



DIEM
GMA

Quaderni di ricerca

Quinta giornata di studio
Ettore Funaioli
15 luglio 2011

A cura di
Umberto Meneghetti, Alberto Maggiore e Vincenzo Parenti Castelli

PROGETTO  LEONARDO
ESCULAPIO · BOLOGNA

Alm@DL



Quaderni del **DIEM** – **GMA**

Atti di giornate di studio – 5

A cura di:

U. Meneghetti , A. Maggiore , V. Parenti Castelli

Coordinatore di redazione:

Alessandro Zanarini

DIEM

Dipartimento di Ingegneria delle
Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di
Metallurgia

www.diem.unibo.it

GMA

Gruppo di Meccanica Applicata

http://wpage.unina.it/dellaval/GMA/GMA_home.htm

Quinta giornata di studio

Ettore Funaioli

15 luglio 2011

*A cura di:
Umberto Meneghetti, Alberto Maggiore e Vincenzo Parenti Castelli*

Proprietà letteraria riservata.
© Copyright 2012 degli autori
Tutti i diritti riservati

*Quinta giornata di studio Ettore Funaioli - 15 luglio 2011 / A cura di
Umberto Meneghetti, Alberto Maggiore e Vincenzo Parenti Castelli
Bologna : 2012 - p. 374; 17 cm.*

ISBN 978-88-7488-516-9

Versione elettronica disponibile alla pagina
<http://amsacta.unibo.it/3310/>

Stampa a richiesta eseguita da:



40131 Bologna - Via U. Terracini 30 - Tel. 051-63.40.113 - Fax 051-63.41.136
www.editrice-esculapio.it

INDICE

Prefazione

<i>P. G. Molari</i>	1
Quirico Filopanti professore di Meccanica applicata e il corso di Meccanica applicata da lui tenuto nell'Università di Bologna dal 1848 al 1850 e dal 1862 al 1864 (nei 150 anni dell'Unità d'Italia)	
<i>A. Zanarini, A. Cavallini</i>	23
Experiencing rotor and fluid film bearing dynamics	
<i>E. Mucchi, A. Agazzi, G. D'Elia, G. Dalpiaz</i>	39
Assessment of the lubrication regime in variable displacement vane pumps	
<i>E. Prati, A. Tasora, T. Marin</i>	61
Determinazione numerica della forza radiale esercitata da anelli di tenuta in elastomero	
<i>P. G. Molari, M. Maraldi, G. Angelini, S. Bignami, G. Lionello</i>	71
La ricostruzione della <i>balista</i> di Vitruvio	
<i>A. O. Andrisano, M. Ansaloni, F. Gherardini, F. Leali, M. Pellicciari, F. Pini, A. Vergnano</i>	97
Una metodologia innovativa di progettazione integrata per l'analisi e la caratterizzazione della sensitività delle performance	
<i>A. Freddi</i>	115
Design between science and humanities: select bibliography	
<i>G. Olmi</i>	143
L'importanza della procedura di regolarizzazione nella calibrazione di una cella di carico a sei gradi di libertà sovradeterminata	
<i>A. Rossi, A. Persona, G. Rosati, M. Faccio, S. Cenci, A. Carli, C. Finetto</i>	165
Sistemi di assemblaggio industriale ad elevata flessibilità	
<i>D. Zannoli, N. Sancisi, V. Parenti Castelli</i>	181
A simple rig for precise measurements of the knee and ankle joint motion under static loading conditions	
<i>G. Sciré Mammano, E. Dragoni</i>	197
Compensazione elastica di attuatori a memoria di forma mediante meccanismi cedevoli	

<i>G. Berselli, R. Vertechy, G. Vassura, V. Parenti Castelli</i> Modellazione mediante <i>bond graphs</i> di un attuatore a forza costante basato su elastomeri dielettrici	217
<i>A. Spaggiari, D. Castagnetti</i> Resistenza in modo misto di adesivo in strato sottile: caratterizzazione sperimentale attraverso un nuovo provino tubolare	233
<i>E. Dragoni, W. J. Bagaria</i> Numerical and experimental validation of a theory for bimaterial helical springs	247
<i>D. Croccolo, M. De Agostinis, N. Vincenzi</i> Push out force assessment in steel-composite interference-fitted and adhesively bonded connections	259
<i>A. Strozzi, A. Baldini, M. Giacomini, E. Bertocchi, E. Campioni, S. Mantovani</i> A contribution to the Legendre series solution of the mechanical analysis of cylindrical problems	275
<i>G. Medri</i> Valutazione della dissipazione energetica in componenti realizzati con polimeri	289
<i>A. O. Andrisano, F. Pellicano, M. Strozzi</i> Effect of the boundary conditions on the vibrations of functionally graded shells	297
<i>G. Catania, S. Sorrentino</i> Analysis of friction in transient pipe flow using non-conventional models	313
<i>R. Cipollini, A. Rivola</i> Flexible multibody modelling of a motorbike timing system as a tool for the engine design optimization	323
<i>M. Cocconcelli, A. Spaggiari, R. Rubini, E. Dragoni</i> Experimental characterization of the dynamic response of accelerometers mounted with structural adhesives	333
<i>A. Carminelli, U. Meneghetti, A. Maggiore</i> Structural damage identification by sensitivity analysis	345
<i>B. Reggiani, L. Donati, L. Tomesani</i> A survey on the predictability of the die deflection in aluminum extrusion by means of experimental investigation and numerical analyses	363
Indice degli autori	373

Prefazione

Dalla prima “Giornata di studio Ettore Funaioli” del 18 luglio 2007 alla quinta del 15 luglio 2011, le memorie presentate sono passate da 13 a 25 – anche se in questa raccolta, per alcune difficoltà organizzative, ne compaiono solo 23. A tutti i partecipanti va il nostro più vivo ringraziamento: a loro si deve il successo della manifestazione, che è peraltro segno anche dell’alta considerazione per la figura del Prof. Ettore Funaioli sotto l’aspetto sia scientifico, sia umano.

La crescente adesione di amici ed allievi – di prima e di seconda generazione – a queste Giornate di Studio, conferma anche l’apprezzamento dei partecipanti per l’occasione che esse offrono di ritrovarsi fra colleghi che si stimano e si apprezzano, per fare tutti partecipi dei risultati scientifici ottenuti e per discutere amichevolmente dei comuni problemi che si incontrano nell’attività quotidiana.

È motivo di grande soddisfazione constatare la qualità scientifica dei lavori presentati e il costante impegno dei Ricercatori di Meccanica che hanno voluto partecipare alla Quinta Giornata: il buon seme sparso dai nostri Maestri ha trovato buona terra e dà buon frutto.

La Giornata ha potuto svolgersi grazie anche alla collaborazione della Facoltà di Ingegneria dell’Alma Mater Studiorum e del DIEM - Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni meccaniche, nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia. Ringraziamo vivamente il Preside della Facoltà, Prof. Pier Paolo Diotallevi, e il Direttore del DIEM, Prof. Gianni Caligiana, che hanno consentito queste collaborazioni ed hanno voluto aprire la Giornata porgendo il loro saluto ai partecipanti.

Desideriamo infine ringraziare l’Ing. Alessandro Zanarini che ci ha assistito nel compito di raccogliere ed organizzare le memorie per questo volume.

Bologna, 19 giugno 2012

Umberto Meneghetti – Alberto Maggiore – Vincenzo Parenti Castelli

QUIRICO FILOPANTI PROFESSORE DI MECCANICA APPLICATA E IL CORSO DI MECCANICA APPLICATA DA LUI TENUTO NELL'UNIVERSITA' DI BOLOGNA DAL 1848 AL 1850 E DAL 1862 AL 1864 (nei 150 anni dell'unità d'Italia)

Pier Gabriele Molari
Università di Bologna, Italia
E-mail: piergabriele.molari@unibo.it

***Riassunto** Il professore Giuseppe Barilli (n. Budrio 1812- m. Bologna 1894), più noto come Quirico Filopanti, come decise di farsi chiamare dal 1835, è molto conosciuto per la sua attività politica nel periodo Risorgimentale; minori attenzioni sono state rivolte alla sua attività di docente all'Università di Bologna.*

Una ricerca condotta direttamente sui documenti originali permette di conoscere i contenuti e le modalità con le quali teneva il Corso di Meccanica applicata. Questo insegnamento appare, in largo anticipo sui tempi, come un vero corso di ingegneria dato che coniuga il rigore scientifico al proposito costruttivo.

Si passano rapidamente in rassegna alcuni lavori descrivendoli, per quanto possibile, attraverso le sue parole.

Il lavoro termina con un elenco completo delle sue opere a stampa..

Keywords: *Quirico Filopanti, Storia della Meccanica applicata, Università di Bologna*

1. PREMESSA: L'UNIVERSITÀ DI ALLORA A BOLOGNA¹

L'organizzazione dell'Università a metà del 1800 era fondata sulla enciclica di Leone XII *quod divina sapientia* e si articolava in 4 facoltà: teologia, diritto, medicina, filosofia (lettere, cioè filologia, era aggregata a diritto), rispettivamente con: 6, 12, 14, 8/9 cattedre².

La facoltà di filosofia era fondata sugli insegnamenti: Logica-matematica, Elementi di algebra e geometria, Etica, Introduzione al calcolo sublime (Calcolo differenziale ed integrale)³, Calcolo sublime, Fisica sperimentale, Meccanica e idraulica, Ottica e astronomia, Logica metafisica e etica.

Spesso e volentieri gli insegnamenti erano tenuti da ripetitori, sostituti, supplenti.

Ormai lontani dagli "anni d'oro", il numero degli studenti era paragonabile a quello dei professori.

¹ Le indicazioni bibliografiche [], si riferiscono all'elenco dei lavori di Q.F. riportati al paragrafo 8.

² Gasnault F., *La cattedra, l'altare, la nazione – Carriere universitarie nell'Ateneo di Bologna 1803-1859*, CLUEB ed, Bologna, 2001; - F. nel 1888 in [47] scrive di quattro facoltà: Legge, Teologia, Medicina e Belle Lettere

³ Q.F., [27] pag. 45 (lezione terza).

La Scuola di applicazione per ingegneri venne istituita a Bologna con regio decreto nel 1875 ed iniziò ad operare nel 1877⁴.

2. LE TAPPE DELLA CARRIERA ACCADEMICA DI QURICO FILOPANTI (FIG.1)

Scelto a pieni voti, il 20 marzo 1848, come professore di Meccanica e Idraulica dal Collegio matematico e dai Conservatori del Municipio di Bologna con concorso scritto e orale, lesse a Bologna fino al 1849, chiese di essere sostituito da Sante Ramenghi nell'incarico ricevuto, per poter seguire i moti del 1848 (nel 1849 prese parte attiva nel senso liberale e nazionale) e partecipare alla Repubblica Romana. Fu destituito il 24 gennaio 1850 dal "suburbano" di Portici insieme ai professori Gherardi, Ercolani, Pizzoli, Marticalli e Carini. Costretto all'esilio prima in America e poi a Londra, ritornò in Italia nel 1860. Venne nominato ordinario di Meccanica Applicata il 20 maggio 1860; la nomina venne revocata il 7 novembre 1860 e fu nominato "straordinario" in giorno successivo; tenne questo insegnamento fino al 30 ottobre 1864 quando si allontanò per solidarietà con colleghi al rifiuto di giurare fedeltà al re d'Italia. Il suo insegnamento proseguì con lezioni "pubbliche" tenute nelle principali città d'Italia.

3. IL SUO INSEGNAMENTO

I "principia", il metodo, la scelta degli argomenti e i consigli agli allievi

Lo stesso Filopanti descrive i suoi "principia" e le sue convinzioni sull'insegnamento:

...i più riflessivi non sgradiranno, io spero, di ascoltare o leggere ciò che ne pensa un uomo avvezzo a cercar sempre con amore la verità, come ad esprimerla senza ufficiali esagerazioni, e senza ufficiali reticenze. [47]

Io seguirò a prendere con filosofia il mondo qual è! E a dirgli la verità, per tentare di renderlo un poco meno stolto, o un poco men tristo. [47]

..ma ognuno sa che il valore principale di un maestro non dipende tanto dalle sue opere scritte, quanto dalla sua eloquenza, e dall'amore ed entusiasmo che egli sa ispirare a' suoi allievi per lo studio. [47]

Un'idea del modo di insegnare di Filopanti si può ricavare dalla domanda che inviò nel 1860 al Ministro per ottenere materiale da mostrare agli studenti.

E' impossibile dare agli studenti una chiara idea dei complicati organismi delle macchine senza che gli occhi ne abbiano davanti un'effettiva esecuzione, od un buon modello, od almeno un accurato disegno.

La creazione di un gabinetto sufficientemente completo di macchine e modelli annesso alla scuola di Meccanica applicata sarebbe cosa desiderabile, una opera assai lunga, e che costerebbe milioni.

In mancanza di tale gabinetto la prego:

-nel far eseguire dei disegni di macchine in dimensioni abbastanza grandi per potersi distinguere dagli studenti durante le lezioni

-a compensare, quando sia richiesto, dei proprietari di macchine perché prestino l'uso delle medesime, o di parti di esse per le occorrenze delle lezioni di Meccanica applicata.

-per pagare dei facchini per trasporto delle macchine, e di pezzi di esse, e degli operai macchinisti che le mettono in azione,

⁴ Regia Scuola d'applicazione per gli Ingegneri, Commentari dell'organizzazione di un trentennio e Annuario, Stabilimento Poligrafico Emiliano, Bologna, 1909.

-per mantenere in qualche ordine e sistema i disegni che si verranno eseguendo in servizio delle lezioni.

Nel 1861 il Ministro negò ancora la possibilità di costruire un Gabinetto di Meccanica applicata e allora chiese all'esistente gabinetto di Fisica di ottenere in prestito le macchine da utilizzare per le sue lezioni.

Impossibilitato a "portare" le macchine ai suoi studenti, allora "porta" gli studenti alle macchine e infatti sono documentate visite alle grandi opere e direttamente agli stabilimenti, infatti nel 1862 visita con gli studenti la locomozione dell'Italia Centrale-movimento della strada ferrata Centrale Bologna e nel 1863 visita il ponte di ferro a Piacenza e Lodi, l'opificio riparazioni delle Ferrovie dell'Italia Centrale, e le *macchine per l'estinguimento degli incendi.*

Il metodo si può trarre dalle sue parole per descrivere le sue lezioni "pubbliche": *le lezioni furono da me date all'aria aperta Tutte le lezioni furono più o meno improvvisate in quanto alla dicitura; metodo più favorevole della lettura a tenere sveglia l'attenzione degli uditori; ma erano diligentemente preparate e studiate quanto alla materia[27, dal Proemio]*

In quanto alla scelta della materia trattata:

-In ogni tempo i filosofi, i poeti, gli artisti, gli uomini tutti di eletto ingegno, di fervida immaginazione, o di squisito sentire, consacrarono al sublime spettacolo della Natura il loro studio, od almeno la loro attenzione. Indi nacque la scienza che aveva il ministero di espor la natura nelle diverse sue parti e sotto i suoi differenti aspetti. La quale scienza perciò, sino ab antico, fu chiamata Fisica, che è quanto dire, conformemente alla greca origine di quella parola, Scienza della Natura. [39, pag. 45]

-Mentre all'intero Universo, nella sua immensità, spetta necessariamente una specie di immobilità assoluta, tutte le sue parti, le e più grandi come le più piccole, sono in continuo movimento; ed il loro movimento consiste principalmente in una specie di vibrazione attorno al punto di equilibrio. Questo moto vibratorio si verifica in certo modo, ancora nelle cose morali ed intellettuali. L'allontanamento dalla media e giusta posizione di una direzione in una direzione è susseguito da un riavvicinamento al punto di equilibrio; ma questo punto di equilibrio, appena raggiunto in un istante, viene oltrepassato, ed il mobile se ne allontana di nuovo nella direzione opposta alla prima, per farvi un nuovo ritorno con perenne vicenda. Insomma, in Fisica come in morale, ogni eccesso suol generare un eccesso contrario. [27, pag. 5] L'insieme di tutte le cose esistenti, checché, o comunque elle siano, insomma compreso Dio, se c'è, io lo chiamo Universo. [27, pag. 14]

-Poiché sarebbe impossibile, in poche lezioni, dare pieno sviluppo a tutte indistintamente le parti di questo programma, né sarebbe utile trattarle tutte con eguale ristrettezza, alcune parti saranno probabilmente trattate a fondo; di altre non farò che succintamente accennare le cose più importanti a sapersi in proposito. [dal programma depositato delle lezioni-Archivio dell'Università]

-Io mi terrò pago di imitare, sul vastissimo terreno della scienza e della storia, ciò che fa la picciola ape in mezzo ai fiori. Essa vola liberamente di pianta in pianta, ora posandosi presso il suolo sopra il giglio o la lavanda, or sollevandosi sino agli arbusti del limone o dell'arancio, e talora poggiando ancor più in alto, sino ai vertici del cipresso o della palma. Lungi però da lei sta il pensiero di visitare ad una ad una tutte le erbe e tutti gli alberi, a guisa di dotto botanico intento a compilare il catalogo. L'industre verginetta non si cura d'altro che di delibare dal talamo dei fiori il polline ed il succo, acconci ad elaborare l'odorosa, plastica, illuminante cera, ed il dolce, aromatico e nutriente miele.

Io pure aspiro ad apprestarvi, o lettori, luce ad un tempo e cibo: voglio dire un'istruzione intellettuale, che non riesca noiosa, se è possibile, ma che ad ogni modo e sopra tutto sia sana ed utile. Vorrei sollevare sulle spalle dei miei contemporanei una parte almeno di quella montagna di errori e pregiudizii di nuovo stampo, che son venuti nontanto a surrogarsi quanto a sovrapporsi alla montagna degli errori e pregiudizii antichi. Più specialmente ancora io vorrei rafforzare, nell'animo della presente e delle future generazioni, un sentimento il quale è necessario in tutti i tempi ed in tutti i luoghi, ma che ora versa più che mai in una miseranda e minacciosa decadenza, cioè il sacro e salutare sentimento del DOVERE.

E conciossiacchè la più forte e sicura base del sentimento del Dovero è la credenza in un invisibile e superiore Ordine di cose, io studierommi di far chiaramente comprendere che le più luminose conquiste delle scienze convergono a dimostrare l'esistenza di un

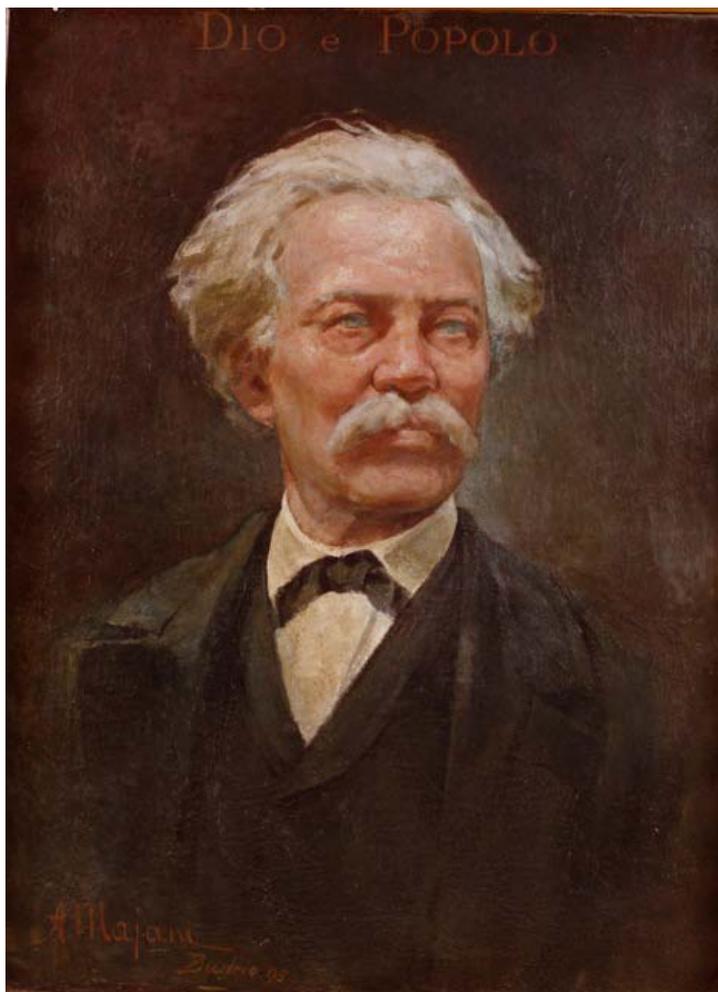


Figura 1. Un ritratto di Quirico Filopanti, nato a Budrio nel 1812 e deceduto a Bologna nel 1894.

Essere supremo, Padre e protettore della vera scienza, Padre e protettore di una ben ordinata libertà civile dei popoli. [39, pag. 2-3]

-Il vero si è che lo spirito umano, al di fuori delle Matematiche pure, le quali sono tutta luce, tutta verità, tutta esattezza, è tanto atto a passare da verità in verità, quanto da una ad altra inesattezza. Fortunatamente però l'inesattezza odierna suol sempre esser minore di quella di ieri, e possedere una maggiore proposizione di verità. [39, pag. 83]

I consigli per gli studenti in generale e per l'apprendimento:

-Ma la turba dei dotti mediocri suol commettere in ogni tempo tre peccati: dapprima essi combattono col silenzio, indi col ridicolo, e più tardi coi cavilli, la nascente scoperta; appena però questa ha chiaramente alzato il capo, essi ne esagerano l'importanza in due modi; screditano le conquiste della scienza precedente, quasi che avesser perduto ogni valore, e proclamano, implicitamente od esplicitamente, che dopo la nuova scoperta nulla più rimane da scoprire. [39, pag. 84]

Ma lo studente nell'apprendere deve poter diventare il Felix qui potuit rerum cognoscere causas di Virgilio che F. esprime a proposito dei teoremi della geometria: *sono dimostrati con bello e luminoso metodo di ragionamento, che porta la più piena convinzione nell'animo, ed insieme un purissimo e nobilissimo diletto; .. [27, pag. 62, lezione quarta]*

Riguardo a come applicarsi per apprendere:

Tutte le cose che io sono testè venuto dicendo si possono comprendere perfettamente anche da quelli che non han fatto dei precedenti studii di matematica, purchè vi applichino un'abbastanza intensa attenzione, e vi tornino sopra per riconsiderarle pazientemente ad una ad una. Ascoltate e lette rapidamente una volta sola, è certo che per molti esse riescieranno come un indistinto e vano rumore. [27 pag. 51, lezione terza]

E ancora ..

.. bisognerebbe che il lettore non passasse l'occhio rapidamente e svogliatamente sulle pagine, ma facesse anche di più che leggerle con attenzione; bisognerebbe che facesse di tempo in tempo delle pause, per ponderare e considerare fra sé e sé, le più importanti fra le cose lette, le più necessarie a stamparsi nella memoria. Lancerò la bomba: bisognerebbe che le leggeste anche più di una volta. Eh! Credete forse che la scienza non sia qualche cosa di più serio che un romanzo? O pretendereste di imparare una scienza con una semplice e fugace lettura? [27, pag.75 lezione sesta]

Lo schema delle sue lezioni

Le sue lezioni possono essere in gran parte ricondotte al seguente schema:

- osservazione del fenomeno,
- aneddoti per catturare l'attenzione degli allievi/uditori,
- proposizione corretta e scientifica dell'essenza del fenomeno mettendo in evidenza gli errori commessi, fino alla possibilità della sua interpretazione corretta tramite un modello,
 - misura a grandi linee del fenomeno,
 - enunciato dei teoremi che imbrigliano il fenomeno stesso,
 - misura e previsione del fenomeno con varie unità di misura,
 - (quando è il caso) utilità che se ne possono avere per alleviare o migliorare le condizioni umane,
 - passaggio al limite dell'infinitamente grande o dell'infinitamente piccolo per arrivare alla necessità di postulare un ordine superiore e quindi ammettere l'esistenza di un

Essere superiore (Dio) dal quale fa derivare il Dovere dell'uomo pensante a sentirsi immerso nel suo ruolo.

4. I PROGRAMMI E I TEMI DEI CORSI

Nella scelta degli argomenti delle sue lezioni accademiche Filopanti porta la sua esperienza e le cose che ritiene possano suscitare l'interesse degli studenti a costo di discostarsi dalla materia classica e dallo sviluppo logico di esse.

Ecco la trascrizione dei suoi programmi:

Programma delle lezioni di Meccanica applicata nell'Università di Bologna per l'anno scolastico 1862-63

I. Dei motori in genere, e più specialmente delle forze animali.

I. Delle forze vive.

III. Cenni sull'arte militare, Strategia, Tattica, Balistica, Poliorcetica, Castrametazione.

IV. Delle resistenze passive.

V. Cinematica, e specialmente delle ruote dentate.

VI. Delle macchine a vapore con e senza condensazione.

VII. Strade ferrate.

VIII. Strade ordinarie.

Quirico Filopanti.

Programma delle lezioni di Meccanica applicata per l'anno scolastico 1863-64

Il corso di Meccanica applicata è diviso in due anni, trattandosi alternativamente in un anno la Meccanica applicata propriamente detta, nell'altro l'Idraulica.

Il presente anno scolastico è consacrato alla prima. Le macchine a vapore hanno una speciale attinenza tanto all'Idraulica, che alla Meccanica strettamente presa.

Non vi essendo però stato tempo di trattarne nello scorso, tratterassene nel presente anno.

Così il corso di lezioni del corrente anno si dividerà, per summa capita, come segue:

Idraulica

Essendo la Meccanica la scienza dell'equilibrio e del moto de' corpi, dividesi in Meccanica propriamente detta, che tratta dell'equilibrio e movimento de' corpi solidi, ed in Idraulica, la quale tratta dell'equilibrio e del moto de' corpi liquidi ed aeriformi: Oggetto speciale delle lezioni mie nel presente anno scolastico sarà l'Idraulica applicata.

I. Idrostatica

Si richiamano le teorie fondamentali dell'Idrostatica che i giovani debbono aver appresa dalla Meccanica razionale. Applicazioni alla livellazione ordinaria e barometrica.

Torchio idraulico di

Bramah. Superficie d'equilibrio de' mari

Cagioni eccezionali che determinano il dislivello reciproco del Mediterraneo e del Mar rosso.

Pressione atmosferica, e suoi principali effetti.

Gravità specifica. Regole per la grossezza da darsi ai tubi idraulici, ed agli argini de' fiumi. Aerostati.

II. Riassunto de' principi generali dell'Idrodinamica.

Dell'efflusso, e della modificazione che arreca al principio di Torricelli il fenomeno della vena contratta. Efflusso per tubi addizionali.

Scaricatori a fior d'acqua. Della resistenza de' fluidi al moto de' corpi che vi sono immersi.

Nozioni fondamentali di Nautica.

III. Delle correnti

Moto dell'acqua e dei gas pei tubi. Moto sott'acqua per gli alvei in generale. Della scala delle velocità, e della portata de' fiumi.

Modi di determinarla approssimativamente coi reometri. Di un nuovo istrumento idrometrico. Dello stabilimento degli alvei. Dei ripari opposti all'urto delle correnti. Usi idraulici della tela. Della presa delle rotte de' fiumi.

Effetti delle confluenze. Nuove inalveazioni.

IV. Idrografia

Sistema idraulico della provincia di Bologna.

Sistema idraulico dell'Italia in generale Immissione del Reno in Po. Idrografia dell'Europa, e delle altre parti del Mondo.

V. Canali di scolo e di navigazione.

Sistema ordinario di scolo superficiale. Bacini motori. Canali di navigazione.

VI. Macchine idrovore.

Trombe aspiranti, trombe prementi, e trombe aspiranti e prementi. Trombe a stantuffo tuffante.

Tromba a forza centrifuga. Coclea d'Archimede, Rosario, Noria.

VII. Macchine idrauliche motrici

Ruote idrauliche a palette piane. Ruote alla Poncelet. Ruote di fianco, e ruote a cassette. Ruote a catino. Turbini. Mulini ad acqua. Mulini a vento.

VIII. Macchine a vapore

Storia delle macchine a vapore. Macchine a bassa pressione. Condensatore. Macchine di Woolf. Vantaggi dell'espansione del vapore. Macchine ad alta pressione. Macchine a bilanciere, e ad azione diretta. Locomobili. Locomotive. Macchine ad aria compressa.

Macchine ad aria riscaldata. ==

N.B. Poiché sarebbe impossibile, in poche lezioni, dare pieno sviluppo a tutte indistintamente le parti di questo programma, né sarebbe utile trattarle tutte con eguale ristrettezza, alcune parti saranno probabilmente trattate a fondo; di altre non farò che succintamente accennare le cose più importanti a sapersi in proposito.

Barilli Filopanti.

Temi per gli esami speciali di Idraulica nell'anno 1863

I. Idrografia dell'Italia, ed in particolare della Provincia di Bologna.

II. Leggi dell'equilibrio dei fluidi. Torchio idraulico Aerostati.

III. Valore numerico della gravità specifica dei principali materiali di costruzione, non che dei principali liquidi e fluidi aeriformi.

IV. Cenni di architettura navale e di navigazione.

V. Fermezza de' tubi idraulici, degli argini di terra, ed in muratura.

VI. Degli efflussi.

- VII. *Illuminazione a gas*
- VIII. *Resistenza dei fluidi.*
- IX. *Istrumenti idrometrici*
- X. *Formole che collegano la pendenza, variazione e velocità delle acque correnti.*
- XI. *Dell'immissione del Reno nel Po.*
- XII. *Dei ponti, e specialmente del nuovo metodo di fondazione dei medesimi col sussidio dell'aria compressa.*
- XIII. *Difesa delle ripe de' fiumi, e presa delle rotte.*
- XIV. *Macchine idrovore*
- XV. *Ruote idrauliche motrici.*
- Filopanti.*

5. LO SFERZANTE GIUDIZIO SULLO STIPENDIO DEI PROFESSORI UNIVERSITARI, SUI COLLEGHI, SUL NUMERO DELLE UNIVERSITA' E SU QUELLO DEGLI STUDENTI

Ecco cosa F. scrive sullo stipendio e sui Collegi dell'università:

Lo stipendio di cinquemila lire italiane ... non adegua ... quello dei professori di Parigi e di Berlino; ma è sufficiente, anzi al di là della giusta proporzione, in un povero paese come il nostro, dove gli agricoltori, i quali sono più utili che taluni professori, hanno il misero salario di una lira al giorno, o meno. [47]

Se la natura li dotò del sublime dono del genio, faranno delle capitali scoperte anche con mediocri strumenti come fecero Galileo, Torricelli, Newton, Malpighi, Galvani, Volta. Se mancano di genio, non ne faranno neppure con un milione di lire sterline. Tutto al più faranno eseguire ai loro aiutanti delle dozzinali esperienze, da comunicare in loro proprio nome alle Accademie, e buscarsi una facile messe di croci di cavaliere e di commendatore.

Vero è che se godono di lauti stipendi avranno mezzi di pubblicare le piccole ma numerose memorie, o le mediocri ma voluminose opere loro, benché per lo più ameran meglio di risparmiarsi quella spesa, stampandole negli atti delle Accademie. Le loro elucubrazioni saranno stimulate, proclamate e laudate, non solo dalla Società di mutua incensazione, ma altresì dalla stampa letteraria e politica, alla stregua, incirca, delle loro rendite pecuniarie. [47]

L'Italia ha un soverchio numero di Università. Sarebbe desiderabile il ridurlo incirca alla metà, dotando quelle che rimarranno di più perfetti mezzi di apprendimento.. Le Università italiane son ben ventuna; ed il numero totale dei loro studenti nello scorso anno fu di 15.307. Sarebbe forse a desiderarsi anche la riduzione del numero degli studenti, limitandolo ai giovani di più alto ingegno, ed astenendosi gli altri dallo accrescere la sventurata classe degli spostati. [47]

All'Università non cambia proprio nulla, tutto sembra essersi fermato dall'inizio del 1600 quando Robert Buton dal Christ Church College di Oxford, facendo l'esempio di una nostra Università italiana di grande tradizione, scrisse: *Accipiamus pecuniam, dimittamus asinum, ut apud Patavinos Itali.*

6. I BREVETTI E ALCUNE PUBBLICAZIONI

L'istrumento idrometrico (Fig. 2)

La parte di lui principale è un ordigno... che per certa analogia di forma, e per comodità di indicazione chiameremo la navicella. Esso è formato di latta o altra lastra metallica a sufficienza robusta od armata per sostener le pressioni cui l'esporrà l'uso pel quale è costruito. La sua conformazione in ogni parte vuol essere cosiffatta, che discendendo o salendo lentamente in direzione rettilinea dalla superficie della corrente al fondo dell'alveo, e viceversa, in modo che la lunghezza ... sia sempre incirca parallela alla direzione della corrente, succeda la minor possibile alterazione nel corso dell' acqua.... Perciò, primieramente, la sua lunghezza.. è considerabilmente maggiore delle altre sue dimensioni, e la sezione massima trasversale non deve eccedere uno o due decimetri quadri, inoltre la prora è a foggia d' acuta cuspide, tale che non solo venga stendendosi molto più in lungo che in alto, secondo che mostra il profilo, ma ancora la dimensione di larghezza si mantenga notabilmente minore dell' altezza, almeno per un certo non piccolo tratto. Sarebbe utile che la parte superiore (perciocché va coperta) e l' inferiore della navicella fossero alquanto cuneate a cresta, per minorare la resistenza per sé picciola del lento discendere e risalire.

Il fianco .. debb' essere piano, se non che verso l' estremità .. egli e il rimanente della parete della prora, dolcemente assecondandosi con comune rotondeggiare, vanno a formare un picciolo cono tronco, il cui troncamento è uno stretto orifizio circolare, la luce del quale è perpendicolare al piano del fianco ... In questo è praticato un altro foro circolare ..., eguale al primo.

Nella parte interna più capace sono due recipienti parallelepipedali eguali ..., dei quali il primo per interior condotto riceve l' acqua entrante pel foro.. opposto direttamente alla corrente , e l' altro riceve quella che entra per ...

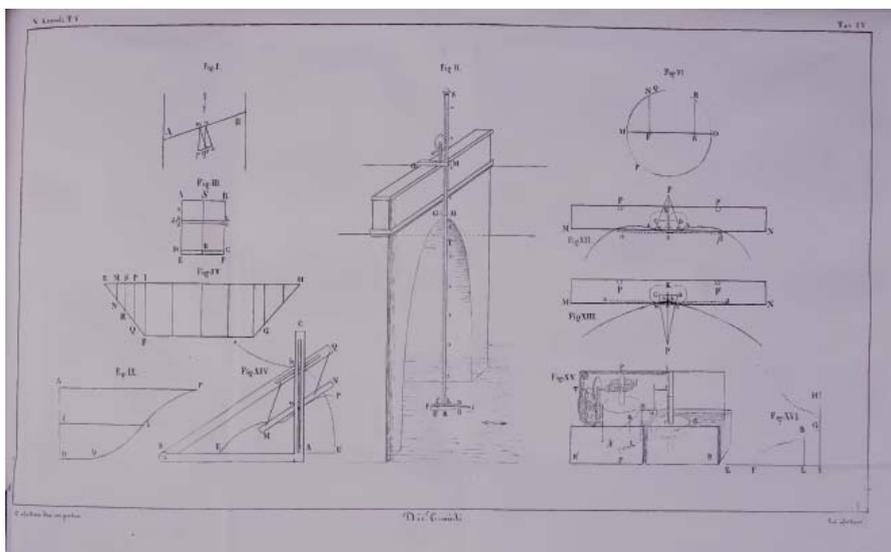


Figura 2. Una tavola dell'istrumento idrometrico.

L'aria interna ha libera comunicazione coli' esterna per un picciolo tubo .., che ascende ad altezza maggiore di quella delle maggiori piene lungo la spranga dentata ...

Questa è destinata a comunicare il movimento di ascesa o discesa alla navicella . Nella sua lunghezza è segnata una scala metrica , il cui zero dev'essere al punto ove ella verrebbe tagliata da un piano condotto .. normalmente al piano .. . E scorrevole fra due validi sostegni .. nei quali è incastrata. [6]

Dalla misura della quantità di acqua entrata nei due serbatoi con aperture una opposta alla corrente e l'altra laterale, Filopanti risale per integrazione alla misura della portata di un fiume. Si tratta in sostanza di un "tubo di Pitot" nel quale le misure di pressione, allora di difficile rilevazione, vengono trasformate in misure di volume.

Da un commento di un contemporaneo:

Il Prof. D. Vaccolini in Giornale arcadico, tomo 87° pagg.45-50, Roma 1841

Filopanti ha pensato uno stromento misuratore della portata e della velocità dell'acqua, che non dipenda dalla mentovata teoria della resistenza de' fluidi: ed ha portato in questa materia sì l'esattezza possibile, sì quella fecondità di conseguenze, sì quella lucidezza dell'ordine nell'ideale, nell' esperimentare, nel dedurre, che sono proprie di chi coll'uso delle matematiche si avvezzi al rigore ed alla chiarezza del ragionare.....

.....

Quindi è chiaro che il Filopanti può esser lieto di questa sua memoria, che mostra ciò che nelle scienze dicesi genio, accompagnato dall'amore costante allo studio ed alla fatica, ed alla gloria altresì: che sono guide a maggiore e più onorato trionfo nel campo delle matematiche. Ben era degno, che la memoria stessa fosse letta in compendio nell'adunanza de' dotti il 26 settembre 1840.

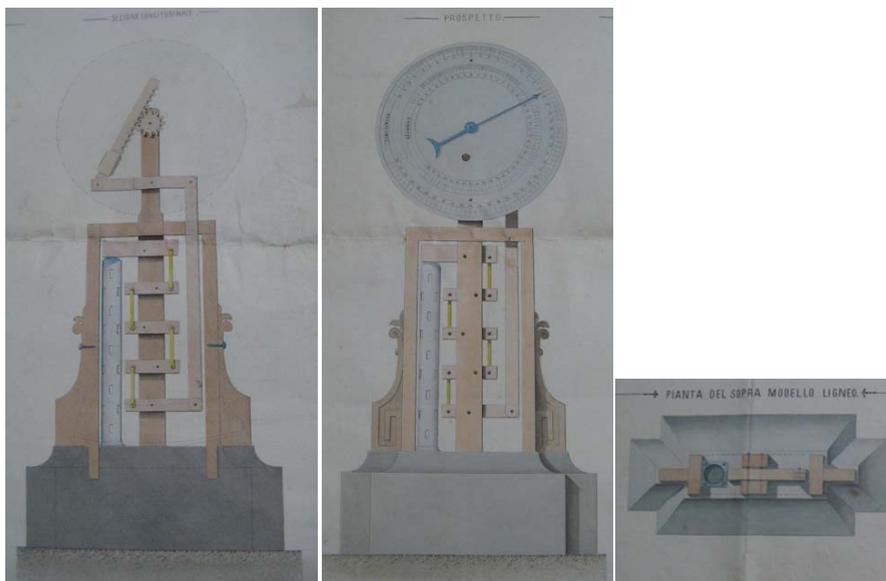


Figura 3. Le tavole che illustrano il termometro metallico.

Il termometro metallico Filopanti (Fig. 3)

Più che un brevetto, del quale non è stata trovata traccia, le tavole sembrano riportare un esercizio da mostrare agli studenti su come amplificare la dilatazione termica di una colonna per via puramente meccanica Fig. 3. Esiste un prototipo al museo del Risorgimento.

In questo nuovo istrumento la parte essenziale è la Colonneta la quale sarà di zinco con sottile parete, vuota, e traforata, per seguire la temperatura dell'aria ambiente.

Il telaio rettangolare ed il piastrello centrale, formato di due parti, come vedesi dalla pianta, a sostegno dei perni delle leve sarà d'acciaio fine. Le leve, le quattro staffe di giunzione e l'ingranaggio possono essere di acciaio con stima ma anche in ottone per l'effetto ornamentale Il circolo graduato di smalto sarà fissato dopo aver fatto la graduazione provvisoria, con l'immersione prima nell'acqua di neve, e trarre poscia nell'acqua bollente a pressione normale.

Il piedistallo potrà essere di marmo ovvero di bronzo.

Le ruote guernite (Fig. 4)

... d'aumentare il lavoro utile delle ruote idrauliche ad asse orizzontale, rivestendone le estremità con delle striscie di tela, od altra flessibile materia.. potranno dare, nelle circostanze più favorevoli, un effetto utile sino all'84% dell'effetto assoluto.

La paltelata (Fig. 5)

Allorchè parecchi anni sono, mostrai dapprima con pubbliche esperienze e memorie stampate, la possibilità, il vantaggio, la prontezza e le regole teorico-pratiche della chiusa delle rotte de' fiumi colle paltelate, ossia colla tela addossata ai pali, dichiarai di non volerne reclamare alcun privilegio legale, affinché un metodo la di cui principale raccomandazione è la sollecitudine del provvedimento contro ad una pubblica calamità, in paragone del vecchio metodo empirico, non avesse a soffrire ritardo od inciampo per cagione della privata.

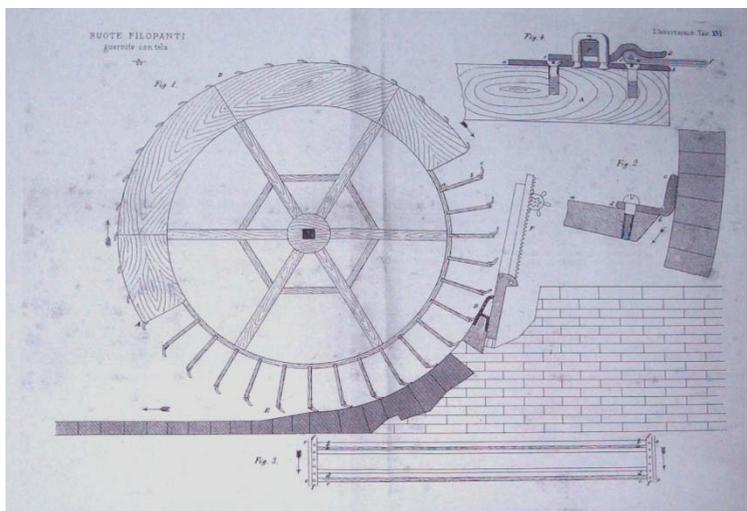


Figura 4. Un disegno del brevetto della ruota guernita.

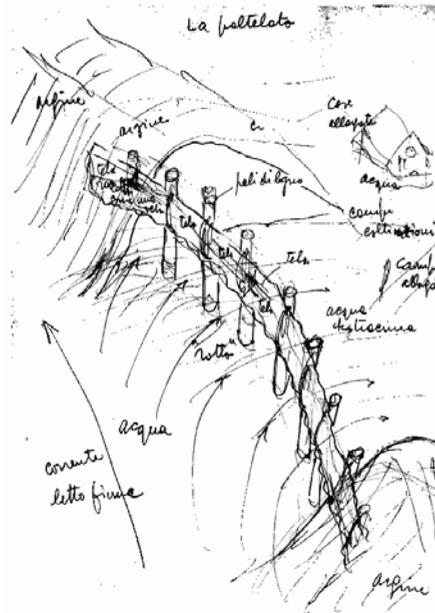


Figura 5. Un disegno schematico della paltelata.

... Il concetto che sin da principio mi formai nella mente, e a cui ho coordinato le mie esperienze, si fu di conficcare una fila di pali nel luogo ov'era l'argine distrutto dalla violenza della piena del fiume; a questi pali adattare una tela a bastanza grande dalla parte interna del fiume: è chiaro che se ciò riesce, le acque tostamente si rimarranno da inondare la campagna, riprendendo il debito corso per l'antico lor letto; e nulla osterà poscia a ristabilire per di dietro della tela l'argine di terra.

Per un dimensionamento corretto, da buon ingegnere, Filopanti esegue una serie di esperimenti sulla resistenza della tela e dei pali e sul loro interrimento ed è bello leggere come Filopanti gioisca nel confrontare la realtà con quanto progettato.

Quando l'acqua è scolata dalla parte di dietro, vedesi la tela rigonfia per la pressione dell'acqua che rimane tutta al di là; la forma di questa curvatura della tela è veramente quella che la teorica ha determinato cioè circolare, ed è spettacolo di una certa vaghezza e curioso anzichennò il vedere la tela tra palo e palo in aspetto di tanti cilindri verticali, con una tal quale somiglianza di grandi canne da organo. [12] anche in [27, pag. 230-255 lez. ventesima]

Motori marini a flusso e riflusso (1878)

Con il brevetto dal titolo: Motore marino a flusso e riflusso, Filopanti intuisce la grande necessità di poter disporre di energia e pensa di poterla produrre a basso costo sfruttando il salto provocato dalle maree. Ipotizza quindi di poter riempire durante l'alta marea grandi invasi e di poterne generare energia mediante turbine, durante il riflusso. Rendendosi conto della impossibilità di utilizzare questa energia meccanica in prossimità delle macchine generatrici, intuisce poi la enorme potenzialità dell'energia elettrica, per trasportare energia dove serve.

... e questa medesima elettricità, col mezzo di un lungo filo metallico conduttore, potrà rapidamente trasportarsi a qualche distante luogo. [39, pag. 62] idea già espressa in [21].

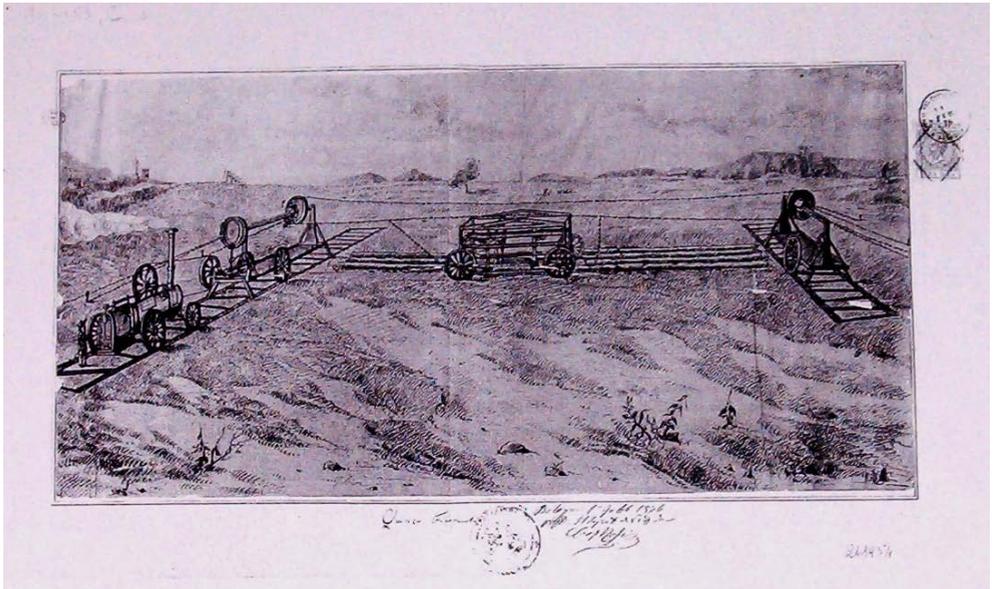


Figura 6. L'aratura a vapore: disposizione delle macchine.

