile., Reichert Verlag, Wiesbaden 1984.
- [13] Francesco di Giorgio, *Trattati di architettura ingegneria e arte militare voll.2*, Ed Polifilo, Milano, 1967.
- [14] Francesco di Giorgio, *Il codice Ashburnham 361 della Biblioteca Laurenziana di Firenze con frammento della Biblioteca municipale di Reggio Emilia*, Ed fac-simile Giunti Barbèra, 1979/1994.

Riferimenti di rete (3-2-2012) per alcune figure:

[R-1] Fig. 11

http://4.bp.blogspot.com/_umhSvWEgx2c/TKX9udi9zEI/AAAAAAAAAGro/NhOALQXKtak/s1600/1174261134.jpg

[R-2] Fig. 12

http://it.wikipedia.org/wiki/File:Ballista_%28PSF%29.png

[R-3] Fig. 13, immagine in alto a sinistra

<http://www.megghy.com/ciurma/Immagini/balista.jpg>

[R-4] Fig. 13, immagine in alto a destra

<http://members.multimania.nl/onager/cheiroballista.html>

[R-5] Fig. 13, immagine in basso a sinistra

<http://olivieromurru.blogspot.com/2011/01/balista-rce-scuola-fi2010.html>

[R-6] Fig. 13, immagine in basso a destra

<http://www.icastelli.org/principi/armi/baliste/baliste.htm>

[R-7] Fig. 14, immagine a sinistra:

<http://t3.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcT7BoUdakFkqipz00-2CHBtEKVAgw66ZiiJEFQeTKxdd54KPzcvg>

[R-8] Fig. 14, a destra:

<http://www.siege-engine.com/MistaBallista.shtml>

[R-9] Fig. 18

<http://wattsunique.com/blog/wp-content/uploads/balista211.jpg>

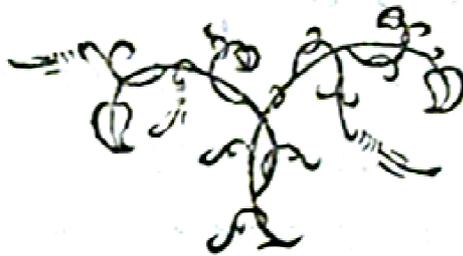
[R-10] Fig. 19

http://www.provincia.lucca.it/istruzione/collezioni_didattiche_scuola_collezione.php?id=83

Altri riferimenti di rete:

http://www.roma-victrix.com/armamentarium/img/tormenta_balista.htm

http://www.roma-victrix.com/armamentarium/tormenta_balistapal.htm



Lavoro presentato alla
QUINTA GIORNATA DI STUDIO ETTORE FUNAIOLI (V GEF)
Bologna, 15 luglio 2011

Bologna, Facoltà di Ingegneria, 1/3/2012
Revisionato il 29/3/2012