Aratura a vapore

Dopo aver proposto un contratto per l'applicazione del vapore ai veicoli ed alla macchina cucitrice, Filopanti vede nell'uso della macchina a vapore la possibilità di alleviare le fatiche dell'aratura. Prendendo spunto dal modo impiegato per effettuare solchi nelle risaie, posa ai lati del campo da arare due binari sui quali fa avanzare due carrelli che, attraverso un giro di funi, bozzelli fissi e mobili, fanno spostare trasversalmente l'utensile, anch'esso carrellato (aratura funicolare). Su uno dei due binari è posta la macchina a vapore che fornisce potenza all'argano. Un sistema di controventature rende i carrelli stabili durante la singola operazione Fig.6.

Il sistema viene realizzato; Filopanti acquista due macchine a vapore per le prove. La macchinosità del sistema, la grande potenza richiesta, la scarsa dimestichezza con le macchine a vapore del personale impiegato nella dimostrazione, fanno fallire il tentativo.

Le geuranie e le isemerie

E' questa la parte più filosofica e più difficile da capire del lavoro di Filopanti.

Se non può bene intendersi la storia senza la Geografia, molto meno ella può intendersi senza la cronologia, la quale riferisce con esattezza gli avvenimenti storici alle loro rispettive epoche. Ma per apprezzare debitamente un fatto storico, non basta sempre il sapere in qual secolo ed in qual anno egli avvenne: spesso è necessario ancora conoscere il giorno preciso, od approssimato, non solo per giudicare delle relazioni di quel fatto cogli altri fatti che da vicino lo precedettero o seguirono, ma ancora per poter comprendere l'influenza materiale cui esercitarono il clima e la stagione sul fatto medesimo, o sopra gli antecedenti di esso, sopra le sue circostanze concomitanti, sopra le sue conseguenze.

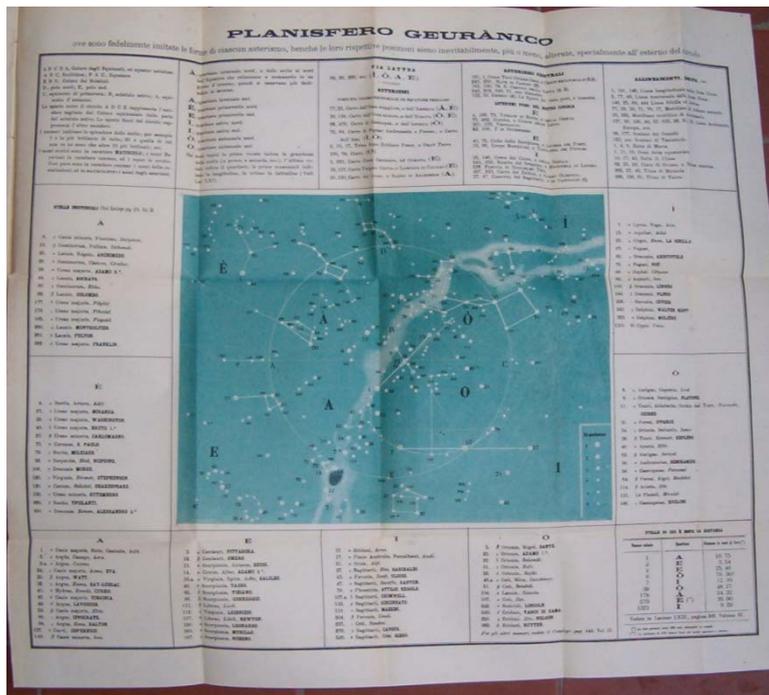


Figura 7. Il planisfero geuramico.

F. determina così in base alle testimonianze di scrittori e in base ai calendari esistenti, varie coincidenze che lo portano a definire una serie di numeri associati ai giorni dell'anno.

Chiama numeri della Sibilla i numeri:

8, 9, 12, 14, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 29, 32, 33, 34, 43, 48, 49, 76, 88, 89.

F. mette poi in relazione questi numeri a due serie di date, che chiama isemerie della prima classe:

9/2, 24/2, 21/3, 20/4, 21/4, 29/6, 21/7, 8/8, 14/9, 22/9, 24/11, 21/12;

ed isemerie della seconda classe dette isemerie della Sibilla:

21/1, 5/2, 8/2, 22/2, 25/3, 19/4, 25/4, 5/5, 24/6, 4/7, 14/7, 29/7, 8/9, 20/9, 21/9, 20/10, 29/10, 4/12, 8/12, 25/12, 29/12.

F. nel secondo libro di Miranda!, chiamato I Numeri, passa in rassegna le date più importanti della storia dopo averle, per così dire normalizzate, riducendole cioè allo stesso calendario e trova inaspettate coincidenze.

Mette poi in relazione questi eventi storici con particolari simmetrie cosmiche e particolari allineamenti fra pianeti e fra stelle Fig. 7.

Questa parte lo impegna durante il suo esilio: deve essere pertanto considerata un meraviglioso esercizio logico per tenere sveglia la mente e fare passare tempo.

I Fusi orari

Durante il suoi anni di esilio si rende conto del disagio che provoca l'ora solare. Spostandosi per esempio lungo un parallelo terrestre, si possono incontrare varie località e in ognuna "ritrovare", per esempio, il mezzogiorno ... Ipotizza così di suddividere il globo

terrestre in settori lungo i meridiani e assegnare a ciascun settore il “tempo” definito dal meridiano che passa per la mezzeria del settore stesso Fig. 8. Definisce così la linea di inizio del giorno e quella del cambio di data e considera come meridiano di riferimento quello che passa per il Campidoglio di Roma, ma è meglio leggere direttamente le sue parole:

Resta da fare anche una riforma nell'uso delle ore di tempo medio, la quale sarebbe domandata sin d'ora evidentemente dalle crescenti relazioni internazionali, e lo sarà sempre più in avvenire. L'adozione di una medesima ora per le varie provincie di un medesimo stato, contandole secondo il meridiano della capitale, o di altra illustre località dello stato, è un passo sulla buona via. Le ore di un paese mancano di una ragionata e comoda coincidenza con quelle degli altri paesi: converrebbe stabilire un sistema di coincidenza con quelle degli altri paesi...un sistema che fosse semplice e bello...utile e comodo per i viaggiatori, e pei telegrafi, e che servisse ancora al nobile ed elevato intento di ricordare agli uomini, che Non debbono considerarsi come attendati in campi rivali ed ostili, ma quali membri di una sola grande famiglia.

.. dividete la superficie del globo, per mezzo di meridiani, in 24 eguali fusi, o regioni longitudinali, larghe quindici gradi per ciascheduna, ed estese da polo a polo: imperciocchè quindici gradi di differenza in longitudine portano esattamente la differenza di un'ora di tempo vero locale. La prima di queste 24 regioni longitudinali avrà per asse, ossia nel mezzo, il meridiano del Campidoglio.

Per tutto questo fuso dunque il tempo locale sarà identico al tempo universale; val a dire il giorno civile incomincerà colla mezzanotte di tempo medio ordinario del meridiano del Campidoglio. Per tutto il secondo fuso, che si assumerà procedendo verso l'ovest, o nel senso del moto apparente del sole, il giorno civile avrà principio ad un'ora di tempo universale; nel terzo fuso avrà principio alle due di tempo universale; e via dicendo. Con questo espediente semplicissimo il tempo universale ed i tempi locali non differiranno fra loro che di un numero intero di ore, e sarà facilissima la reciproca riduzione.

Tutti gli orologi, fuori di quelli della prima regione, avranno due sfere delle ore ad angolo fisso fra loro, una portante la lettera U, per indicare il tempo universale; l'altra

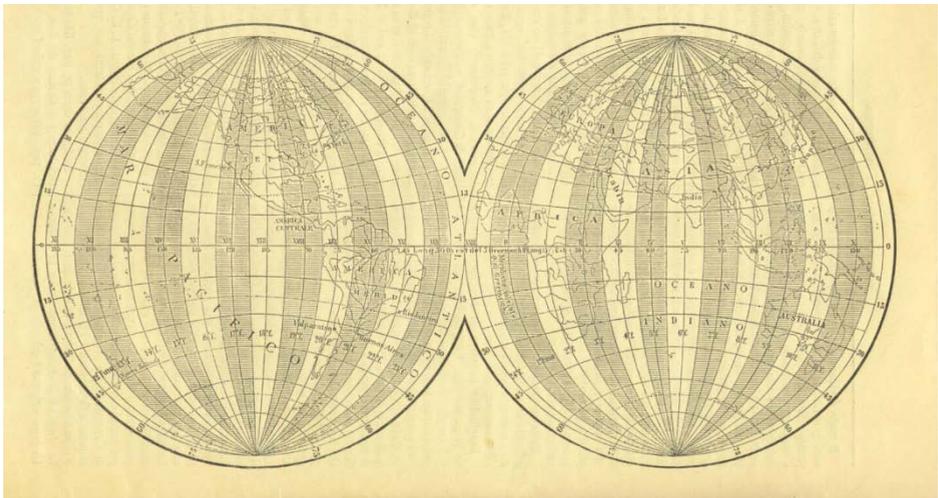


Figura 8. La divisione del globo in fusi orari.

portante la lettera L, pel tempo locale. Le sfere dei minuti e secondi servono egualmente ed esattamente per l'uno e l'altro tempo.

Così, a cagion d'esempio, saremo certi che quando sono le tre ore di tempo medio locale, nel pomeriggio, a Londra, saranno esattamente le tre anche ad Edimburgo, a Dublino, a Parigi, a Lione, a Bruxelles... insomma sopra tutta la vasta estensione di tutto il secondo fuso, o regione longitudinale. Avremo egual certezza che saranno le quattro di tempo universale dappertutto, e di tempo locale nelle celebri città di Roma, Napoli, Siracusa, Firenze...

[27, pag. 534-538, lez. Trentaseiesima]

La bonifica del Tevere

Sempre assillato dai disagi della povera gente, pensa a come liberarli dalle malattie che derivano dai luoghi paludosi. Progetta così di incanalare e deviare in qualche tratto il Tevere per bonificare i luoghi paludosi che circondavano Roma Fig. 9.

Il progetto viene presentato insieme a Giuseppe Garibaldi. Filopanti ne espone i vantaggi in varie città d'Italia. Le spese connesse sono molto ingenti e il governo preferisce aumentare la lunghezza della rete ferroviaria.

Filopanti vede la salute dell'uomo come prioritaria e si accanisce contro questi investimenti che vede come mezzo per elargire danaro a pochi "potenti".

Le diastemè

L'argomento ..non manca però d'importanza, ed è nuovo.....

La parola greca diastema vuole dire distanza. Da essa io derivo la novella parola diastemia, o somma delle distanze, ed apro la via ad un piccolo e nuovo ramo di Matematica, che tratti della somma delle distanze, e della distanza media da un punto a molti altri punti dati.

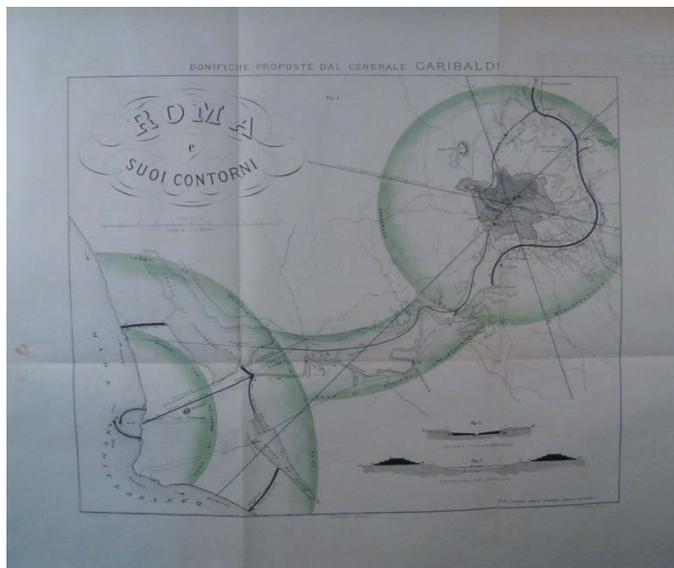


Figura 9. Pianta della bonifica del Tevere.

Tutti sanno che quando è da stabilire un luogo di comune ritrovo per molte persone, si dee possibilmente preferire un punto centrale rispetto alle loro diverse dimore; più esattamente, interessa di fissare per luogo di convegno un punto che necessiti la minor somma possibile di viaggi per quelli che vi si debbono recare. [27, pag. 65 lez. quinta]

Immaginate che da ogni punto di una superficie piana si conduca una linea retta ad un dato punto, come a comune foco: la somma di tutte queste linee è ciò che io chiamo la somma diastematica di quella superficie riferita a quel punto. Questa somma, divisa per la superficie, o pel numero totale di punti di essa, è ciò che io chiamo, e devesi effettivamente chiamare, la distanza media di quella superficie da quel punto. [27, pag. 66 lez. quinta]

Avremmo un caso disperato alle mani se dovessimo fare un calcolo a parte per tutti gl'innumerevoli punti di una data superficie. Per fortuna ci viene in sussidio il calcolo integrale.

Il centro diastemico dell'Italia, non è fra Bologna e Firenze, ma piuttosto fra Firenze e Roma; più vicino però a Firenze che a Roma; per esempio vicino a Siena della gentil favella.[27, pag. 71 lez. quinta]

Un bell'esempio di "logistica" del 1872 !

Una nomenclatura per la Chimica

La Filosofia delle nomenclature vuole che si assegnino i più brevi nomi alle cose che si devono nominare più di frequente [l'Universo pag 99].

Così F. propone un nuovo sistema di nomenclatura chimica, fondato sul principio non meno semplice nel suo concetto che facile nella esecuzione.. Il principio consiste nel dare, in certi casi determinati, a ciascuna lettera dell'alfabeto un significato ideografico intero: l'esecuzione consiste nell'esprimere con siffatto mezzo la formula chimica.

I nomi dei quattro elementi biogeni occorrono frequentissimamente ... perciò li rappresenteremo nel modo più semplice e comodo che sia umanamente possibile di trovare, cioè con una vocale per ciascuno.

Perciò assegneremo la prima vocale, a, all'idrogeno...

Daremo la seconda vocale, e, all'ossigeno,..

le vocali i, o all'azoto e al carbonio...

Gli altri corpi, i non biogeni, saranno rappresentati con quattro lettere: la prima sarà sempre la vocale u, seguiranno le due consonanti più spiccate del nome latino, infine una vocale indicante l'atomicità.. Per esempio:

ucra, il cloro; upsa il potassio, urga l'argento: tutti elementi monoatomici: ucle il calcio....

...

Bèca l'acqua liquida;

Bèaca il vapore

Bècà la neve

Cabè il ghiaccio

F. espone il metodo ai chimici dell'Università e ne ottiene un favorevole rapporto datato 17 gennaio 1871:

Invitato dal nostro egregio professor Quirico Filopanti ad esporre il nostro parere sopra il progetto da lui ideato di una nuova nomenclatura chimica, .. concordi nel giudicarla degna della considerazione dei dotti e aggiungiamo:

5. facilissimo è il modo di comporre i nomi nuovi per tutti i corpi semplici o composti che possono venire trovati. ..

7. E' così semplice e facile il sistema di questa nomenclatura che in breve può essere appresa..

.. Con tutto ciò non saranno poche né lievi (a nostro avviso) le difficoltà di rendere usuale la proposta nomenclatura....

[27, pag. 383 lez. ventottesima]

Gli acquedotti economici per le tre provincie di Ferrara, Ravenna e Bologna [45]

Quasi al pari della luce, dell'aria e del cibo è necessaria l'acqua potabile alla vita del genere Umano ...

Potabile è l'acqua di pioggia ... potabile pure ... è l'acqua dei fiumi .. più comodi sono i pozzi, benché le loro acque non godano mai di un'assoluta purezza chimica.. però nelle città troppo di frequente sono impure e cattive, per la viziosa loro vicinanza e comunicazione coi pozzi neri .. Operati i prosciugamenti cessa la malaria, ma rimane la cattiva acqua. Il terreno asciutto si può mettere a coltura, la malaria scompare, se non in quanto è portata dai venti che spirano dai terreni tuttora paludosi, ma l'antica palude lascia delle funeste reliquie, perché rimane la cattiva acqua dei pozzi.

Chiara è dunque la necessità di condurre delle sane acque potabili da sostituirsi a quelle dei pozzi nei luoghi tuttora palustri, o che lo furono nei precedenti secoli. Tale è il caso di tutta intera la provincia di Ferrara, tale il caso per la parte più bassa della provincia di Bologna; e tale è parimenti in più della metà della provincia di Ravenna.

Alle considerazioni tecniche sui fabbisogni e sul dimensionamento delle condotte Filopanti fa seguire considerazioni economiche e il calcolo del capitale occorrente per un totale, nel 1885, di Lire 3.330.000.

[40, 45, 46]

7. CONCLUSIONI

Filopanti è una persona di grande cultura e di grande curiosità ed anche un vero ingegnere (chiama gli ingegneri miei confratelli [36 pag. 93] e si firma di professione *ingegnere* in un registro di arruolamento del 1866), dato che cerca di capire le cause che legano gli eventi fra loro, ne mette a nudo le essenzialità per lavorare su di uno schema semplice, e con questo schema “costruisce ingegni” per il bene comune, cercando poi di comunicare agli altri la gioia della scoperta e di realizzarli.

Egli arriva quindi direttamente alla sintesi di questa professione che nel nome stesso ingegneria racchiude l'ingegno oggetto e ingegno soggetto. Sa anteporre la gioia del ragionamento limpido alle difficoltà di realizzazione, mantenendo chiarissimi gli impieghi.

Per quanto bella e ragionata sia un'invenzione nel suo concetto fondamentale, l'applicazione intoppa sempre in un gran numero di difficoltà pratiche, le quali poi ordinariamente si possono superare a forza di ingegno e di perseveranza. [36 pag. 84]

Come tutti i precursori crede che la forza delle idee possa superare le difficoltà ma sa bene che i precursori sono destinati a soccombere e che questo è il prezzo che viene chiesto per progredire:

Troppo son facili li uomini a denigrare il non riuscimento, ed in ispecie le rivoluzioni apparentemente fallite. Dico apparentemente, perchè quantunque fatali per lo più a chi le tenta, purchè abbiano uno scopo giusto, giovan sempre più o meno agli altri. In primo luogo la non riuscita è un previo tributo che la inesorabil fortuna suole esigere in prezzo del susseguente riuscimento....[22, pag.15-16]

8. SCRITTI DI QUIRICO FILOPANTI, IN ORDINE CRONOLOGICO

- [1] G. Barilli, *Dell'influenza delle arti e delle scienze sulla civiltà e di questa sul migliore stato della società: orazione recitata a Budrio il giorno 15/10/ 1835 per solenne distribuzione dei premi agli alunni delle pubbliche scuole*, Firenze, Ed. Federigo Bencini, 1835
- [2] G. Barilli, *Dell'influenza delle arti e delle scienze sull'incivilimento e di questo sul migliore stato della società*, I Ed. Faenza, Tip. Montanari e Marabini, 1836, II Ed. Faenza, Tip. Montanari e Marabini, 1837
- [3] Q. Filopanti, *Longevità comparata degli antichi e dei moderni-Dissertazione*, Bologna, Tip. Del Nobili e C, 1840
- [4] Q. Filopanti, *Memoria sui fuochi fatui*, Bologna, Nuovi annali delle scienze naturali, tomo 5, 21 maggio 1840.
- [5] Q. Filopanti, *Proposta di un mezzo di tentare la dotazione del congresso degli scienziati italiani*, Bologna, Tip. Sassi, 1841
- [6] Q. Filopanti, *Di un nuovo strumento idrometrico*, Nuovi Annali delle scienze naturali, marzo, 1841 pagg. 165-235 + 236-240 discussione + 2 tavole ed Errata Corrige Bologna, Tip. Marsigli, 1841
- [7] Q. Filopanti, *All'inclito pubblico Bolognese- Annuncio libro Nuove idee di architettura Idraulica segnatamente sulla presa delle rotte*, Bologna, Tip. ?, 1841 ?
- [8] Q. Filopanti, *Notizie popolari di fisica e idee di architettura idraulica*, Bologna, Tip. Delle Muse, 1841
- [9] Q. Filopanti, *Bartolini e la Cerrito ossia dell'onorare e premiare gli artisti*, Bologna, Tip. Delle Muse, 1845
- [10] Q. Filopanti, *Notizie di Fisica esposte da quirico Filopanti in servizio degl'italiani amanti di facile istruzione e per introduzione alle sue idee di architettura idraulica*, Bologna, Tip. Delle Muse, 1845
- [11] Q. Filopanti, *Del numero probabile delle persone che intervennero alle feste dell'amnistia in Bologna ed in Roma*, Bologna, Pei tipi delle Muse Capra, 1846
- [12] Q. Filopanti, *Degli usi idraulici della tela :memoria letta all'Accademia delle scienze 26/11/186*, Estratto Nuovi Annali delle scienze naturali di Bologna Fasc. Aprile 1847 Bologna, Tip.Sassi, 1847
- [13] Q. Filopanti, *Al Consiglio comunitativo di Bologna l'adunanza straordinaria del popolo bolognese*, Bologna dalla residenza del Circolo popolare 31/12/1848
- [14] Q. Filopanti, *Magnanimo pubblico romano/Q.F. Presidente del Circolo universitario di Bologna*, Roma, Tip. Delle Muse, 1849
- [15] Q. Filopanti (manifesti e opuscolo), *Istruzione popolare per la difesa dei Paesi dello Stato*, Roma, dalla Tipografia Governativa, 1849
- [16] Q. Filopanti, *Miranda ! A book on WONDERS hitherto unheeded*, London, James Morgan Ed, 1858
- [17] Q. Filopanti, *Miranda : a book on divided in three parts entitled Souls, Numbers, Stars, on the neo-Christian religion: with confirmation of the old and new doctrines of Christ etc.*, Seconda edizione, ridotta Ed, 1860
- [18] Q. Filopanti, *Sunto delle memorie sulle Geuranie ossia di alcune singolari relazioni cosmiche della terra e del cielo*, Bologna, Tip. Gamberini e Parmeggiani, 1862
- [19] Q. Filopanti, *Discorso inaugurale del prof. Filopanti Presidente della società operaia di Bologna, pronunciato nel giorno 10/1/1864 contenente il programma del novello Consiglio direttivo*, Bologna, Ti. Vitali, 1864

- [20] Q. Filopanti, *Lo studente alla guerra, ossia nozioni fondamentali di arte militare: lezioni 6*, Bologna, Società editrice della storia, 1866
- [21] Q. Filopanti, *Intorno alla necessità e ai mezzi di promuovere l'industria meccanica in Italia*, Estratto Memoria Giornale d'Agricoltura del Regno d'Italia 3, 1866
Bologna, Tipogr. Del Giornale d'Agricoltura del Regno d'Italia detta degli Agrofili Italiani, 1866
- [22] Q. Filopanti, *Sulla reciproca influenza della libertà politica e dell'industria meccanica dei popoli: prolusione recitata nell'Università di Bologna dal professore Filopanti già membro della Costituente Romana*, Tip. Pietro Agnelli, 1866
- [23] Q. Filopanti, *Intorno al sito del Rubicone ed al giorno in cui fu passato da Giulio Cesare*, Estratto Memoria dell'Accademia delle scienze serie II vol.6, Bologna, Tip. Gamberini e Parmeggiani, 1866
- [24] Q. Filopanti, *Inno nazionale*, Bologna, Stab. Monti, 1866
- [25] Q. Filopanti, *Intorno alla fontana di Cento: lettera all'ingegnere Luigi Bonomi*, Bologna, Compositori, 1870
- [26] Q. Filopanti, *Alcuni misteri di chimica popolarmente spiegati e nuova nomenclatura proposta da Q.F.*, Bologna, Compositori, 1871
- [27] Q. Filopanti, *L'Universo-Lezioni popolari- date nelle principali città di Italia*, Si tratta di 10 fascicoli separati contenenti 100 lezioni, Fascicoli 1(1-17),2(18-29),3(30-40),4(41-50),5(51-60),6(61-67),7 (68-77),8 (78-88),9 (89-91),10 (93-100), Bologna, Tip. Giacomo Monti, 1871-1872, I primi sei fascicoli sono stati riuniti in due volumi.
Vol.I 1872- Lez:1-39; Vol. II 1872 Lez:40-67; Bologna, Tip. Giacomo Monti, 1872 (stessa edizione)
- [28] Q. Filopanti, *Presa delle rotte colle tele / nota di Quirico Filopanti*, Bologna : Tip. dei Compositori, 1872
- [29] Q. Filopanti, *L'Universo*, Bologna, Zanichelli, 1873
- [30] Q. Filopanti, *Ruote guernite : perfezionamento delle ruote idrauliche ad asse orizzontale / ideato dal prof. Q.F.*, Milano, Prem. litog. e tipog. degli ingegneri, 1875
anche in L'Industriale 30 giugno 1875 pagg. 89-91 tav. XVI
- [31] Q. Filopanti, *Sulle bonifiche romane proposte dal generale Giuseppe Garibaldi – Considerazioni di Q.F.*, Roma, Tip.Romana, 1875
- [32] Q. Filopanti, *Indication de quelques nouvelles ideas scientifiques espostes dans son ouvrages L'Universo*, Bologne, Imprimerie royale, 1875
- [33] Q. Filopanti, *Il Tevere e la campagna di Roma: conferenza tenuta nel teatro Dal Verme di Milano il 4/7/1875, con un'appendice contenente gli estratti*, Milano, Treves 1875
- [34] Q. Filopanti, *Lezioni popolari di Astronomia*, Bologna, Tip.Bortolotti,1876
- [35] Q. Filopanti, *Lezioni di Astronomia*, II Ed rifiuta dall'Autore Bologna, Tip.Bortolotti,1876, Tip.Bortolotti, 1877
- [36] Q. Filopanti, *Parere di Q.F.circa i lavori intrapresi o da intraprendersi per accrescere l'acqua ed il reddito del canale di Budrio*, Bologna, Tip.Mareggiani, 1877
- [37] Q. Filopanti, *Aratura a vapore – sistema Filopanti Lettere al generale Garibaldi in Giornale di agricoltura, Industria e Commercio*, Bologna Tip.del Giornale d'agricoltura del Regno d'Italia detta degli Agrofili Italiani, 1878
- [38] Q. Filopanti, *Dio liberale-Sintesi scientifica ed istorica*, Bologna, Zanichelli, 1879, 1880
- [39] Q. Filopanti, *Dio esiste -sintesi enciclopedica*, Milano, Flli Treves, 1881
- [40] Q. Filopanti, *L'acquedotto ferrarese urbano e rurale proposto dal prof. Q.F.*, Ferrara, Stab. Brescaini, 1881

- [41] Q. Filopanti, *Sintesi della storia universale specialmente della storia d'Italia dagli antichissimi tempi sino all'anno 1882*, Bologna, Soc.Tip.Guidi, 1882
- [42] Q. Filopanti, *Lezioni popolari di Astronomia*, II Ed rifusa dall'Autore Bologna, Tip.Bortolotti,1876, 1877
- [43] Q. Filopanti, *Storia d'Italia dagli antichissimi tempi sino all'anno 1870 compendiata da Quirico Filopanti*, Bologna, Soc.Tip.Azzoguidi, 1883
- [44] Q. Filopanti, *Storia d'Italia dagli antichissimi tempi sino all'anno 1882 compendiata da Quirico Filopanti*, Bologna, Soc.Tip.Azzoguidi, 1884
- [45] Q. Filopanti, *Acquedotti economici per le tre provincie di Ferrara, Ravenna e Bologna – Rapporto di Q.F. all'onorevole Commissione per gli studi sui predetti acquedotti*, Bologna, Tip.Monti, 1885
- [46] Q. Filopanti, *Acquedotti economici: lettera ai sindaci delle comuni rurali di Ferrara*, Ferrara, Tip.Sociale, 1886
- [47] Q. Filopanti, *Festival o commemorazione festiva, impropriamente detta centenario della fondazione dell'università di Bologna, 12 giugno 1888*, Bologna, Tip.Azzoguidi, 1888
- [48] Q. Filopanti, *Giordano Bruno ed il lento progresso delle idee*, Rugatino in dialetto romanesco, 9/6/1889, A3 n. 147
- [49] Q. Filopanti, *Rivoluzioni e misteri, cioè della rivoluzione Francese e di Napoleone desunta dalla sintesi di Storia Universale di Filopanti*, Bologna, Tip.Zamorani e Albertazzi, 1889
- [50] Q. Filopanti, *Storia di un secolo dal 1789 ai nostri giorni, Fasc. I 1798-1821, Fasc, II 1821-1858, Fasc, III 1859-1865, Fasc IV 1866-1889*, Milano, Sonzogno ed, 1891
- [51] Q. Filopanti, *La bibbia sociale I edizione*, Bologna, Ed. Zamorani e Albertazzi, 1894
La bibbia sociale II edizione, Roma, Tipografia delle Mantellate, 1894

N.B. Si concorda con gli argomenti riportati dalla prof. Fedora Servetti Donati in [9. Scritti su Filopanti -11] nel ritenere che i libri:

- [1] G. Barilli, *Miscellanea di poesie*, Bologna, Tip. Dell'Ancora, 1855
- [2] G. Barilli, *Veglie piacevoli ossia favole fantastiche, tolte la maggior parte dal dialetto bolognese/traduzione libera in sesta rima per Giuseppe Barilli 378 pp.*, Firenze, M.Cellini Ed, 1858

non siano del nostro Quirico ma di un omonimo Giuseppe Barilli, figlio di Luigi e non di Francesco, al contrario di quanto scritto anche in [9. Scritti su Filopanti -16]

9. SCRITTI SU FILOPANTI

- [1] *In morte di Quirico Filopanti* , [Bologna : s. n.], 1894
- [2] *Per Quirico Filopanti*, [Bologna : s. n.], 1894
- [3] *Quirico Filopanti*, [Bologna : s. n.], 1894
- [4] *Discorsi e scritti in onore di Quirico Filopanti (1894 1897) / pubblicazione del Comitato esecutivo per un ricordo monumentale a Quirico Filopanti, Budrio* : [s.n.], 1898 (Bologna : Tip. A. Garagnani e Figli)
- [5] *A Quirico Filopanti : pubblicazione a cura dell'Unione Repubblicana bolognese, 15 giugno 1913*, Bologna : Unione Repubblicana bolognese, 1913
- [6] Cantoni, Fulvio, *Lettere inedite di Garibaldi e di illustri patrioti a Filopanti aggiuntesi alcune lettere inedite di questo dall'esilio / Fulvio Cantoni*, Bologna : Stab. tip. riuniti, 1929
- [7] Rava, Luigi, *Giuseppe Garibaldi a Roma e Alfredo Baccarini per la sistemazione del Tevere urbano e la bonifica dell'Agro romano / Luigi Rava ; con 24 lettere inedite di*

Garibaldi ad Alfredo Baccarini e altre di A. Baccarini, di A. Depretis e Q. Filopanti, Roma : Proja, 1932

[8] Franzoni Gamberini, Lucetta, *Quirico Filopanti rappresentante e difensore della Repubblica Romana (da documenti inediti) / Lucetta Franzoni Gamberini*, Bologna : Tip. Vighi & Rizzoli, 1959

[9] Maioli, Giovanni, *Quirico Filopanti e la sua corrispondenza col Carducci / Giovanni Maioli*, Bologna : Tipografia Vighi & Rizzoli, 1960

[10] Pucci I., *Vita e pensiero sociale di Quirico Filopanti (Giuseppe Barilli)*, Bollettino del Museo del Risorgimento. Anno VI, Bologna, Tipografia Vighi e Rizzoli, 1961, in-8, br., pp. 275

[11] Servetti Donati Fedora, *Movimenti e associazioni a Budrio dopo l'unità*, Tamari Ed. Bologna 1974

[12] AA. VV., *Quirico Filopanti, studi e ricerche*, Comune di Budrio, Budrio Bo, 1979

[13] AA. VV., *Quirico Filopanti ed il suo tempo*, Comune di Budrio, Budrio Bo, 1995

[14] Bònoli F., Parmeggiani G., *Q.F.: una singolare figura di astronomo nella Bologna dell'Ottocento*, Mem. S.A.It, 1995 –vol 66 -4 pagg.861-870

[15] Preti A., *Un democratico del Risorgimento: Q.F.*, Il Mulino, Temi e discussioni, Bologna 1997

[16] Lotti L., *Barilli, Giuseppe*, in *Dizionario biografico degli Italiani* pagg. 373-376, Istituto dell'enciclopedia Italiana, Roma

[17] Faeti, Ghigliano, *Q.F. Un professore all'aria aperta*, BUP, Bologna 2011

10. RIEDIZIONI

[1] *Miranda VI*, Kessinger Publishing. LLC 2009-3-01

[2] Q.Filopanti, *Storia di un secolo dal 1789 ai nostri giorni Fasc. I 1798-1821, Fasc. II 1821.1858, Fasc. III 1859-1865, Fasc IV 1866-1889*, Milano, Sonzogno ed, 1891 ora in rete su Liber Liber

11. SCRITTI DI ENRICA GOTTI (MOGLIE DI QUIRICO FILOPANTI)

[1] Gotti Filopanti, Enrica, *Prolusioni al Corso di Lingua e letteratura Inglese e poesie inglesi / di Enrica Gotti ved. Filopanti*, Bologna, Nicola Zanichelli, 1900

[2] Filopanti, Enrica, *Gismunda Redditi Menarini*

[3] Filopanti, Enrica, *Ad Emma Gotti che va sposa all'egregio signore Cav. Giuliano Cacciaguerra gli zii dottor Lodovico Gotti ed Enrica Gotti ved. Filopanti esultanti offrono*, Bologna, Succ. Monti, 18??

12. LUOGHI NEI QUALI SI TROVANO GRAN PARTE DELLE CARTE DI QUIRICO FILOPANTI

- Biblioteca Comunale di Bologna, Carte di Filopanti
- Archivio del Comune di Budrio
- Museo civico del Risorgimento, Bologna
- Archivio di stato, Bologna
- Archivio Universitario, Bologna.

EXPERIENCING ROTOR AND FLUID FILM BEARING DYNAMICS

Alessandro Zanarini

Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,

University of Bologna, Italy

E-mail: a.zanarini@unibo.it

Andrea Cavallini

Department of Electrical Engineering,

University of Bologna, Italy

E-mail: andrea.cavallini@unibo.it

Abstract. *Starting from fruitful past experiences on rolling bearing diagnostics, the research activity here presented has aimed since the beginning to investigate the physical phenomena that are at the base of experimental rotor dynamics, when fluid bearings are involved. An appropriate test bench was designed and a prototype assembled. The peculiarities of the test bench are the wide range of rotational speeds, the slender shaft with a massive inertia (like the Jeffcott rotor model), the adjustable resonance frequency, the motor-joint-rotor misalignment, and the chance to supply static pressure to the oil film in the bearings. An extended monitoring software was developed, which allows the tracking of flexible shaft orbit, in orthogonal sections, along its axis, which transforms the orbit signals into spectral contributions and does appropriate filtering. The main whirl and whip phenomena, together with misalignment, mass/inertia imbalances and resonant behaviour are thus investigated in detail. In particular, orbit shape and spectral content coming from a broad experimental campaign are reported and commented in details.*

Keywords: *rotor dynamics, fluid bearings, whirl, whip, unbalance, misalignment, resonances, diagnostics*

1. INTRODUCTION

This research activity finds its place on the path to an integrated diagnostics of electrical machines taking into account both electrical & mechanical breakout potential issues, from partial discharges (PD) in the conductors to cracks or rub on the rotor shaft.

Past experiences on rolling bearing diagnostics were made by the authors by means of statistic markers from time-domain signal processing and of advanced analysis in frequency domain with signal envelope processing and speed model of the bearing elements [1]. This brought to set up a bench on which to run tests for educational purposes (2 dissertation for B.A. and M.A. were made from the bench experimental data) and for acquiring expertise on the field, together with PD detection and analysis.

The step forward in this research path aims at gaining experience on another type of shaft supports that are present in most of the electrical machines of big sizes, the film bearings with fluid dynamic sustaining pressure, and all the characteristics they bring in the machine behaviour. Also, in order to analyse a wider spectrum of applications, structurally flexible machines were taken into account.

The interaction between a real shaft and its fluid film bearings was mainly approached from the experimental point of view to understand which phenomena are simplified in literature models and to gain direct expertise on the orbits that the centre of the shaft can make in presence of fluid dynamic instabilities.

From a theoretical point of view were drawn the constraints to design a new test rig for high speed rotors on fluid film bearings, and give the measurements the opportunity to have a rich content underneath, made of those phenomena that characterise much bigger and real life rotating machines.

The test rig was used in junction with a software, written for this purpose, to acquire the data and make proper signal processing on time histories and orbits. With the results analysed by this software it is possible to follow the machine behaviour throughout all the speeds of the shaft, highlighting the misalignment issues, the transitions over the resonance, the whirl and whip phenomena.

The preparation of the experiments and their results are reported and discussed in details.

2. MATHEMATICAL MODEL FOR SIMPLE ROTOR DYNAMICS

The modelling of the rotor dynamics here adopted is based on a modified version of the classical Jeffcott model, which adopts a modal approach for retaining the flexible dynamics of the lowest lateral bending modeshape of the isotropic shaft, the bearings anisotropic compliance and damping, a forcing function that can represent the synchronous mass unbalance or non-synchronous rotating excitations of any origin [2]. No gyroscopic effects were taken into consideration, due to the symmetry of the supports in relation to the massive disk positioned on the centre of the shaft (see next section).

The x -axis is the horizontal direction, the y -axis is the vertical one, as can be seen in Fig.(1). If anisotropic properties are kept on the supporting bearings, the resulting stiffness and damping parameters are summed in serial layout as

$$K_x = \frac{1}{1/K_{rotor} + 1/K_{bearing_x}}, K_y = \frac{1}{1/K_{rotor} + 1/K_{bearing_y}} \quad (1)$$

and

$$C_x = \frac{1}{1/C_{rotor} + 1/C_{bearing_x}}, C_y = \frac{1}{1/C_{rotor} + 1/C_{bearing_y}} \quad (2)$$

The following system of motion equations can be written:

$$M\ddot{x} + C_x\dot{x} + K_x x = F \cos(\omega t) \quad (3)$$

$$M\ddot{y} + C_y\dot{y} + K_y y = F \sin(\omega t) \quad (4)$$

These equations are already decoupled and the motion of the centre of the disk as forced solution of Eqn.4 can be represented by an ellipse on a reference with orthogonal axes to the shaft undeformed line:

$$x = A_x \cos(\omega t - \varphi_x), y = A_y \sin(\omega t - \varphi_y) \quad (5)$$

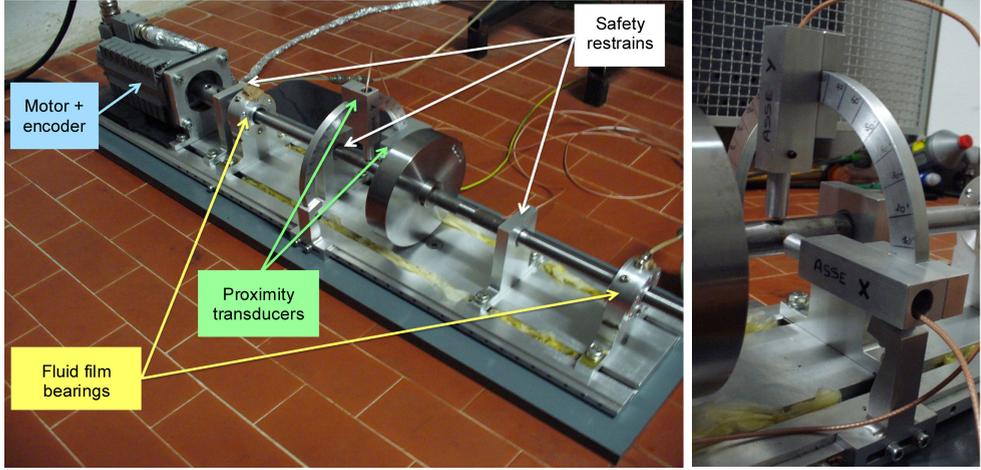


Figure 1. Test bench and its main parts.

where

$$A_x = \frac{F}{\sqrt{(K_x - M\omega^2)^2 + (C_x\omega)^2}}, A_y = \frac{F}{\sqrt{(K_y - M\omega^2)^2 + (C_y\omega)^2}}, \quad (6)$$

$$\varphi_x = \arctan \frac{C_x\omega}{K_x - M\omega^2}, \varphi_y = \arctan \frac{C_y\omega}{K_y - M\omega^2} \quad (7)$$

The dimensions of the shaft and massive disk were thus obtained to have only the first flexible mode shape in the speed range of the bench motor and keep the upper modes fairly outside that working conditions not to have any mismatch or influence on the orbit shape & spectra.

3. THE TEST BENCH

Hardware

In Fig.(1) the prototype of the arranged test bench is depicted. It can clearly be seen the rotor, with its slender shaft and central massive disk, the rigid joint and the electrical motor to drive the speed of the whole machine. The electrical motor is a 3-phase a.c. servomotor, driven by an inverter and a potentiometer. The shaft is supported on two fluid film bearings, which can also receive fluid in pressure from a static pump, positioned outside from the field of view. There are also three safety supports that retain the shaft when it deflects excessively, but allow free rotation when the orbit is constrained inside the lag in the safety support holes.

The measurement devices are eddy current probes, with driver and extension cable, to allow the high quality sensing of small displacements up to 3 mm. The signals are sampled and converted by means of a National Instrument 9229 card (4 simultaneous channels, 24bit ADC resolution and 50kS/s sampling rate).

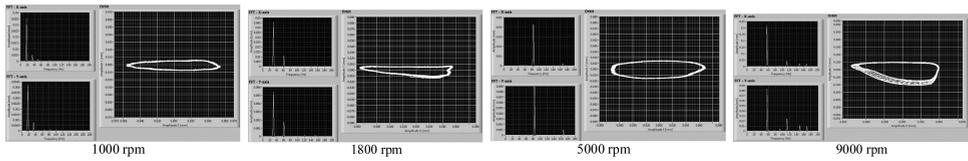


Figure 2. Effects of a wrong positioning of the proximity sensors.

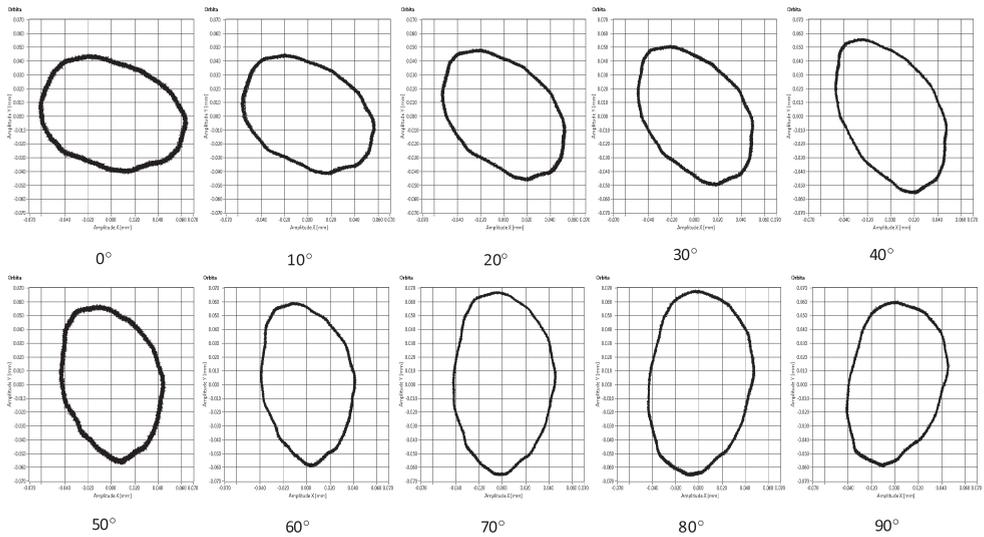


Figure 3. Same orbit acquired in a rotating reference frame by means of rotating the the proximities on the bench arch.

Controls

The motor can be driven in open-loop chain up to 12000 rpm, with a hyperbolic decreasing torque curve, after a constant torque region at lower speeds. A potentiometer is used to rapidly tune the wanted speed, with 0.3Hz accuracy along the speed range and respecting the safety constraints for the motor/inverter coupling.

The motor has an embedded encoder, which has 1024 pins, and can be used also in the software to read the actual speed in a very accurate way.

The bearing and safety supports can be translated along the rails in the base, letting the tuning of the lowest bending mode of the shaft.

The probes are inserted in two separate supports that can be turned on an arch rail, as can be seen in Fig.(1).

Tuning the bench

The aim of the measurements is to assess the motion of the centre of the shaft in a reference frame that is orthogonal to the undeformed turning axis. It is thus assumed that during the

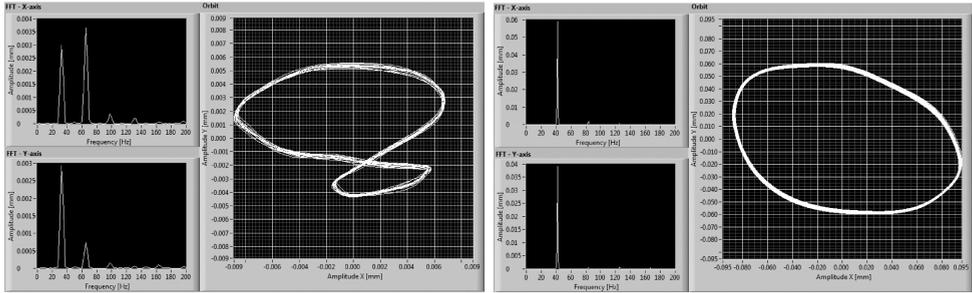


Figure 4. Effects of misalignment in rotor-shaft coupling.

bending of the shaft the section does not change its shape and the displacement measured by means of the probes can be interpreted as true motion of the shaft axis. But in order to work under this assumption the right alignment of the probes must be pursued: the axes of the proximity probes must intersect with the undeformed shaft axis, otherwise the measured orbit is heavily distorted, since the probes can not sense the displacement in the orthogonal direction towards the perpendicular to the surface of the shaft. In Fig.(2) are presented the orbits taken with misaligned probes, which are far from the ellipse shape at any speed, showing how it is important to set up the bench before any further processing of the measurement.

On the other side, when the probes' axes are properly intersected with the undeformed shaft axis, the rotation of the probe supports (kept with 90° between each other) causes the rotation of the orbit in the new references (which are turning regarding the real orbit, instead fixed in the ground reference), but does not affect the shape of the orbit. In Fig.(3) the probes' reference frame is rotated in 10° steps, from 0° to 90° towards the horizontal line, showing the same elliptical orbit at constant rotational speed; the little variability on the shape is due to the tolerance in intersecting the probes' axes with the undeformed shaft axis.

The motor support allows the correction of the misalignment regarding the coupling joint and the shaft. The higher harmonics induced by the misalignment can alter considerably the shape of the orbit. In Fig.(4) are shown the orbits when there is misalignment (left) and when it has been considerably corrected, as should be done before any measurement campaign on rotor dynamics.

4. THE ACQUISITION AND PROCESSING SOFTWARE

The software suite was developed in the programming environment of National Instrument LabView, which can easily drive the NI-9229 acquisition card. It consists of different modules for the many task it has to fulfil, from the acquisition of the electrical signals of the probes to the advanced processing.

Acquisition module

The first task done by the software is reading and recording the sampled digital data in time-voltage domain from the acquisition card, after selecting the sampling frequency and time length of the acquisition. By means of calibration constants, which characterize the linear behaviour of the probes in the measurement range, the voltage signals are converted to engi-

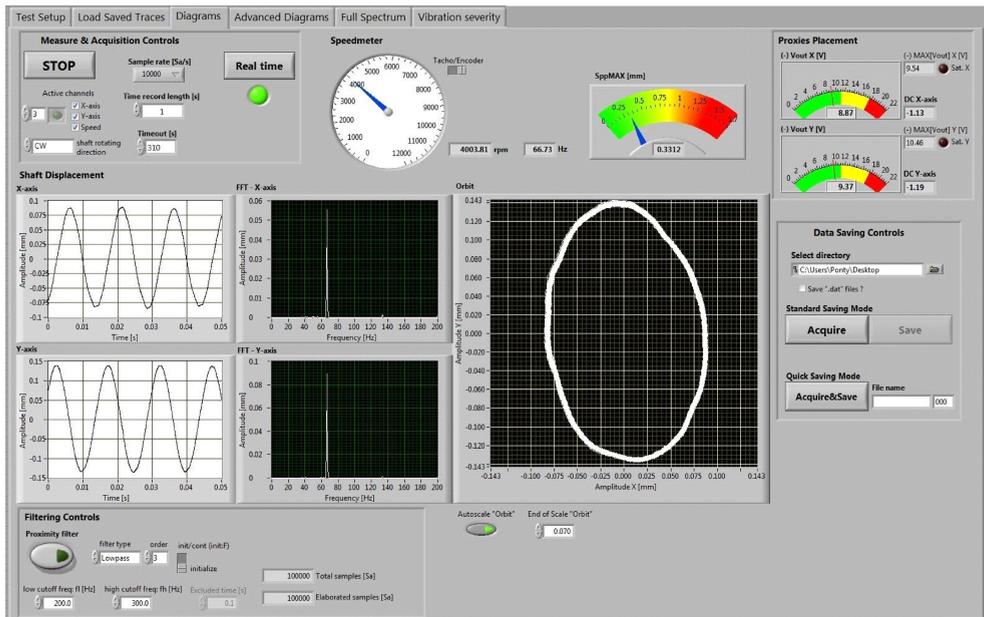


Figure 5. Software suite with time & frequency domain diagrams from the proximities' signals and orbit representation.

neering units data. Calibration of each probe was made prior to insert them on the arch support at the wanted measuring position, though a recalibration can be considered on the bench itself with proper sequence of measurements at known distances from the shaft surface. The software is programmed to evaluate automatically the constants needed. The results of the acquisition modules are discrete amplitude-time domain histories; together with the proximities signal, also the encoder or tachometer signal can be recorded.

First-level processing

Many operations are done on the raw data obtained from the acquisition module.

Time-domain. The first level of data processing takes place in the time domain, showing the amplitudes of the single probe measurements and the speed. This step can help in detecting the influence of electrical noise in the environment and the effect of higher harmonics or non-synchronous phenomena on the shape of the single channel wave from the proximities, which should generally be a sine wave but, due to some disturbances, can show some ripple, chaotic little spikes superimposed or deviations from the perfect shape.

Frequency-domain. The time-domain data can be transformed by means of FFT algorithms into frequency domain to better understand the frequency content of the data and show up the raising of non-synchronous phenomena. Following the evolution of the spectra along

with the shaft speed is of uttermost importance in finding relations between non-synchronous phenomena and orbit shape.

Orbit. The time-domain measurements from the two orthogonal probes can be joined in a spatial domain graph showing the travelling made by the centre of the shaft section (orbit) during the time lapse of the measurement. As said before and as it will be shown later in the measurement descriptions, changes in orbits and spectra are relevant for instabilities induced by fluid dynamic behaviours of the bearings.

Filtering. In order to isolate the frequency content in the signals, a filtering feature can act on the acquired data, in all the processing modules just described. This allows to highlight the contribution of each synchronous harmonic, especially in misalignment problems.

Advanced processing

An advanced processing can take advantage from the spatial position of the probes, relating the two orthogonal measurement to better asses peculiar characteristics of the orbit shape.

Complex valued signals for orbit analysis. At any instant the shaft centre position can be described in the complex plane by joining the measurements of the two orthogonal transducers. The complex valued displacement $z = x + iy$ can thus be constructed as follows:

$$z = x + iy = \frac{A}{2} e^{i\alpha} e^{i\omega t} + \frac{B}{2} e^{i\beta} e^{-i\omega t} \quad (8)$$

where A and α are the amplitude and the phase lag of the *forward* component, while B and β are the amplitude and the phase lag of the *backward* component, counter rotating at the same frequency of the *forward* component.

Full spectrum. The parameters in Eq.(8) can be obtained by transforming the complex valued displacement $z = x + iy$ constructed from the time-domain histories of the transducers signals. The FFT of a complex time-domain signal is spread over negative (*backward*) and positive (*forward*) frequencies, with potentially asymmetric distribution of amplitude and phase. In Fig.(6a) these complete spectra are proposed during a long lasting run-down of the test bench, from its maximal speed to the final stop, arranged in step-frequency-amplitude colour maps and cascade diagrams, obtained by transforming sections of the long record; it can be clearly seen that the distribution of the parameters is completely asymmetric. In Fig.(6b) the complete spectrum of the whole record is depicted.

Synthesised single frequency orbit. In Eqn.(8) at each frequency an elliptical orbit can be reconstructed from the parameters. The major axis of the orbit is $(A + B)/2$ long, the minor axis is $(A - B)/2$ long, and the inclination of the major axis is $(\alpha + \beta)/2$. It can be also noticed that the orbit in Eqn.(8) is composed of two circular traces, the *forward* component of diameter A and the *backward* component of diameter B ; at time instant $t = 0$ the different inclination of the ray that locates the starting point of the circles determines the α and β angles. In Fig.(6b) the orbit at a single frequency of interest is thus reconstructed in thick yellow line from the full-spectrum parameters, acting as a extremely narrow band-pass

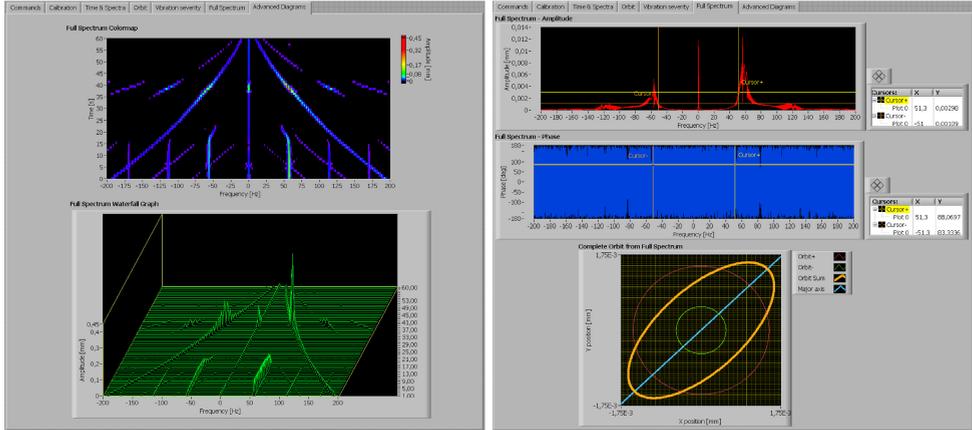


Figure 6. Diagrams obtained from complex valued signal processing: a) asymmetric spectrum in amplitude colour maps & waterfall plots, b) in amplitude & phase representation and single frequency synthesised orbit.

filter, or single frequency filter depending on the full spectrum resolution; in red it can be recognised the *forward* circle and in green the *backward* circle.

Thresholds range and norms for health monitoring

In the software also the quantities proposed by the ISO-7919 standard [3–7] are evaluated.

Therefore the $S_{(p-p)max} = \sqrt{S_{(p-p)X}^2 + S_{(p-p)Y}^2}$ is calculated, where $S_{(p-p)X}$ and $S_{(p-p)Y}$ are the peak-to-peak amplitudes from the time-domain data of the two orthogonal proximity transducers; $S_{(p-p)max}$ is then compared with boundary displacement values, typical of the machine type, to assess the risk of the undergoing orbital motion of the shaft and the severity of the working condition; the $S_{(p-p)max}$ indicator can be seen in Fig.(5).

5. MEASUREMENTS

The test bench and the software were used to broadly experience the dynamics of the shaft when supported by journal bearings, with their fluid dynamic instability issues. As is shown in Fig.(1), the probes' support is close to the massive disk at the centre of the supported shaft, meaning that the orbits are amplified by the bending part of the shaft that separates the probes from the closest bearing; also, in extremely severe conditions, such as resonance and whip phenomena, the gap in the safety supports can become null, limiting the maximal diameter of the orbits. Furthermore, some remaining electrical noise was detected in the room due to the inverter, thus the quite thick orbit in the diagrams with spurious little spikes around.

The measurement campaign can be divided in two main parts: stationary and transient inquiries. In the first group were taken into account the low speed issues like unbalance and misalignment phenomena, when the rotor can still be consider as a rigid shaft, and the behaviour around the resonance (the only one present due to design constraints), plus the rise of whirl issues that developed into whip-type oscillations up to the maximum speed given by

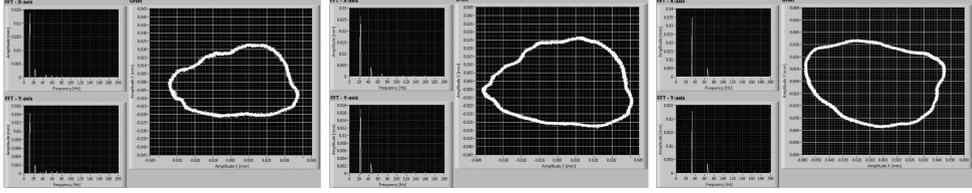


Figure 7. Sub-critical orbits, unbalance & misalignment problems (10Hz, 20Hz, 30Hz).

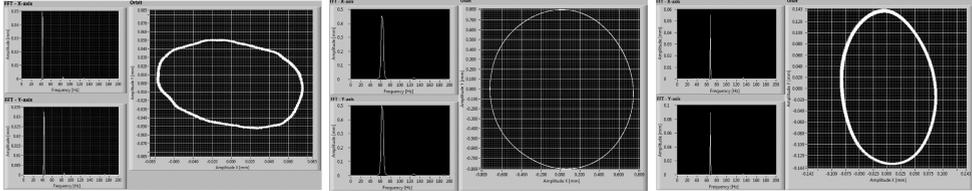


Figure 8. Orbits in the transition from sub-critical to critical and to super-critical rotational speeds (40Hz, 63Hz, 67Hz).

the motor, when the flexible dynamics of the supported shaft is predominant. In the second group were taken into account the recordings of the transient behaviour of the rotor in run-up and run-down dynamics. The single issues are discussed below with examples of the results processed.

Unbalance & misalignment phenomena

The imperfect mass distribution that remains in every rotor is the cause of a rotating force, proportional to the squared rotational speed, able to deflect the position of the geometrical shaft centre due to the compliance of the bearing fluid film supports, also when the shaft can be considered as a rigid body. The stiffness of the bearing itself is non-linear and it increases rapidly with the outward travelling of the shaft centre up to the direct contact to the hole wall, meaning that the bearing stiffness in vertical direction is higher than that in horizontal direction, where no gravitational force pre-loads the support; also, some stiffening effects [8] are induced by the static pressure that can be provided to the oil chamber of the bearings by means of the external pump, checked by the manometers in series before the bearings. All this means that with lower speed the rotating force is less than the gravitational vertical force, thus the orbit has a marked flat elliptical shape due to the difference between the bearing stiffness ($K_y > K_x$) along the orthogonal directions.

The unbalance is thus the main synchronous issue that affects the rotating machinery. But a wrong alignment in the coupling of the rotor to the motor shaft can introduce higher harmonics of the unbalance forcing [2], leading to a distortion of the orbit shape from the simpler ellipse. In Fig.(7) up to the eight harmonic leaves a trace in the spectra of the probes' measurements and the orbit presents many curvature changes due to these higher harmonics, which have a shorter spatial wave-length. With increasing rotational speed of the unbalance, the higher harmonics amplify their frequency and lower their amplitude & effectiveness on

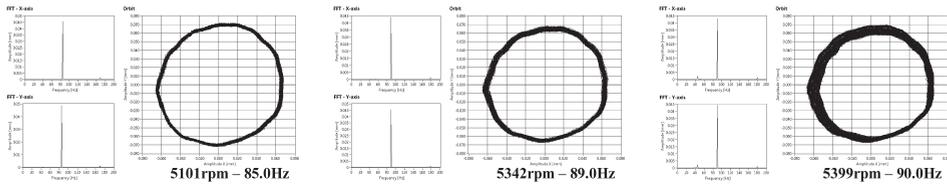


Figure 9. Starting whirl at super-critical speeds (85Hz, 89Hz, 90Hz).

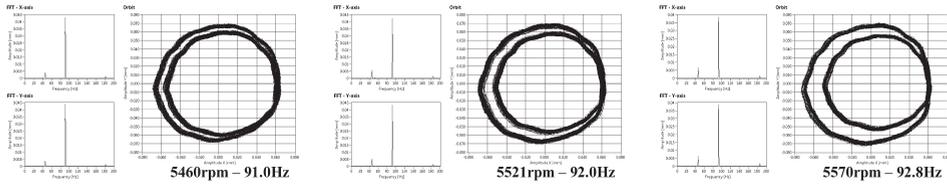


Figure 10. Pure whirl at super-critical speeds (91Hz, 92Hz, 92.8Hz).

the orbit distortion, as can be seen in Fig.(7) passing from 10Hz to 30Hz in sub-critical speeds and from 70 to 100 microns in orbit maximal diameter.

As the rotational speed approaches the resonance (around 65Hz), the stronger unbalance finds a more compliant system (made of the bearings & flexible shaft), increasing the orbit diameter: at 40Hz it is around 160 microns, while close to the resonance it reaches 1.6 mm at 63Hz, probably sliding (without bouncing) on the safety restraints and giving a much rounder shape to the orbit, since in resonance the dynamic force is much higher than the gravitational one and the bearings' stiffness is much more isotropic, due to the relevant outward travelling of the shaft section, which reduces the fluid film thickness, but increases its stiffness. As soon as the resonance is overtaken, the orbit amplitude drops to 280 microns at 67Hz and the major axis of the ellipse continues to complete the rotation started slightly before the resonance. In Fig.(8) are reported the examples of the orbits and relative spectra at the quoted frequencies.

Whirl phenomenon

After the resonance, as can also be checked in Eqn.(7), the deflection of the shaft is very close to the eccentricity of the centroid towards the geometric centre of the massive disk, meaning also that the centroid of the shaft is located fairly on the rotational axis, with a

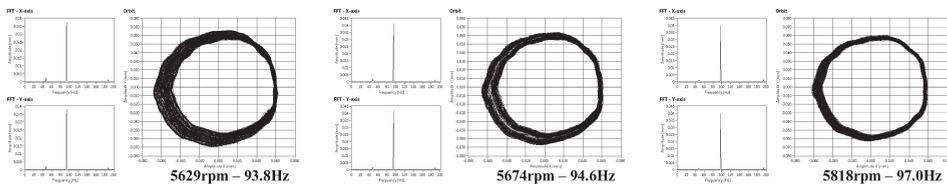


Figure 11. Fading whirl at super-critical speeds (93.8Hz, 94.6Hz, 97Hz).

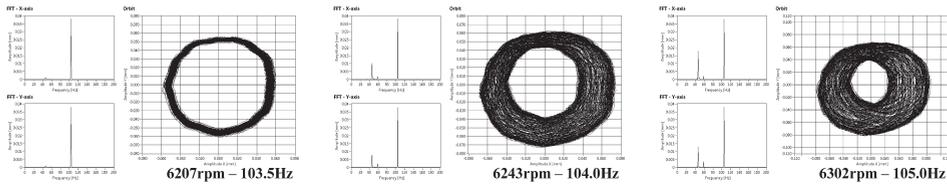


Figure 12. Whirl is leaking some energy into resonance at super-critical speeds (103.5Hz, 104Hz, 105Hz).

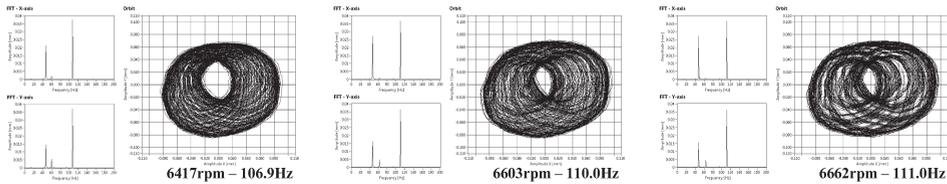


Figure 13. Whirl is transferring more energy into resonance at super-critical speeds (106.9Hz, 110Hz, 111Hz).

strong reduction of the forces on the bearings. But this is the best situation to let the whirl phenomenon raise [2]; furthermore, the design of the bench has pursued the presence of no other resonance in the operative range of the motor, meaning that the unbalance forces will be kept low by the auto-centring behaviour of the shaft over the resonance.

The trace of the orbit is the first to be affected by the birth of the whirl, even before that something is clearly visible in the spectra of the proximity channels: the orbit remains within a 140-160 microns diameter range, but gets thicker in the diagrams of Fig.(9) that plot the whole record, meaning that during the revolutions the orbit is changing its path, due to the precession motion given by whirl fluid dynamic instability. It can be explained also by the superposition of the main circular motion (about same amplitude in both the directions) with the much smaller one, which has nearly half of the frequency, meaning that, apart from a fixed phase difference, there are instants in which the superposition is constructive (and orbits are enlarged by roughly summing the amplitudes of the components) and others in which it is destructive (subtracting the lower component from the higher one), when the lower frequency component has rotated by about π radians.

The successive orbits leave an even thicker trace on the diagrams with slightly increasing speed from 91Hz to 92.8Hz, as can be seen in Fig.(10) where a more defined complex orbit can be seen, suggesting that the whirl phenomenon is evidently established. It is interesting to notice how it takes around two shaft revolutions to complete the whole path induced by the whirl, which is known to have nearly half of the rotational speed.

The further increase of rotational speed sees the fading of the whirl phenomenon, which repeats the steps of the raising in the reverse order of Fig.(11), so leaving the clear intersection of the path for the thicker trace when the whirl is less strong up to the ending of the pure whirl at 97Hz. This does not mean that the whirl will not affect the bench behaviour at higher speeds, but clearly shows how it is not stable and predominant at every speed.

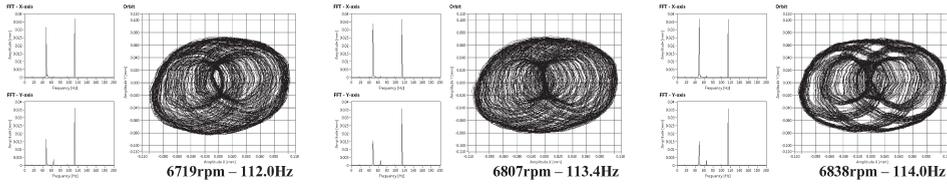


Figure 14. Growing whirl energy comparable with unbalance at super-critical speeds (112Hz, 113.4Hz, 114Hz).

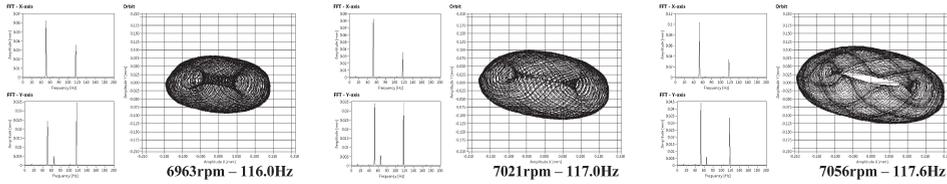


Figure 15. Grown whirl is more than unbalance at super-critical speeds (116Hz, 117Hz, 117.6Hz).

Whip phenomenon

It must be reminded that the fluid instability affects a bunch of frequency lines and not just a single one, with its energy content spread over a limited, but not null, frequency range. This sounds important in following the birth of the whip instability, since at a greater rotational speed this signal energy overflow might also increase: at over 100Hz of rotational speed of the shaft the whirl frequency is close to 45Hz, but there starts to be some energy leak also toward the resonance region, where the system is known to be excessively compliant and unable to restrain the motion induced even by very weak forces. Even the faded (but still present) whirl effect on the orbit in this condition can receive strength from the energy absorbed close to the resonance, inducing a self-excited oscillation. It is what can be seen in Fig.(12), where at 103.5Hz the energy of the imperceptible whirl is spread from about 42Hz to 60Hz, but already at 104Hz the whirl energy zone is stretched from 38Hz to 65Hz, with a marked increment of the orbit complexity and two little peaks in the spectra, the first close to a whirl frequency, the other to the resonance range of the shaft. At 105Hz the strength of the whirl, which receives support from the resonant motion, is getting stronger, being around 1/3 in amplitude regarding the synchronous component; it can also be noted that in y -direction the ratio between whirl and resonance amplitude is lower than in x -direction, connected to a more pronounced deployment of the tracks' group in the x -direction, on which no pre-load in the bearings is made by the weight of the shaft. The amplitude in resonance has the superposition effect of moving vertically the round orbits.

With the speed increase the stationary behaviour of the system sees an even more pronounced displacement of the orbits in x -direction, like in Fig.(13), where the whirl-related amplitude in the spectra is approaching that of unbalance. As can be roughly considered in the tracks of the pure whirl at 92.8Hz in Fig.(10), the inner loop has a diameter that can be obtained by subtracting the whirl-related amplitude from the unbalance-related limit ampli-

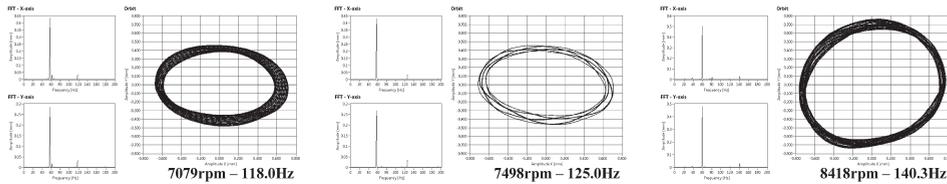


Figure 16. Fully developed whip at super-critical speeds (118Hz, 125Hz, 140.3Hz).

tude; while the outer is obtained by summing the amplitudes of the components, so driven by the whirl. The dimension of the outer series of curves is growing with the increase of relevance of the whirl regarding the unbalance forcing, while the inner loops are decreasing in size. Even if from 105Hz to 114Hz the roll of orbit traces remains in the diameter range of 220 microns, it must be noted that in Fig.(14) the travelling of the shaft centre due to the whirl is getting close to that due to the unbalance.

As soon as the amplitude of component related to the fluid dynamic instability in the x -spectrum overtakes the unbalance one, the outer loop gets much more expanded than the inner one, as can be seen at 116Hz in Fig.(15) with a diameter of about 280 microns. At 117Hz in the y -spectrum the whirl component is equivalent with the unbalance one, and the roll of traces presents a kind of aligned pattern on the major axis. At 117.6Hz even the y -direction amplitude of the whirl-related component is greater than that of the unbalance, leading to the opening of the roll of traces and putting in evidence the absolute relevance of the whirl when it is getting close to a resonance of the system, with a maximum diameter approaching 400 microns.

In Fig.(16) the speed of the shaft is even more increased till the region where the whirl phenomenon finds no restraints to the induced oscillation, because of the resonance of the system; the self-excited motion of the shaft becomes absolutely predominant over the unbalance and the diameter of the roll of orbits jumps to 1.6 mm, restrained only by the safety supports, which prevent the structural breakdown of the bench. When the whirl enters into resonance the whip is fully established. The combination of fluid dynamic instability with the weakness of the system in the resonance region let the self-excited vibration of the whip drain a relevant amount of energy from the diving motor, which finds more resistance in accelerating the shaft to higher speeds. Further, once the whip is started, on the bench there is no manner to stop or decrease it, even running the shaft at over three times the speed than that of the resonance, at 200Hz. After it is established, the whip holds its position in the spectra, while the unbalance retain its synchronous correlation with the accelerating shaft. While the static pressure from the external pump can vary (slightly, few Hz) the frequency of the whirl, the tests confirmed [8] that there was no chance to avoid the whip self-excited oscillations: only an accurate design that prevents resonances from being close to whirl induced phenomena in the system can help in avoiding uncontrolled (or also catastrophic) flexible motion of the rotating machines.

Full spectra & run-down transients

While the run-up transient, due to the manual regulation of the inverter, could not be repetitively undertaken (also due to the safety restraints of the motor, which can not have too steep

velocity ramps), the run-down from maximal speed (12000 rpm) gave many interesting results. As depicted in Fig.(6a), the run-down lasted about 60 seconds; this long record can be divided in sequential sub-traces to be processed as full spectra; in the cascade or colormap plot of the full-spectra, where the speed at $t = 0$ is about 12000rpm and at $t = 60$ the shaft is closed to be stopped, there can be clearly seen the synchronous components (in forward and backward frequencies) of the unbalance forming a quite straight (the deceleration is rather constant) diagonal line, with very low amplitude at maximal speed and maximum amplitude around the resonance in the forward direction; also some feeble higher and fractional harmonics of the unbalance can be seen. The whip phenomenon is the strongest at higher speeds, with its (much lower) harmonics, but it is also clear that it has a constant frequency with the decreasing speed of the shaft and that it is limited to a speed range that ends at about 125Hz. The whirl phenomenon, which was enhanced by a fine tuning & slow increment of the speed in the stationary measurements, is not so relevant in the run-down, except at the ending of the whip, where it has a limited life with a varying frequency, linked to that of the shaft.

In the quite fast run-down sequence the resonant behaviour is the most severe on the bench, while in the fine tuning of the accelerating shaft where the whirl was searched for and the whirl accurately triggered, the whip showed to be the most relevant issue. Careful attention must then be paid for the acceleration rates in run-up & run-down, due to the shown influence on the trigger of whirl & whip phenomena.

6. CONCLUSIONS

This work, with the related design of the test bench prototype and acquisition & processing software, has permitted a broad study and experimental campaign on the flexible dynamics of a rotating shaft supported by fluid dynamic bearings, with accurate recordings on how whirl phenomena turn into extremely severe whip behaviour of the machine. The expertise gained can be the basis for developing diagnostic tools that detect the whirl phenomenon before it enters into whip uncontrollable & self-excited vibration. Beside this, the set-up and control of a real rotating machine can gain advantage from the work done.

Acknowledgements

The LIMAT laboratory (Lab of Materials Engineering and High Voltages) and TechImp firm are acknowledged for their precious help during this project and research path. Mr. Davide Pontara is also acknowledged for his work on the bench during his master thesis preparation.

REFERENCES

- [1] Harris, T. A., 2001. *Rolling bearing analysis*, 4th edition ed. John Wiley & Sons. ISBN 0-471-35457-0.
- [2] Muszynska, A., 2005. *Rotor dynamics*. Mechanical engineering : 188. CRC Press - Taylor & Francis Group. ISBN 0-8247-2399-6.
- [3] ISO, 1996. *ISO 7919-1:1996 Mechanical vibration of non-reciprocating machines – Measurements on rotating shafts and evaluation criteria – Part 1: General guidelines*. ISO - International Organisation for Standardization.
- [4] ISO, 2009. *ISO 7919-2:2009 Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on rotating shafts – Part 2: Land-based steam turbines and generators in excess of 50 MW with normal operating speeds of 1 500 r/min, 1 800 r/min, 3 000 r/min and 3 600 r/min*. ISO - International Organisation for Standardization.

- [5] ISO, 2009. *ISO 7919-3:2009 Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on rotating shafts – Part 3: Coupled industrial machines*. ISO - International Organisation for Standardization.
- [6] ISO, 2009. *ISO 7919-4:2009 Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on rotating shafts – Part 4: Gas turbine sets with fluid-film bearings*. ISO - International Organisation for Standardization.
- [7] ISO, 2005. *ISO 7919-5:2005 Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on rotating shafts – Part 5: Machine sets in hydraulic power generating and pumping plants*. ISO - International Organisation for Standardization.
- [8] Bently D. E., Goldman P., E. T., 2001. “The death of whirl - what the sfcv can do for the stability of rotating machinery”. *ORBIT*(1Q), pp. 10–13.

ASSESSMENT OF THE LUBRICATION REGIME IN VARIABLE DISPLACEMENT VANE PUMPS

Emiliano Mucchi
*Engineering Department in Ferrara(EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: emiliano.mucchi@unife.it*

Alessandro Agazzi
*Engineering Department in Ferrara(EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: alessandro.agazzi@unife.it*

Gianluca D'Elia
*Engineering Department in Ferrara(EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: gianluca.delia@unife.it*

Giorgio Dalpiaz
*Engineering Department in Ferrara(EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: giorgio.dalpiaz@unife.it*

Abstract. *This paper proposes a combined numerical-experimental methodology for the analysis of the lubrication regime and wear that occur between vanes and pressure ring in variable displacement vane pumps. The knowledge of the lubrication regime is essential for the improvement of the performance of high pressure vane pumps by reducing wear, increasing the volumetric efficiency and decreasing maintenance costs. Tests using pressure rings of different materials were carried out in order to identify the best material in terms of wear and friction. The proposed methodology is based on Archard's law and takes advantage of wear experimental measurements, an empirical model for the estimation of contact pressure forces and hardness standard tests. The results of the analysis state that low wear and reduced friction can be obtained if elasto-hydrodynamic lubrication between vanes and pressure ring is established. Results have been also verified by analytical elasto-hydrodynamic models.*

Keywords: *vane pumps, wear, elasto-hydrodynamic lubrication.*

1. INTRODUCTION

In high pressure variable displacement vane pumps, evidence of wear tracks was found on the internal surface of the pressure ring as well as on the top of the vanes, as a consequence of the sliding contact between pressure ring and vanes (see Fig.1). The wear phenomenon is a rather difficult topic to be understood, especially if all of the possible physical and chemical influence parameters are taken into account.

In the manufacturing sector, energy costs continue to rise, and companies are being asked to improve profitability through greater cost control. The reduction of energy consumption has become a key component in cost control, especially at manufacturing facilities with higher energy costs. Nowadays the target of the designer consists in the development and implementation of the best ways to make the manufacturing sector, specifically of pumping systems, as energy efficient as possible. In order to help designers to improve the performance of high pressure vane pumps by reducing the wear, increasing the volumetric efficiency and decreasing the maintenance cost, it is necessary to know what kind of lubrication regime exists in the vane-pressure ring contact, Fig.2. Thus, the selection of the adequate materials and suitable design methodologies is desired, in order to achieve optimized wear. For example, wear reduction can be achieved by improving surface material performance if boundary lubrication regime exists or by modifying the surface geometry in case of hydrodynamic lubrication regime.

This paper deals with high pressure variable displacement vane pumps and presents a work carried out by the Dept. of Engineering of the University of Ferrara in co-operation with BERARMA s.r.l (Casalecchio di Reno, Bologna, Italy). This kind of volumetric pumps (see Fig.2) is widely used in machine tools and in hydraulic systems, thanks to their control strategy. As a matter of fact, the oil flow rate can be tuned according to system and efficiency requirements. Vane pumps operate through the use of a number of vanes that slide into or out of slots in the pump rotor when the pump is rotating. The sliding vanes move outward from the rotor and ride against the inner bore of the pump casing and form pumping chambers. As the rotor revolves, fluid enters into the pumping chambers from the suction port. The fluid is transported around the pump casing until it reaches the discharge port, where it is forced throughout the discharge piping. This type of design virtually eliminates slippage, meaning that high volumetric efficiency of the pump is maintained. The self-adjusting sliding vanes continuously adjust for wear. The vanes simply slide farther out of the rotor slots and continue to follow the ring contour; in this way, sliding vane pumps are able to maintain near-original efficiency and capacity throughout the entire life of the pump.

In the literature, many approaches have been adopted in order to estimate wear in kinematic joints. The main equations of the wear models use the methods of solid mechanics, most include material properties, thermodynamics quantities and other engineering variables. H.C Meng and K.C Ludema in [1] describe how wear models have been improved over years. The first wear equations were developed in Europe by German authors as Toon [2], Holm [3] and by Russian authors as Kruschov and Barbichev [4]. A big step in the wear equation enhancement has been done in 1957 with the fatigue theory, which takes into account the contact roughness [5]. Since 1957, it is possible to define four eras of modeling. In the first era up to 1970, the wear equations were derived using data taken from experimental tests [6,7]. From 1970 to 1980, wear equations were based on Young's modulus and hardness of kinematic joint materials like Archard's equation [8]. Specifically for vane pumps, the works in [9,10] regards the wear prediction in the contact between vanes and stator by means of an analytical model based on Archard's equation and the relative comparison with experimental data. Then, till the 1997 several authors develop wear models that included new material phenomena like dislocation mechanisms, fatigue brittle-fracture and corrosion properties [11-14]. Nowadays, FE method takes advantage of a number of wear equations. In this context, the first simulation of mild wear in spur gears has been referred to Anderson and Flodin in [15]. Specifically for vane pumps, Concerning the prediction of lubrication regime in kinematic joints, experimental methods based on

optical interferometry in the contact region of sliding/rolling point contact can be found in [16-19]. In particular, by such a methodology the geometry of the lubricant meatus can be fully estimated. A different experimental approach concerns the electrical resistance technique, which has been used to aid the identification of the lubrication regime [20]. Furthermore, several analytical methods based on elasto-hydrodynamic (EHD) empirical equations obtained by experimental data have been deduced. They calculate the minimum film thickness and they prediction the lubrication regime by comparison with surface roughness [21].

In this work Archard's model is used for the prediction of the wear volume in the sliding contact between vanes and pressure ring for vane pumps. The wear hypothesis of Archard is based upon that, the ratio of the wear volume and the sliding distance and the ratio of the normal contact force and the surface hardness are related by a non-dimensional constant namely generalized wear coefficient. In general this simple method gives a good correspondence with experimental data.

The originality of this paper consists in the estimation of the lubrication regime in the joint between vanes and pressure ring by using a combined numerical-experimental methodology based on Archard's model. The results of this research activity has been also verified by the use of analytical elasto-hydrodynamic models.

The organization of this paper is as follows. Section 2 describes the variable displacement vane pump; Section 3 deals with the method used for the evaluation of the lubrication regime in the sliding contact between vane and pressure ring; Section 4 reports the results in terms of generalized wear coefficient, wear internal profile of pressure stator ring and lubrication regime; in Section 5 the results are compared with mathematical models of elasto-hydrodynamic lubrication; eventually, Section 6 is dedicated to concluding remarks.

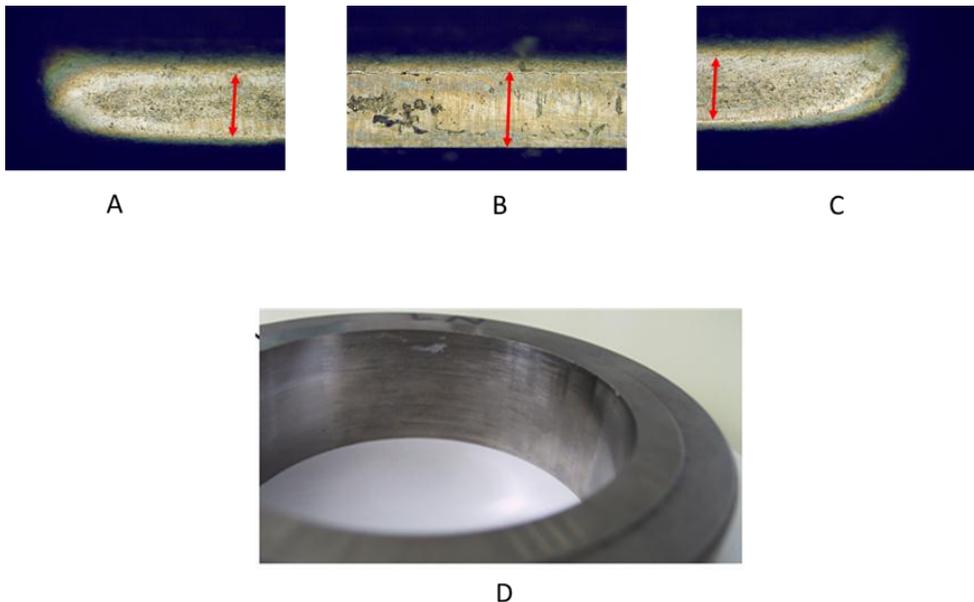


Figure 1. Evidence of wear tracks in the vane surface (A is the left side of the vane tip, B is the centre and C is the right side) and in the pressure ring internal surface (D).

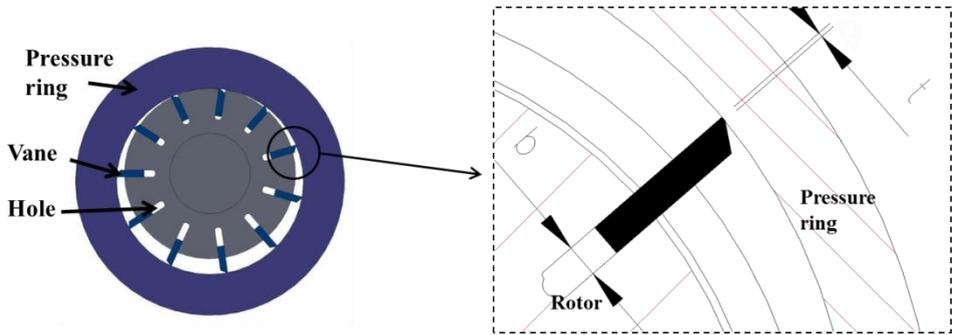


Figure 2. Sketch of the pressure ring (stator), rotor, vanes and holes.

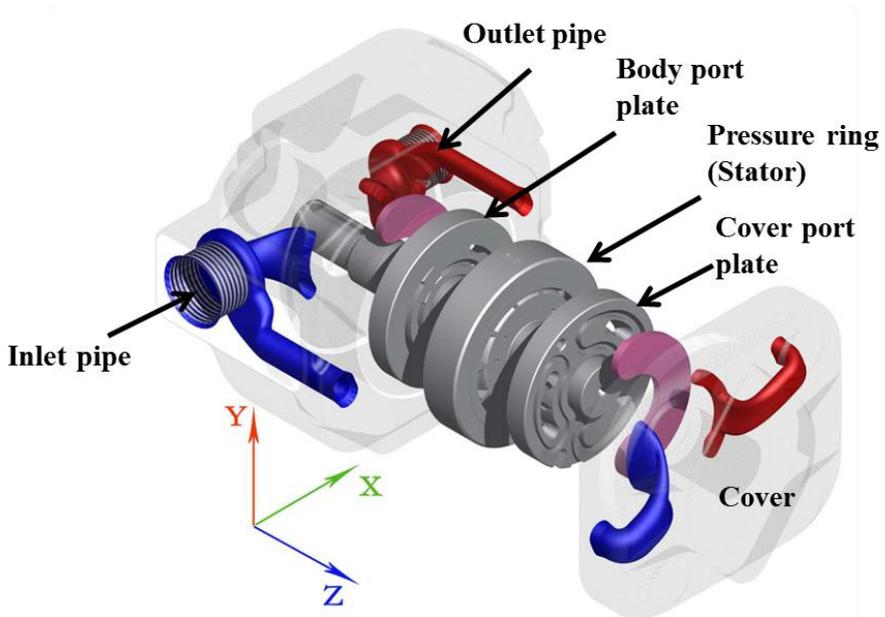


Figure 3. Exploded view of PHV 01 vane pump with distribution ducts.

2. VARIABLE DISPALECEMENT VANE PUMP DESCRIPTION

High-pressure vane pumps of the PHV series can work in a pressure range from 20 to 250 bar. In particular, the PHV 01 model, depicted in Fig.3, has been studied. The pump has an actual displacement of 32 cm^3 , taking advantage of a double inlet/outlet port plate system in which each port is packed on the pressure ring by using a hydrostatic compensation-based system. The variable displacement vane pumps are a particular kind of rotating volumetric machines widely used in hydraulic applications. In fact, they allow regulation of the lubricant flow rate, optimizing energy consumption. The variable displacement vane pump being studied is composed of a cast iron body, in which a one piece rotor shaft, a pressure ring and two port plates are located (see Fig.3). The rotor presents radial grooves in which

the vanes can slide. Hereafter, the volume delimited by two consecutive vanes, the pressure ring inner race, the rotor and the port plates is called vane space, while the volume defined by the rotor groove, the bottom of a vane and the port plates is defined as hole. The port plates present the outlet and inlet ports, suitably designed to communicate both with the vane spaces and the holes. The pump can change its displacement in working conditions by varying the eccentricity between the rotor shaft and the pressure ring. This operation is carried out by a control piston that moves the pressure ring and a bias piston that brings the pressure ring back in the zero eccentricity condition when the desired pressure level is reached. The balancing screw is used to compensate the resulting pressure force. This kind of pump can elaborate a full flow rate until the desired pressure level is reached, or it can work in a "zero flow condition", maintaining a desired pressure and compensating hydraulic losses.

3. METHOD

The methodology uses for the identification of the lubrication regime between vanes and pressure ring will be propose in this section.

It is well know that the Archard's wear model correlates the wear volume with the hardness of the sliding bodies, the applied normal load and the sliding distance. When Archard's wear approach is concerned, it should be highlighted that this linear wear model was firstly possessed by Holm [3], although it has been usually named as Archard's wear equation. Archard's wear equation represents a macroscopic model, since the microscopic effects like asperities deformations and materials tearing are not directly taken into account. This model was developed and based on experimental test and it states that [22]:

$$V = \frac{K F_N s}{H} \quad (1)$$

where V is the wear volume [m^3] concerning one of the surfaces, s is the sliding distance [m], K is the dimensionless generalized wear coefficient, F_N represents the normal contact force [N], and H is the material penetration hardness [N/m^2] of the surface which is wearing away. The generalized wear coefficient depends on the lubrication regime as shown in Tab.1. High values of such a coefficient correspond to unlubricated joints, whilst low values to hydrodynamic lubrication, Squeeze [23] film or elasto-hydrodynamic lubrication[24] (see Tab.1 and reference [25]).

In this work, the Archard's wear equation is used to estimate the generalized wear coefficient in order to define the lubrication regime that is established in the sliding contact between vanes and pressure ring. In particular the Archard's equation parameters (excluded K) have been calculated or experimentally measured: surface material hardness H was measured by hardness test, sliding distance s was determined by the knowledge of the rotor angular velocity and the test duration, F_N was obtained by an empirical model and wear volume V was measured with high resolution measuring machine. In this research, vane pumps of the PHV series were tested at output pressure of 230 bar, rotational speed of 1500 rpm for a duration of 40 h with pump supplied full flow of 50 l/min, by using commercial Shell Tellus ST46 as pumping oil. These conditions were very stressful for pump components, so it was possible to assess the vane and pressure ring wear within a short operational time. Furthermore, three different typologies of pressure ring were tested that

differ in the surface coating type: the first was made by using a 41CrAlMo7-10 nitriding steel. The nitriding steel pressure ring was subjected to an isothermal annealing to confer 3000HB (Brinnell Hardness); then a hardening and tempering treatment to give ultimate tensile strength of 1200÷1300N/mm²; lastly, a nitriding treatment to obtain 1100÷1200HV (Vickers Hardness). The second typology of pressure ring was made of TiN-coated steel, obtained through a physical vapour deposition, which places a thin coating (3µm thick) on the working area of the pressure ring; the hardness of this material is about 2300HV. The third typology used a DLC-coated steel; DLC (diamond-like carbon) coating is a structurally amorphous low friction carbon-hydrogen based film. This PA-CVD (Plasma Assisted Chemical Vapour deposition) is exceptionally dense (3 µm) and inert; moreover, this process enables the film a hardness of 1300HV. The material of the vane was the same for each test: the vanes were made by HS6-5-2C high speed steel, quenched and tempered to 63 HRC (Rockwell C Hardness).

In the following lines, the method used for the estimation of the physical parameters of Archard's equation is given.

Archard's parameters evaluation

The normal contact force (F_N) has been calculated by an empirical model [26]. This empirical model has been developed in order to predict the pressure evolution inside the pump by using an approach focused on industrial applications. It is based on data obtained with the experimental measurements and for this reason its application should be limited to pumps belonging to families used during the test campaign. The experimental pressure evolution analysis performed on measured data from 50 up to 250 bar shows that the pressure trend for holes and vane space, strongly depends on geometrical parameters (displacement, port plate design, see Fig.4a) and operational parameters (shaft velocity and working pressure). In more detail, pressure evolution curve (e.g for vane space, see Fig. 5) $p(\varphi)$ can be subdivided into four regions (see Fig.4b):

- Inlet region (I), characterized by the atmospheric pressure;
- Inlet-Outlet Transition region (I-O), where the pressure increases from inlet to outlet pressure;
- Outlet region (O), characterized by the outlet pressure;
- Outlet-Inlet transition region (O-I), where the pressure decreases from outlet pressure to inlet pressure.

Table 1. Generalized wear coefficient K as a function of the lubrication regime (see also reference [25]).

Type of lubrication	Range of wear coefficient K
Hydrodynamic	$<10^{-13}$
Squeeze film	$<10^{-13}$
Elasto-hydrodynamic	$10^{-9} \div 10^{-13}$
Boundary (commercial lubricant)	$10^{-6} \div 10^{-10}$
Solid film lubricant	10^{-6}
Dry bearing material	$10^{-2} \div 10^{-7}$
Unlubricated	$10^{-2} \div 10^{-4}$

For the pump being studied, the first region (from 140° to 256°, namely I) is characterized by a low contact normal force, since the inlet pressure acts on both surfaces (the vane tip and vane base). The second region (from 256° to 309°, namely I-O) has a high contact normal force; in this region the pressure rapidly change from the inlet to the outlet pressure, where the former acts on the tip vane, while the latter acts on the vane base. The third region (from 309° to 113°, namely O) has a lower value than the second region, since the outlet pressure acts on the tip and on the vane base. The last region (from 113° to 140°, namely O-I), being a transition between outlet and inlet pressure, has a higher contact normal force.

For the PHV series, several experimental pressure evolutions were analysed; they were obtained at different values of outlet pressure, shaft velocity, displacement, number of vanes and port plate geometry, both at the zero flow and full flow condition. By using all these experimental plots as a data base, the trend of the above-mentioned regions has been correlated to the operational and geometrical pumps parameters, enabling to synthesize the analytical equation of each region of the pressure evolution curve for holes and pumping chambers. The inlet region of the synthesized pressure curve has been always imposed to be equal to the atmospheric pressure as in the measured curves. The second region consists in a transition from the inlet to the outlet pressure, starting and ending in defined angular coordinates that mainly depend on the port place design. The peak at the end of this transition (Δp_{peak} , see Fig.5) is strongly influenced by the outlet pressure and the operational condition: the peak assumes larger amplitude in the full flow condition than in the zero flow condition. Furthermore, the higher the displacement is, the largest the peak amplitude becomes. Therefore, this region has been synthesized with a cubic transition from the inlet to the outlet pressure, where the starting and ending position (φ_2 and $\varphi_2 + \Delta\varphi$ respectively) are governed by the port plate design. The peak amplitude is influenced by the operational condition, outlet pressure and displacement, as in the experimental data. Transition region O-I has been synthesized at the same manner as the second region, since it depends on the same pump parameters. In the experimental pressure evolution plot, the outlet region presents the genuine ripple phenomenon around the outlet pressure. The amplitude of the ripple (Δp_{ripple}) has been correlated to the operational condition, displacement and outlet pressure. With the aim of detecting the periodicity of this ripple (T_{ripple}), an order tracking analysis has been performed in the third region leading to the spectrum of Fig.6, where the first order corresponds to the frequency equal to the shaft rotational frequency (the mean component has been neglected). As expected, the main order components occur in correspondence of the 11th, 22nd and 33rd harmonics, since the pump being studied has 11 vanes. Taking advantage of this analysis, the third region has been synthesized as a Fourier series, considering only such three high amplitude order harmonics (vane harmonics):

$$p(t) = p_{\text{outlet}} + \sum_{k=1}^3 a_k \cos(kN\omega t + \theta_k) \quad (2)$$

where the amplitude and phase of each term of the Fourier series (a_k , θ_k) have been correlated to a few pump parameters (operational condition, displacement, outlet pressure) while the periodicity depends on vane number N and on rotor angular speed ω ; moreover p_{outlet} is the mean value of the outlet pressure. In this sight, the pressure evolution for a complete shaft rotation can be analytically synthesized as a function of the main pump operational and geometrical parameters both for the vane spaces and for the holes. As a

summary, in the first column of Tab.2 are collected the parameters used for the pressure evolution synthesis and in the second column the relative physical pump parameters, while Fig.7 reports the pressure evolution for vane space and holes at the operational pressure of 230 bar for the pump being studied in the full flow condition. Once the algorithm for the estimation of the pressure evolution has been developed, it can be used for the estimation of the pressure evolution of new prototypes of pumps with different displacements, belonging to families similar to those used during test campaign.

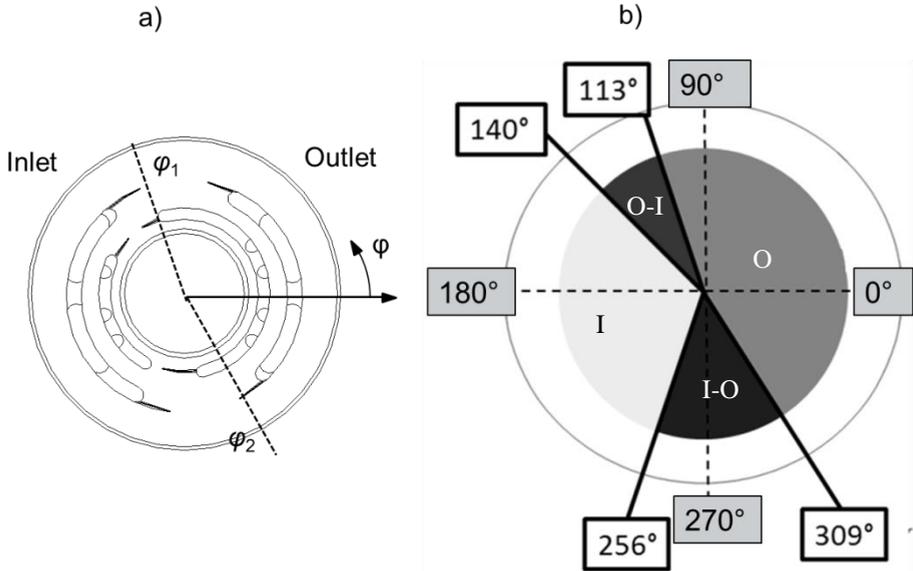


Figure 4. a) Empirical model parameters. b) Regions of the pressure ring considered for the estimation of the Archard's parameters.

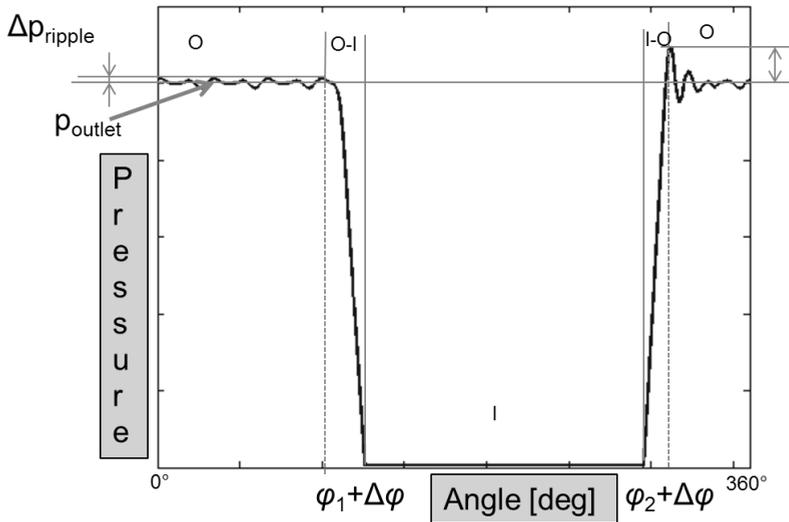


Figure 5. Empirical model: pressure evolution parameters.

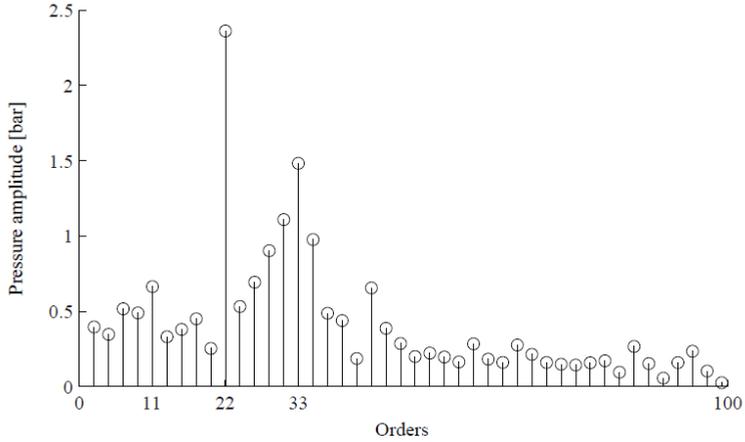


Figure 6. Experimental pressure ripple spectrum, computed from the pressure evolution of Fig.4 in the range from $(\varphi_2 + \Delta\varphi)$ to (φ_1) .

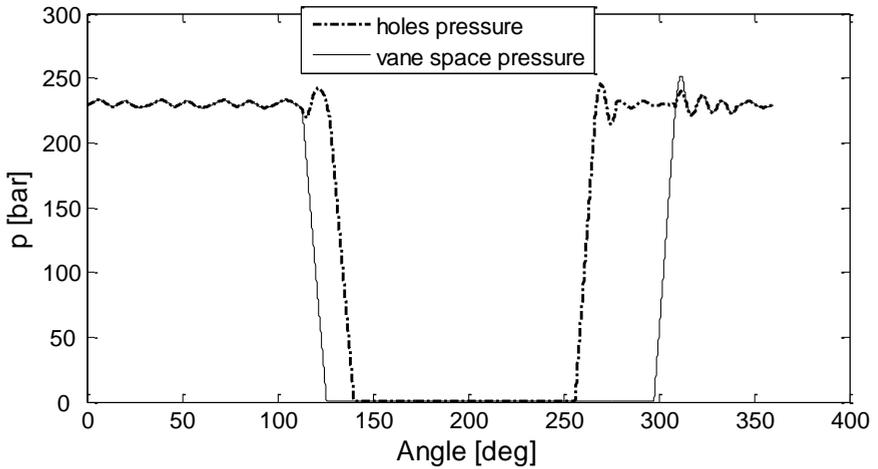


Figure 7. Pressure evolution in the full flow condition in a vane space (solid line) and in a hole (dash-dot line) obtained by the empirical model.

Table 2. Pressure evolution parameters and correlations to pump parameters.

Pressure evolution parameters	Pump parameters
$\Delta\varphi, \varphi_1, \varphi_2$	Port plate geometry
Δp_{peak}	Operational condition and pressure, displacement
Δp_{ripple}	Operational condition and pressure, displacement
T_{ripple}	Number of vanes

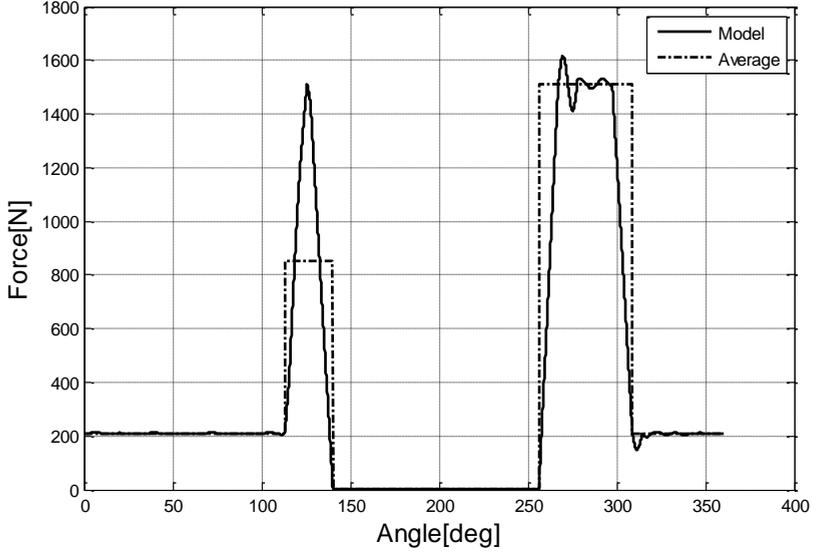


Figure 8. Normal contact force between pressure ring internal surface and vane computed by empirical model (solid line) and the simplified one (dash-dot line).

Taking advantage of the pressure evolution estimated above, the calculation of the normal contact force can be performed. The value of normal contact force (F_{N-C}) is obtained as the difference between the force due to the pressure in the hole (F_{V-B}) and the force due to the pressure acting on the tip of the vane (F_{V-T}); for this calculation the inertial force of the vane is negligible.

$$F_{N-C} = F_{V-B} - F_{V-T} \quad (3)$$

with

$$\begin{aligned} F_{V-B} &= p_H(\varphi)bw && \text{force acting on vane base} \\ F_{V-T} &= p_{V-S}(\varphi)(b-t)w && \text{force acting on vane tip} \end{aligned}$$

where: $p_H(\varphi)$ is the hole pressure acting on the vane base at angular reference φ ; $p_{V-S}(\varphi)$ is the pressure of the vane space acting on the vane tip, w and b and are width and thickness of the vane, respectively and t is the thickness of the vane tip (see Fig. 2). The estimated force evolution for a complete revolution of the pump (Fig.8) shows that the force is not constant and it varies in intensity during the rotation. However, for this research a simplification can be accepted: the average contact normal force for each of the four regions (Fig 4b) has been used, (see dash-dot line in Fig.8).The computed values are also shown in Tab.3.

The second parameter to be evaluated is the wear volumes of the four regions. Measurements were made by Mitutoyo LEGEX9106 coordinate measure machines, which has the maximum measurable volume of 1005×905×605mm, resolution of 0.01 μ m and maximum permissible error of length measured (MPE_E index) MPE_E=(0.48+L/1000) where L is the measured length in mm. The internal profile of each pressure ring has been

measured before and after the pump operational test described in Section 3; then the average value of wear volume for each region (inlet, inlet-outlet transition, outlet and outlet-inlet transition) has been calculated. In order to increase the robustness of the results, for each type of pressure ring (41CrAlMo7-10 nitriding, TiN, DLC), two specimens were tested and for each specimen wear measurements were evaluated on three sections of the pressure ring internal profile, namely L1, L2 and L3; L1 section was positioned at a quarter of the pressure ring length (8mm), the L2 section in the middle (15mm) and the last section (L3) at three quarters of the pressure ring length (22mm). Then, average values between the sections and between the specimens belonging to the same pressure ring typology were considered.

Table 4 shows the average wear volume for each typology of pressure ring in the four circumferential regions, while Fig.9 Fig.10 and Fig.11 show the wear profile comparison (where r is the internal radius of the measured profile) before and after the pump operational test, for the three different pressure rings being studied.

Measurement uncertainties about wear volumes have been accounted. The wear volume values concerning the Inlet and Outlet-Inlet regions are similar to the measurement uncertainties, computed by the MPE_E index and considering the error propagation. On the one hand, in the Inlet region the contact force has low intensity leading to small wear volume values; on the other hand, in the Outlet-Inlet region, high contact forces acts but for a short sliding length leading to small wear volume values with the same order magnitude of measured uncertainty. Eventually, the measurement uncertainty analysis provides reliable and robust results for the Inlet-Outlet and Outlet regions, where high wear volume occurs.

Table 3. Average contact forces between pressure ring internal surface and the vane and sliding distance in the different regions.

Region	Average Contact Force	Sliding distance
Transition Inlet-Outlet	1511 N	1365 km
Outlet	207 N	4241 km
Transition Outlet-Inlet	853 N	704 km
Inlet	3 N	3019 km

Table 4. Average values concerning wear volume.

Region \ Material	Nitriding steel (0.4÷0.6mm)	TiN coated (3µm)	DLC coated (3µm)
Transition Inlet-Outlet	$1.140 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$	$1.109 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$	$2.5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$
Outlet	$5.195 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$	$2.661 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$	$4.398 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$
Transition Outlet -Inlet	$1.474 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$	$1.956 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$	$4.481 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$
Inlet	$2.651 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$	$8.219 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$	$8.86 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$

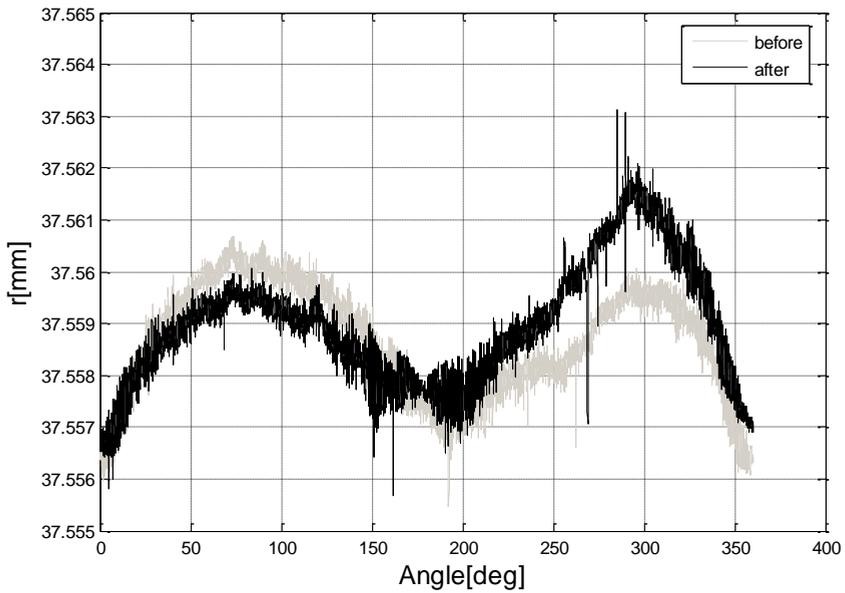


Figure 9. Internal profile of the steel nitriding pressure ring in reference section L1 before and after the pump operational test.

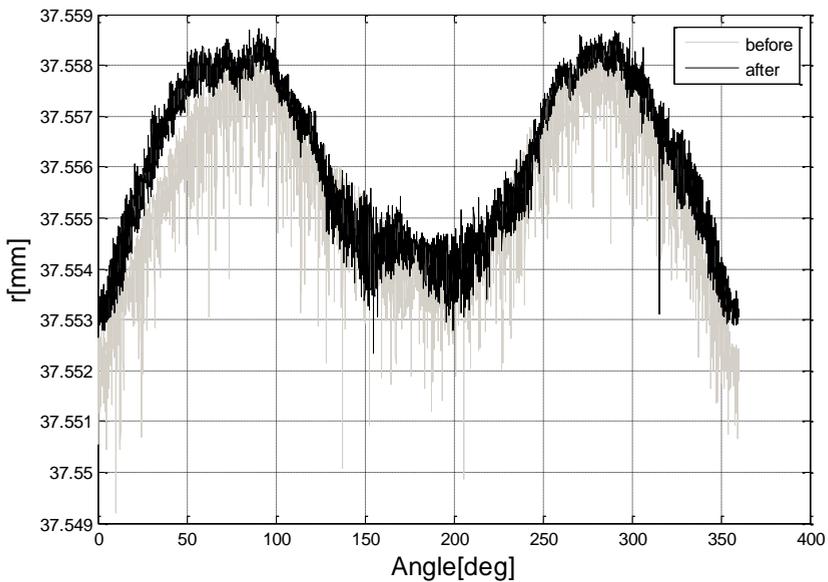


Figure 10. Profile comparison for TiN coated pressure ring in section L2 before and after the pump operational test.

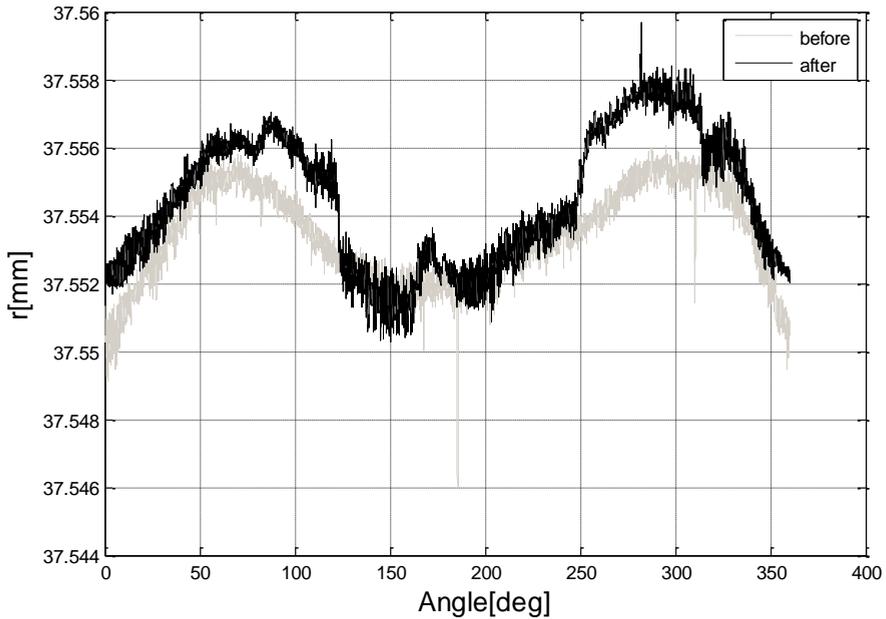


Figure 11. Profile comparison for DLC coated pressure ring in section L3 before and after the pump operational test.

The sliding distance was obtained for each region by the subdivision of the sliding circumference. The total sliding distance (s_{total}) is obtained by multiplying the value of sliding velocity ($v_{sliding}$) for the test duration of 40 h (t_{test}) and the number of vanes (n_{vanes}):

$$s_{total} = v_{sliding} n_{vanes} t_{test} = 0,00589 \cdot 11 \cdot (40 \cdot 3600) \cong 9326 km \quad (4)$$

It has to be specified that pump operational tests have been made in full flow condition with a maximum eccentricity between pressure ring and rotor, so in this case the sliding velocity is different during rotation. However, because of the low value of eccentricity between pressure ring and rotor axis, equal to 4mm, the assumption of constant sliding velocity is acceptable. The considered value of sliding average velocity is 5.89 m/s ($v_{sliding}$), which is the sliding velocity in zero flow condition without eccentricity. The sliding distance for each region is calculated and collected in Tab.3. The sliding distance of the Inlet region is 30.37% of total distance, for Inlet-Outlet Transition it is 14.64%, for the Outlet region it is 45.48% and for the Outlet-Inlet Transition region it is 7.51%.

Finally Vickers hardness tests have been used in order to measure the hardness of the internal profile of the three typologies of pressure ring being tested. The results are collected in Tab.5.

4. RESULTS

The values of the wear coefficients have been calculated using the above data. The results are shown in Tab.6, where the lubrication regime for each value is reported, as well. A few

comments can be drawn. The pressure ring with DLC coating has the higher values of wear coefficient for each region of sliding circumference leading to a boundary lubrication regime. The 41AlCrMo7-10 steel pressure ring has the lower wear coefficient; furthermore, in the Inlet-Outlet region the wear coefficients assume values correlated to elasto-hydrodynamic lubrication (EHD) and boundary lubrication. In the Inlet-Outlet region, with the TiN-coated pressure ring, the elasto-hydrodynamic lubrication regime does not establish; this evidence can be justified by the high hardness of the surface, which admits lower deformation than the other coating treatments.

The wear coefficient for the vane related to each particular pressure ring has been computed in order to assess the lubrication regime calculated above. The methodology used is the same described in Section 3. In particular, the wear volume has been experimentally obtained starting from the wear profile measurement on the vane by the Mitutoyo LEGEX 9106 coordinate measure machine. The material hardness has been obtained by Vickers hardness tests. The product $F_N s$, which appears in Archard's equations (Eqn.1) has been calculated as follows:

$$F_N s = F_{Inlet} s_{Inlet} + F_{Inl-Out} s_{Inl-Out} + F_{Outlet} s_{Outlet} + F_{Out-Inl} s_{Out-Inl} \quad (5)$$

where the total distance (s) has been subdivided into the four regions of sliding circumference: s_{Inlet} is the sliding distance of the inlet region, $s_{Inl-Out}$ is sliding distance in the Inlet-Outlet region and s_{Outlet} , $s_{Out-Inl}$ are the sliding distances of the Outlet and Inlet-Outlet region, respectively. Thus, each distance referring to a region was multiplied by the relative average normal contact force acting in each region: F_{Inlet} in the Inlet region, $F_{Inl-Out}$ in the Inlet-Outlet region and F_{Outlet} , $F_{Out-Inl}$ in the Outlet and Outlet-Inlet region, respectively. The wear coefficient of the vane concerning each of the three typologies of pressure ring being tested are collected in Tab.7. Furthermore, Tab.7 collects the average values of the wear coefficient for the pressure ring obtained by averaging the wear coefficient referring to each circumferential region. The wear coefficient concerning the vane indicates that the lubrication regime in the steel nitriding pressure ring is intermediate between boundary lubrication and elasto-hydrodynamic lubrication. For the other two typologies, the lubrication regime nears the boundary lubrication. This results concerning the vane are in agreement with the results concerning the pressure ring.

5. APPLICATION OF EHD MODELS

Two analytical models based on elasto-hydrodynamic lubrication (EHD) have been used in order to estimate the minimum lubricant film thickness (h_0) established between the vane and the pressure ring in operational conditions.

Table 5. Hardness concerning the different material types being studied.

Material	Hardness
Steel nitriding pressure ring	$1.1 \div 1.2 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
TiN coated pressure ring	$2.3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
DLC coated pressure ring	$1.3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
High speed steel vane	$7.38 \div 8.4 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Table 6. Generalized wear coefficients K for pressure ring internal surfaces

Region \ Material	Nitriding steel (0.4÷0.6mm)	TiN coated (3µm)	DLC coated (3µm)
Transition Inlet-Outlet	$6.62 \cdot 10^{-9}$ (Boundary-EHL)	$1.25 \cdot 10^{-8}$ (Boundary)	$2.28 \cdot 10^{-8}$ (Boundary)
Outlet	$7.08 \cdot 10^{-9}$ (Boundary-EHL)	$6.93 \cdot 10^{-8}$ (Boundary)	$1.15 \cdot 10^{-7}$ (Boundary)
Transition Outlet -Inlet	$3.38 \cdot 10^{-9}$ (Boundary-EHL)	$7.54 \cdot 10^{-9}$ (Boundary-EHL)	$1.97 \cdot 10^{-8}$ (Boundary)
Inlet	$3.51 \cdot 10^{-7}$ (Boundary)	$1.77 \cdot 10^{-6}$ (Boundary)	$2.25 \cdot 10^{-6}$ (Boundary)

Table 7. Average of generalized wear coefficients K for the pressure ring internal surfaces and vanes

Pressure ring material	Average K of pressure ring	Average K of vane
Nitriding steel	$7.15 \cdot 10^{-9}$	$5.76 \cdot 10^{-9}$
TiN coated pressure ring	$3.10 \cdot 10^{-8}$	$1.39 \cdot 10^{-7}$
DLC coated pressure ring	$2.94 \cdot 10^{-8}$	$9.65 \cdot 10^{-9}$

The minimum film thickness together with the roughness of the surfaces in contact (R_{a1} and R_{a2}) was used for the estimation of λ parameter [27]:

$$\lambda = \frac{h_0}{\sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2}} \quad (6)$$

In the literature, λ parameter is correlated to the typology of EHD lubrication. In particular, λ values lower than 1 indicate direct contact between surface asperities, so surface smearing or deformation accompanied by wear may occur. This is the typical situation of boundary lubrication. Values of λ between 1 and 3 indicate that a lubricating film separates the surfaces, but some contacts between the surface asperities are allowed. This type of lubrication is considered in the literature as mixed or partial EHD lubrication. Finally when λ values overtake 3, full separation of the surfaces by EHD film can be expected. The roughness of two surfaces has been measured: the roughness of the tip vane is 0.0001 mm and 0.00011 mm for the inner surface of the pressure ring.

Firstly, the minimum film thickness is obtained by the model proposed by Hamrock and Dowson [28,29]. This model is widely used for the extended applicability to multiple cases. The formulae derived by Hamrock and Dowson can be applied to several kinds of contact, such as punctual, linear or elliptical. The Hamrock-Dowson's relations can be applied for many different material combinations and till a maximum pressure of 4 GPa. The Hamrock-Dowson model resumes the simplified Grubin's model [30] which defines the film geometry and pressure distribution under the hypotheses of one-dimensional lubrication (the pressure gradient depends on a single coordinate), cylindrical surface contact with body of the same material, parallelism between surfaces in the elastically deformed region (where the film thickness is constant) and Hertzian pressure distribution in the elastically deformed region. Furthermore, the Hamrock-Dowson model subdivides the elasto-viscous region into two zones: the first zone, where the film has a constant thickness

and the surfaces are parallel; the second zone, near the outlet, where a meatus of fluid converging-diverging with the resulting peak pressure. The film lubricant pressure increases in the constant film thickness region till the peak, then decreases in the outlet region to the ambient pressure. The negative pressure gradient causes a reduction of the oil viscosity that follows the exponential Barus law; these phenomena cause the reduction of the film thickness (to guarantee the mass continuity equation) and of the peak pressure in the outlet region:

$$\mu_p = \mu_0 e^{\alpha p} \quad (7)$$

where μ_p is the lubricant viscosity at pressure p and operational temperature, μ_0 is the viscosity at atmospheric pressure and operational temperature and α is the pressure-viscosity coefficient. The value of α was taken 0.6, while μ_0 was taken equal to 0.02037 Pa·s, accordingly with oil datasheet, considering an operational temperature of 60°C.

The numerically derived formula for the minimum film thickness has the following form:

$$\frac{h_0}{R'} = 3.63 \left(\frac{u\mu_0}{E'R'} \right)^{0.68} (\alpha E')^{0.49} \left(\frac{P}{E'R'^2} \right)^{-0.073} (1 - 0.61e^{-0.68k}) \quad (8)$$

where h_0 is the minimum film thickness [m], $u = u_A + u_B$ (the subscripts A and B refer to the velocities of vane and pressure ring, respectively), μ_0 is the viscosity at the atmospheric pressure of the lubricant [Pa·s], E' is the reduced Young's modulus [Pa], R' is the reduced radius of curvature [m], α is the pressure-viscosity coefficient [m²/N], P is the contact load [N], k is the ellipticity parameter defined as $k = a/b$, where a is the semi-axis of the contact ellipse in the transverse direction [m] and b is the semi-axis in the direction of motion [m]. Parameters E' , R' and k are related to the Hertzian contact depending on the contact geometry. In our case, the geometry can be compared to the contact between two parallel cylinders (Fig.12); hence Hertzian contact parameters E' , R' assume the following form:

$$R' = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B} \quad (9)$$

$$E' = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \nu_A^2}{E_A} + \frac{1 - \nu_B^2}{E_B} \right) \right]^{-1} \quad (10)$$

where ν_A is Poisson's ratio of the vane material, ν_B is Poisson's ratio of the pressure ring material, E_A and E_B are the Young's modulus of vane material and pressure ring [Pa] respectively, k for this kind of contact is infinite. Therefore, the three non-dimensional groups of Eqn.9 become:

- Non-dimensional speed parameter $U = \left(\frac{u\mu_0}{E'R'} \right) \cong 2.60 \cdot 10^{-11}$
- Non-dimensional materials parameter $G = (\alpha E') \cong 3896$

- Non-dimensional load parameter $W = \left(\frac{P}{E' R'^2} \right) \cong 6.71 \cdot 10^{-5}$

The variation of the non-dimensional parameters causes variation of the EHD film thickness and pressures, as demonstrated in [23, 24, 28, 29]. In particular, load parameter W is subjected to a variation of three orders of magnitude from the Inlet-Outlet transition region to the Inlet region, leading to a strong effect on film thickness; the effect of the load parameter on film pressure distribution and on film thickness is effective and in agreement with the Hertzian pressure distribution. The increase of the load parameter does not influence the peak amplitude. The increase of the contact force causes an increase of the film thickness between the inlet and outlet of the meatus, but it is evident that the minimum film thickness does not decline significantly with increased load. These remarks have led to compute the minimum film thickness only in the maximum loaded regions, which are the transition regions between Inlet and Outlet and between Outlet and Inlet.

A second EHD lubrication model, the well known line contact model [30], has been used in order to estimate the minimum film thickness. The line contact formula uses a similar expression for the estimation of the minimum film thickness with respect to the Hamrock and Dowson model. The main differences consist in the definition of the non-dimensional load parameter and in the value of the coefficients of the exponents. This model considers load parameters W and the minimum film thickness as follows:

$$\frac{h_0}{R'} = 1.93 \cdot (U)^{0.69} (G)^{0.56} (W^*)^{-0.1} \quad (11)$$

with

$$W^* = \frac{P}{E' R' 2l} \quad (12)$$

where $2l$ is the contact length (see Fig.11).

Figure 13 shows the influence of oil temperature T and tip vane radius R_A on the minimum film thickness h_0 for the Hamrock-Dowson and line contact model; the response surfaces of the figure have essentially the same trend and inform of the relevance of the oil temperature, with respect to the minimum film thickness, in particular at higher values of tip vane radius. Maintaining constant the vane tip radius, the minimum film thickness increases if the oil temperature decreases.

The values of U , W and G parameters were included in the typical range of the Hamrock and Dowson model, leading to obtain parameter λ equal to 1.75. This means that a lubrication condition between elasto-hydrodynamic and boundary is stabled as confirmed by results reported by the methodology described in Sections 3 and 4. Eventually, the λ value computed by the line contact method is 1.88. It has to be underlined that a constant oil temperature of 60°C, equal to the oil drainage temperature, has been used for calculation of λ .

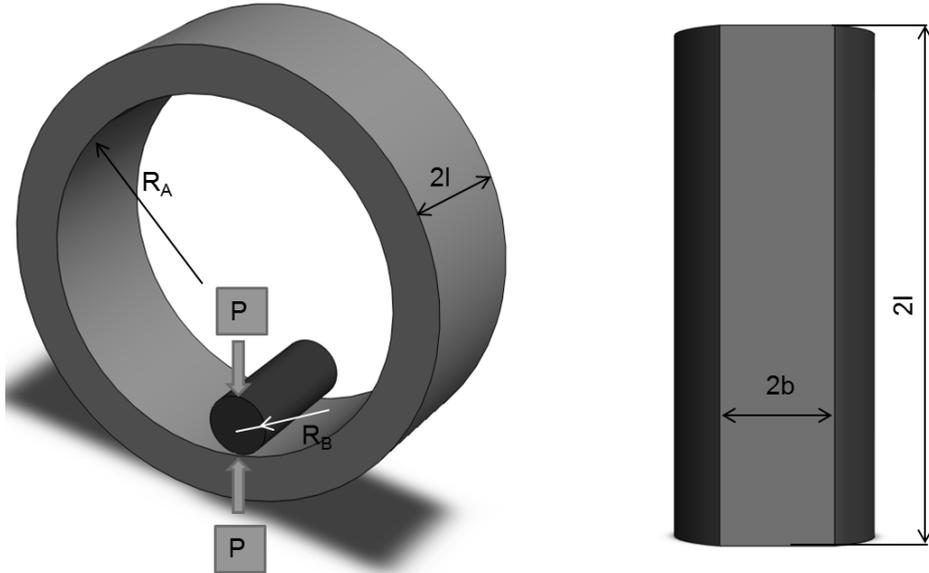


Figure 12. Schematic of the contact model between two cylindrical surfaces (concave and convex).

6. CONCLUDING REMARKS

This paper addresses an industrial research carried out in co-operation with *BERARMA s.r.l.* about their *PHV* series variable displacement vane pumps. A combined numerical-experimental method has been used in order to identify the lubrication regime which supports the contact between vane and pressure ring. The method is based on Archard's wear model. It uses experimental data obtained through a test campaign, and empirical models for the estimation of the pressure evolution in high-pressure variable displacement pumps. The results of the combined numerical-experimental method were then compared with the outcomes obtained from EHD lubrication models in order to evaluate the film thickness and the lubrication regime. The most important concluding remarks are given below:

- The best performance in terms of wear and friction is given by the 41CrMo7-10 steel pressure ring, which allows the establishment of the partial elasto-hydrodynamic lubrication in the high load region (Inlet Outlet).

- Coated pressure rings (TiN, DLC) guarantee a low friction in dry condition but, in the vane-pressure ring joint, they have shown higher wear volume than the 41CrMo7-10 steel, due to the different lubrication regime. The higher hardness of the coated pressure rings caused a wide wear volume on the vanes not acceptable for costumers. The coated pressure rings suffer a greater wear due to the establishment of boundary lubrication.

- The results experienced for the TiN coating pressure ring may be due to the high hardness of the coating and the high roughness of the surface.

- The results experienced for the DLC coating pressure ring may be due to the high percentage of graphite and the low cohesion between coating and base material.

- The two EHD models used in this research give similar results: a lubrication condition between elasto-hydrodynamic and boundary is established in the sliding contact

between vanes and pressure ring, in agreement with the results of the combined numerical-experimental method.

Although these quantitative results concern a particular vane pump, the proposed methodology about the estimation of the lubrication regime in sliding contact has a general meaning from the qualitative point of view: it can be applied to a large variety of vane pumps and gives useful guidelines for similar applications.

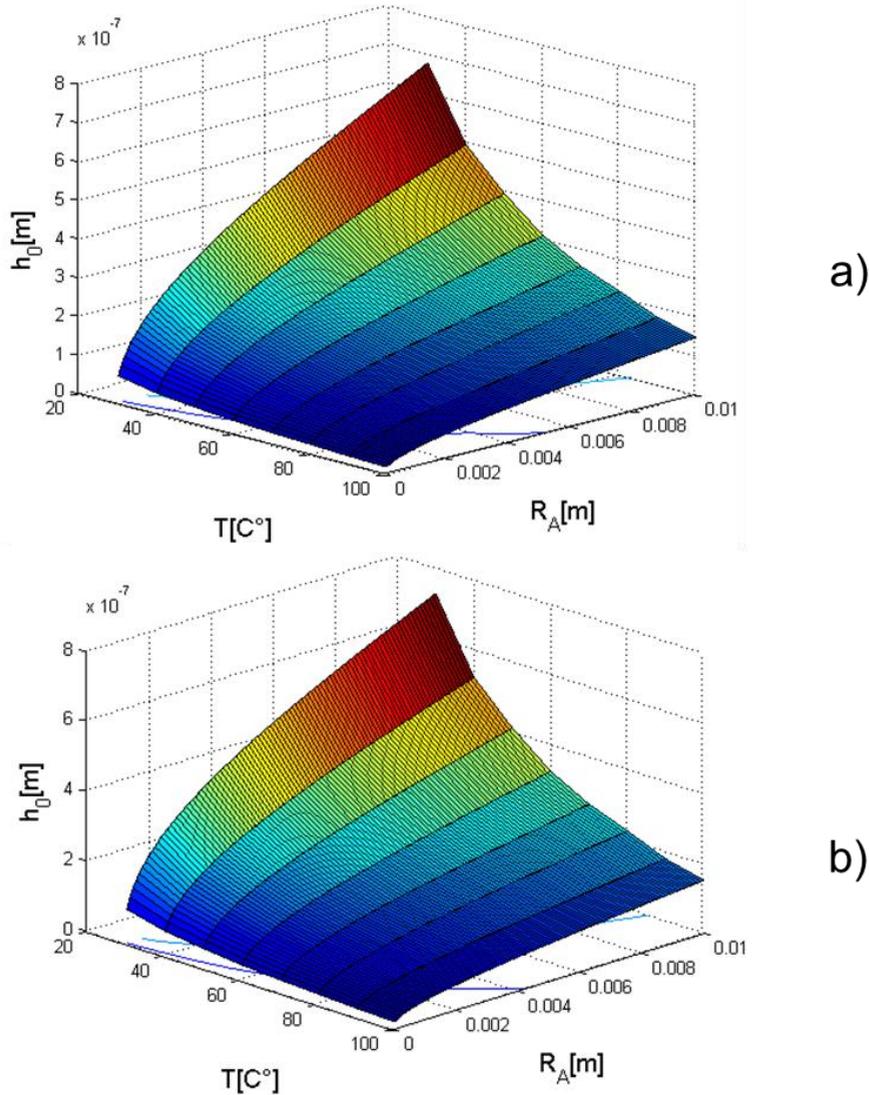


Figure 13. Response surface concerning lubricant temperature, minimum film thickness and vane radius for a) Hamrock-Dowson mode and b) Line contact model

Acknowledgements

This work has been developed within the Advanced Mechanics Laboratory (MechLav) of Ferrara Technopole, realized through the contribution of Regione Emilia-Romagna - Assessorato Attività Produttive, Sviluppo Economico, Piano telematico – *POR-FESR 2007-2013, Attività I.1.1*. The authors wish to thank Berarma s.r.l. for active co-operation during the course of this research.

REFERENCES

- [1] Meng, H.C., Ludema, K.C., 1995. "Wear models and predictive equations: their form and content" *Wear* Vol. **181-183**, pp. 443–457.
- [2] Toon, W. 1937. *Z. Metallkunde* Vol. **29**, pp. 196–198.
- [3] Holm, R. 1946. "Electrical contacts" *Electrical contact handbook* Gerbers, H., Stockholm.
- [4] Kruschov, M.M., Babichev, M.A., 1941. "Friction and Wear in Machinery". pp. 89-96.
- [5] Kragelsky, I.V., Nepomnyaschy, E.F., Kharach, G.M., 1967. "The fatigue mechanism and a short methodology for the analytical evaluation of wear" Academy of Sciences Press U.S.S.R., Moscow.
- [6] Barwell, F.T., 1958. "Wear of metals" *Wear* Vol. **1**, pp. 317–322.
- [7] Rhee, S.K., 1970 "Wear equation for polymers sliding against metal surfaces" *Wear* Vol. **16**, pp. 431-445.
- [8] Archard, J.F., 1953. "Contact and rubbing of flat surfaces". *Journal of Applied Physics*, Vol. **24**, pp. 981–988.
- [9] Gellrich, R., Kunz, A., Beckmann, G., Broszeit, E., 1995. "Theoretical and practical aspects of the wear of the vane pumps Part A. Adaptation of model for predictive wear calculation". *Wear* 181-183, pp. 862–867.
- [10] Kunz, A., Gellrich, R., Beckmann, G., Broszeit, E., 1995. "Theoretical and practical aspects of the wear of the vane pumps Part B. Analysis of wear behaviour in the Vickers vane pump test". *Wear* 181-183, pp. 868–875.
- [11] Suh, N.P., 1973. "The delamination theory of wear" *Wear* Vol. **25**, pp. 111-124.
- [12] Hornbogen, E., 1975 "The role of fracture toughness in the wear of metals" *Wear* Vol. **33**, pp. 251-259.
- [13] Challen, J.M., Oxley P.L.B., 1979. "An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformation models" *Wear* Vol. **53**, pp. 229-243.
- [14] Evans, A.G., Marshall, D.B., 1981. "Fundamentals of friction and wear of materials" Rigney, D.A., American Society for metals pp. 439.
- [15] Flodin, A., Andersson, S., 1997. "Simulation of mild wear in spur gears" *Wear* Vol. **207**, pp. 16-23.
- [16] Young, A., Bair, S., 2010. "Experimental investigation of friction in entrapped elastohydrodynamic contacts" *Tribology International*, Vol. **43**, pp. 1615–1619.
- [17] Jobault, I., Molimard, J., Lubrecht, A.A., Mansot, J.L., Vergne, P., 2003. "In situ pressure and film thickness measurements in rolling/sliding lubricated point contacts" *Tribology Letters*, Vol. **15**, pp. 421–429.

- [18] Luo, J., Wen, S., Huang, P., 1995. "Thin film lubrication Part I: Study on the transition between EHL and thin film lubrication using a relative optical interference intensity technique" *Wear* Vol. **194**, pp. 107-115.
- [19] Chaomleffel, J.P., Dalmaz, G., Vergne, P., 2007. "Experimental results and analytical film thickness predictions in EHD rolling point contacts" *Tribology International* Vol. **40**, pp. 1543-1552.
- [20] Jisheng, E., Gawne, D.T., 1997. "Influence of lubrication regime on the sliding wear behaviour of an alloy steel" *Wear* Vol. **211**, pp. 1-8.
- [21] Pylios, T., Shepherd, D.E.T., 2004. "Prediction of lubrication regimes in wrist implants with spherical bearing surfaces" *Journal of Biomechanics* Vol. **37**, pp. 405-411.
- [22] ASME, 1981, "Wear Control Handbook", M. Peterson (Editor), W. Winer (Editor).
- [23] Stachowiak, G.W., Batchelor, S.W., 2005. "Engineering Tribology" Elsevier Butterworth-Heinemann.
- [24] Gohar, R., 2001 "Elastohydrodynamics" Imperial College Press.
- [25] Dunaevsky, V., 1997. "Tribology data handbook" Booser, I., Richard, E., Chap. 43, pp. 455-461.
- [26] Cavallari, M., Montanari, A., Mucchi, E., Dalpiaz, G., 2011. "Analysis of the evolution of the pressure forces in variable displacements vane pumps using different approaches", *Proceedings of quarta giornata di studio Ettore Funaioli*, July 16-2010, Bologna.
- [27] Tellian, T.E., 1967. "On competing failure modes in rolling contact", *ASLE transaction*, Vol. **10**, pp. 418-439.
- [28] Hamrock, B.J., Dowson, D., 1977. "Isothermal and elastohydrodynamic lubrication of Point Contacts", *Journal of lubrication Technology*, Vol. **99**, pp. 264-276.
- [29] Hamrock, B.J., Dowson, D., 1981 "Ball bearing lubrication: the elastohydrodynamics of elliptical contacts" John Wiley & Sons
- [30] Grubin, A.N., 1949 "Fundamentals of the Hydrodynamic Theory of lubrication of Heavily Cylindrical Surfaces" Ketova, K. F., ed.

DETERMINAZIONE NUMERICA DELLA FORZA RADIALE ESERCITATA DA ANELLI DI TENUTA IN ELASTOMERO

Edzeario Prati
*Dipartimento di Ingegneria Industriale,
Università di Parma
E-mail: prati@ied.unipr.it*

Alessandro Tasora
*Dipartimento di Ingegneria Industriale,
Università di Parma
E-mail: tasora@ied.unipr.it*

Tito Marin
*Dipartimento di Ingegneria Industriale,
Università di Parma
E-mail: marin@ied.unipr.it*

Sommario. *Si presentano i risultati di simulazioni agli elementi finiti relative a tenute radiali a labbro in elastomero. L'obiettivo consiste nel valutare le forze in gioco nel contatto albero-tenuta, in caso statico, per diversi valori dell'interferenza di montaggio e dell'eccentricità dell'albero rispetto alla tenuta. Si discutono le implicazioni dei risultati e l'utilità di prove sperimentali mirate a misurare tali forze.*

Parole chiave: *tenute radiali, contatto, elementi finiti*

1. INTRODUZIONE

Le tenute a labbro sono un dispositivo ampiamente utilizzato nell'industria in presenza di alberi rotanti. Esistono molteplici varianti di tenute che si differenziano per la geometria, il materiale e il campo di applicazione. Il principio di funzionamento però è sostanzialmente uno e si basa sull'azione di compressione esercitata sulla superficie dell'albero dallo spigolo del labbro [1, 2]. Tale azione mantiene in contatto la tenuta sull'albero e crea le condizioni per cui il lubrificante non fuoriesca dal lato olio e, al contempo, non vi entrino le impurità eventualmente presenti nel lato aria. Alla buona riuscita di questi obiettivi, sia in caso di albero perfettamente centrato sia in caso di eventuale eccentricità statica o dinamica, contribuiscono la particolare geometria della tenuta (labbro a sbalzo, angoli della parte a contatto) la presenza della molla, della lamina metallica di rinforzo, di eventuali altri speciali accorgimenti e infine il materiale impiegato. Quest'ultimo è in genere di tipo elastomerico e avente un comportamento viscoelastico.

L'indagine sperimentale rappresenta un prezioso strumento per valutare le prestazioni delle tenute in termini di affidabilità, durata, coppia resistente, condizioni di temperatura e velocità di funzionamento, risposta in presenza di eccentricità. Ad esempio lo studio della coppia di spunto al variare della pressione nel lato olio è stato affrontato in [3], mentre in [4] nel caso di tenuta a labbro con disco di supporto.

Quando l'attenzione si focalizza sulla lubrificazione all'interfaccia tra l'estremità del labbro e la superficie dell'albero, è fondamentale conoscere la distribuzione di pressione che si determina nel contatto. Tale pressione, infatti, rappresenta una delle condizioni al contorno per analisi numeriche del meato.

L'effettiva distribuzione della pressione, sia nella direzione circonferenziale che in quella assiale, è difficile da ottenere sperimentalmente, così come non è agevole neppure misurare la sua risultante su tutta la superficie di contatto. Distribuzione di pressione e forza risultante variano poi in funzione delle condizioni di utilizzo (velocità, temperatura, pressione dell'olio, eventuale eccentricità, stato di usura del labbro, ecc.).

Con simulazioni agli elementi finiti (FEM) si può però calcolare tale distribuzione di pressione e la sua risultante per determinate condizioni. Nel presente lavoro si affronta questo problema per una specifica guarnizione a labbro per alberi rotanti (dimensioni: 70x110x12 mm, materiale: gomma nitrilica NBR), inoltre si valuta il legame tra la risultante delle pressioni di contatto e la forza necessaria a imporre una determinata eccentricità statica.

2. FORZE NEL CONTATTO ALBERO-TENUTA

La rappresentazione 3D del sistema albero-tenuta è mostrato in Fig.1a. E' stato anticipato nell'introduzione il concetto di risultante delle pressioni di contatto p all'interfaccia albero-tenuta; se ne fornisce ora la definizione formale. Dato un campo di pressione di contatto p tra labbro e albero, in generale funzione della posizione assiale z e della posizione angolare α , la forza risultante F_p sull'area di contatto A_c è data da:

$$F_p = \int_{A_c} p(z, \alpha) dA. \quad (1)$$

Questa forza F_p è originata quindi dall'interazione tra l'albero e la tenuta ed è sempre maggiore di zero allorchè vi sia contatto (la pressione p è infatti sempre positiva dove esiste). Si sottolinea che la F_p è uno scalare con le dimensioni di una forza (se la superficie di contatto fosse sviluppata in un piano F_p avrebbe come direzione la normale al piano e come verso quello delle pressioni p). Inoltre in F_p non vi è direttamente il contributo delle componenti tangenziali della tensione di contatto, l'effetto dell'attrito all'interfaccia influenza però la distribuzione di p . La dipendenza da z è dovuta al fatto che la distribuzione della pressione non è uniforme ma presenta un picco, il quale, per avere un funzionamento corretto della tenuta, è solitamente spostato verso il lato olio. La dipendenza dalla posizione angolare α si manifesta quando l'albero è in posizione eccentrica rispetto alla tenuta. Dati F_p e A_c si può inoltre definire una pressione media di contatto $p_m = F_p/A_c$.

Con F_r si indica il modulo della forza radiale a cui corrisponde uno spostamento radiale u_r , a partire dalla condizione di albero centrato nella tenuta. Questa forza, con una retta di azione e una direzione ben definite, è data dalla somma vettoriale delle forze di contatto (escludendo le componenti assiali). Infine la F_r , a differenza della F_p , contiene direttamente gli effetti della tensione tangenziale all'interfaccia albero-tenuta, come evidente nei risultati

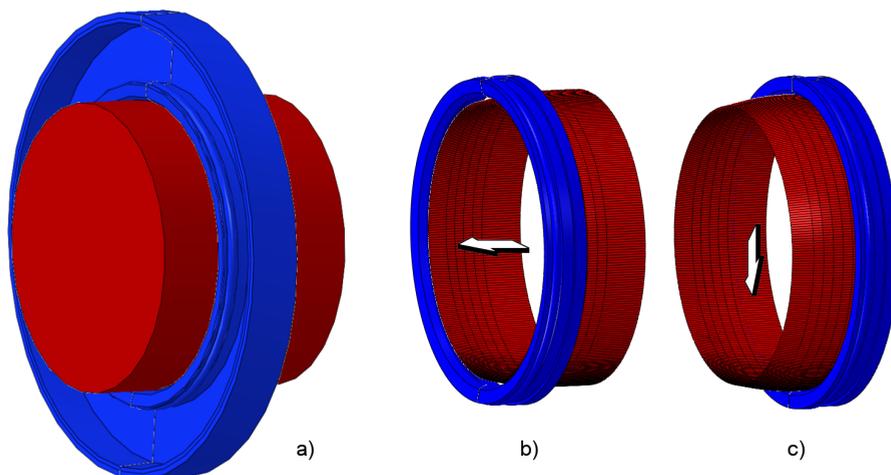


Figura 1: a) Rappresentazione 3D del sistema completo albero-tenuta dopo il montaggio con interferenza. Geometria semplificata impiegata nelle simulazioni FEM: b) fase di montaggio, c) fase di spostamento radiale dell'albero.

numerici presentati in [5]. Lo spostamento radiale u_r è, un'eccentricità statica dell'albero rispetto alla tenuta.

È evidente che F_r e F_p sono scalari tra loro diversi. La forza F_r è presente solo quando l'albero si sposta dalla posizione centrata, mentre la forza F_p è maggiore di 0 anche per eccentricità statica nulla e deriva dall'interferenza creatasi nell'installazione della tenuta. Il legame $F_r(u_r)$ è misurabile sperimentalmente in modo semplice mentre quello $F_p(u_r)$ non lo è. Tramite simulazioni numeriche si possono ricavare sia F_p che F_r per diversi valori di u_r e ciò è affrontato nel proseguio del lavoro.

3. SIMULAZIONI FEM

L'analisi numerica svolta si basa sull'impiego del metodo degli elementi finiti e del codice commerciale Abaqus. Il sistema albero-tenuta è stato modellato in 3D applicando una serie di semplificazioni e assunzioni. La metodologia di analisi è sostanzialmente quella riportata in [5] dove, oltre al confronto tra risultati sperimentali e numerici si è anche svolta l'analisi dell'influenza di alcuni dei parametri del modello FEM (caratteristiche materiale e attrito), qui si ricordano solo i punti principali. La geometria della tenuta è stata semplificata rimuovendo la parte a contatto con la sede (Fig.1b-c) e sostituendola con vincoli tipo incastro. La forma della sezione è invece fedele a quella effettiva ad eccezione dell'estremità del labbro a contatto con l'albero, la quale è stata schematizzata con un raccordo avente raggio 0.1 mm. In questo modo si riduce il carico computazione senza discostarsi eccessivamente dalla condizione reale. Gli elementi utilizzati sono brick a 8 nodi, il modello di materiale per la tenuta è iperelastico di tipo Mooney-Rivlin con parametri ricavati da [6] per NBR. La molla è modellata con elementi shell e usando un materiale elastico fittizio tale per cui la rigidezza in direzione circonferenziale è pari a quella reale. L'albero, che ha rigidezza ben maggiore della tenuta, è schematizzato con una superficie rigida indeformabile, come evidente in Fig.1b-c.

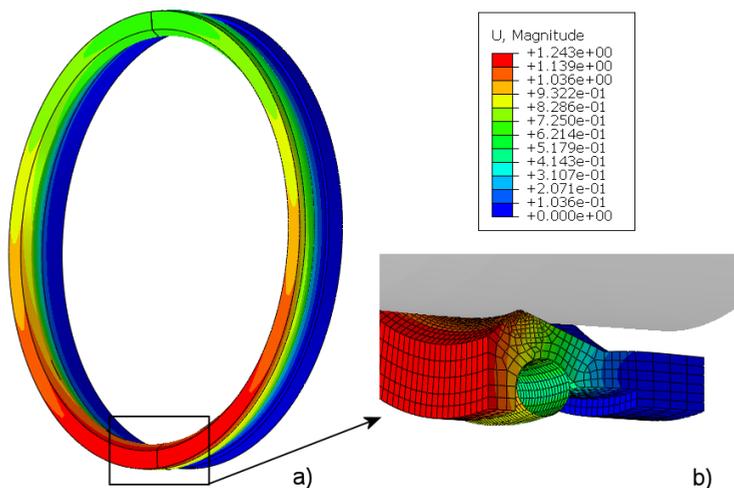


Figura 2: Esempio di risultati dalle simulazione FEM per il caso $I=0.75$ mm: a) mappa degli spostamenti a seguito di uno spostamento verticale verso il basso dell'albero pari a $u_r=0.2$ mm; c) dettaglio della mesh nei pressi dell'apice del labbro.

Il contatto albero-tenuta è di tipo coulombiano con coefficiente di attrito f costante pari a 0.15. Il valore non irrisorio rispecchia il fatto che non vi è lubrificazione all'interfaccia e, come mostrato in [5], tale attrito è necessario per una buona correlazione con valori sperimentali. Con questa combinazione di parametri del materiale e del coefficiente di attrito si ottiene una ragionevole correlazione con risultati sperimentali svolti a temperatura ambiente [5]. La simulazione prevede due momenti principali, nel primo si ha l'installazione della tenuta nell'albero con assenza di eccentricità (Fig.1b), nel successivo si ha lo spostamento incrementale dell'albero in direzione radiale verso il basso (Fig.1c). Per facilitare la convergenza della prima fase, l'albero presenta un tratto conico che si raccorda dolcemente al tratto principale cilindrico. Per ovvie ragioni di simmetria solo metà del sistema è effettivamente modellato, nelle figure 1 e 2 la parte mancante è specchiata per chiarezza. Le simulazioni sono statiche e con non linearità geometrica attivata per tenere in adeguato conto le grandi deformazioni della tenuta.

Lo spostamento radiale massimo u_r , nella seconda fase, è stato assunto pari a 1 mm. Questo valore è indubbiamente maggiore di quello atteso nelle usuali condizioni di funzionamento della tenuta, anche in caso di forte eccentricità. Ciononostante si è ritenuto utile indagare uno spettro più ampio per meglio analizzare la riposta del sistema albero-tenuta.

In condizioni nominali l'albero ha raggio $R = 35$ mm e, date le dimensioni della tenuta, si ha un'interferenza $I = 0.75$ mm (riferita al raggio). Si è voluto investigare anche l'effetto dell'interferenza iniziale sul legame $F_r(F_p)$ perciò sono state simulate condizioni in cui l'albero aveva, nella parte cilindrica, valori del raggio inferiori a quello nominale. Il range di interferenze considerato è da 0.25 a 0.75 mm con diversi stadi intermedi.

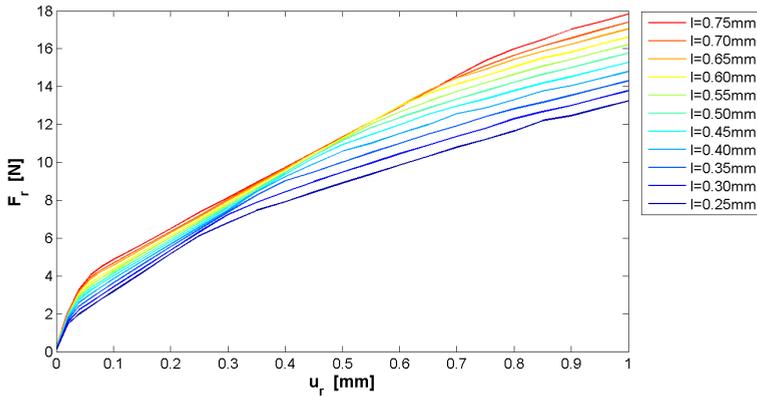


Figura 3: Evoluzione della forza F_r in funzione dello spostamento u_r per diversi valori dell'interferenza iniziale I albero-tenuta.

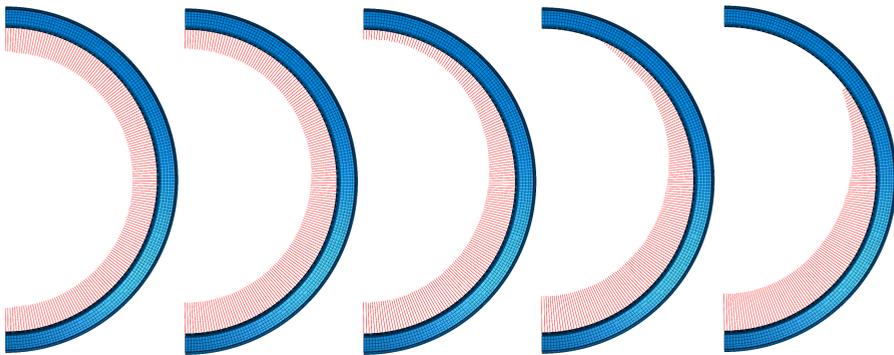


Figura 4: Distribuzione delle forze di contatto normali alla superficie ai nodi della tenuta. Caso relativo all'interferenza massima $I=0.75$ mm per diversi spostamenti radiali dell'albero verso il basso: a) $u_r=0$ mm, b) $u_r=0.25$ mm, c) $u_r=0.5$ mm, d) $u_r=0.75$ mm, e) $u_r=1$ mm.

4. RISULTATI E DISCUSSIONE

In questa sezione si riportano e si commentano i risultati principali delle simulazioni effettuate. Nei modelli FEM la superficie sul diametro più esterno della tenuta è vincolata a non muoversi e all'albero è imposto uno spostamento radiale, perciò F_r è ricavata in modo immediato valutando la reazione vincolare in direzione radiale sull'albero stesso. I grafici in Fig.3 mostrano l'andamento della forza F_r in funzione dello spostamento radiale u_r per diverse condizioni di interferenza iniziale I . Queste curve sono ricavabili anche sperimentalmente, come fatto ad esempio in [5], caricando radialmente un disco inserito nella tenuta e misurandone contemporaneamente lo spostamento. Ciò rappresenta un importante fonte di informazioni per poter tarare il modello numerico. Le curve alle varie interferenze mostrano andamenti con tratti simili, ci si riferisce in particolare ai cambi di pendenza anche

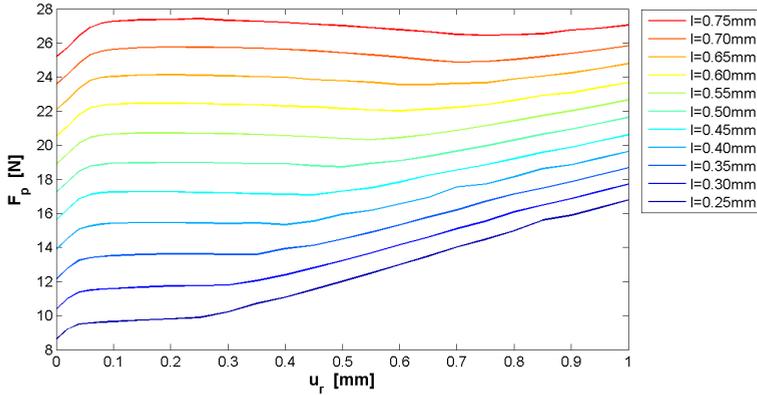


Figura 5: Evoluzione della forza F_p in funzione dello spostamento u_r per diversi valori dell'interferenza iniziale I albero-tenuta.

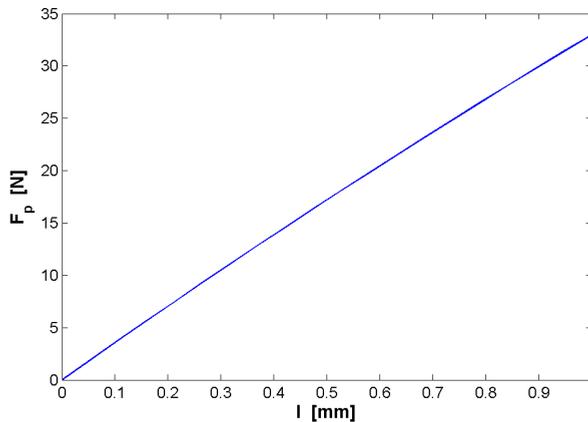


Figura 6: Variazione di F_p in funzione di I in assenza di eccentricità ($u_r=0$).

se questi avvengono in corrispondenza di u_r diversi. A partire dalla condizione di albero centrato ($u_r=0$) si osserva un primo tratto piuttosto ripido fino a circa $u_r=0.05$ mm; ad esso contribuisce sensibilmente l'attrito tra il labbro e l'albero [5]. Segue un tratto circa lineare fino al punto in cui l'albero, nel movimento radiale verso il basso, si stacca dalla tenuta nella parte superiore. Tale separazione avviene per valori di u_r vicini a quelli dell'interferenza I iniziale che si ha a seguito dell'installazione della tenuta. Da questo punto in poi si nota una diminuzione della pendenza e ancora un andamento quasi lineare.

In termini di pressione di contatto si può osservare in Fig.4 come dalla distribuzione assialsimmetrica, che si ha in condizione di albero centrato, si passi, all'aumentare di u_r , a distribuzioni che presentano un massimo nella parte inferiore e un minimo nella parte su-

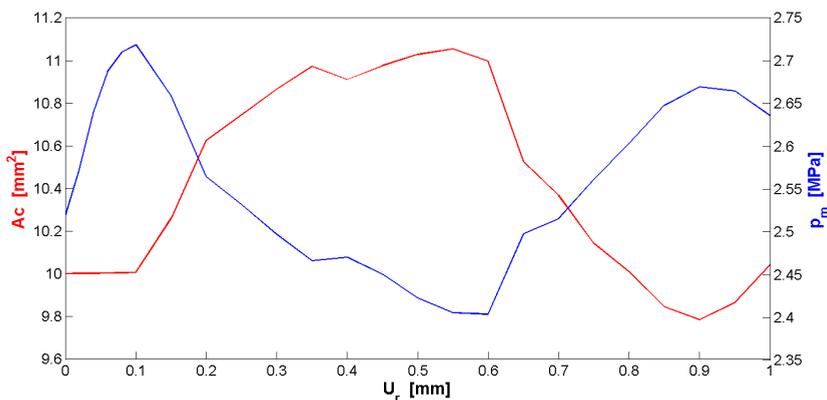


Figura 7: Area di contatto A_c e pressione media di contatto p_m in funzione dello spostamento radiale u_r per il caso $I=0.75$ mm.

periore. Questo rispecchia ovviamente l'effetto della posizione eccentrica dell'albero sulla risposta elastica della tenuta. Si noti in Fig.4 che per elevati u_r la separazione dell'albero dalla tenuta nella parte superiore è testimoniata dall'assenza di pressione di contatto.

Tornando alla Fig.3 si osserva che per un dato u_r le curve sono abbastanza vicine nel primo e secondo tratto mentre sono più separate nel terzo. Nel secondo tratto le curve hanno pendenza simile ma non uguale perciò non risultano parallele; si osserva che per basse interferenze il sistema è leggermente più rigido (cioè pendenza $F_r(u_r)$ più elevata) dei casi con elevata I iniziale. Nel terzo tratto invece le curve risultano circa parallele. Da simulazioni effettuate eliminando la molla della tenuta, si ricava che nelle tre zone discusse il contributo della molla influisce solo nel secondo e nel terzo mentre nel tratto iniziale è l'attrito a dominare la risposta.

La Fig.5 riporta le curve $F_p(u_r)$ per le varie interferenze considerate. Innanzitutto si osserva che per albero centrato ($u_r=0$) la forza F_p cresce in modo proporzionale all'interferenza I con una legge blandamente quadratica; sebbene prossima alla linearità vi sono però gli effetti non lineari dovuti al materiale iperelastico e alla geometria del labbro che subisce spostamenti e rotazioni non trascurabili. La curva $F_p(I)$ in assenza di eccentricità statica è mostrata in Fig.6. Tornando alla Fig.5 e analizzando ora i casi di I maggiori di zero si vede come si passi da un valore di F_p pari a circa 8 N nel caso $I=0.25$ mm a circa 25 N per $I=0.75$ mm. All'aumentare di u_r si individuano, come discusso in precedenza, tre zone con andamenti distinti. Queste zone sono inoltre in corrispondenza degli stessi u_r registrati per F_r , perciò sono governate dai medesimi fenomeni. Ad eccezione della prima zona, dove F_p cresce con u_r , si osserva che F_p è abbastanza costante nelle condizioni dove la tenuta è in contatto sull'albero lungo tutta la circonferenza. Questo conferma una delle caratteristiche richieste a questo tipo di organi, cioè di essere in grado di mantenere la continuità del contatto albero-tenuta anche in condizioni di forte eccentricità e di farlo senza alterare eccessivamente F_p . Il fatto che F_p sia circa costante non implica però che anche la pressione locale lo sia, come evidente in Fig.4 la quale fornisce indicazioni circa la variazione, in funzione della posizione angolare, delle azioni di contatto. Ci si deve attendere però, come già anticipato,

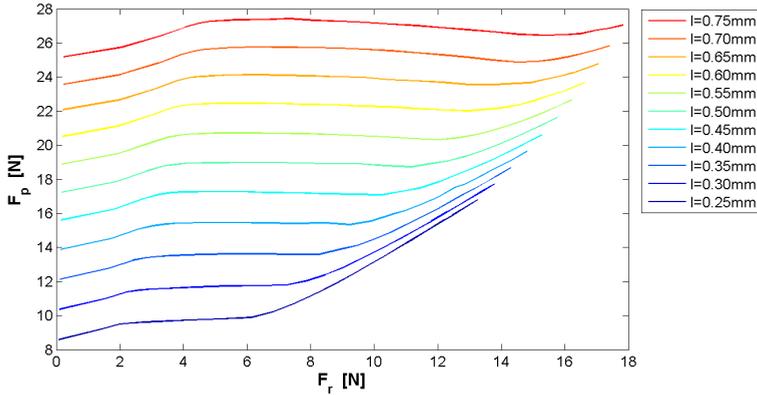


Figura 8: Evoluzione di F_p in funzione di F_r per diversi valori dell'interferenza iniziale I albero-tenuta.

anche una variazione assiale la quale dipende da u_r . Dopo che la tenuta si è separata dall'albero a causa dell'elevato u_r (rispetto a I), si nota un incremento di F_p , nella figura ciò è particolarmente evidente per basse interferenze I .

E' interessante valutare come l'area di contatto A_c sia influenzata dall'entità dello spostamento radiale, questo è proposto in Fig.7 per il caso $I=0.75$ mm. Il contatto si sviluppa su un'area di circa 10 mm^2 in assenza di eccentricità, tale valore cresce di circa 1 mm^2 per u_r maggiore di 0.2 mm e poi, quando la tenuta si stacca dalla parte superiore dell'albero, ridiscende a valori prossimi a quello iniziale. La pressione di contatto media p_m , anch'essa mostrata in Fig.7, vale circa 2.5 MPa per $u_r=0$ e raggiunge un picco di massimo pari a 2.7 MPa per $u_r=1$ mm. Nel tratto centrale del grafico p_m non si discosta eccessivamente dal valore iniziale, solo per elevati u_r torna a crescere.

Dai grafici nelle figure 3 e 5 è possibile ottenere la relazione $F_p(F_r)$ per i diversi valori dell'interferenza I come riportato in Fig.8. Le curve assomigliano parzialmente a quelle di Fig.5 ma lo scostamento deriva dalla non linearità del legame $F_r(u_r)$. La forza F_p non varia in modo sempre monotono con F_r , così come non lo faceva in Fig.5 con u_r , perciò la stima di F_p da misurazioni di F_r o u_r è possibile solo entro certi limiti che dipendono anche dall'interferenza I . Solo per bassissime interferenze la pendenza della curva $F_p(F_r)$ (o $F_p(u_r)$) è sempre positiva e quindi esiste un legame univoco tra F_p e F_r (o u_r). Per il caso di interferenza nominale della tenuta commerciale in oggetto ($I=0.75$ mm) tale stima è possibile, secondo questo modello FEM, fino ad un'eccentricità statica di circa 0.2 mm, la quale rappresenta per altro un valore ormai prossimo a quello comunemente tollerato per questo tipo di dispositivi.

5. CONCLUSIONI

In questo lavoro sono stati presentati i risultati di analisi agli elementi finiti su tenute radiali a labbro in caso statico e senza lubrificazione. La risultante della pressione di contatto all'interfaccia tra albero e tenuta F_p è stata correlata al modulo della risultante F_r delle forze di contatto agenti nel piano ortogonale all'asse dell'albero. Entrambe sono state esaminate

per diverse condizioni di eccentricità, ossia u_r , e di interferenza iniziale I . La forza F_r è fortemente influenzata da u_r , mentre F_p lo è in modo molto meno marcato. L'interferenza iniziale I invece ha un effetto su entrambe le forze ma in particolare su F_p . All'aumentare di u_r si hanno variazioni anche nella distribuzione della pressione e nell'area effettiva in cui albero e labbro della tenuta sono in contatto.

Sperimentalmente il legame $F_r(u_r)$ può essere determinato senza particolare difficoltà, mentre quello $F_p(u_r)$ è indubbiamente più complesso. Se fosse possibile calibrare un modello FEM della tenuta tale per cui la risposta $F_r(u_r)$ è colta con accuratezza allora ciò consentirebbe di ottenere una correlazione univoca tra i valori dell'interferenza I e dell'eccentricità statica u_r con la forza F_p (ma anche, ad esempio, con la pressione media p_m). Questo permetterebbe quindi di stimare indirettamente F_p tramite semplici test sperimentali coadiuvati da simulazioni FEM. Con i parametri usati nel modello FEM presentato in questo lavoro si è però visto che solo entro certi intervalli tale correlazione è veramente univoca.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Flitney, R. K., 2007. "Seals and sealing handbook (5th ed.)". Elsevier Science.
- [2] Horve, L. A., 1996. "Shaft seals for dynamic applications". CRC Press.
- [3] Silvestri, M., Prati, E., Tasora, A., and Marin, T., 2010. "Frictional behaviour of radial lip seals on varying exerted pressure". In Proceedings of the NordTrib Conference - Lulea (Sweden).
- [4] Silvestri, M., Prati, E., Tasora, A., and Marin, T., 2010. "Elastomeric seals behavior with oil pressure and lip support". In Proceedings of the 16th ISC International Sealing Conference - Stuttgart (Germany).
- [5] Prati, E., Tasora, A., and Marin, T., 2011. "Influence of the temperature on the radial load in elastomeric seals". In Atti del XX Congresso AIMETA - Bologna.
- [6] Stakenborg, M. J. L., and van Leeuwen, H. J., 1990. "Visco-elastohydrodynamic (VEHD) lubrication in radial lip seals: Part 1 - steady state dynamic viscoelastic seal behavior". *ASME Journal of Tribology*, **112**, pp. 578–583.

LA RICOSTRUZIONE DELLA *BALISTA*¹ DI VITRUVIO²

Pier Gabriele Molari
Università di Bologna
E-mail: piergabriele.molari@unibo.it

Mirko Maraldi
Università di Bologna
E-mail: mirko.maraldi@unibo.it

Guido Angelini,
Stefano Bignami,
Giacomo Lionello
Università di Bologna

Riassunto. Viene riportato il lavoro svolto durante le esercitazioni del primo anno dell'insegnamento Laboratorio di storia dell'ingegneria meccanica, tenuto presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bologna.

La descrizione della balista di Vitruvio offre un esempio di progettazione modulare basato sul valore del diametro degli elementi elastici. La lettura critica del testo a noi pervenuto porta ad esaminare i disegni del Valturio, quelli di Fra Giocondo e le conclusioni del Barbaro, anche in relazione alle macchine scolpite sulla colonna Traiana.

La funzione che interpola i dati di Vitruvio garantisce che macchine di diversa taglia, sollecitate nello stesso modo, a parità di alzo, abbiano la stessa gittata e quindi che il proietto abbia uguale velocità iniziale. Si trova anche che la palla da lanciare può essere usata come calibro per i fori per i quali passa la matassa elastica.

Si tenta una argomentata ricostruzione della macchina, basandosi su calcoli, prove sui materiali e disegni.

La struttura della macchina viene confrontata con quella di recenti ricostruzioni rintracciate in rete ed in letteratura.

Si passa quindi allo "studio", al disegno del complessivo e ai disegni costruttivi.

In attesa della costruzione reale ... si simulano le prove di lancio.

Parole chiave: balista, Vitruvio, armi romane

¹ Per la macchina qui descritta, il vocabolo *balista* viene preferito ai vocaboli *balestra* e *catapulta* perché si ritiene che *balestra* sia più proprio delle armi che abbiano come elemento elastico appunto una molla a balestra, mentre si lascia il termine *catapulta* alla macchina che trasforma una energia potenziale dovuta alla posizione di una massa in energia cinetica del proietto.

² dalle esercitazioni dell'insegnamento "Laboratorio di Storia dell'Ingegneria Meccanica" tenuto da P.G. Molari nell' a.a. 2010-2011

1. LA DESCRIZIONE DELLA MACCHINA DI VITRUVIO COME ESEMPIO DI PROGETTAZIONE A MODULO E LETTURA CRITICA DEL TESTO A NOI PERVENUTO.

La lettura della traduzione del capitolo X del testo *De Architectura* di Vitruvio (80-23 a.C.) [1] dalla trascrizione, (databile 1390) ritrovata da Poggio Bracciolini nella biblioteca del Monastero di Cassino nel 1414, offre l'occasione per mettere a fuoco come il concetto di modulo possa essere efficace nella costruzione di una macchina [2].

Si scopre che Vitruvio identifica quale elemento cardine per il dimensionamento della balista il diametro dell'elemento elastico e come questo diametro venga definito in relazione alla massa del proietto da lanciare. Si ha così modo di paragonare il modulo impiegato in architettura, definito come il raggio di base della colonna del tempio, ed impiegato soprattutto all'interno di canoni estetici [3], con il modulo di questa costruzione "meccanica" nella quale questo elemento riveste un ruolo essenziale per assicurare la resistenza strutturale e coprire con il proietto la distanza voluta.

E' bello notare come Vitruvio, quasi scusandosi di usare per una macchina una sorta di concetto sacro, giustifichi l'uso del modulo con la necessità di riprendere dai greci le dimensioni classiche [4] [5] ma, soprattutto, di allestire la macchina in tempi brevi, dato che serve per le guerre (e ovviamente queste non vengono programmate per tempo).

Per comodità si riporta la traduzione in italiano del testo latino [1]:

IX. La Balista

1. *Ho spiegato il sistema di funzionamento della catapulta illustrando le parti che la compongono e specificando le loro proporzioni. Per quanto riguarda le baliste ve ne sono di vari e differenti tipi, pur mirando tutte a un unico scopo. Alcune infatti vengono caricate mediante un sistema di leve e verricelli, altre per mezzo di carrucole, altre ancora per mezzo di argani e talune tramite un sistema a tamburo. Tutte comunque vengono costruite secondo determinate dimensioni che sono calcolate in rapporto al peso del proiettile da scagliare. Non tutti sono in grado di fare questi calcoli, ma solo chi possiede buone cognizioni di geometria e di matematica.*

2. *Infatti i fori praticati nella traversa per dove vengono tese le funi (realizzate con capelli di donna o in budello ritorto) vanno calcolati in base al peso del sasso da lanciare. Ed è in ragione del carico che vengono fissate le proporzioni, come nella catapulta dove esse sono determinate dalla lunghezza della freccia. Ora affinché in caso di guerra incombente il problema del calcolo non costituisca un ostacolo per chi non possiede cognizioni di geometria, presenterò uno schema di massima desunto in parte dalla mia esperienza personale, in parte da quanto mi hanno insegnato i miei maestri. Fornirò inoltre un quadro del rapporto esistente tra peso e unità di misura all'interno del sistema greco e la relativa corrispondenza col nostro sistema.*

3. *Quindi una balista che debba scagliare un sasso di due libbre avrà nella traversa un foro di cinque pollici; se di quattro libbre il foro sarà di sei pollici; <se di sei libbre>, sette pollici; dieci libbre otto pollici; venti libbre, dieci pollici; quaranta libbre, dodici pollici e tre quarti; sessanta libbre, tredici pollici e un ottavo; ottanta libbre, quindici pollici; centoventi libbre, un piede e un pollice e mezzo; centosessanta libbre, un piede e un quarto; centottanta libbre, un piede e cinque pollici; duecento libbre, un piede e sei pollici; duecentoquaranta libbre, un piede e sette pollici; trecentosessanta libbre un piede e mezzo.*

4. *Stabilita la grandezza del foro si disegnerà un piccolo scudo romboidale detto in greco περιρρετοζ con una lunghezza pari al diametro di due fori e tre quarti e una larghezza di due e mezzo. Tale figura deve essere poi divisa per metà e i suoi bordi esterni*

devono essere ristretti in modo da ottenere una figura obliqua il cui rapporto tra lunghezza e larghezza sia di sei a quattro. Là dove c'è la curvatura e dove convergono i vertici degli angoli, bisognerà orientare l'asse dei fori con una riduzione della larghezza interna pari ad un sesto del totale. L'apertura avrà quindi una forma ellittica proporzionata allo spessore del cavicchio di tensione e di allentamento (epizygis). Completata la figura si rifiniranno i bordi esterni tutt'attorno così da ottenerne una curvatura uniforme.

5. Lo spessore dello scudo deve essere pari al diametro di un foro. La lunghezza dei piccoli cilindri sarà pari a due moduli mentre la larghezza sarà di uno e cinque dodicesimi e lo spessore, esclusa la parte inserita nel foro, sarà pari a tre quarti di modulo. La larghezza del bordo esterno sarà di un mezzo modulo. I montanti laterali saranno lunghi cinque moduli e tre sedicesimi, l'incavatura sarà di un mezzo modulo, con uno spessore di undici diciottesimi. Si aumenti inoltre la lunghezza media di una misura pari a quella fissata per l'incavatura, e infine avremo una fascia di lunghezza e spessore pari a un quinto di modulo e di altezza pari ad un quarto.

6. La lunghezza dei regoli sulla tavola sarà di otto moduli mentre larghezza e spessore saranno di mezzo modulo. I cardini misureranno due moduli in lunghezza e avranno uno spessore di un quarto di modulo. La curvatura dei regoli sarà di tre quarti di modulo. Il regolo esterno avrà uguali larghezza e spessore, mentre la lunghezza sarà ricavata in funzione dell'angolo di curvatura e della lunghezza del montante alla curvatura. I regoli superiori avranno le stesse dimensioni di quelli inferiori mentre le traverse della tavola saranno pari a un quarto di modulo.

7. L'asta della scaletta avrà una lunghezza di diciannove moduli e il suo spessore sarà di un quarto di modulo. Lo spazio intermedio avrà un modulo e un quarto in larghezza e uno e un ottavo in profondità. La parte anteriore della scaletta che è vicina ai bracci e unita alla tavola sarà divisa per tutta la sua lunghezza in cinque parti. Due di esse saranno destinate a quell'elemento che i Greci chiamano *chlhn*; la sua larghezza è di un modulo e tre sedicesimi, lo spessore di un quarto di modulo e la lunghezza di undici e mezzo. La proiezione dei bracci (*chela*) deve essere di un mezzo modulo, lo spessore dell'ala di un quarto. La parte che va dai bracci all'asse detta *frons transversarius* sarà di tre moduli.

8. La larghezza dei regoli interni deve essere di cinque sedicesimi e il loro spessore di tre sedicesimi. Il telaio o copertura della chele è incastrato a coda di rondine nel fusto della scaletta ed ha una larghezza di un quarto e lo spessore di un dodicesimo di modulo. Lo spessore del telaio quadrato che è vicino alla scaletta sarà all'estremità pari a un quarto di modulo. Il diametro dell'asse rotondo deve essere uguale a quello della chele ma là dove sono i cardini misurerà sette sedicesimi.

9. La lunghezza dei supporti sarà di tre moduli e un quarto, la larghezza nella parte inferiore sarà di mezzo modulo e lo spessore nella parte superiore di tre sedicesimi. La base principale detta $\chi\eta\lambda\eta\nu$ in greco, misurerà otto moduli in lunghezza, la contro base anteriore quattro, mentre avranno entrambi uno spessore e una larghezza pari a un modulo. A mezza altezza vanno saldamente fissate le colonne ciascuna con uno spessore e una larghezza pari a mezzo modulo. La loro altezza invece non sarà determinata in base a queste proporzioni ma varierà secondo esigenze pratiche. La lunghezza del braccio deve essere di sei moduli, lo spessore alla base di cinque ottavi mentre all'estremità sarà di tre ottavi.

10. Ho così presentato il sistema di proporzioni più pratico per le baliste e per le catapulte. Non tralascierò comunque di spiegare, nei limiti consentiti da una trattazione scritta, il modo di regolare questi congegni attraverso la tensione delle funi di budello ritorto o di capelli. . . .

XII Allestimento di catapulte e baliste

Si prendano due travi di legno molto lunghe e vi si fissino degli anelli dove andranno incastrati i naspi. Nella parte centrale saranno praticati degli intacchi e degli incastri, entro cui andranno collocate le travi trasversali della catapulta ben incuneate in maniera da evitare che durante le operazioni di tensione e regolazione delle corde possano muoversi. Si fissino quindi in queste traverse dei piccoli tamburi di bronzo dove verranno infilate delle biette di ferro che i Greci chiamano *επιξυγιδες*..

Si inseriscano poi i capi delle funi facendoli passare per i fori delle traverse e uscire dall'altro lato per riunirli e avvolgerli attorno ai naspi. Così quando le funi verranno messe in tensione tramite i verricelli azionati dalle leve, al tocco della mano emetteranno da ambo le parti un identico suono. Le funi vengano infine bloccate dentro i fori per mezzo di cunei a evitare che si allentino. Anche dall'altro lato si procederà con la stessa operazione di farle passare attraverso i fori e di tenderle per mezzo dei naspi e delle leve fino ad ottenere un identico suono. Ecco come, serrando le funi per mezzo di cunei e facendo una verifica acustica, si regolano con precisione le catapulte. Questo è quanto sono in grado di dire su tale argomento. Mi resta ora da parlare delle macchine d'assedio cioè di quegli ordigni che consentono ai comandanti militare di conquistare la vittoria o di difendere le città.

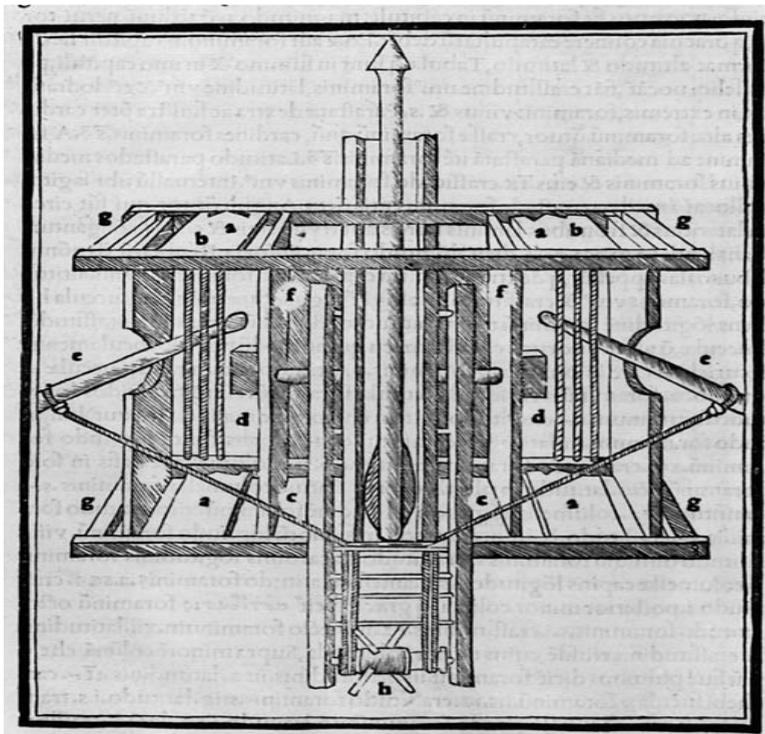


Figura1. La balista di Vitruvio secondo Fra Giocondo (M. Vitruvius per Iocundum solito castigatior factus, cum figuri set tabula ut iam legi et intelligi possit, 1511, Venezia [6]).

2. I DISEGNI DI FRA GIOCONDO, LE CONCLUSIONI DEL BARBARO. CONFRONTI CON I DISEGNI DI VALTURIO E CON LE IMMAGINI SULLA COLONNA TRAIANA

Si è riportata la trascrizione per accentuare come il manoscritto sia stato ritrovato privo delle tavole di corredo alla descrizione a parole. Nel Corso si è cercato di immedesimarsi nello spirito dei dotti del rinascimento che, affascinati dalla riscoperta dei testi greci e latini, cercavano di ricostruire queste macchine ormai andate in disuso.

Non ci si deve stupire, quindi, se le migliori menti di allora si siano cimentate nella ricostruzione delle tavole mancanti e che varie edizioni del testo di Vitruvio si siano succedute nel tempo anche con varie vulgate [6] [7]. Nella bella edizione del 1567 [8] Daniele Barbaro scriveva sulla impossibilità di disegnare la macchina nella forma nota a Vitruvio, ma metteva in evidenza la grande utilità del concetto di modulo nel dimensionamento delle macchine per poter mettere in relazione la forma con la causa e, nella forma, fissare i rapporti fondamentali:

Qui bisogna è bene che Iddio ci aiuti, percioche né la scittura di Vitruvius, né disegno d'alcuno, né forma antica si trova di queste macchine; io dico al modo da Vitruvius descritto; et lo ingegnarsi è pericoloso, imperoche molto bene discorrendo si potrebbe fare alcuno di quelli strumenti, per tirare sassi, o saette, ma che fussero a punto come Vitruvius ci describe, sarebbe cosa grande, oltra che le ragioni de i medesimi strumenti col tempo dopo Vitruvius si sono mutati, perche la prova, et l'uso nelle cose della guerra, come in molte altre fa mutar le forme degli strumenti, et a nostri giorni quelle macchine sono del tutto poste in disuso, però io credo che io sarò degno di escusatione, se io non entrerò in fantasia di esoner quelle cose, che per la difficoltà loro, anzi per la impossibilità sono tali, che hanno fatto levare da questa impresa huomini di piu alto ingegno, et di maggiore esperienza che non ho io.

però dalla natura del peso si dà la proporzione della grandezza a tutte le parti dello strumento: dunque il modulo, che nelle fabbriche si piglia sarà considerato anco nella parte delle macchine, et pero la simmetria, et l'ordine si richiede anco in questa parte, et similmente la disposizione, il decoro, et la bellezza dello aspetto, et l'altre cose poste da Vitruvius nel Primo libro. Dalla lunghezza dunque della saetta, o dal peso della pietra con ragione si deve pigliar la misura di queste macchine, come anco da peso della palla si forma il pezzo, si dà la caratura, et si temprà l'artiglieria de nostri tempi, perche è necessario, che ci sia proporzione tra quello, che muove, et la cosa, che è mossa, la dove chiaramente si prova, che né una pagliuzza, né uno smisurato peso può esser da un'huomo senz'altro instrumento tirato, perche in quello c'è il meno, in questo il piu senza proporzione tra il movente, et la cosa, che è mossa: perche la saetta, et la pietra deve esser accomodata ad alcuna parte, però se gli fa il suo letto, et il suo canale: et perche la fine, il nervo, ò altro, che spigne la saetta deve esser con ragione steso et tirato, et annodato a qualche cosa, et quella similmente ad altra parte, che la costringa, et quella ferma esser deve, et unita con altre parti ad un'effetto, acciò se le convegnà la diffinitione della macchina, però ci nasce la necessità di tutte le parti de tali strumenti come sono i traversi, le erte, le chiavette, le tavole, i perni, i cardini, i canali, i regoli, o naspi, le leve, le orecchie, le braccia, i capitelli, i fori, le bocchette, et altre cose che Vitruvius dice, le misure delle quali in esso per il tempo, et per la negligentia di molti sono andate, benche la ragione, et il perche di esse ci resti pigliandosi il tutto dalla ragione della Leva, et della Bilancia. [8, pagg.473-474]



Figura 2. La balista di Valturio [9]
De Re Militari - manoscritto (22 es.
codice D, f. 139 v.) 1450 circa.

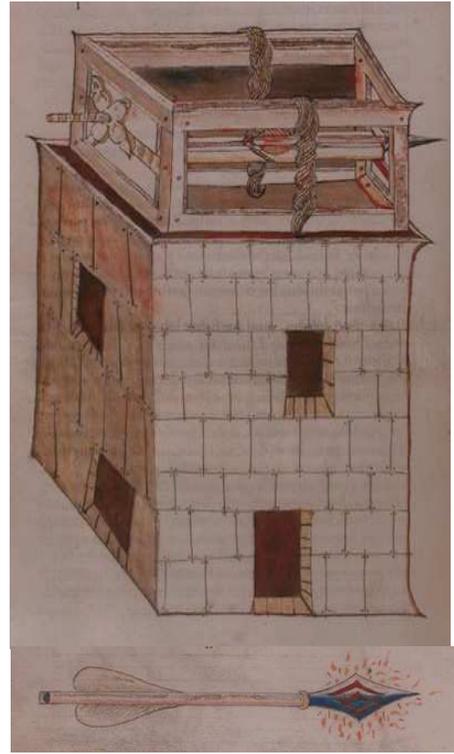


Figura 3. Dal *De Re Militari* di
Valturio, Edizione a stampa 1472 [10]
simile a f. 158 r. codice B.

La novità della macchina, che tanto ha turbato i dotti del 1400, consiste nell'impiego di un elemento elastico sollecitato globalmente a torsione. Solo Valturio nel *De Re Militari* [9] [10] riporta una macchina per lanciare frecce dall'alto di una torre Figg. 2,3 che impiega una matassa elastica così sollecitata. Senza considerare i testi greci, questo può essere il riferimento temporalmente più vicino a Vitruvio. Un dubbio fondato infatti consiste nel fatto che Valturio non potesse avere le competenze necessarie per scrivere un libro di arte militare e che possa aver ripreso, essendo archivista a Roma, un vecchio libro di Frontino (n.30, m.103 circa d.C) andato perduto.

Il legame diretto con i *romana stratagemata* e le immagini di Valturio viene messo in evidenza anche nell'introduzione al *De Re Militari*, dove l'Autore dedica il manoscritto a Sigismondo Malatesti di Rimini chiamandolo *Imperator*, con riferimento all'imperatore romano, ruolo e titolo che Sigismondo cercava disperatamente di riportare in occidente da Costantinopoli.

I dotti di allora non sembra fossero a conoscenza che sulla colonna Traiana fossero scolpite alcune baliste. Nelle Figg. 4 e 5 si possono notare il telaio, la traversa e i due elementi elastici racchiusi in astucci cilindrici, verosimilmente in metallo, che quindi servivano per chiudere le forze assiali di tiro, per mantenere lubrificati gli elementi elastici (capelli di donna e budelli ritorti) e per proteggerli dall'umidità e dai roditori.

Anche reperti archeologici, provenienti da Hatra, confermano la forma di alcuni elementi della macchina [11]. Molto interessante è la ricostruzione della leggera e potente balista di Erone riportata in [11]. Nel presente lavoro si fa tuttavia riferimento alla descrizione di Vitruvio.



Figura 4. Una balista in postazione fissa (colonna Traiana, LXVI, 166).



Figura 5. Una balista durante il trasporto (colonna Traiana, LXVI, 164).

3. UNA ARGOMENTATA RICOSTRUZIONE, ILLUSTRATA CON CALCOLI, PROVE SUI MATERIALI, CONFRONTI E DISEGNI.

Si ritrovano le unità di lunghezza e di peso impiegate a Roma nel periodo di Cesare:

1 pollice = 18,5 mm; 1 libbra = 0,322 kg, e tenendo conto che 1 piede = 4 palmi = 16 pollici, si riportano e si convertono i dati di Vitruvio nelle attuali unità di misura:

Massa lb	Massa kg	Diam. Pollici	Diam. mm
2	0,644	5	92,5
4	1,289	6	111
6	1,933	7	129,5
10	3,222	8	148
20	6,444	10	185
40	12,888	12,75	235,9
60	19,333	13,125	242,8
80	25,778	15	277,5
120	38,666	17,5	323,8
160	51,555	20	370
180	58,000	21	388,5
200	64,444	22	407
240	77,333	23	425,5
360	115,999	24	444

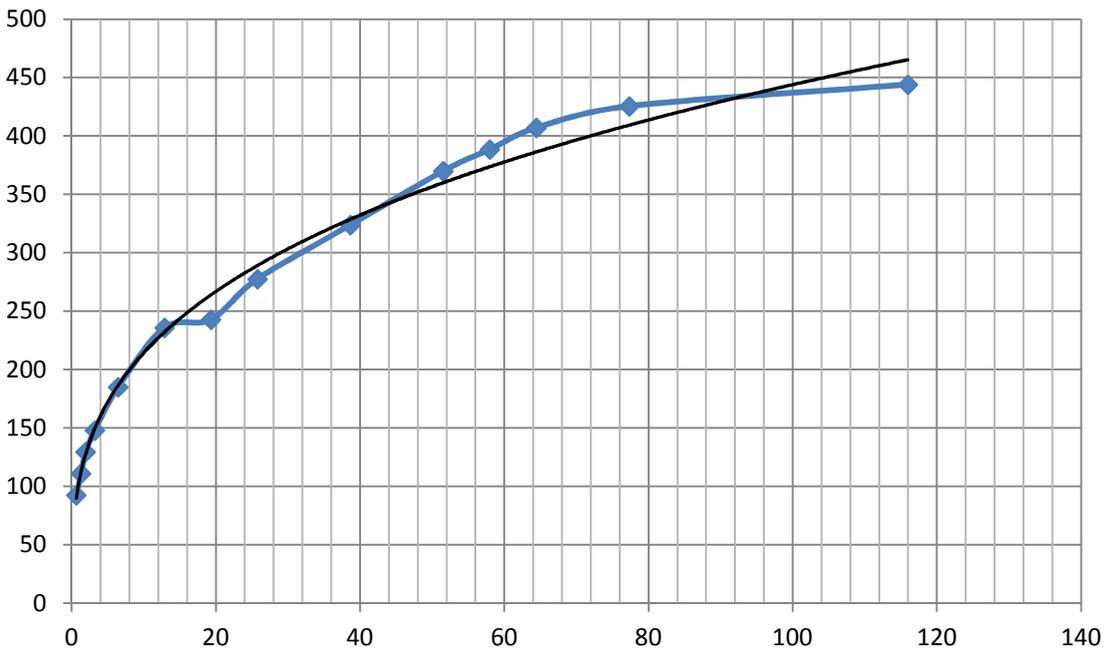


Figura 6. Grafico con i valori definiti da Vitruvio; in ascisse la massa m da lanciare in kg, in ordinate il modulo D in mm.

I valori di Vitruvio in *pollici e libbre* possono essere interpolati con la funzione³:

$$D = 3,6 * \sqrt[3]{m} \quad (1)$$

funzione che, per i valori nelle nostre unità di misura (*mm* e *kg*), diventa:

$$D = 96 * \sqrt[3]{m} \quad (1\text{-bis})$$

Questa relazione garantisce che macchine di diversa taglia, sollecitate nello stesso modo, abbiano la stessa gittata, dato che impone che il proietto abbia uguale velocità iniziale.

Infatti uguagliando l'energia cinetica del proietto a quella di torsione delle matasse, con l'ipotesi che tutta e solo l'energia delle matasse si trasferisca alla massa da lanciare, detta C_t la coppia di torsione, M_t il momento torcente che agisce sulle due parti di ogni matassa, θ l'angolo di torsione, K_t la rigidezza di ogni parte della singola matassa, G il modulo elastico tangenziale apparente, σ_0 la sollecitazione media, dato che, Fig. 7, $h = 3.5 * D$, e che $M_t = C_t/2$, si ottiene:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = 4 \frac{1}{2} M_t \theta = 2 \frac{M_t^2}{K_t} \quad (2)$$

con $K_t = f(G, \frac{1}{h/2}, D^4)$ $M_t = f(\sigma_0, D^3)$ e quindi

$$m v_0^2 \propto h \frac{D^6}{D^4} \quad (3)$$

porta a $m \propto D^3$ ovvero

$$D \propto \sqrt[3]{m} \quad (4)$$

Entrando più specificatamente nella scelta progettuale, occorre esaminare cosa capita ai singoli fili che compongono la matassa. Per questi fili occorre valutare la loro deformabilità per calcolare, sia l'energia che possono accumulare, sia il carico massimo che i fili più esterni possono sopportare.

Trascurando gli attriti e la strizione della matassa si considera che i fili si dispongono

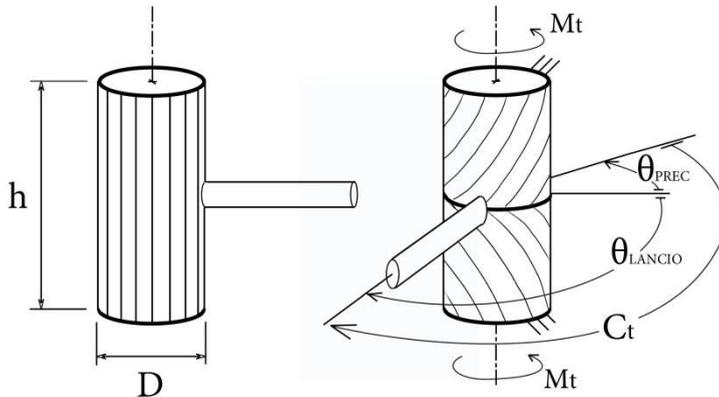


Figura 7. Lo schema della matassa elastica.

³ La funzione (1) riportata in [4] è $D = 1,1 * \sqrt[3]{m * 100}$ ottenuta interpolando i dati di Erone (D era misurato in *dattili* e m in *mine*). Per esempio $D = 14$ *dattili* per lanciare un proietto di $m = 20$ *mine* (1 *dattilo*=19,3 *mm* ; 1 *mina* = 0,436 *kg*)

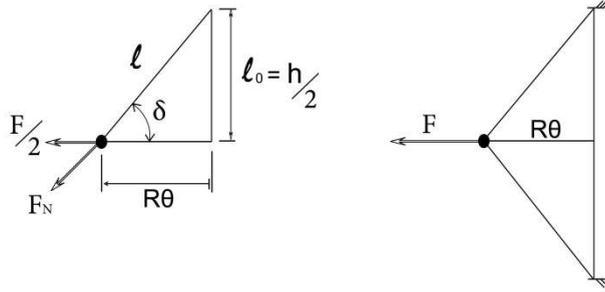


Figura 8. Un filo di una matassa ad un raggio generico R , sviluppato su di un piano

secondo eliche avvolte su cilindri. In Fig 8 si riporta lo sviluppo su piano delle singole eliche esterne partendo dalla situazione indeformata con filo disposto secondo una generatrice del cilindro.

Per una rotazione generica θ della matassa, ad un raggio generico R , si ha che la lunghezza della fibra della semimatassa, inizialmente pari ad $l_0 = h/2$, diventa:

$$l = \sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2} \quad (5)$$

$$\text{e quindi } \varepsilon = \frac{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2} - l_0}{l_0} \quad (6)$$

i fili presentano una tensione

$\sigma = E\varepsilon$, considerando che A sia l'area del singolo filo e considerando anche il filo simmetrico, si ottiene una forza circonferenziale:

$$F = 2\sigma A * \cos\delta = 2EA \frac{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2} - l_0}{l_0} * \frac{R\theta}{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2}} \quad (7)$$

da cui:

$$F = 2 \frac{EA}{l_0} * \left[1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_0^2 + (R\theta)^2}} \right] * R\theta = 4 \frac{EA}{h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R\theta)^2}} \right] * R\theta \quad (8)$$

Questa forza produce una coppia, Fig. 7, pari a:

$$C_t = 4 \frac{EA}{h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R\theta)^2}} \right] * R^2\theta \quad (9)$$

ed una energia:

$$W(R, \theta) = \frac{4}{2} \frac{EA}{h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R\theta)^2}} \right] * R^2\theta^2 \quad (10)$$

Per sommare i contributi degli

$$N \cong 2 * \pi * R_n/d \quad (11)$$

fili che sono disposti su

$$N_{strati} = INT\left(\frac{D-D_0-2d}{\sqrt{3}*d} + 1\right) \quad (12)$$

strati, si definisce il raggio

$$R_n = \frac{D_0+d}{2} + \frac{d\sqrt{3}}{2} n \quad (13)$$

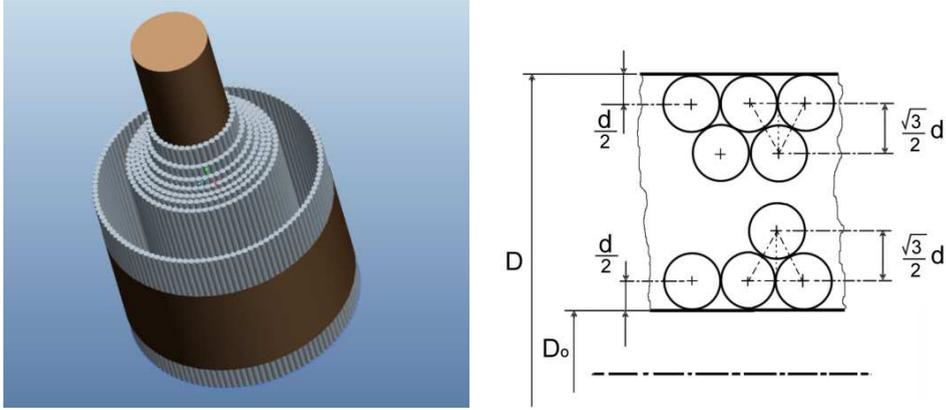


Figura 9. Disposizione dei fili nella matassa.

del generico strato n e si estende la somma a tutti gli strati variando n da

$$n = 0 \text{ ad } n = N_{Strati} - 1 \quad (14)$$

dato che i fili si accostano fra loro, come in Fig. 9, con passo radiale $p = \frac{d \cdot \sqrt{3}}{2}$ (15)

su di un'anima centrale pensata di diametro $D_0 \cong D/3$.

$$C_t(\theta) = \sum_{n=0}^{n=(N_{Strati}-1)} 2 * \pi * \frac{4EA}{d \cdot h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R_n \theta)^2}} \right] * R_n^3 \theta \quad (16)$$

Considerando entrambe le matasse si calcola così una energia:

$$W_{TOT}(\theta) = \sum_{n=0}^{n=(N_{Strati}-1)} 8\pi * \frac{EA}{d \cdot h} * \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4(R_n \theta)^2}} \right] * R_n^3 \theta^2 \quad (17)$$

$$\text{Il numero totale dei fili sarà: } N_{TOT} = \sum_{n=0}^{n=(N_{Strati}-1)} 2 * \pi * \frac{R_n}{d} \quad (18)$$

Con una prova a trazione sul filo, si può determinare il modulo elastico e il carico al limite elastico e quindi si può dimensionare la matassa con fili diversi da quelli di capelli di donna e di budelli ritorti del tempo di Vitruvio.

Sono stati considerati alcuni fili di materiale polimerico usati nelle macchine tagliaerba e nelle racchette da tennis Fig.10.

- Filo-1 - (sez. circolare, diametro 2.45 mm) rosso
- Filo-2 - (sez. circolare, diametro 2.45 mm) verde
- Filo-3 - (sez. circolare, diametro 3.00 mm) giallo

Il filo può essere fatto lavorare in campo elastico lineare, fra una tensione di precarico pari a 20 Mpa e ad una massima di 90 MPa, rispettivamente con una dilatazione ϵ dell' 1,5% e del 6,8 %.

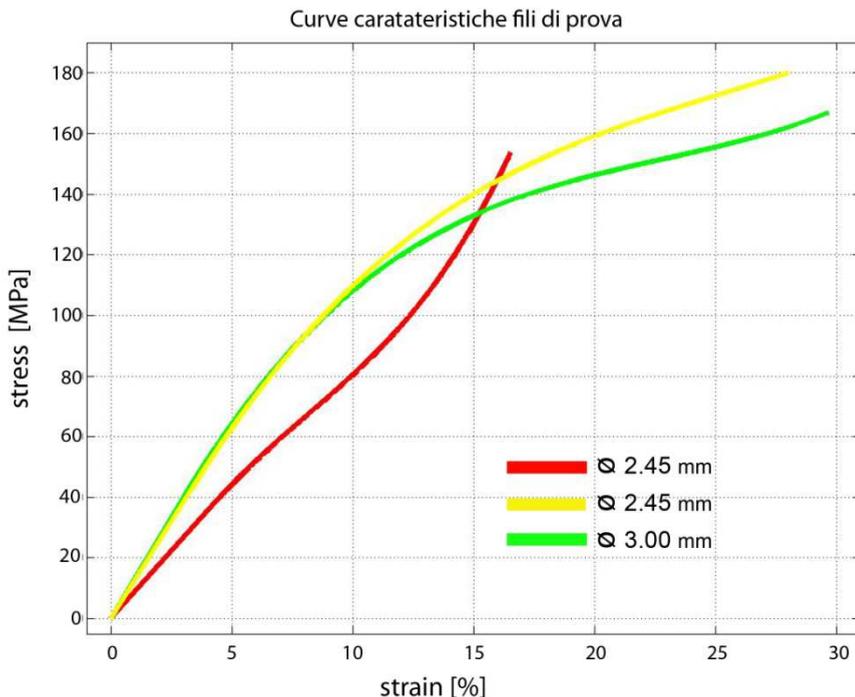


Figura 10. Caratteristiche meccaniche di alcuni fili di materiale polimerico. Prove sperimentali⁴

Con i dati sopra elencati si può calcolare il modulo elastico per il filo di tipo 2 Fig. 10 (avente $d = 2,45 \text{ mm}$).

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{90-20}{(6,8-1,5)\%} \cong 1320 \text{ MPa} \quad (19)$$

Dopo queste prove si può passare alla scelta delle dimensioni. Fissata la gittata, che per questo tipo di macchine viene valutata sui 180 m, Fig. 11, si sceglie di lanciare una massa di 0.644 kg alla quale corrisponde un diametro della matassa di 92,5 mm con 1121 fili per il tipo di filo scelto, considerando un'anima centrale di 30 mm di diametro. L'altezza della matassa, senza considerare i due spessori delle traverse nei quali si suppone che la matassa sia tanto compressa che ne venga impedita la rotazione, si calcola in $h = 3.5 * D = 324 \text{ mm}$.

Per realizzare una gittata di 180 m lanciando un proietto con una certa velocità iniziale su di una pista di lancio inclinata di 45° sull'orizzontale, trascurando la resistenza dell'aria, integrando le equazioni del moto di un punto materiale dato che

$$x = \frac{v_0^2}{g} = 180 \text{ m} \quad (20)$$

si ottiene $v_0 = 42 \text{ m/sec} = 151 \text{ km/h}$, e quindi occorre fornire alla nostra palla una energia di:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = 0.644 * \frac{42^2}{2} = 568 \text{ joule.} \quad (21)$$

⁴ Si ringrazia l'ing. Piero Morelli per le prove sui fili

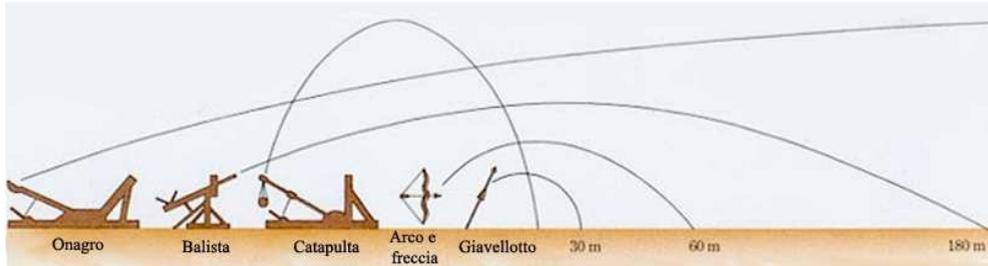


Figura 11. Le gittate delle varie armi [R-1]: per la balista 180 m.

Sapendo il valore dell'energia che deve essere fornita, considerando un assegnato allungamento sulla fibra esterna per garantire un certo valore del precarico al quale corrisponde un angolo θ_{prec} (angolo del quale deve ruotare il manubrio esterno, mantenendo i braccetti in posizione di riscontro con il montante esterno), si può determinare l'angolo al quale si deve portare il braccetto prima del lancio (partendo sempre dalla posizione di riscontro dei braccetti). Conosciuti il limite elastico del materiale, si può anche determinare il valore massimo dell'angolo al quale si possono portare i braccetti senza portare a rottura i fili esterni della matassa (sempre partendo dalla posizione di riscontro dei braccetti).

Considerando quindi un allungamento del filo esterno in condizioni di precarico pari ad

$$\epsilon = 1,5 \% , \text{ con la (6) si calcola: } 1,5\% = \frac{\sqrt{(162)^2 + (46,3 \cdot \theta_{prec})^2} - 162}{162}$$

e quindi $\theta_{prec} \cong 0,63 \text{ rad} \rightarrow 36^\circ$.

Calcolando la differenza fra l'energia per -l'angolo di precarico sommato all'angolo di lancio- e -l'angolo di precarico- e ponendo questa energia uguale a quella necessaria per il lancio già calcolata in (21):

$$W_{TOT}(\theta_{prec} + \theta_{Lancio}) - W_{TOT}(\theta_{prec}) = 568 \text{ joule} ,$$

risolvendo numericamente per l'incognita θ_{Lancio} , si ottiene:

$$\theta_{Lancio} \cong 0,71 \text{ rad} \rightarrow \cong 41^\circ .$$

I fili più esterni rimangono in campo elastico lineare fino a $\epsilon \cong 6,8 \%$, quindi ancora con la (6), partendo dalla posizione di riferimento dei braccetti, si calcola l'angolo massimo rispetto alla posizione di riscontro dei braccetti :

$$\theta_{MAX} \cong 0,73 \text{ rad} \rightarrow \cong 42^\circ .$$

Quindi la nostra balista, per le caratteristiche dei fili scelti, lavora, su di una gittata di 180 m, strettamente entro i limiti di progetto definiti.

La massa da lanciare di 0,644 kg si ottiene con una sfera di materiale lapideo⁵ avente un diametro di circa 92,5 mm, cioè ancora con il valore del modulo. In questo calcolo si scopre così che, senza chiedersi come si potessero estrarre allora le radici cubiche [4], la palla può essere il *calibro* del foro in cui va alloggiata la matassa, infatti esplicitando la massa in funzione del volume, convertendo nelle opportune unità di misura, dalla (1-bis) si ritrova la stessa legge cubica che lega la massa al modulo tramite la densità $\rho = 2,16 \text{ kg/dm}^3$, infatti

$$D = 96 \sqrt[3]{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3} \text{ da cui } \rho = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^6}{96^3 \cdot \pi \cdot 4} = 2,16 \text{ kg/dm}^3 \quad (22)$$

⁵ La *palla* di pietra può essere sostituita da una sfera di alluminio, dato che l'alluminio ha circa la stessa densità della pietra.

4. CONFRONTI CON ALTRE RECENTI RICOSTRUZIONI

Su rete si trovano alcuni disegni e alcune ricostruzioni della balista, alcune di notevoli dimensioni Figg. 12, 13, 14.

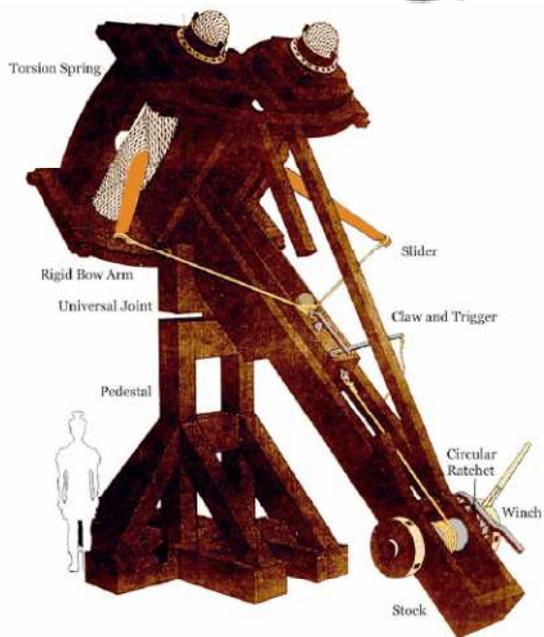
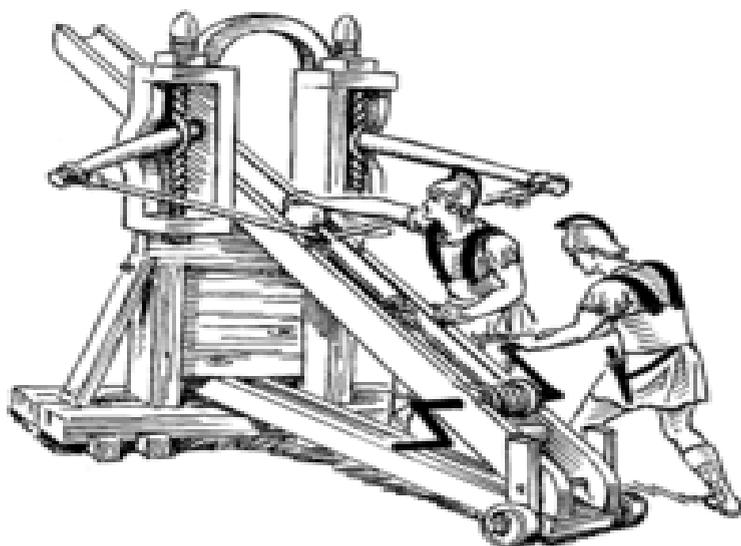


Figura 12. Disegni di ricostruzioni di baliste [R-2] [5]



Figura 13. Disegni e prototipi di baliste in ordine [R-3 - R-6].

In [4] viene descritto un progetto comune (1971-72) fra le facoltà di Lettere e di Ingegneria dell'Università di Reading per la ricostruzione di una balista.

Nella Fig. 13 l'immagine in alto a destra si riferisce alla balista di Erone, molto leggera e con ampia rotazione dei braccetti [11].

Questi braccetti vengono armati ruotandoli in senso orario (rispetto alla posizione del lanciatore) quello di destra ed in senso antiorario quello di sinistra a differenza delle altre macchine nelle quali i versi di rotazione si scambiano. Sembra quindi spontaneo riferirsi per la balista di Vitruvio ad una evoluzione dell'arco, mentre per quella di Erone alla evoluzione della fionda ad elastico.



Figura 14. Altri prototipi di baliste [R-7][R-8]

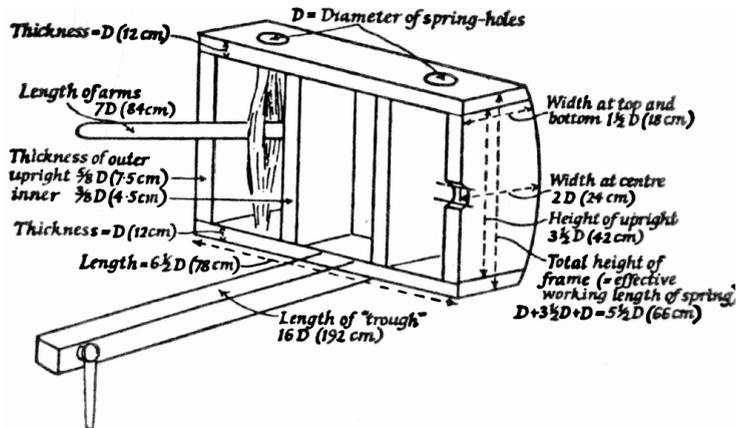


Figura 15. Lo schema di riferimento [4].

5. IL PROGETTO

Dopo aver preso in considerazione vari sistemi Figg. 12, 13, 14, averne analizzato pregi e difetti, facendo riferimento a pezzi dell'epoca recentemente rinvenuti e agli schemi riportati nelle Figg. 14, 15, si fissano le caratteristiche fondamentali riprendendole sostanzialmente da [4], soprattutto per quanto riguarda la struttura portante. Si variano solo alcuni rapporti, dato che la figura si riferisce ad una macchina per il lancio di frecce e non di palle di pietra. Particolare attenzione viene posta alla chiusura delle forze che sollecitano la matassa, mantenendo tuttavia sfalsati i montanti per permettere un'ampia rotazione delle leve. Durante il progetto si cerca di rendere essenziali i particolari, così si discutono altre soluzioni e si fa anche riferimento a particolari di alcune macchine esposte nei musei della civiltà contadina Fig. 17, pensando che in alcuni strumenti agricoli si siano usati gli stessi accorgimenti usati nelle armi, dato che dovevano essere già ben collaudati.

Dopo aver analizzato altre soluzioni costruttive Figg. 18, 19, si progetta un particolare sistema di precarico con un manubrio esterno che si inserisce in spezzoni di tubo impiegati per contenere la matassa elastica e si progetta un particolare sistema di protezione con ritegno mediante nottolini Fig. 20. Il blocco del sistema di precarico è ottenuto, come nella descrizione di Vitruvio, utilizzando la differenza di passo angolare fra i fori di alloggiamento di una spina di ritegno, realizzati nei due elementi di ancoraggio.

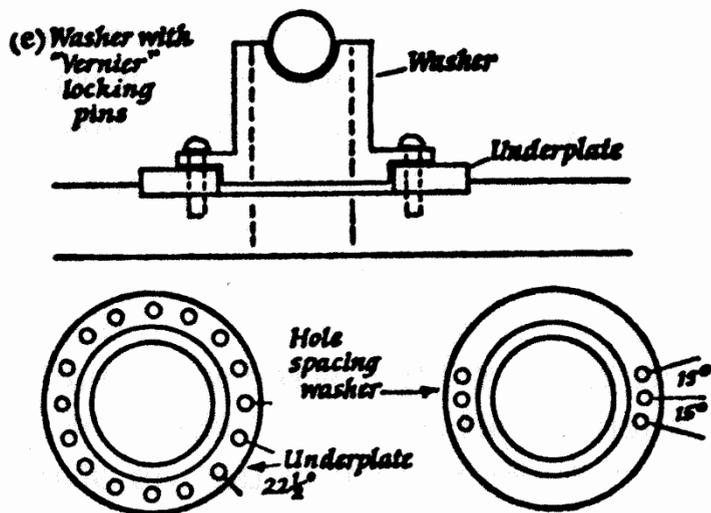


Figura 16. Il sistema di ritegno e posizionamento della matassa [4].



Figura 17. Particolari da vecchi carri agricoli.



Figura 18. La matassa, il quadro per il precarico e il nottolino di arresto in un prototipo [R-9].



Figura 19. Particolare per lo sgancio, Ist. Tecnico Ind.le “E. Fermi”, Lucca [R-10].

La slitta viene armata tramite un argano. L’interposizione di una taglia multipla rende particolarmente agevole l’operazione di ricaricamento. La slitta viene protetta mediante un sistema automatico di ritegno realizzato sempre con nottolini. Il sistema di sgancio viene definito dopo aver discusso soluzioni, note come quelle riportate nelle Fig. 13, 19.

Viene infine progettato un telaio di sostegno con regolazione dell’alzo Fig. 21 e fissaggio a terra della macchina Fig. 23 con l’impiego di zavorra, facendo riferimento ai disegni di Taccola [12] e di Francesco di Giorgio [13] [14].

Nelle Figure 20-26 si riportano schemi, particolari costruttivi e disegni della macchina.

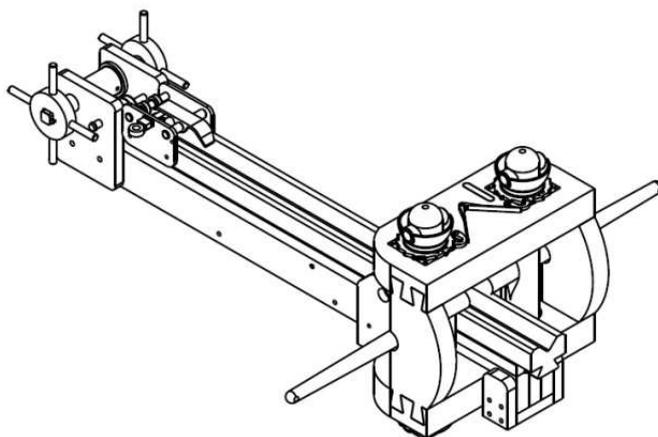


Figura 20. La balista in vista assonometrica.

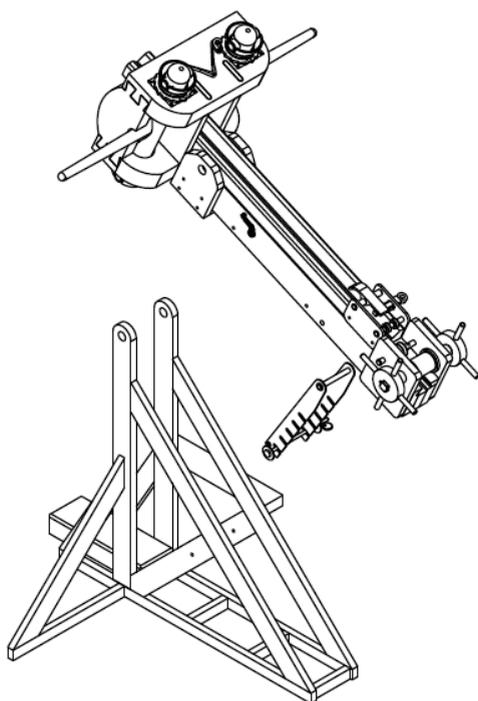


Figura 21. La balista con il telaio di sostegno.

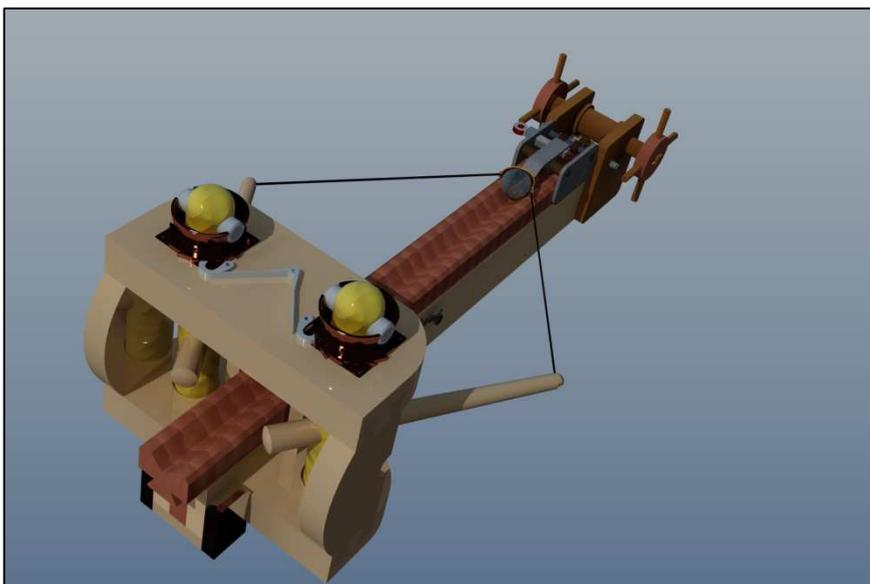
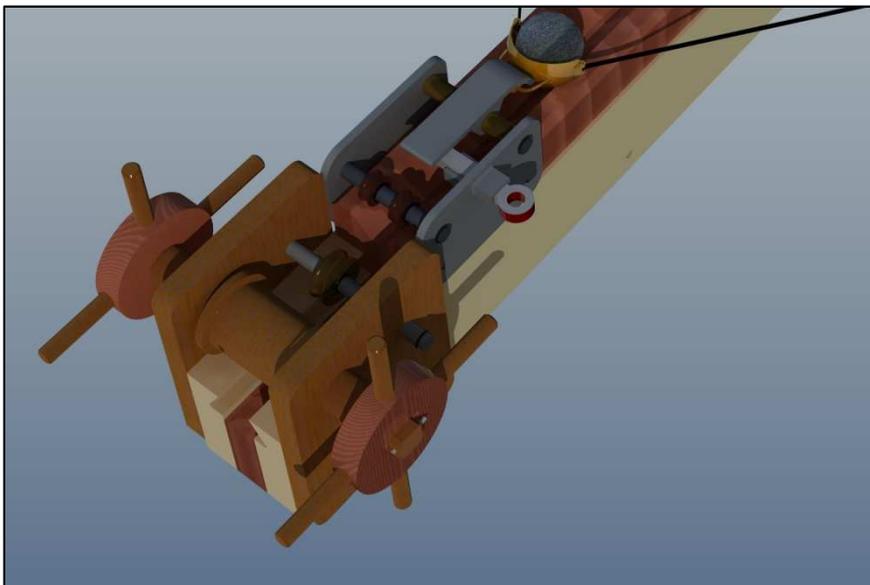


Figura 22. Il particolare con lo sgancio e il particolare con per il fissaggio e l'arresto della matassa.

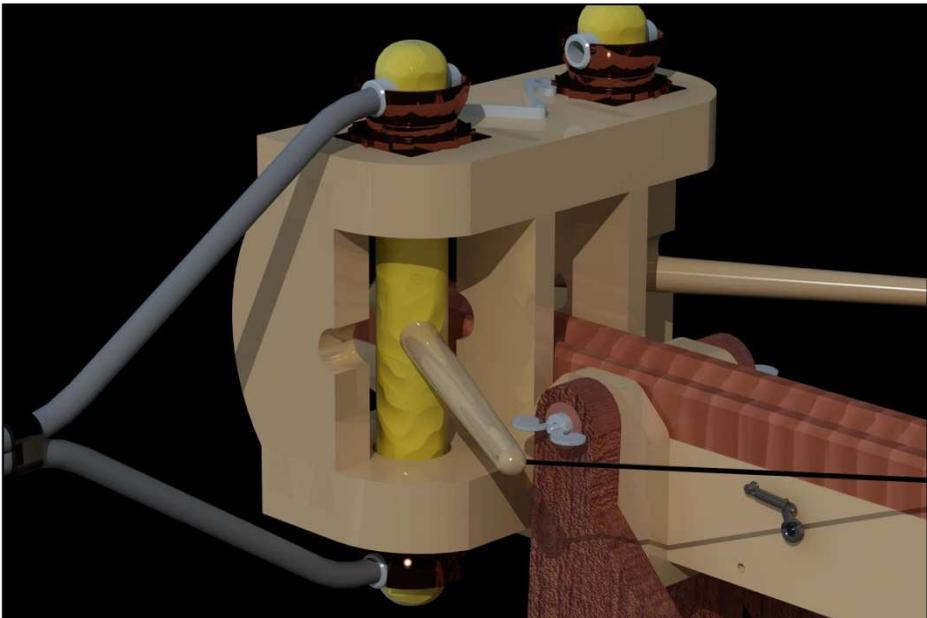
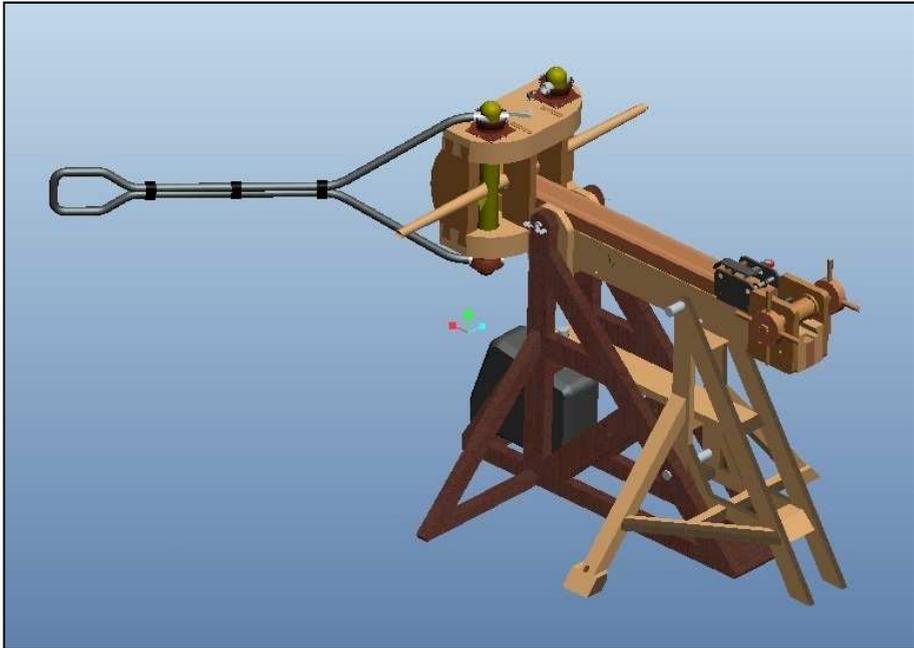


Figura 23. Come precaricare la matassa mediante un manubrio, dopo aver sostenuto adeguatamente la macchina.

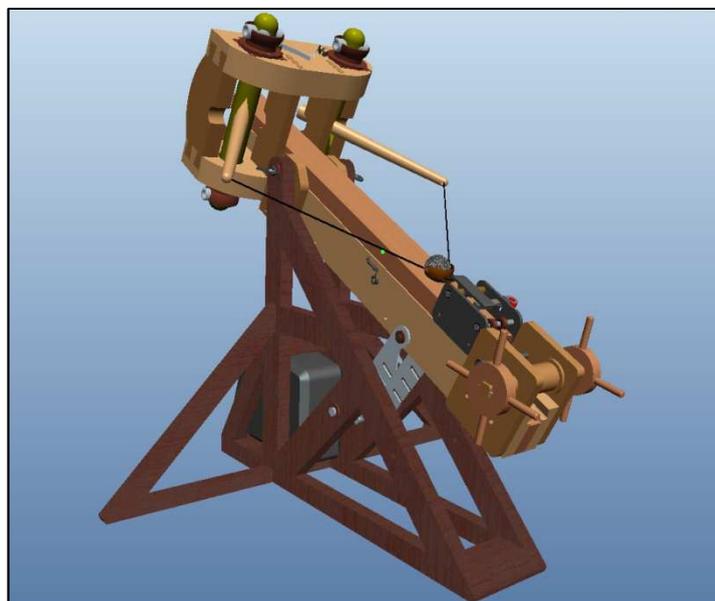
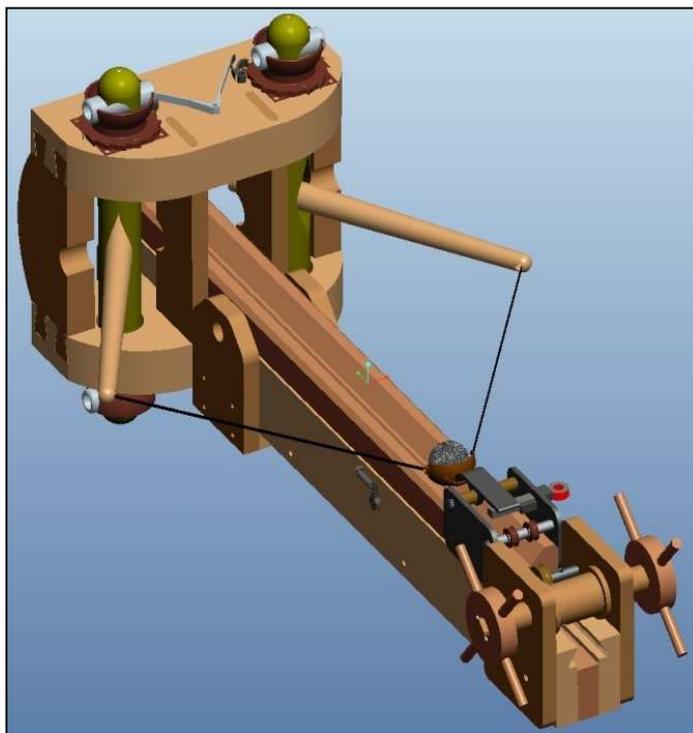


Figura 24. Alcune immagini del progetto.

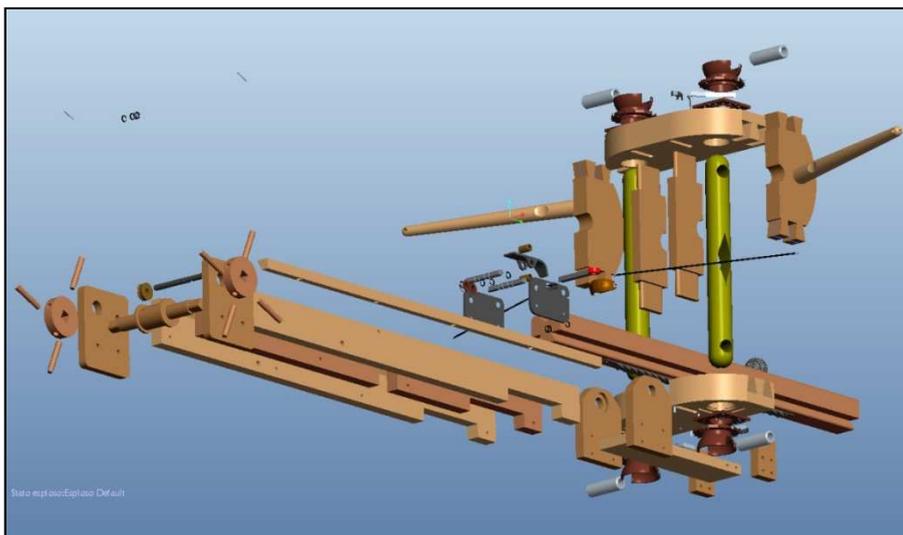


Figura 25. Un esploso della macchina.

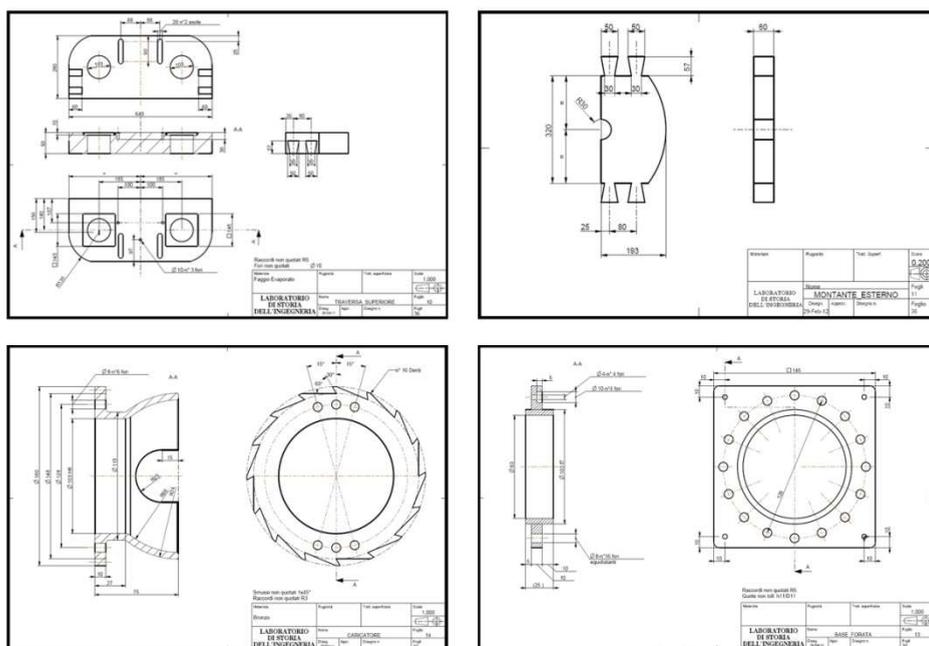


Figura 26. Alcune tavole con i disegni costruttivi di particolari.

In attesa di poter costruire un prototipo, è stato realizzato un breve filmato con la simulazione del lancio. Il filmato è consultabile in rete all'indirizzo (2-2-2012): <http://www.youtube.com/watch?v=PH1bdoiLNdo> ; <http://vimeo.com/34914581> .

6. CONCLUSIONI

La ricostruzione della balista di Vitruvio si è dimostrata una piacevole esperienza che ha molto coinvolto gli studenti frequentanti il Corso. Il lavoro ha permesso di riflettere sul concetto di modulo, di legare la lettura dei testi originali con il progetto e la costruzione. Il progetto ha richiesto di immedesimarsi nella tecnologia e nella realtà dell'epoca, avendo ben sempre presente il parallelo dell'ingegno pensiero e dell'ingegno oggetto/macchina, cioè dell'ingegneria.

Il presente lavoro ha portato anche a riflettere, pensando ai nostri progettisti di macchine automatiche che frequentano con profitto le esposizioni di macchine agricole alla continua ricerca di soluzioni semplici e poco costose, come ci si possa anche rivolgere, forse in modo più piacevole, indietro nel tempo .. dicendo con Plutarco *temprava lo spirito leggendo i classici*.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Marco Vitruvio Pollione, 1990, *De Architectura - Libri X*, trad. L. Migotto, Ed. Studio Tesi, Pordenone.
- [2] Guzzoni A. L., Maraldi M., Molari P.G., 2012, *A historical review of the modulus concept and its relevance to mechanical engineering design today*, Mechanism and Machine Theory, 50 (2012) 1–14.
- [3] G. Barozzi da Vignola, 1562, *Regola delli cinque ordini d'architettura di Iacomo Barozzio da Vignola*, in: P. Cattaneo, G. Barozzi da Vignola (Eds.), *Trattati*, Ed. Il Polifilo, Milano, 1985.
- [4] Landels J.C., 1978, *Engineering in the ancient world*, University of California Press, Berkeley & Los Angeles, cap 5 - Catapults..
- [5] Soedel W., Foley V., 1979, *Ancient Catapults*, Scientific American, March.
- [6] M.P. Vitruvius, 1511, *De Architectura, Venetiis Ioannis de Tridino alias Tacuino 1511*, <http://penelope.unichicago.edu/Thayer/E/hom.html>.
- [7] M. Vitruvio, 1521, *Di Lucio Vitruvio Pollione De architectura libri dece traducti de latino in vulgare affigurati: commentati: & con mirando ordine insigniti: per il quale facilmente potrai trouare la multitude de li abstrusi & reconditi vocabuli a li soi loci & in epsa tabula con summo studio expositi & enucleati ad immensa utilitate de ciascuno studioso & beniuolo di epsa opera. Trad. Cesare Cesariano*, Ed. Gottardo da Ponte, impressa nel amoena ... citate de Como : per magistro Gotardo da Ponte cittadino milanese, 1521. 15. mensis Iulii.
- [8] M. Vitruvio, 1567, *I dieci libri dell'architettura di M. Vitruvio -Tradotti & commentati da Mons. Daniel Barbaro eletto Patriarca d'Aquileia, da lui riveduti & ampliati; & hora in piu commoda forma ridotti.*, Venezia, Ed. Francesco de' Franceschi senese, 1567, Facsimile Bardi ed., Roma, 2006.
- [9] Valturio Roberto, 1472, *De re militari / Roberto Valturio* (Contiene, in ripr. facs. digitale: A, De re militari. Verona, Giovanni di Nicolò, 1472. Biblioteca civica di Verona, inc. 1084; B, De re militari. Verona, Giovanni di Nicolò, 1472. Biblioteca civica Gambalunga, Rimini, 4.S.IV.11; C, De re militari, trad. it. di Paolo Ramusio. Verona, Bonini, 1483. Biblioteca civica di Verona, inc. 1020; D, De re militari. Biblioteca Apostolica Vaticana, ms. Urb. lat. 281, 1462), Ed. Guaraldi Rimini ; Y press, Milano, 2006. (N.B. In questa edizione manca il manoscritto, ora conservato alla Ambrosiana di Milano, bellissimo per le illustrazioni, che Sigismondo inviò in dono a Maometto II e che fu intercettato durante il viaggio dai Veneziani).
- [10] Valturio Roberto, 1485, *DE RE MILITARI libris XII .. anno 1485 ..* Parisiis, Christianum Wechelum, 1535.

- [11] Russo Flavio, Russo Ferruccio, 2011, *Piccola, potente e maneggevole*, Archeo, n 311, gennaio.
- [12] Mariano Taccola, ??, *De Ingeniis 2 voll.*, facsimile., Reichert Verlag, Wiesbaden 1984.
- [13] Francesco di Giorgio, ??, *Trattati di architettura ingegneria e arte militare voll.2*, Ed Polifilo, Milano, 1967.
- [14] Francesco di Giorgio, ??, *Il codice Ashburnham 361 della Biblioteca Laurenziana di Firenze con frammento della Biblioteca municipale di Reggio Emilia*, Ed fac-simile Giunti Barbèra, 1979/1994.

Riferimenti di rete (3-2-2012) per alcune figure

[R-1] Fig. 11

http://4.bp.blogspot.com/_umhSvWEgx2c/TKX9udi9zEI/AAAAAAAAAGro/NhOALQXKtak/s1600/1174261134.jpg

[R-2] Fig. 12 in alto

http://it.wikipedia.org/wiki/File:Ballista_%28PSF%29.png

[R-3] Fig. 13, immagine in alto a sinistra

<http://www.megghy.com/ciurma/Immagini/balista.jpg>

[R-4] Fig. 13, immagine in alto a destra

<http://members.multimania.nl/onager/cheiroballista.html>

[R-5] Fig. 13, immagine in basso a sinistra

<http://olivieromuru.blogspot.com/2011/01/balista-rcs-scuola-fi2010.html>

[R-6] Fig. 13, immagine in basso a destra

<http://www.icastelli.org/principi/armi/baliste/baliste.htm>

[R-7] Fig. 14, immagine a sinistra:

<http://www.carpenteroakandwoodland.com/media/42769/balista-5.jpg>

[R-8] Fig. 14, a destra:

<http://www.siege-engine.com/MistaBallista.shtml>

[R-9] Fig. 18

<http://wattsunique.com/blog/wp-content/uploads/balista211.jpg>

[R-10] Fig. 19

http://www.provincia.lucca.it/istruzione/collezioni_didattiche_scuola_collezione.php?id=83

Altri riferimenti di rete

http://www.roma-victrix.com/armamentarium/img/tormenta_balista.htm

http://www.roma-victrix.com/armamentarium/tormenta_balistapal.htm

UNA METODOLOGIA INNOVATIVA DI PROGETTAZIONE INTEGRATA PER L'ANALISI E LA CARATTERIZZAZIONE DELLA SENSITIVITÀ DELLE PERFORMANCE

Angelo Oreste Andrisano

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: angelooreste.andrisano@unimore.it*

Matteo Ansaloni

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: matteo.ansaloni@unimore.it*

Francesco Gherardini

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: francesco.gherardini@unimore.it*

Francesco Leali

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: francesco.leali@unimore.it*

Marcello Pellicciari

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: marcello.pellicciari@unimore.it*

Fabio Pini

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: fabio.pini@unimore.it*

Alberto Vergnano

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: alberto.vergnano@unimore.it*

Abstract. *Il presente lavoro è volto all'analisi e alla caratterizzazione della sensitività delle performance dei processi tecnologici. Le tradizionali tecniche di Robust Design utilizzate per l'analisi e l'ottimizzazione di processi e prodotti non sono mirate all'analisi della sensitività, pertanto un nuovo approccio è proposto. Il metodo presentato integra, ed*

estende ai processi tecnologici, la teoria della distribuzione della sensitività delle performance (PSD), originariamente proposta nell'ambito dell'analisi dei meccanismi, in particolare nell'analisi dei manipolatori.

Questo nuovo approccio, nominato PSD specializzato, parte dalla definizione del problema della sensitività delle performance definendo i parametri chiave, ovvero le Variabili di Progetto (DVs), i Parametri di Progetto (DPs) e le Funzioni di Performance (PF). In accordo con la teoria PSD la sensitività delle PF è espressa in termini delle deviazioni dei DVs e DPs, ed è geometricamente descritta da un iperellissoide nello spazio delle deviazioni. Indici di sensitività sono successivamente introdotti per valutare la sensitività delle funzioni di performance rispetto ai valori nominali dei DVs e DPs. Mediante l'analisi di regressione si ottiene una descrizione matematica delle PF, così che l'approccio PSD risulti applicabile nell'analisi dei processi manifatturieri. Un caso di stampaggio ad iniezione di un provino è riportato per la validazione del metodo proposto.

Questo lavoro propone una specializzazione della teoria PSD per l'analisi di processi di produzione, estendendo il suo campo originario di applicazione grazie ad un nuovo approccio nell'espressione analitica delle FP. Il metodo proposto può essere facilmente inserito all'interno di un processo di progettazione integrata, utile per la caratterizzazione delle performance, specialmente nelle prime fasi di sviluppo di prodotti e processi.

Keywords: *Analisi di Sensitività, Metodi di Progettazione Integrata, Stampaggio ad iniezione.*

1. INTRODUZIONE

I sistemi meccanici e i processi tecnologici sono comunemente descritti attraverso parametri progettuali che determinano, con i loro valori e le loro deviazioni, le performance finali o la qualità del processo o prodotto [1, 2]. A causa della complessità dei processi ingegneristici non è sempre possibile, o economicamente conveniente, poter controllare e verificare tutti i parametri di processo. In quest'ottica le *Key Characteristics* (KC) devono essere identificate e indagate [3-4]. La gestione e l'analisi delle KC ha bisogno di metodi di progettazione integrata che possano portare ad una gestione globale delle KCs [5, 6].

I metodi di Robust Design sono ampiamente adottati per individuare le relazioni analitiche tra prestazioni finali e le KC, permettendo di indagare i valori nominali che consentono di ottenere prestazioni ottimizzate. Esempi ben noti sono i metodi Taguchi, Response Surface Method, le reti neurali, i metodi Fuzzy Regression e i metodi Desirability Function [7, 8]. Tali metodi sono prestazionali per essere utilizzati in un approccio integrato di progettazione, ma non sono direttamente focalizzati sulla sensitività delle prestazioni, ovvero la misura della variazione delle prestazioni causata dalla deviazione delle KC.

La robustezza di un sistema aumenta quando la sua sensitività diminuisce: in quest'ottica, l'analisi di sensitività è particolarmente importante in caso di valori di prestazione risultino vicini ai limiti di specificazione. Tali limiti possono essere facilmente superati da variazioni causate da piccole deviazioni dei parametri in condizioni operative e i requisiti di progettazione possono non risultare soddisfatti [9-11]. Data la sua importanza nella determinazione della qualità finale, l'analisi di sensitività dovrebbe essere inclusa nel workflow tipico del processo integrato di progettazione.

Il presente lavoro propone l'integrazione e l'estensione della teoria PSD, originariamente proposto da [8], al fine di caratterizzare la sensitività delle prestazioni dei processi tecnologici, quali, ad esempio, lo stampaggio ad iniezione.

La tradizionale analisi di sensitività delle prestazioni di un processo tecnologico viene effettuata attraverso la differenziazione delle singole funzioni di performance che modellizzano il processo. Questo metodo non permette di definire la sensitività globale delle performance di un processo, inoltre non permette di stabilire dei limiti alle variazioni dei parametri di processo che consentano di rispettare i vincoli imposti sulla variabilità delle performance.

Sviluppata nel campo della robotica, per valutare la sensitività dei meccanismi articolati rispetto alla loro variabilità dimensionale [16], la teoria PSD si mostra promettente per una sua ulteriore applicazione all'analisi della sensitività delle prestazioni dei processi manifatturieri, permettendo di risolvere i problemi sopra descritti [17-20].

Il workflow del metodo specializzato è mostrato in Fig. (1). Inizialmente è proposta una descrizione del problema di sensitività; successivamente attraverso l'analisi di regressione vengono ricavate le funzioni di performance del processo che vengono successivamente utilizzate per la conduzione dell'analisi di sensitività.

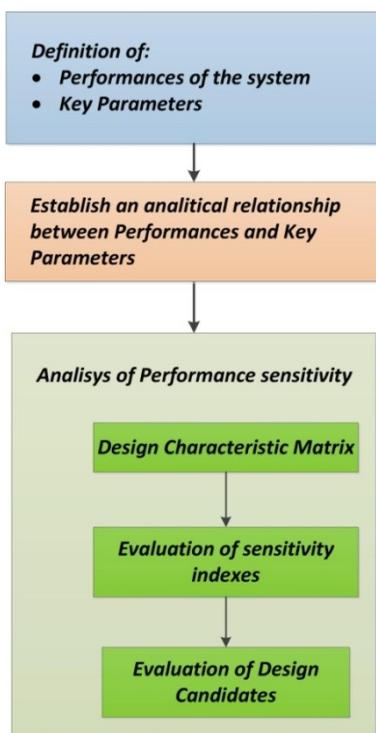


Figura 1. Workflow del metodo specializzato

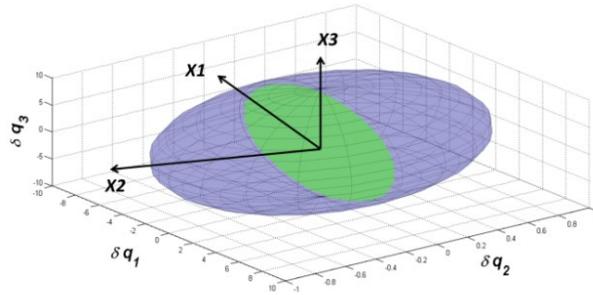


Figura 2. Iperellissoide nello spazio delle variazioni ($n=3$).

Il presente lavoro è strutturato in 4 sezioni: nella sottosezione 1.1 vengono descritti i fondamenti della teoria PSD e il suo successivo sviluppo; la sezione 2 delinea il tipico problema di sensitività presentato e la successiva specializzazione della teoria per l'analisi di processi tecnologici; la sezione 3 presenta l'applicazione della teoria ad un caso pratico di stampaggio ad iniezione di un provino e, infine, nella sezione 4 sono presentate le conclusioni.

1.1 Evoluzione della Teoria PSD

Originariamente il concetto di sensitività è nato come descrizione delle variazioni di un sistema meccanico in funzione delle tolleranze di produzione considerate come variabili interne.

Parkinson ha analizzato il problema di determinare le dimensioni nominali ottime per i componenti di un assieme meccanico soggetti a tolleranze dimensionali. In [9] è proposta un'ottimizzazione deterministica che permette di calcolare le dimensioni nominali dei componenti di un assieme che minimizzano l'effetto deviatorio delle tolleranze. Il processo poteva anche essere utilizzato in direzione inversa per calcolare il set ottimale di tolleranze date le specifiche funzionali sull'assieme.

Zhu e Ting hanno introdotto la teoria PSD della distribuzione della sensitività delle performance che permette la descrizione geometrico-analitica della sensitività nello spazio delle variazioni, ovvero lo spazio descritto dalle variazioni dei parametri di processo, attraverso un iperellissoide [8].

In Fig.(2) è rappresentata la conica uno spazio delle variazioni tridimensionale. La forma, l'orientamento e le dimensioni della conica vengono descritte da opportuni indici di sensitività che dipendono dai valori nominali dei parametri di progetto. Inoltre, in [8] è descritto il concetto di Design Characteristic Matrix.

Caro et al. applicano la teoria PSD per lo sviluppo di un metodo di sintesi delle tolleranze per meccanismi. In [21] è presentato un esempio di ottimizzazione del volume interno del Tolerance Box. Nello stesso contributo vengono analizzati diversi indici di sensitività e vengono comparati attraverso opportuni casi applicativi. Gli autori propongono anche l'utilizzo, come indice di sensitività, del massimo valore singolare della Characteristic Matrix. Gli autori presentano due esempi di sintesi delle tolleranze per meccanismi.

Lu e Li integrano l'approccio PSD e lo utilizzano nella progettazione di sistemi dinamici robusti rispetto alla variazione di parametri interni. Inoltre propongono un metodo di progettazione basato sull'allocazione degli autovalori della Characteristic Matrix [17].

In un lavoro più recente, gli stessi autori considerano la progettazione di sistemi dinamici in cui il modello del sistema presenti elementi di incertezza o di variabilità. L'approccio proposto prevede due diversi step di ottimizzazione. Il primo mira alla minimizzazione degli effetti legati alle incertezze sul modello, attraverso metodi della perturbazione di matrici applicati alla Characteristic Matrix. Il secondo minimizza l'effetto della variazione dei parametri. Infine diversi casi di studio sono presentati.

Seguendo l'approccio PSD, Al-Widyan e Angeles descrivono la relazione tra parametri ambientali e performance del sistema [16]. Essi si focalizzano in particolare sulla natura stocastica di tali parametri e propongono un framework basato sulla formulazione probabilistica della Characteristic Matrix per descrivere le performance come variabili aleatorie normalmente distribuite. Si evidenzia infine come il metodo PSD viene specializzato per considerare sistemi caratterizzati da forti non linearità [19, 20].

Dall'analisi della letteratura appare come la teoria PSD e le sue varianti siano state applicate all'analisi e alla caratterizzazione della sensitività dei meccanismi. Al fine di estendere tale teoria alla caratterizzazione dei processi è necessario trovare una descrizione analitica delle funzioni di performance, specializzando la teoria proposta da [8]. L'analisi di regressione fornisce tali strumenti e permette di integrare il metodo rendendolo adatto alla caratterizzazione della sensitività dei processi manifatturieri. Seguendo questo approccio è possibile determinare e caratterizzare la sensitività globale delle performance di un processo.

2. SPECIALIZZAZIONE DEL METODO PSD

Questa sezione fornisce la descrizione analitica necessaria a specializzare la teoria PSD per effettuare l'analisi di sensitività delle performance di processi tecnologici. Nella sottosezione 2.1 è delineato il problema di sensitività, nel quale si distingue tra variabili di progetto (DVs), parametri di progetto (DP) e funzioni di performance (FP). Successivamente viene presentata la descrizione geometrica dello sensitività e nella sottosezione 2.2 alcuni criteri topologici, basati sul concetto di iperellissoide, vengono proposti per eseguire la caratterizzazione e l'analisi di sensitività. Nella sottosezione 2.3 viene presentato la specializzazione del modello e il modello di regressione che si propone di descrivere la relazione tra FP e DVS in un generico processo tecnologico.

2.1 Descrizione del Problema di Sensitività

Nell'analisi di sensitività è possibile distinguere tra fattori che possono essere controllati durante il processo (DVs) e fattori di disturbo per il processo (DPs), che generalmente vengono considerati come influenze esterne ma che non possono essere controllati dal progettista. I DVs e DPs possono essere rispettivamente inseriti in un vettore n-dimensionale $\bar{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$ e in un vettore l-dimensionale $\bar{p} = [p_1, \dots, p_l]^T$. Analogamente le funzioni di performance possono essere inserite in un vettore m-dimensionale $\bar{f} = [f_1, \dots, f_m]^T$. La relazione funzionale tra le PFs e i DPs e DVs è $\bar{f} = \bar{f}(\bar{q}, \bar{p})$.

La variazione delle PF causata dalla variazione dei DVs e DPs può essere approssimata dall'espansione lineare:

$$\Delta = [J_q J_p][\overline{dq}^T \overline{dp}^T]^T = J dx \quad (1)$$

Nella Formula (1), J rappresenta la matrice m per $(p + q)$ Jacobiana del sistema calcolato per un insieme preciso di valori per i DVs e DPs, cioè, nello specifico, i loro valori nominali. Tale matrice è composta da due parti: $J_q = \partial \bar{f} / \partial \bar{q}$ è la sottomatrice m per q dei DVs e $J_p = \partial \bar{f} / \partial \bar{p}$ è la matrice m per p dei DPs. In questo modo la matrice J descrive matematicamente la sensitività del sistema e contiene le variazioni dei DVs (\overline{dq}^T) e dei DPs (\overline{dp}^T). Inoltre è necessario sottolineare come la linearizzazione sia valida sotto determinate condizioni legate alla variazione dei parametri che deve essere contenuta entro il 3%÷5% del loro valore nominale [9]. Lo spazio descritto dai vettori dei DVs e DPs è detto Spazio delle variazioni. In accordo con la letteratura scientifica, per una prima analisi è possibile trascurare i valori dei DPs in quanto generalmente associati a parametri che non vengono presi in considerazione nella progettazione delle performance finali, nella quale ci si concentra sui valori dei DVs. Un tipico esempio di DP per il processo di stampaggio ad iniezione è rappresentato dall'umidità esterna [21].

La norma del vettore Δ permette di definire dei vincoli alla variazione delle performance in accordo con gli obiettivi del progetto:

$$\|\Delta\|_2^2 = [J dx]^T [J dx] = \sum_{i=1}^m \Delta_i^2 \quad (2)$$

All'interno dell'equazione (2) vengono legate le variazioni dovute alle singole componenti del vettore delle performance alle tolleranze sui DVs. Detta A la Characteristic Design Matrix, $A = J^T J$, l'equazione (2) diventa:

$$\|\Delta\|_2 = [dx]^T A [dx] \quad (2.1)$$

Attraverso le Equazioni (2) e (2.1) è possibile osservare come la matrice A sia semidefinita positiva, pertanto esistono n autovalori non negativi e n autovettori ortonormali. Il numero di autovalori positivi è pari al rango della matrice A . Gli autovettori di A definiscono forma, dimensione e orientamento di un iperellissoide entro una famiglia dipendente dal valore scalare $\|\Delta\|_2$. Le lunghezze dei semiassi sono inversamente proporzionali ai valori degli autovalori di A . In questo modo le performance sono meno sensibili nella direzione dell'autovalore più grande e meno sensibili nella direzione dell'autovalore più piccolo; inoltre, quando alcuni degli autovalori assumono valori nulli, l'iperellissoide degenera in un cilindroide.

L'analisi di sensitività nasce dalla valutazione di diversi insiemi di valori per i DVs, detti anche Design Candidates. Questa valutazione impone l'imposizione di vincoli sulle performance, ad esempio definendo delle tolleranze sulle lunghezze, attraverso i quali poter scegliere un iperellissoide dalla famiglia. Questi vincoli devono essere imposti sulla base dei requisiti di progetto. Detta Δ_i^* la singola tolleranza sulle performance, i vincoli globali sulle tolleranze sono espressi dalla relazione

$$\|\Delta\|_2 \leq \sum_{i=1}^m \Delta_i^{*2} = \hat{\Delta}_f^2 \quad (3)$$

Attraverso l'equazione (3) è possibile individuare una regione di spazio interna all'iperelissoide, detta Feasible Space, i cui punti rappresentano le variazioni concesse ai DVs che permettono di ottenere il rispetto delle tolleranze sulle deviazioni delle performance. In altri termini è possibile definire il Feasible Space come quella regione di spazio all'interno della quale le deviazioni delle performance globali del processo sono accettabili.

Quando uno degli autovalori è nullo, e il Feasible Space è descritto da un cilindroide, allora una direzione diventa non limitata. In letteratura, e.g. [8], si ricorre ad una ridefinizione degli autovalori, che porta il cilindroide a diventare un ellissoide modificato, in modo da poter eseguire l'analisi di sensitività.

L'algoritmo presentato (4) è tale per cui la direzione degli assi, per i quali si hanno autovalori nulli, rimanga invariata.

$$\hat{\lambda}_i = \max\left(\lambda_i, \frac{\Delta_F^2}{k^2 \|q\|_2^2}\right) \quad (4)$$

In (4), λ_i rappresenta l'i-esimo autovalore della Characteristic Design Matrix, la quantità $\|q\|_2^2 = \sum_{i=0}^n q_i^2$ è la norma del vettore dei DVs e k è il coefficiente che viene scelto tra $[0,03;0,05]$ per soddisfare i requisiti di linearità dell'equazione (1).

2.2 Criteri Topologici per l'analisi di Sensitività

L'iperelissoide precedentemente definito permette la costruzione di criteri topologici per effettuare l'analisi di sensitività. In Fig.(3) è rappresentato un caso applicativo in cui $n=2$: l'area rettangolare contenuta all'interno dell'ellisse rappresenta il Feasible Space, mentre l'ulteriore area che è possibile individuare all'interno dello stesso rappresenta il Tolerance Box che definisce le variazioni concesse ai parametri che permettono il rispetto delle tolleranze sulle performance.

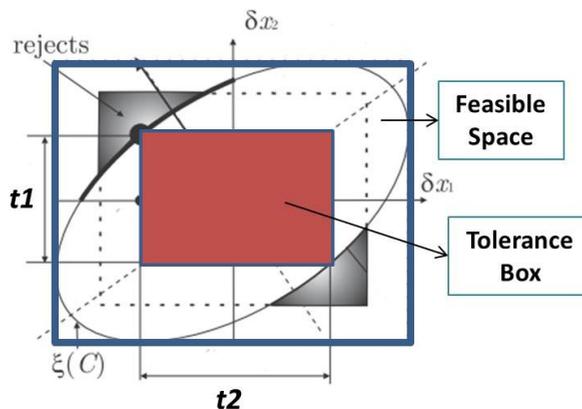


Figura 3. Esempio di Feasible Space e Tolerance Box ($n=2$) [21].

La robustezza del sistema è massimizzata quando la sua sensibilità è ridotta al minimo, cioè quando il volume del Feasible Space risulta massimo e il Tolerance Box può coprire la maggior parte possibile del Feasible Space, senza superare i limiti imposti dall'ellisse. I valori che cadono all'esterno dell'ellisse rappresentano deviazioni che causano una degradazione delle performance finali maggiore delle tolleranze consentite alle stesse. Dalla geometria del problema si vede come l'orientazione, dipendente dagli autovalori della matrice A , oltre che il volume, contribuiscano al valore del rapporto tra il volume del Tolerance Box e il volume dell'iperellissoide.

2.3 Specializzazione PSD

Gli indici di sensibilità, il cui scopo è valutare la forma e l'orientazione dell'iperellissoide, permettono di caratterizzare la sensibilità delle performance del processo attraverso una loro valutazione per diversi Design Candidates. Presentati in ordine di importanza gli indici sono:

- Minimo valore per il massimo autovalore della matrice A ($\hat{\lambda}_N$);
- Massimo volume del Feasible Space (V_f);
- Minimo valore del rapporto tra il volume del Feasible Space e il volume del Tolerance Box (β_u).

È importante osservare come la complessità del problema non porti necessariamente un preciso Design Candidate ad assumere contemporaneamente tutti i valori minimi o massimi degli indici. Si rivela spesso necessario operare delle scelte: differenti esempi di trade-off sono presentati in letteratura.

Per applicare la teoria PSD per la caratterizzazione dei processi industriali, un modello analitico del processo deve essere definito al fine di ottenere il vettore delle PF. Tale modello non può essere descritto da una relazione puramente lineare. Attraverso l'analisi di regressione è poi possibile specializzare la teoria PSD all'analisi di sensibilità dei processi. In particolare, le PF per un processo possono essere matematicamente modellate da un modello quadratico costituito da un polinomio del secondo ordine:

$$f_i(\bar{q}) = \alpha_i + \bar{\beta}_i^T \bar{q} + \bar{q}^T Q_i \bar{q} \quad i=1,..,m \quad (5)$$

dove gli scalari α_i , il vettore $\bar{\beta}_i$ e la matrice Q_i rappresentano i coefficienti di regressione. L'ordine del modello comporta un numero di $(10 \cdot m)$ coefficienti, 10 per ciascuna PF. In accordo con l'equazione (5) è possibile ottenere la seguente espressione per lo Jacobiano del processo:

$$J_i(\bar{q}) = \bar{\beta}_i + 2Q_i \bar{q} \quad (6)$$

Da cui:

$$J(\bar{q}) = [J_1, J_2, \dots, J_m]^T \quad (7)$$

La Design Characteristic Matrix può essere calcolata per ciascun DV, successivamente gli indici di sensibilità possono essere calcolati per caratterizzare la sensibilità.

3. CARATTERIZZAZIONE DI UN PROCESSO DI STAMPAGGIO AD INIEZIONE

La presente sezione affronta l'analisi di sensitività di un processo di stampaggio ad iniezione di un provino rettangolare di plastica. L'obiettivo è la selezione dei Design Candidates che riducono al minimo la sensitività delle performance del processo, simulato attraverso il software di simulazione CAE Moldex3D di CoreTech System Co. Ltd.

Il provino rettangolare misura 60x30mm e ha uno spessore di 3mm. Il materiale è polifenilsulfone (PPSU), un polimero termoplastico ad alte prestazioni utilizzato principalmente per applicazioni nei settori automotive e biomedicale [22]. Seguendo la definizione del problema presentata in 2.2 i DVs sono: la temperatura dello stampo (MoT, q_1), la temperatura di fusione (MeT, q_2) e il tempo di impaccamento (Pat, q_3) che sono inseriti nel vettore $\bar{q} \in \mathbb{R}^3$. Ciascun parametro appartiene ad un range specifico, come riportato in Tabella 1.

Le FP sono rappresentate dallo Shrinkage (f_1) e dalla Flatness (f_2), che costituiscono il vettore $\bar{f} \in \mathbb{R}^2$. I valori dello Shrinkage vengono forniti direttamente dalla simulazione CAE, mentre la planarità viene calcolata considerando lo spostamento di alcuni punti di misura rispetto alla loro posizione iniziale [23]. I dati necessari per costruire il modello quadratico sono ottenuti attraverso metodi di Design of Experiments, specificatamente un piano definito Circumscribed Central Composite Design, Fig.(4). La Tab. (3) mostra i valori di performance dati dal processo di simulazione CAE. L'analisi di regressione è quindi eseguita per definire la FP per il processo di stampaggio ad iniezione.

Tabella 1. Range di variazione specifica per i DV.

<i>Design Variables</i>	<i>Lower limit</i>	<i>Upper limit</i>
<i>Mold Temperature [°C]</i>	120	180
<i>Melt Temperature [°C]</i>	340	400
<i>Packing time [s]</i>	3	17

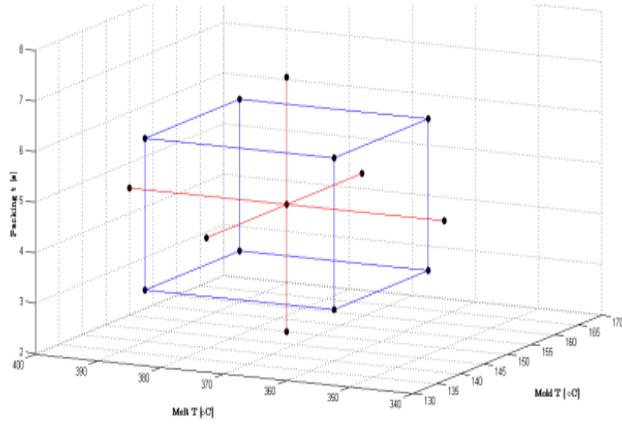


Figura 4. Punti simulati.

Tabella 2. Coefficienti del modello di regressione

	<i>Shrinkage (1stPF)</i>	<i>Flatness (2thPF)</i>
α_i	-5.4520	-3.6325e-002
$\bar{\beta}_i$	[3.3646e-002, 1.1196e-002, 1.7624e-001]	[-2.0725e-005, 2.1511e-004, -6.8257e-004]
Q_i	[-8.2089e-005, 5.6250e-006, -4.4792e-004; 5.6250e-006, -2.2674e-005, 3.7583e-004; -4.4792e-004, 3.7583e-004, -1.1366e-002]	[3.8687e-008, -4.1667e-008, 1.2500e-006; -4.1667e-008, -1.2572e-007, 2.7778e-007; 1.2500e-006, 2.7778e-007, -4.3804e-005]

Tabella 3. Risultati della simulazione

Simulat. (n°)	MoT. [°C]	MeT. [°C]	Pat [s]	Flatness Tolerance [mm]	Shrinkage [%]
1	140	360	3,0	0,0176	0,156
2	160	360	3,0	0,0170	0,366
3	140	390	3,0	0,0210	0,099
4	160	390	3,0	0,0204	0,315
5	140	360	6,0	0,0160	0,822
6	160	360	6,0	0,0156	0,977
7	140	390	6,0	0,0195	0,831
8	160	390	6,0	0,0190	0,995
9	133	375	4,5	0,0190	0,452
10	166	375	4,5	0,0179	0,754
11	150	350	4,5	0,0157	0,637
12	150	400	4,5	0,0210	0,595
13	150	375	1,9	0,0194	0,009
14	150	375	7,0	0,0169	1,106
15	150	375	4,5	0,0184	0,613

Attraverso i risultati delle simulazioni è possibile calcolare le superfici di risposta per le performance del processo a differenti temperature per lo Shrinkage (da Figura 4a a 4d) e per la Flatness (da 5a a 5d).

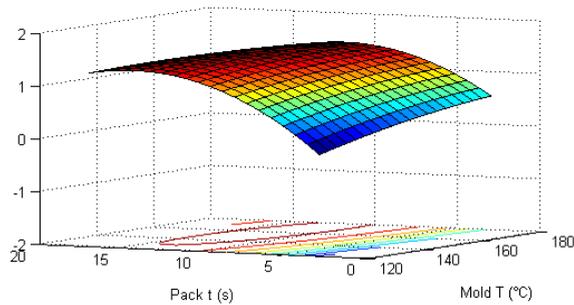


Figura 4(a). Shrinkage RS per MeT of 340,0°C.

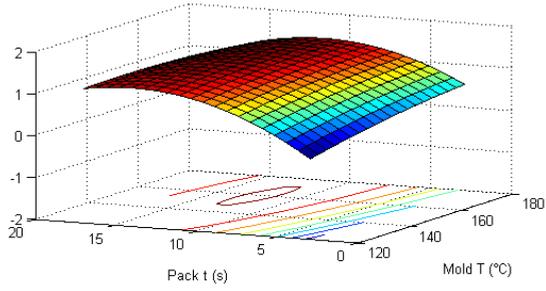


Figura 4(b). Shrinkage RS per MeT of 333,4 °C.

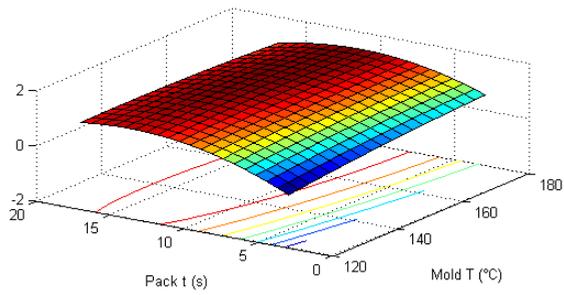


Figura 4(c). Shrinkage RS per MeT of 327,0 °C.

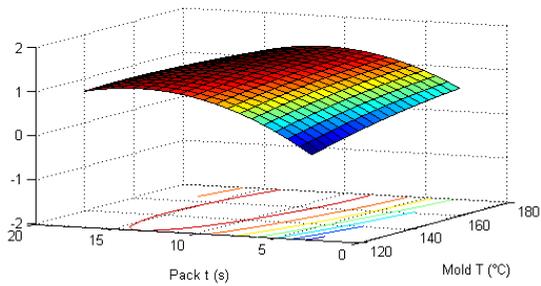


Figura 4(d). Shrinkage RS per MeT of 320,0 °C.

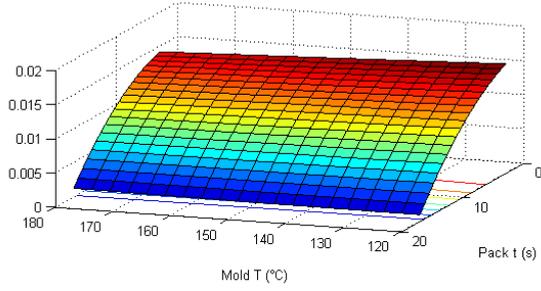


Figura 5(a). Flatness RS per MeT of 340,0°C.

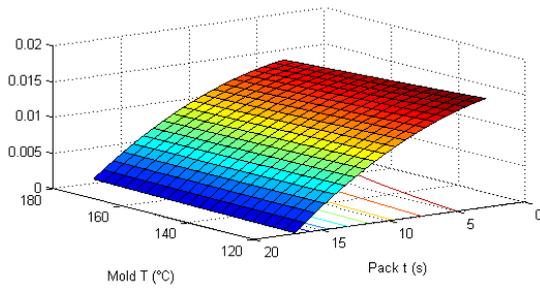


Figura. 5(b). Flatness RS per MeT of 333,4 °C.

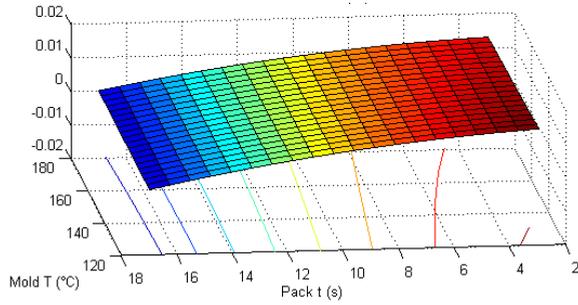


Figura 5(c). Flatness RS per MeT of 326,7 °C.

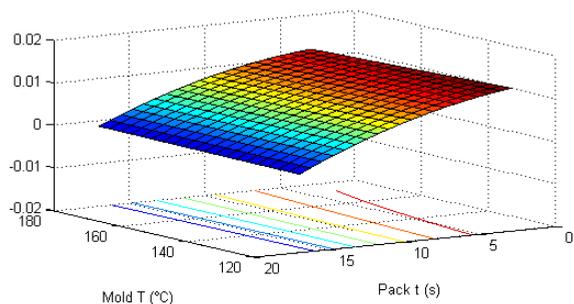


Figura 5(d). Flatness RS per MeT of 320,0 °C.

Il valore del coefficiente k nell'equazione (4) è assunto pari a 0,035. Con questo valore l'equazione (3) fornisce una tolleranza globale $\hat{\Delta}_r$ pari a 0,502. Nella tabella 4 sono indicati i valori dei Design Candidates scelti casualmente in accordo con i dati sul materiale; infine gli indici di sensitività sono riportati in tabella 5. Il Design Candidate n° 12 presenta la miglior combinazione di indici di sensitività pertanto è scelto come insieme di valori nominali per le DVs.

Tabella 4. Design Candidates.

<i>Design Candidate s N°</i>	<i>MoT. [°C]</i>	<i>MeT [°C]</i>	<i>Pat. [s]</i>
1	170,7	379,3	9,1
2	175,2	342,1	8,3
3	136,3	390,9	13,7
4	175,6	396,0	14,1
5	161,6	380,7	5,6
6	134,8	385,4	9,8
7	143,9	384,5	9,2
8	157,3	363,5	12,0
9	177,8	379,3	12,9
10	178,2	350,2	13,5
11	137,8	382,3	6,8
12	178,5	341,9	12,5
13	177,8	356,6	12,1
14	154,2	342,7	5,2
15	170,0	345,8	4,6
16	137,0	389,4	9,9
17	151,0	381,6	16,4
18	175,7	359,0	7,7
19	169,6	397,0	11,1
20	177,9	342,0	6,1

Tabella 5. Indici di sensitività.

Design Candidates (N°)	Vf	β_u	Max $\bar{\lambda}_N$
1	2298,0891	0,5184147	0,0316246
2	12873,8100	0,5239134	0,0011945
3	2797,7183	0,5174935	0,0230918
4	5914,6129	0,5217049	0,0052600
5	2454,6346	0,5190484	0,0383973
6	11424,9670	0,5239286	0,0012935
7	2580,7014	0,5164247	0,0300025
8	6429,4852	0,5193678	0,0045012
9	9982,2322	0,5238268	0,0015152
10	11550,4190	0,5239711	0,0012841
11	5490,5886	0,5218877	0,0048566
12	1682,6069	0,5072925	0,0448476
13	2668,4225	0,5204475	0,0261810
14	12592,5930	0,5238637	0,0012122
15	2433,4845	0,5192117	0,0396856
16	9704,4996	0,5239062	0,0014421
17	4429,9771	0,5175455	0,0086332
18	6642,1434	0,5176788	0,0036745
19	1873,6642	0,5149459	0,0381646
20	3939,9591	0,5194445	0,0100861

4. CONCLUSIONI

Le tecniche di Robust Design sono molto efficaci per l'ottimizzazione di prodotto e processo, ma non sono ugualmente efficaci per effettuare analisi di sensitività. La teoria PSD è stata principalmente sviluppata per fornire una descrizione analitica e geometrica di sensibilità delle prestazioni per meccanismi, soprattutto nel campo della robotica, ma essa presenta la potenzialità per poter essere estesa alla caratterizzazione della sensitività delle prestazioni di un processo manifatturiero. Il lavoro presenta una specializzazione della teoria PSD per effettuare la caratterizzazione della sensibilità di processi tecnologici e, nel contempo, indagare lo spazio delle variazioni dei DVs. In particolare, le limitazioni del PSD, dovute al fatto che è necessario avere un modello analitico, sono state superate attraverso l'adozione di tecniche di regressione. La descrizione delle prestazioni in termini di variabili di processo rappresenta il criterio chiave per l'applicabilità del metodo presentato, quindi la sua efficacia dipende dalla precisione del modello di regressione stesso. Al momento è stato adottato un modello di regressione del secondo ordine, ma ulteriori studi stanno investigando l'uso di diversi modelli, al fine di considerare anche gli effetti di interazione superiori al secondo ordine. L'integrazione della metodologia in un software CAE potrebbe rivelarsi molto utile per fornire al progettista un efficace strumento ingegneristico nella progettazione integrata, soprattutto nelle fasi iniziali di progettazione. Un caso di studio semplice, basato sullo stampaggio a iniezione di un campione rettangolare in materiale polimerico, è stato infine presentato così da validare il metodo

Specializzato PSD, portando alla definizione del valore del Design Candidate che minimizza la sensibilità per il ritiro e la planarità del manufatto.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori vogliono ricordare che il presente lavoro è stato supportato dal "Centro Interdipartimentale per la Ricerca Applicata e Servizi nel Settore della Meccanica Avanzata e della Motoristica - INTERMECH-MO.RE", grazie ai fondi europei POR FESR 2007-2013 della Regione Emilia-Romagna.

BIBLIOGRAFIA

- [1] C. F. Wu Jeff and M. Hamada, 2002. *Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization*. Wiley.
- [2] S. H. Park, 1996. *Robust Design and Analysis for Quality Engineering*. Chapman & Hall.
- [3] Boeing Commercial Airplane Group Technical Report Report #D6-55596 TN, 1992. Key characteristics: the first step to advance quality, USA.
- [4] General Motors Corporation Technical Report 1805 QN, 1996. Key characteristics Designation System: Reference Manual, Detroit, MI, USA.
- [5] A.C. Thornton, 1999. "A mathematical framework for the key characteristic process". Research in engineering design, **11**(3), pp.145-157.
- [6] J.Y Dantan, A. Hassan, A. Etienne, A. Siadat and P. Martin, 2008. "Information modelling for Variation Management during the Product and Manufacturing Process Design". International Journal on Interactive Design and Manufacturing, **2**(2), pp 107-118.
- [7] D.C. Montgomery, 2005. *Progettazione e analisi degli esperimenti*. McGraw- Hill.
- [8] J.M. Zhu and K.L. Ting, 2011. "Performance Distribution Analysis and Robust Design". ASME Journal of Mechanical Design, **123**(1), pp 11–17.
- [9] D. B. Parkinson, 2000. "The application of a Robust Design Method to Tolerancing". ASME Journal of Mechanical Design, **122**(2), pp 149–154.
- [10] Chen, J. Allen, K.L. Tsui and F. Mistree, 1996. "A Procedure for Robust Design: Minimizing Variations Caused by Noise Factors and Control Factors". ASME Journal of Mechanical Design, **118** (4), pp 478–493.
- [11] M.-S. Huang and T.-Y. Lin., 2008. "An innovative regression model-based searching method for setting the robust injection molding parameters". Journal of Materials Processing Technology, **198**(3), pp 436-444.
- [12] H. Oktem, et al., 2007. "Application of Taguchi optimization technique in determining plastic injection molding process parameters for a thin-shell part". Materials & Design, **28**(4), pp 1271-1278.
- [13] W.-C. Chen, G.-L. Fu, P.H. Tai, and W.J. Deng, 2009. "Process parameter optimization for MIMO plastic injection molding via soft computing". Expert Systems with Applications, **36**(2), pp 114-1122.
- [14] Y. Altan, 2009. "Reducing shrinkage in injection moldings via the Taguchi, ANOVA and neural network methods". Materials & Design , **31**(1), pp 599-604 .

- [15]S. Datta, G. Nandi and A. Bandyopadhyay, 2009.” *Application of entropy measurement technique in grey based Taguchi method for solution of correlated multiple response optimization problems: A case study in welding*”. Journal of Manufacturing Systems, **28**(2), pp 55-63.
- [16]K. Al-Widyan and J. Angeles, 2005.” *A Model-Based Formulation of Robust Design*”. ASME Journal of Mechanical Design, **127**(3), pp 388–396.
- [17]X. Lu and H. Li, 2009.” *Stability Based Robust Eigenvalue Design for Tolerance*”. ASME Journal of Mechanical Design, **131**(8), 081007 (7 pp).
- [18]X. Lu and H. Li, 2009.” *Perturbation Theory Based Robust Design Under Model Uncertainty*”. ASME Journal of Mechanical Design, **131**(11), 111006 (9 pp).
- [19]X. Lu and H. Li and P. Chen, 2010.” *Variable Sensitivity-Based Deterministic Robust Design for Nonlinear System*”. ASME Journal of Mechanical Design, **132**(6), 064502 (7 pp).
- [20]M.-S Huang and T.-Y. Lin, 2008.” *Simulation of a regression-model and PCA based searching method developed for setting the robust injection molding parameters of multi-quality characteristics*”. International Journal of Heat and Mass Transfer, **51**(25), pp. 5828–5837.
- [21]S. Caro, F. Bennis and P. Wenger, 2005. “*Tolerance Synthesis of Mechanisms: A Robust Design Approach*”. ASME Journal of Mechanical Design, **127**(1), pp. 86–94.
- [22]BASFWebsite, 2011. URL:
http://www.plasticsportal.net/wa/EU~pl_PL/Catalog/ePlastics/pi/BASF/prodline/ultrason
accessed 15 Jan 2011.
- [23] ISO/TS 12781-1:2003, Geometrical Product Specifications (GPS), Flatness , Part 1: Vocabulary and parameters of flatness.

DESIGN BETWEEN SCIENCE AND HUMANITIES: SELECT BIBLIOGRAPHY

Alessandro Freddi

Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,

University of Bologna, Italy

E-mail: alessandro.freddi@unibo.it

Abstract. *Design is a complex concept that defies fixed definitions: it is a notion as broad as theory or method. Even by restricting its meaning to the design of human artefacts and systems, it is common to hear expressions such as engineering design, industrial design, conceptual design, packaging design, interior design, service design, but also design management, corporate design, to name but a few compounds testifying to the breadth of its scope. Specialized literature confirms that the very definition of the word has been problematic from its emergence. The assumption is that both definitions and contents have changed, varying according to the society they belong to, and so has the profession of the people involved. For the same reasons, it is impossible to present a basic literature that defines its boundaries. The aim of this work is to offer a primer bibliography, limited to books on design, published in English and some in Italian, available at Cambridge University Library (UK). This is deemed enough to demonstrate the need for a joint humanistic and scientific approach for founding modern design methodology(-ies). Some periodicals are reported only as titles and URLs. For books on design published in German, the bibliography in the book by Pahl & Beitz (for citation, see below), remains the most authoritative source of information.*

Keywords: *Engineering Design-Industrial Design Interaction, Design Multi-Dimensions, Design Literacy, Books on Design*

1. INTRODUCTION

Design is a human activity that can hardly be considered a one type-activity. The multi-dimensionality of Design was clearly understood by ancient authors such as, for example, the Roman architect and engineer Marcus Pollio Vitruvius in this treatise on architecture, where he considers the three categories of a good design: “Utilitas, Firmitas and Venustas”, i.e., Function, Structure and Aesthetics.¹ It is possible to expand these concepts to Pragmatics, which is concerned with function, Syntax, which focuses on the organisational and combinatorial aspects, and Semantics, i.e., symbolic meanings.

¹Aesthetics not only with the meaning of the branch of philosophy dealing with beauty, art and taste, but more broadly understood as critical reflection on culture and nature. From this point of view, all modern theories of sensitivity and psychology are, by right, relevant to principles of design.

2. DESIGN AND INVENTION

A brilliant definition of the Designer can be found in this famous quote: [...] *I shall only observe, therefore, that the invention of all those machines [...], seems to have been originally owing to the division of labour. [...] Men are much more likely to discover easier and readier methods of attaining any object when the whole attention of their minds is directed towards that single object than when it is dissipated among a great variety of things. But in consequence of the division of labour, the whole of every man's attention comes naturally to be directed towards some one very simple object. It is naturally to be expected, therefore, that some one or other of those who are employed in each particular branch of labour should soon find out easier and readier methods of performing their own particular work, wherever the nature of it admits of such improvement. [...] All the improvements in machinery, however, have by no means been the inventions of those who had occasion to use the machines. Many improvements have been made by the ingenuity of the makers of the machines, when to make them became the business of a peculiar trade, and some by that of those who are called philosophers or men of speculation, whose trade it is not to do anything, but to observe everything; and who, upon that account, are often capable of combining together the powers of the most distant and dissimilar objects. In the progress of society, philosophy or speculation becomes, like every other employment, the principal or sole trade and occupation of a particular class of citizens.*² This is probably the best definition of what a designer is: a man of speculation. Therefore, the term refers to an individual who practices an intellectual profession, and not simply a trade or a service for enterprises. who is capable of combining the powers of the most distant and dissimilar objects. The interdisciplinary character and the transversality of his task is emphasized, in spite of the divorce between Technicians and Artists that took place during the *Age of Reason*, when the applied sciences were established and art and science were placed on opposite sides. With the industrial revolution and large-scale production the profession of the Designer started and so did the separation between the one responsible for the first draft of the project, that is, the humanist-Designer, and the one who actually produces it, namely the technician-Engineer. Nevertheless, Engineers and Designers, though embodying one or the other of the *two cultures*, share some major ideological concerns. Engineers as well as Industrial Designers agree that Design is a creative activity whose aim is to establish the multi-faceted qualities of objects, processes, services and systems in whole life-cycles and both consider it a central factor in the innovative humanization of technologies and a crucial propeller to cultural and economic exchange.

3. DESIGN AND ETHICS

The story of the term Design is significant for understanding its meaning: it is an English word derived from the Latin/Italian word *designare*, which means *to indicate exactly*, i.e. the definition of a piece of work. Depending on the context, the word has taken on different meanings: the idea at the root of a work, the development of a process, the final result of a process, the aesthetic content, etc. Today Design refers to a multidisciplinary activity for promoting human wellbeing, by taking into account anthropological needs and ecological constraints. The various definitions of Industrial Design offered over the years by ICSID the International Council of Societies of Industrial Design,³ are a significant index in order to follow the evolution of its meaning: in 1959 it restricts its scope to the aesthetic function:

²From Adam Smith, *The Wealth of Nations*, Book 1, Chapter 1, 1776.

³www.icsid.org

*Industrial Design is a design activity for determining the formal properties of the objects industrially produced. But some years later, the definition is much deeper: A process of aesthetic formation that, collaborating with science, technology and engineering and other disciplines, is integrated in the preparation and development of products, with the aim of obtaining optimal use-values, according to the aesthetic and cultural needs of society.*⁴

The last definition expanded towards a global ethic meaning: *Design seeks to discover and assess structural, organizational, functional, expressive and economic relationships, with the task of enhancing global sustainability and environmental protection (global ethics), giving benefits and freedom to the entire human community, individual and collective final users, producers and market protagonists (social ethics), supporting cultural diversity despite the globalization of the world (cultural ethics) giving products, services and systems those forms that are expressive of (semiology) and coherent with (aesthetics) their own complexity. Thus, design is an activity involving a wide spectrum of professions in which products, services, graphics, interiors and architecture all take part. Together, these activities should further enhance – in a choral way with other related professions – the value of life.*

On the other side of Engineering Science, a parallel evolution takes place⁵ In this case, Design contents move from a pure technically oriented approach, summarized with the synthetic Kesselring's Principles:

- minimum production cost
- minimum space requirement
- minimum weight
- minimum losses
- optimum handling

to a humanistic perspective oriented to user needs:

- Design for Cost
- Design for Reliability
- Design for Ergonomics
- Design for Assembly
- Design X . . . Properties

The American Society *ABET*⁶ states: *Design is the process of devising a system, component, or process to meet desired needs. It is a decision making process (often iterative), in which the basic sciences, mathematics, and engineering sciences are applied to convert resources optimally to meet a stated objective. Among the fundamental elements of the design process are: the establishment of objectives and criteria, synthesis, analysis, construction, testing and evaluation. The Design component of a curriculum must include development of student creativity, use of open ended problems, development and use of design methodology, formation of design problem statements and specifications, consideration of alternative solutions, feasibility considerations, and detailed system descriptions. Furthermore, it is essential to include a variety of realistic constraints such as economic factors, safety, reliability, aesthetics, ethics, and social impact.*

⁴Bonsiepe G.: Teoria e pratica del Disegno Industriale.1994 Feltrinelli Ed.

⁵ Pahl G. & Beitz W.: Konstruktion Lehre, Springer Verlag, Berlin, 1999, with an edition translated in English by Wallace K., Cambridge: Engineering Design, a Systematic Approach, Springer Verlag 1997.

⁶ Accreditation Board for Engineering and Technology, <http://www.me.unlv.edu/Undergraduate/coursenotes/meg497/ABETdefinition.htm>

4. DESIGN AND COGNITION

The previous definitions show a tendency to find a new interference between the two cultures. The teaching of design is faced with the crisis of traditional education and the problem seems without solutions: a double apprenticeship of the students in the design schools appears an arduous target, due to the necessity of a strong training in both the humanistic and scientific disciplines, in constant hectic development. Theoretically, a modern approach for the training of the new generations in this field should offer undergraduate and graduate programs in Product and Service Design jointly with Art and Philosophy, combining emphasis on creativity, technology and design methodology with a concern for human values and the real needs of society. In the author's opinion a practical way of reaching some positive results in this multidisciplinary interaction is to be found in establishing and sharing common methods. But a question arises: can a methodical approach respect the synthetic content of design? Criticism of any form of methodology for approaching the multi-contents of design derives from the holistic character of it. An attractive interdisciplinary method about Design is offered by the work of B. Munari, artist, designer and writer who in fact embodied the two cultures and in his books on the issue of method is shown a perspective on a solution.⁷

The following Fig.1 shows the conclusive sequence of a series of steps, which emphasizes the fact that design is not finding new solutions in an abstract way, but rather it is the outcome of a rigorous method, where experience, (i.e. memory), rationality, (i.e. science) and imagination (i.e. fantasy) interact towards the solution to a problem.

But there is a more subtle issue that arises from *cognition theory*: a method is always a *consequence* of an experience and no *aprioristic* position.

As a matter of fact, any method derives from a memory reflection on existing solutions and needs a rationalization of intuitive ideas. When the optimal solution to a problem is found, if retrospectively analyzed, an unavoidable need to move towards it becomes evident. Only at the end of the journey of discovery can this trip become a method (i.e., literally, *meta-odos = the road through which*), in a way that takes the shape of inevitability. After this rational journey has been completed, it seems, in fact, that the path found by trial and error is the only right one.⁸

In this complex development of the design process lies the difficulty *to communicate to other people* the story of a new design and to publish design results in a way that can be appreciated by the scientific community, too often dismissing as irrelevant those papers which do not contain mathematical tools.

In order to support this idea from the point of view of the engineering design, (that a method is the *consequence* of an experience), let us consider the following example of design of a new equipment for oil tube testing for applying axial as well as bending moment to sample tubes up to 700 mm diameter.⁹ The requirements were clear; the machine must allow two types of actions: a first loading system must be applied to a long sample of a large tube and a second loading system must apply a transverse bending. Design of this apparatus started from an existing experience in this field: essentially, two variants of these machines were on the market.

⁷Munari B.: Da cosa nasce cosa, Laterza Ed., Roma-Bari 2006 and other quoted in the final bibliography

⁸Bodei Remo, *Felici di fare conoscenza* <http://www.ilsole24ore.com/art/cultura/2011-11-13>

⁹Curioni S., Freddi A.: A new 1000 tons Machine for Testing of Tubular Products and Threaded connections in Oilfield. *Proc. of VII International Congress on Experimental Mechanics. SEM, Las Vegas June 8-11, 1992.*

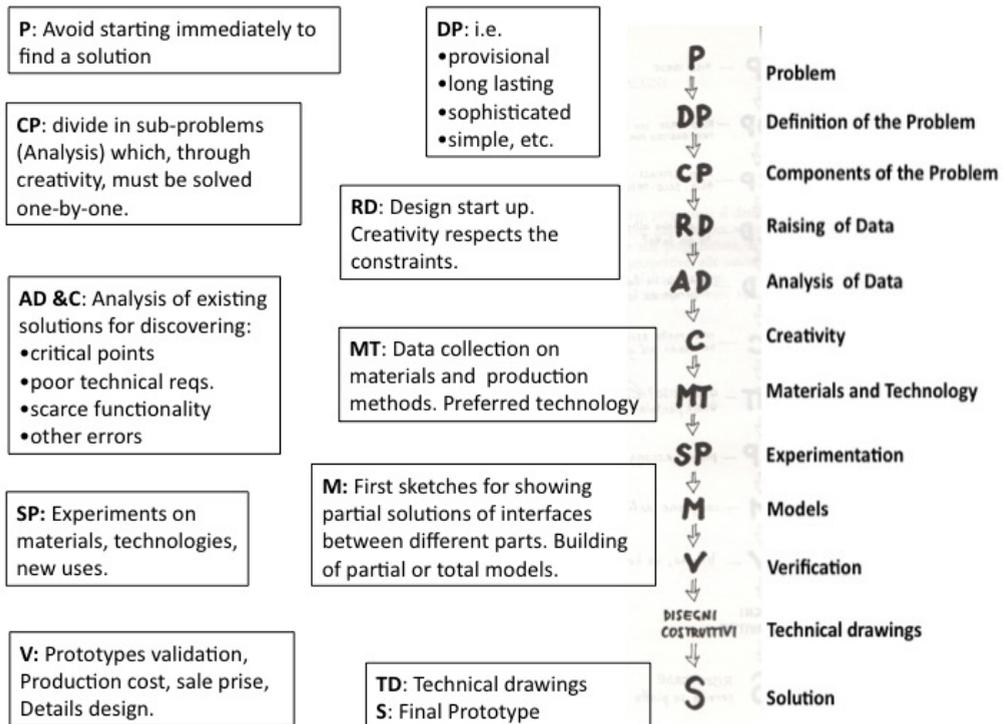


Figure 1. The Synthesis of *Munari's* method for the solution of a design problem.

- The *Variant 1*, Fig.2 (a) has a single high capacity cylinder for the axial loading plus two hydraulic cylinders for bending and a prismatic guide for the specimen (without any hinges) in a fixed rigid rectangular frame.
- The *Variant 2*, Fig.2 (b) has two cylinders working in parallel connecting two moving cross-heads, realizing directly the frame. In this case, one more hydraulic cylinder generates bending and two hinges allow for the transverse rotation of the specimen.

A comparative value-analysis demonstrated the advantages and the disadvantages of the two solutions: in *Variant 1* one cylinder of great dimension (over 1 m of diameter) is the easiest conceptual solution but not the easiest to be manufactured by standard workshop, while *Variant 2* is a machine with ad-hoc specialized cylinders.

The *functional analysis* on both solutions is a powerful method for being driven towards the new solutions but it applies better to existing solutions and it becomes too abstract and not very fruitful if applied in an aprioristic way without any solution in mind, (compare the alternative position of the quoted Pahl & Beitz book).

The new type (*Variant 3*) Fig. 3 (a) (b) was selected for utilizing four standard commercial oil cylinders of common manufacturing and low prize. In this solution every cylinder is connected to the cross heads by spherical hinges for uncoupling statically the four cylinders

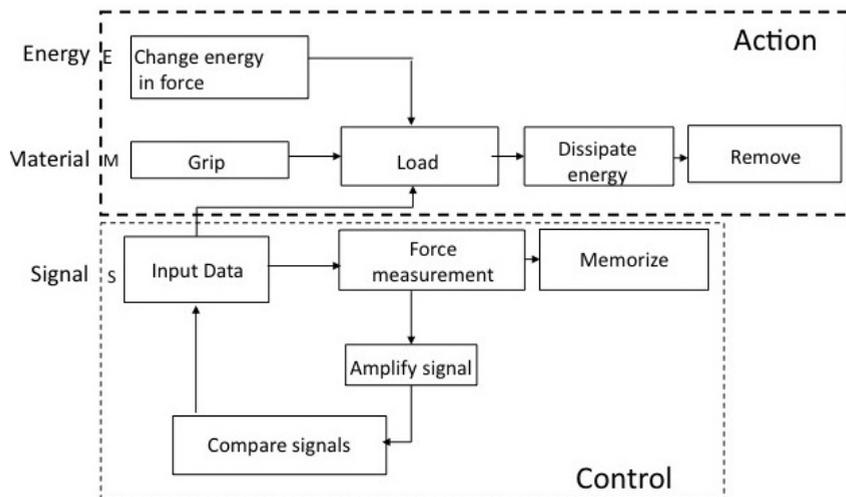
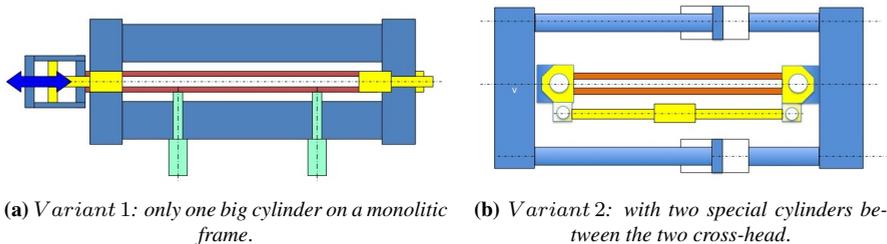


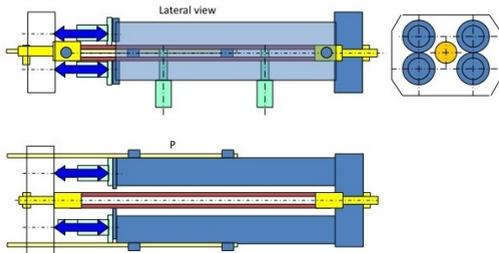
Figure 2. Comparison between the two Variants of Testing Machine of Tubular Products and Threaded connections and the relative functional analysis.

from the cross-head. This choice needs a mobile cross-head, mounted on two guides. In spite of the most complex conceptual idea it results in a lower cost architecture, totally built with commercial and low-cost components, even with a higher number of parts.

A new layout, *Variant 4*, could be advantageous and this solution that merges *Variant 1* and 2 was in fact developed at a later time, in front of the availability of manufacturer of big cylinders, Fig. 3 (c) and (d). This example shows that the ideal solution does not exist in abstract way, but only the most suitable solution that fits requirements and constraints at the best, in the context of the market and in a given timeframe.

5. CONCLUSIONS

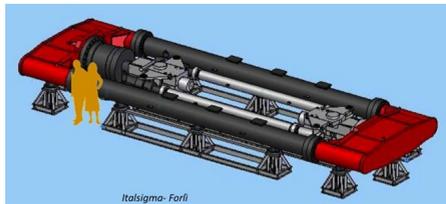
These remarks clarify some cognitive aspects of the design process. Concerning the concept of *social impact*, understanding how users experience designed products plays an important role in modern society. Generally users derive from the form given to a product the meaning of the product itself. In this sense, we speak of the semantics of a product, referring to all



(a) Variant 3: a mobile cross-head with two guides. This variant was selected and built for a 10 MN machine.



(b) Variant 3: the final solution (consulting Engineers: Curioni S., Freddi A.), Manufacturer: Giuliani Co. Forlì.



(c) Variant 4: the one-cylinder solution with hinges. This variant was selected and built for a 25 MN machine



(d) Variant 4: the one-cylinder solution with hinges. (Consulting Engineers: Freddi A., Olmi G.), Manufacturer: Giuliani Co. Forlì

Figure 3. Two new designs of a Machine as the result of a functional and value-analyses of several solutions.

properties of usability, efficiency and other categories such as simplicity, clarity, coherence, lightness, identity, unity, etc. Moreover, in a paper by J. Runde,¹⁰ it is argued that technological objects are social entities. From this perspective, the design of an object is a question of social ontology. In some cases, objects designed with one purpose in the designer's mind subsequently become used for another. ...*Although manufacturers have close and lengthy engagements with the technological objects they produce, users, in contrast, typically have a narrower and relatively more intimate involvement with their use as a means of achieving particular ends.* These observations introduce an important point on the users' engagement in the objects of design. In the past, users and manufacturers constituted one community: development of new functions was the task of a community:*We have laid too much emphasis on these well known inventors and too little on those, who, by adding one tiny device to another, or modifying this or that process, prepared the way for such men.*¹¹

A possible future in this field is the development of models that respect users' active and knowing engagement with designed products.¹² A modern speculation suggests the adapta-

¹⁰Faulkner P., Runde J. On the identity of technological objects and users innovations in function. *To appear in Academy of Management Review.*

¹¹ Ashton T.S., *An Economic History of England: The 18th Century*

¹²Crilly N. (2011). Do users know what designer are up to? Product experiences and persuasive intentions.

tion of standard methods used in design and marketing researches to study users' inferences on the designer's intentions. In other words, it is not enough to know how users experience products but also how they might discover or infer the intentions of designers and manufacturers behind the product. This method has been developed through experimental work based on interviews to users (see Tab.1 of the quoted paper).

6. SELECT BIBLIOGRAPHY

In this section, a list of books and related materials on Design in chronological order is presented, which testifies to the variety of design concepts and studies. The keywords classification essentially refers to the following items:

- The social construction of a technical reality
- User-driven versus Designer-driven Design
- Design versus art
- Design and evolution processes
- Organisms and artefacts: how nature designs
- Philosophy of engineering sciences
- Success through failure.
- The organizational environment and the hierarchy of design decisions.
- Cognitive and psychological dimensions of Design

MONOGRAPHS AND COLLECTED VOLUMES

1. Materials and their application to engineering design: by E. A. Allcut and E. Miller; with frontispiece and 221 illustrations.
Main author: Allcut, Edgar Alfred, 1888-
Published: London: C. Griffin & company, limited, 1923.
2. Introduction to engineering design [by] Thomas T. Woodson.
Main author: Woodson, Thomas T.
Published: New York, McGraw-Hill[1966]
Description: viii, 434 p. illus., maps. 25 cm.
Notes: Includes bibliographies.
Subjects: Engineering design.
3. Introduction to engineering design [by] John E. Gibson.
Main author: Gibson, John E.
Published: New York, Holt, Rinehart and Winston [1968]
Description: ix, 214 p. illus. 24 cm.
Notes: Bibliography: p. 195-207.
Subjects: Engineering design.
4. Design as art /Bruno Munari; translated by Patrick Creagh.
Main author: Munari, Bruno.
Title: Design as art /Bruno Munari; translated by Patrick Creagh.
Uniform Title: Arte come mestiere. English

International Journal of Design 5(3), 1-15.

Published: London: Penguin, 2008.
Description: 223 p.: ill.; 18 cm.
ISBN: 9780141035819 (pbk.): 0141035811 (pbk.)
Series: Penguin modern classics
Notes: Originally published: 1971. Translated from the Italian.
Subjects: Design Philosophy.
Art and design.

5. Zeichen und Design;
Main author: Bense, Max, 1910-1990.
Title: Zeichen und Design; semiotische Aesthetik.
Published: Baden-Baden, Agis-Verlag [c1971]
Description: 123 p. illus. 21 cm.
Series: Internationale Reihe Kybernetik und Information, Bd. 5
Notes: Bibliography: p. 120-121.
Subjects: Information theory in aesthetics.
Semantics (Philosophy) Signs and symbols.
6. A primer in theory construction.
Main author: Reynolds, Paul D.(Paul Davidson), 1938-
Title: A primer in theory construction.
Published: Indianapolis, Bobbs-Merrill[1971]
Description: x, 184 p. ill. 21 cm.
Notes: Bibliography: p. 173-176.
Subjects: Social sciences. Philosophy. Research Design.
7. Engineering design by geometric programming /[by] Clarence Zener.
Main author: Zener, Clarence, 1905-
Title: Engineering design by geometric programming /[by] Clarence Zener.
Published: New York: Wiley-Interscience, [1971]
Description: viii, 98 p.: ill.; 23 cm.
ISBN: 0471982008
Notes: Bibliography: p. 93-95.
Subjects: Engineering design. Geometric programming.
8. Engineering design interfaces: Charles H. Flurscheim.
Main author: Flurscheim, Charles H.(Charles Harald), 1906-
Title: Engineering design interfaces: a management philosophy /Charles H. Flurscheim.
Published: London: Design Council, 1977.
Description: 138p: ill; 23cm.
ISBN: 0850720516
Subjects: Engineering design Management.
9. Engineering design:
Main author: Faupel, Joseph H.(Joseph Herman), 1916-
Title: Engineering design: a synthesis of stress analysis and materials engineering.
Other Entries: Fisher, Franklin E., 1933-
Edition: 2nd ed. /Joseph H. Faupel, Franklin E. Fisher.

Published: New York; Chichester: Wiley, c1981.
Description: xiv, 1056p; 24cm.
ISBN: 0471033812 Subject: Stress analysis in Engineering Design

10. Da cosa nasce cosa;
Main author: Munari, Bruno.
Title: Da cosa nasce cosa. Appunti per una metodologia progettuale
Published: Giuseppe Laterza & figli Spa , Bari 1981, iX Ed.: 2006
Description: 385 p.: ill, 20 cm
ISBN: 88-420-5117-9 Notes: Italian language Subjects: Design Philosophy. Art and design.
11. Engineering design /G. Pahl, W. Beitz; edited by Ken Wallace.
Main author: Pahl, G.(Gerhard), 1925-
Original Title: Konstruktionslehre.
Other Entries: Beitz, Wolfgang.
Wallace, Ken.
Published: London: Design Council, 1984.
Description: xv, 450p; 25cm.
ISBN: 0850721245
Notes: Translation in English
Subjects: Engineering design.
12. Engineering design: edited by Reuven R. Levary; associate editors, Ignacio E. Grossmann... [et al.].
Title: Engineering design: better results through operations research methods /edited by Reuven R. Levary; associate editors, Ignacio E. Grossmann... [et al.].
Other Entries: Levary, Reuven R. Grossmann, Ignacio E.
Published: New York; Amsterdam: North-Holland, c1988.
Description: xv, 713p; 24cm.
ISBN: 0444012028
Series: Publications in operations research series; vol. 8
Subjects: Engineering design. Operations research.
13. The role of design in international competitiveness /D.O. Ughanwa and M.J. Baker.
Main author: Ughanwa, D. O. (Davidson Oyemeka), 1945-
Title: The role of design in international competitiveness /D.O. Ughanwa and M.J. Baker.
Other Entries: Baker, Michael John.
Published: London: Routledge, 1989.
Description: 375p; 22cm.
ISBN: 0415000130
Subjects: Industrial design Great Britain, Engineering design Great Britain, Competition, International, Exports Great Britain, Industries Great Britain.
14. Engineering design: George E. Dieter.
Main author: Dieter, George Ellwood.
Edition: 2nd ed. Published: New York; London: McGraw-Hill, c1991.
McGraw-Hill series in mechanical engineering
Notes: "McGraw-Hill international editions".

15. The social construction of a technical reality: Scott L. Minneman.
 Main author: Minneman, Scott L.(Scott Lester)
 Title: The social construction of a technical reality: empirical studies of group engineering design practice /Scott L. Minneman.
 Other Entries: Stanford University.Dept. of Mechanical Engineering.
 Xerox Corporation.Palo Alto Research Center.
 Published: Palo Alto, Calif.: Xerox Corporation, Palo Alto Research Center, 1991.
 Description: xiv, 218 p.; 28 cm.
 Notes: "SSL-91-22". "This report reproduces a dissertation submitted to the Department of Mechanical Engineering at Stanford University – Stanford University, 1991.
 Includes bibliographical reference (p. 205-217)
 Subjects: Engineering design. Engineering design, Case studies.

16. Form, structure and mechanism /Michael French.
 Main author: French, M. J.
 Title: Form, structure and mechanism /Michael French.
 Published: Basingstoke: Macmillan, 1992.
 Description: xi, 226 p.: ill.; 25 cm.
 ISBN: 0333518861 (pbk.)
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Engineering design.

17. The art of the structural engineer /Bill Addis. Main author: Addis, William, 1949-
 Title: The art of the structural engineer /Bill Addis.
 Published: London: Artemis, 1994.
 Description: 144 p.: ill.; 28 cm.
 ISBN: 376088430x 1874056412
 Notes: Includes bibliography.
 Subjects: Structural engineering.

18. Invention by Design
 Title: Invention by Design. How Engineers get from thought to thing
 Main author: Petroski, Henry.
 Published: Harvard University Press
 Description: 56 pages 6-1/8 x 9-1/4 inches 30 halftones, 60 line illustrations
 ISBN: 0-674-46368-4(pbk.: alk. paper)
 Notes: Include bibliographic references and index
 Publication: September 1998
 Subjects: Design Philosophy, Engineering Design, Social Aspects, Political Aspects, Case Studies.

19. The engineering design process /Atila Ertas, Jesse C. Jones.
 Main author: Ertas, Atila, 1944-
 Title: The engineering design process /Atila Ertas, Jesse C. Jones.
 Other Entries: Jones, Jesse C.
 Edition: 2nd ed.
 Published: New York; Chichester: Wiley, c1996.
 Description: x, 614 p.: ill.; 26 cm.

ISBN: 0471136999

Notes: Previous ed.: 1993. Includes bibliographical references and index.

Subjects: Engineering design.

20. The shape of things: Vilém Flusser.
Main author: Flusser, Vilém, 1920-1991.
Title: The shape of things: a philosophy of design /Vilém Flusser.
Published: London: Reaktion, 1999.
Description: 126 p.; 20 cm.
ISBN: 1861890559
Notes: Includes bibliographical references. Translated from the German.
Subjects: Design (Philosophy)
21. Conceptual design for engineers /Michael French.
Main author: French, M. J.
Title: Conceptual design for engineers /Michael French. Edition: 3rd ed.
Published: London: Springer, c1999.
Description: xix, 252 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 1852330279
Notes: Previous ed.: London: Design Council, 1985. Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design.
22. Learner-centered design: Wayne Reeves.
Main author: Reeves, Wayne W.
Title: Learner-centered design: a cognitive view of managing complexity in product, information, and environmental design
Published: London: Sage Publications, c1999.
Description: xv, 199 p; 23cm.
ISBN: 0761907270 0761907262 (cased)
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Learning, Psychology of Complexity (Philosophy), Human information processing, Cognitive science, Categorization (Psychology).
23. Engineering design: Clive L. Dym, Patrick Little.
Main author: Dym, Clive L.
Title: Engineering design: a project-based introduction /Clive L. Dym, Patrick Little.
Published: New York; Chichester: John Wiley, c2000.
Description: xxi, 278 p.: ill., maps; 24 cm.
ISBN: 0471282960
24. Instructor's manual to accompany Engineering design: Clive L. Dym, Patrick Little.
Main author: Dym, Clive L.
Title: Instructor's manual to accompany Engineering design: a project-based introduction /Clive L. Dym, Patrick Little.
Other Entries: Little, Patrick. Dym, Clive L. Engineering design.
Published: New York; Chichester: Wiley, c2000.
Description: [60] p.; 28 cm.

ISBN: 0471354139

Subjects: Engineering design, Study and teaching (Higher) United States.

25. Probability, reliability, and statistical methods in engineering design /Achintya Haldar, Sankaran Mahadevan.

Main author: Haldar, Achintya.

Title: Probability, reliability, and statistical methods in engineering design /Achintya Haldar, Sankaran Mahadevan.

Other Entries: Mahadevan, Sankaran.

Published: New York; Chichester: Wiley, c2000.

Description: xvi, 304 p.: ill.; 25 cm.

ISBN: 0471331198

Notes: Includes bibliographical references and index.

Subjects: Engineering design Statistical methods, Reliability (Engineering), Statistical methods, Probabilities

26. The engineering design of systems: Dennis M. Buede.

Main author: Buede, Dennis M.

Title: The engineering design of systems: models and methods /Dennis M. Buede.

Published: New York; Chichester: Wiley, c2000.

Description: xx, 462 p.: ill.; 25 cm.

ISBN: 0471282251

Series: Wiley series in systems engineering

Notes: "A Wiley-Interscience publication."Includes bibliographical references and index.

Subjects: Systems engineering, Engineering design, System design.

27. Introduction to engineering design optimization /Chinyere Onwubiko.

Main author: Onwubiko, Chinyere Okechi.

Title: Introduction to engineering design optimization /Chinyere Onwubiko.

Published: Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall; LondonPrentice-Hall International, c2000.

Description: vii, 312 p.: ill.; 25 cm.

ISBN: 0201476738

Notes: Includes bibliographical references and index.

Subjects: Engineering design, Mathematical models. Mathematical optimization.

28. Engineering design communication: Shawna D. Lockhart, Cindy M. Johnson.

Main author: Lockhart, Shawna D., 1957-

Title: Engineering design communication: conveying design through graphics /Shawna D. Lockhart, Cindy M. Johnson.

Other Entries: Johnson, Cindy M.

Published: Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall; London: Prentice-Hall International, c2000.

Description: xxiii, 719 p.: ill.; 25 cm.

ISBN: 0201331519

Notes: Includes bibliographical references and index.

Subjects: Engineering design Graphic methods. Engineering graphics.

29. Aircraft conceptual design synthesis /by Denis Howe.
 Main author: Howe, Denis.
 Title: Aircraft conceptual design synthesis /by Denis Howe.
 Published: London: Professional Engineering Publishing, 2000.
 Description: xxxii, 448p: ill.; 24cm +1 computer disk (3.5in).
 ISBN: 1860583016
 Notes: Includes index.
 Subjects: Airplanes Design and construction, Engineering design.
30. Internet-based engineering: edited by Daizhong Su.
 Title: Internet-based engineering: applications and case studies /edited by Daizhong Su.
 Other Entries: Su, Daizhong. Nottingham Trent University.
 Published: Nottingham: Nottingham Trent University in association with Professional Engineering Publishing, 2000.
 Description: vi, 170p: ill; 24cm.
 ISBN: 1842330217
 Notes: Includes bibliographical references.
 Subjects: Internet.
31. Shape and structure, from engineering to nature /Adrian Bejan.
 Main author: Bejan, Adrian, 1948-
 Title: Shape and structure, from engineering to nature /Adrian Bejan.
 Published: Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
 Description: xix, 324 p.: ill. (some col.); 26 cm.
 ISBN: 0521790492 (hb) 0521793882 (pbk.)
 Notes: Includes bibliographical references and indexes.
 Subjects: Systems engineering.
 Engineering design. System analysis. Flow charts.
32. Product design: Lesley Cresswell ... [et al.].
 Title: Product design: resistant materials technology /Lesley Cresswell ... [et al.]. Resistant materials technology.
 Portion of Title: Resistant materials technology.
 Other Entries: Cresswell, Lesley.
 Published: Oxford: Heinemann, 2000.
 Description: v, 346 p.: ill.; 27 cm.
 ISBN: 0435757709
 Series: Advanced design and technology for Ed excel Advanced
 Notes: Includes index.
 Subjects: Industrial design Problems, Engineering design Problems, exercises, etc.
33. Product design and development /Karl T. Ulrich, Steven D. Eppinger.
 Main author: Ulrich, Karl T.
 Title: Product design and development /Karl T. Ulrich, Steven D. Eppinger.
 Other Entries: Eppinger, Steven D.
 Edition: 2nd ed.
 Published: Boston; London: Irwin McGraw-Hill, c2000.
 Description: xxvi, 358 p.: ill.; 25 cm.

ISBN: 007229647X 0071169938 (International ed.)

Notes: Previous ed.: 1995. Includes bibliographical references and index.

Subjects: Industrial management, New products Management.

34. Engineering design communication: Shawna D. Lockhart, Cindy M. Johnson.
Main author: Lockhart, Shawna D., 1957-
Title: Engineering design communication: conveying design through graphics /Shawna D. Lockhart, Cindy M. Johnson.
Other Entries: Johnson, Cindy M.
Published: Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall; London: Prentice-Hall International, c2000.
Description: xxiii, 719 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 0201331519
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering designGraphic methods. Engineering graphics.
35. Engineering Design Methods: Nigel Cross.
Main author: Cross N. 2000
Title: Engineering Design Methods: Strategies for Product Design
Published: John Wiley and Sons Ltd, c2000
Description: xi, 212p.: ill.; 24 cm.
ISBN: 0471872504
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design Methods.
36. Tools and tactics of design /Peter G. Dominick ... [et al.].
Title: Tools and tactics of design /Peter G. Dominick ... [et al.].
Other Entries: Dominick, Peter G.
Published: New York; Chichester: Wiley, c2001.
Description: xii, 221 p.: ill.; 24 cm.
ISBN: 0471386480
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design.
37. Design engineering /Harry Cather ... [et al.].
Title: Design engineering /Harry Cather ... [et al.].
Other Entries: Cather, Harry.
Published: Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
Description: vi, 355 p.: ill.; 27 cm.
ISBN: 075065211X
Series: IIE textbook series
Notes: Includes index.
Subjects: Engineering design, Design Problems and exercises, Engineering Design Mathematics.
38. Innovative conceptual design: Ehud Kroll, Sridhar S. Condoor, David G. Jansson.
Main author: Kroll, Ehud, 1956-
Title: Innovative conceptual design: theory and application of parameter analysis /Ehud

- Kroll, Sridhar S. Condoor, David G. Jansson.
 Other Entries: Condoor, Sridhar S., 1967- Jansson, David G.
 Published: Cambridge University Press, 2001.
 Description: xiv, 232p: ill.; 25cm.
 ISBN: 0521770912 0521778484 (pbk)
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Industrial design, Engineering design.
39. Product design: Kevin N. Otto, Kristen L. Wood.
 Main author: Otto, Kevin N.
 Title: Product design: techniques in reverse engineering and new product development /Kevin N. Otto, Kristen L. Wood.
 Other Entries: Wood, Kristin L.
 Published: Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, c2001.
 Description: xxi, 1071 p.: ill.; 25 cm.
 ISBN: 0130212717
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Industrial design, New products, Product management.
40. Design knowing and learning: edited by Charles M. Eastman, et alii
 Title: Design knowing and learning: cognition in design education
 Other Entries: Eastman, Charles M., 1940- McCracken, W. Michael, Newstetter, Wendy C./ Cognition in design education.
 Published: Oxford: Elsevier Science, 2001.
 Description: x, 318p: ill.; 25cm.
 ISBN: 0080438687
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Engineering design Study and teaching.
41. Introduction to structural analysis & design /S.D. Rajan.
 Main author: Rajan, Subramaniam D.
 Title: Introduction to structural analysis & design /S.D. Rajan.
 Published: New York; Chichester: John Wiley, c2001.
 Description: xvi, 700p: ill.; 26cm +1 computer optical disc (4.75in).
 ISBN: 047131997X
 Notes: Includes index. System requirements for disc: Windows 95/98 or Windows NT; Pentium 100 or equiv; 16 MB of RAM (32 MB for Windows NT); 6 MB of h. disk space.
 Subjects: Structural analysis & Structural design.
42. Engineering design synthesis: Amaresh Chakrabarti (ed).
 Title: Engineering design synthesis: understanding, approaches and tools
 Amaresh Chakrabarti (ed).
 Published: London: Springer, c2002.
 Description: xxviii, 356 p.: ill.; 25 cm.
 ISBN: 1852334924
 Notes: include bibliographic references and index
 Subjects: Engineering design.

43. Where stuff comes from: Harvey Molotch.
 Main author: Molotch, Harvey Luskin.
 Title: Where stuff comes from: how toasters, toilets, cars, computers, and many others things come to be as they are /Harvey Molotch.
 Published: New York, NY; London: Routledge, 2003.
 Description: xii, 324 p.: ill; 24 cm.
 ISBN: 0415944007 9780415950428 (pbk.) 0415950422 (pbk.) Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Engineering Popular works, Industrial design, Engineering design Social aspects.
44. Engineering design in the multi-discipline era: by Paul R. Wiese and Philip John.
 Main author: Wiese, Paul R.
 Title: Engineering design in the multi-discipline era: a systems approach /by Paul R. Wiese and Philip John.
 Other Entries: John, Philip.
 Published: London: Professional Engineering Publishing, 2003.
 Description: xviii, 116 p.: ill., ports.; 24 cm.
 ISBN: 1860583474
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Engineering design. Systems engineering.
45. Industrial design of plastics products /M. Joseph Gordon.
 Main author: Gordon, Joseph (M. Joseph)
 Title: Industrial design of plastics products /M. Joseph Gordon.
 Published: Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, c2003.
 Description: xxv, 565 p.: ill.; 24 cm.
 ISBN: 0471231517
 Subjects: Plastics. Engineering design.
46. Universal principles of design/ W. Lidwell, K. Holden, J. Butler
 Title: Universal Principles of Design, Revised and Updated 125 Ways to Enhance Usability, Influence Perception, Increase Appeal, Make Better Design Decisions, and Teach through Design
 Main author: William Lidwell
 Other Entries: Kritina Holden, Jill Butler
 Description: Paperback, 272 Pages, ill.
 Item: 158942
 Published: Rockport Publishers 2003
 ISBN: 9781592535873
 Notes: Universal Principles of Design, Revised and Updated it pairs clear explanations of every design concept.
 Subjects: Principles of Design, encyclopedia of design, visual examples,
47. Design, engineering and technology.
 Title: Design, engineering and technology (Learning and Teaching Scotland)
 Published: Dundee: Learning and Teaching Scotland, 2003-
 Description: v.; 30 cm.

- Series: National qualifications curriculum support.
Subjects: Education, Secondary Curricula Scotland.
48. Engineering design in the multi-discipline era: by Paul R. Wiese and Philip John.
Main author: Wiese, Paul R.
Title: Engineering design in the multi-discipline era: a systems approach /by Paul R. Wiese and Philip John.
Other Entries: John, Philip.
Published: London: Professional Engineering Publishing, 2003.
Description: xviii, 116 p.: ill., ports.; 24 cm.
ISBN: 1860583474
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design, Systems engineering.
49. Inclusive design: edited by John Clarkson [et al.].
Title: Inclusive design: design for the whole population /edited by John Clarkson ... [et al.].
Other Entries: Clarkson, John, 1961-
Published: London, New York: Springer, 2003.
Description: 608 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 1852337001
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design, People with disabilities, Barrier-free design, Universal design, Architecture Philosophy.
50. Organisms and artifacts: Tim Lewens.
Main author: Lewens, Tim.
Title: Organisms and artifacts: design in nature and elsewhere /Tim Lewens.
Published: Cambridge, Mass.; London: MIT Press, 2004.
Description: xi, 183 p.: ill.; 24 cm.
ISBN: 0262122618
Series: Life and mind: philosophical issues in biology and psychology
Notes: Includes bibliography (p.[167]-176) and index.
Subjects: Biology Philosophy.
51. An introduction to design engineering /M. A. Parameswaran.
Main author: Parameswaran, M. A.
Title: An introduction to design engineering /M. A. Parameswaran.
Published: Pangbourne: Alpha Science International, c2004.
Description: [xxi], 207 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 9781842651742 1842651749
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design.
52. Materials selection in mechanical design/ Michael F. Ashby.
Main author: Ashby, M. F.
Title: Materials selection in mechanical design Michael F. Ashby.
Other Entries: MyiLibrary. Edition: 3rd ed.

Published: Amsterdam; Boston: Butterworth-Heinemann, 2005.

Description: xiv, 603 p.: ill.; 25 cm.

ISBN: 9786610754472

Notes: Title from e-book title screen (viewed October 15, 2007). Includes bibliographical references and index.

Electronic reproduction.UK: MyiLibrary, 2007

Available via World Wide Web. Access may be limited to MIL affiliated libraries.

Subjects: Design, Materials.

53. Practical fracture mechanics in design.

Main author: Shukla, A.(Arun)

Title: Practical fracture mechanics in design.

Other Entries: Blake, Alexander. Practical fracture mechanics in design.

Edition: 2nd ed., rev. and expanded /Arun Shukla.

Published: New York: Marcel Dekker, c2005.

Description: xiv, 525 p.; 24 cm.

ISBN: 0824758854

Series: Mechanical engineering; 183Mechanical engineering (Marcel Dekker, Inc.); 183.

Notes: Previous ed.: / Alexander Blake, c1996. Includes bibliographical references and index.

Subjects: Engineering design. Fracture mechanics.

54. What things do: Peter-Paul Verbeek; translated by Robert P. Crease.

Main author: Verbeek, Peter-Paul, 1970-

Title: What things do: philosophical reflections on technology, agency, and design /Peter-Paul Verbeek; translated by Robert P. Crease.

Uniform Title: De daadkracht der Dingen.English

Published: University Park, PA: Pennsylvania State University Press, 2005.

Description: viii, 249 p.: ill.; 24 cm.

ISBN: 0271025395

Notes: Includes bibliographical references (p. [237]-242) and index.

Subjects: Technology Philosophy.

55. Advances in design /Hoda A. ElMaraghy and Waguih H. ElMaraghy (eds.)

Title: Advances in design /Hoda A. ElMaraghy and Waguih H. ElMaraghy (eds.) Other Entries: ElMaraghy, Hoda A. Elmaraghy, W. H.

Published: London: Springer, c2006.

Description: xxii, 576 p.: ill.; 24 cm.

ISBN: 9781846280047 1846280044

Series: Springer series in advanced manufacturing

Notes: Includes bibliographical references and index.

Subjects: Engineering design.

56. Exploring engineering: P.G. Kosky ... [et al.]. Title: Exploring engineering: an introduction for freshman [i.e. freshmen] to engineering and to the design process /P.G. Kosky ... [et al.].

Other Entries: Kosky, P. G.(Philip G.)

Published: Burlington, Ma.; London: Academic Press, 2006.

Description: xvii, 413 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 9780123694058: 0123694051:
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering Textbooks, Engineering design.

57. The semantic turn: Klaus Krippendorff.
Main author: Krippendorff, Klaus.
Title: The semantic turn: a new foundation for design /Klaus Krippendorff.
Published: Boca Raton, Fla.; London: CRC, 2006.
Description: 349 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 0415322200 (hbk.)
Notes: Formerly CIP.Includes bibliographical references (p. 323-334) and index.
Subjects: Design Philosophy. Industrial design, Social aspects.
58. Doing things with things: edited by Alan Costall and Ole Dreier.
Title: Doing things with things: the design and use of everyday objects /edited by Alan Costall and Ole Dreier.
Other Entries: Costall, Alan. Dreier, Ole.
Published: Aldershot: Ashgate, 2006.
Description: ix, 242 p.: ill.; 24 cm.
ISBN: 0754646564 (hbk.):
Series: Ethnoscapes
Notes: Formerly CIP.Includes bibliographical references and index.
Subjects: Material culture Philosophy, Technology Social aspects, Knowledge, Theory of, Knowledge, Theory of, in children.
59. Success through failure: Henry Petroski.
Main author: Petroski, Henry.
Title: Success through failure: the paradox of design /Henry Petroski.
Published: Princeton, N.J.; Woodstock: Princeton University Press, 2006. Description: xii, 235 p.: ill.; 22 cm.
ISBN: 9780691122250 (Hbk) 0691122253 (Hbk) 9780691136424 (pbk.): 0691136424 (pbk.):
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design Case studies. System failures (Engineering) Case studies.
60. The language of things /Deyan Sudjic.
Main author: Sudjic, Deyan.
Title: The language of things /Deyan Sudjic.
Published: London: Allen Lane, 2008.
Description: 223 p.: ill.; 21 cm.
ISBN: 9781846140051 (hbk.) 1846140056 (hbk.) Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Design History 20th century, Design Philosophy, Design Social aspects.
61. Design engineering: W. Ernst Eder, Stanislav Hosnedl.
Main author: Eder, W. E.(Wolfgang Ernst)
Title: Design engineering: a manual for enhanced creativity /W. Ernst Eder, Stanislav

- Hosnedl.
Other Entries: Hosnedl, Stanislav.
Published: Boca Raton, Fla.; London: CRC Press, c2008.
Description: xl, 588 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 9781420047653 - 1420047655
Notes: Includes bibliographical references (p. 551-577) and index.
Subjects: Engineering design Handbooks.
62. Planning and design of engineering systems.
Title: Planning and design of engineering systems.
Other Entries: Dandy, G. C. Edition: 2nd ed. /Graeme Dandy ... [et al.].
Published: London: Taylor & Francis, 2008.
Description: x, 403 p.: ill.; 24 cm.
ISBN: 9780415405515 (cased) 0415405513 (cased) 9780415405522 (pbk.) 0415405521 (pbk.)
Notes: Original ed.: / G. C. Dandy, R. F. Warner. London: Unwin Hyman, 1989. Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering, Engineering design.
63. Handbook of design research methods in education: edited by Anthony E. Kelly, Richard A. Lesh, John Y. Baek.
Main author: Kelly, Anthony E.
Title: Handbook of design research methods in education: innovations in science, technology, engineering, and mathematics /edited by Anthony E. Kelly, Richard A. Lesh, John Y. Baek.
Other Entries: Baek, John Y. Lesh, Richard A.
Published: New York; London: Routledge, c2008.
Description: xvii, 539 p.: ill.; 28 cm.
ISBN: 0805860592 (pbk.): 9781410617941 (ebk.): 1410617947 (ebk.)
Notes: Formerly CIP. Includes bibliographical references and index.
Subjects: Education Research Methodology, Experimental design.
64. DRM, a design research methodology /Lucienne T. M. Blessing, Amaresh Chakrabarti.
Main author: Blessing, Lucienne T. M.
Title: DRM, a design research methodology /Lucienne T. M. Blessing, Amaresh Chakrabarti.
Published: London: Springer, c2009.
Description: xvii, 397 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 9781848825864 1848825862
Notes: Includes bibliographical references (p. [383]-392) and index.
Subjects: Engineering design, Research Methodology.
65. The genius of design /Penny Sparke.
Main author: Sparke, Penny.
Title: The genius of design /Penny Sparke.
Published: London: Quadrille, 2009.
Description: 256 p.: ill. (chiefly col.), ports. (some col.); 26 cm.
ISBN: 9781844007530 (hbk.):

Notes: Formerly CIP. Includes bibliographical references and index.
Subjects: Design, Design History, Design Philosophy, Industrial design.

66. Design concepts for engineers /Mark N. Horenstein.
Main author: Horenstein, Mark N.
Title: Design concepts for engineers /Mark N. Horenstein. Edition: 4th ed.
Published: Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall; [London: Pearson Education, distributor], 2010.
Description: xiii, 285 p.: ill., charts; 26 cm.
ISBN: 9780136069553 (pbk.): 013606955X (pbk.):
Notes: Previous ed.: 2006.
Formerly CIP. Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design.
67. The design of design: Frederick P. Brooks.
Main author: Brooks, Frederick P.(Frederick Phillips)
Title: The design of design: essays from a computer scientist /Frederick P. Brooks.
Published: Boston, Mass.; London: Addison-Wesley, 2010.
Description: xv, 421 p.: ill.; 24 cm.
ISBN: 9780201362985 (pbk.): 0201362988 (pbk.):
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design, Software engineering, Design Case studies.

COLLECTED PAPERS AND DESIGN SOCIETIES

1. Engineering design and manufacture:
Main author: Duncan, James Playford.
Title: Engineering design and manufacture: Inaugural lecture delivered 7th May 1958.
Other Entries: University of Sheffield.
Published: [Sheffield]: University of Sheffield, 1958.
2. Engineering Design Conference '98: edited by S. Sivaloganathan, T.M.M. Shahin.
Title: Engineering Design Conference '98: design reuse /edited by S. Sivaloganathan, T.M.M. Shahin. Design reuse
Other Entries: Sivaloganathan, S.(Sangarappillai) Shahin, T. M. M. Brunel University.
Published: Bury St Edmunds: Professional Engineering Pub., 1998.
Description: 732 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 1860581323
Notes: 'Collected papers from the Engineering Design Conference '98 held at Brunel University, UK, 23-25 June 1998.' - - Prelims.
On cover: Brunel University. Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering design Congresses, Modularity (Engineering)
3. Integrating design education beyond 2000: edited by P. R. N. Childs and E. K. Brodhurst.
Conference Name: SEED Design Conference(22nd: 2000: Brighton University, Sussex)
Title: Integrating design education beyond 2000: Proceedings of the 22nd SEED Annual Design Conference and 7th National Conference on Product Design Education 6-7 September 2000, University of Sussex, Brighton, UK /edited by P. R. N. Childs and E. K.

- Brodhurst.
 Other Entries: Childs, Peter R. N. Brodhurst, E. K.(Elizabeth K.) National Conference on Product Design Education(7th: 2000: University of Sussex, Brighton)
 Published: Bury St. Edmunds: Professional Engineering Pub., 2000.
 Description: viii, 328 p.: ill.; 24 cm.
 ISBN: 1860582656
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Industrial design Study and teaching Congresses. New products Congresses.
4. Evolutionary design and manufacture: I.C. Parmee (ed.).
 Conference Name: ACDM 00 (2000: University of Plymouth)
 Title: Evolutionary design and manufacture: selected papers from ACDM '00 /I.C. Parmee (ed.).
 Other Entries: Parmee, I. C.(Ian C.), 1954-
 Published: London: Springer, c2000.
 Description: xi, 370 p.: ill.; 24 cm.
 ISBN: 1852333006
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Engineering design Congresses.
 Manufacturing processes Congresses. Evolutionary programming (Computer science) Congresses.
5. Engineering Design Conference 2000: edited by S. Sivaloganathan, P.T.J. Andrews.
 Conference Name: Engineering Design Conference (2000: Brunel University)
 Title: Engineering Design Conference 2000: design for excellence /edited by S. Sivaloganathan, P.T.J. Andrews.Design for excellence
 Spine Title Design for excellence
 Other Entries: Sivaloganathan, S.(Sangarappillai Andrews, P. T. J.(Peter T. J.)
 Published: Bury St Edmunds: Professional Engineering Pub., 2000.
 Description: xix, 843 p.: ill., port.; 24 cm.
 ISBN: 1860582591
 Notes: 'Collected papers from the Engineering Design Conference 2000 held at Brunel University, UK, 27-29 June 2000' – Prelims.Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Engineering design Congresses.
6. Design applications in industry and education: organized by the Institution of Mechanical Engineers (IMechE); [editors: S Culley ... [et al.]].
 Conference Name: International Conference on Engineering Design (13th: 2001: Glasgow, Scotland)
 Title: Design applications in industry and education: 13th International Conference on Engineering Design - ICED 01: 21-23 August 2001, Scottish Exhibiton and Coference Centre, Glasgow, UK /organized by the Institution of Mechanical Engineers (IMechE); [editors: S Culley ... [et al.]].
 Other Entries: Culley, Steve.Institution of Mechanical Engineers (Great Britain) WDK, Workshop Design–Konstruktion.
 Published: Bury St Edmunds: Professional Engineering Publishing for the Institution of Mechanical Engineers, 2001.
 Description: xiii, 481p: ill.; 24cm.

ISBN: 1860583571

Series: WDK; 28WDK; 28.

Notes: One of four books resulting from the contributions to the conference. Includes bibliographical references and index.

Subjects: Industrial design Study and teaching Congresses. Engineering design Study and teaching Congresses.

7. Design sensitivity analysis: Lisa G. Stanley, Dawn L. Stewart. Main author: Stanley, Lisa Gayle Davis.
Title: Design sensitivity analysis: computational issues of sensitivity equation methods / Lisa G. Stanley, Dawn L. Stewart.
Other Entries: Stewart, Dawn L. Society for Industrial and Applied Mathematics.
Published: Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, c2002.
Description: xxi, 139 p.: ill. (some col.); 27 cm.
ISBN: 0898715245
Series: Frontiers in applied mathematics;
Notes: Includes bibliographical references (p. 135-138) and index.
Subjects: Engineering design Mathematical models. Mathematical optimization.
8. Design & nature : editors A. Carpi & C. A. Brebbia.
Conference Name: International Conference on Design and Nature(5th: 2010: University of Pisa)
Title: Design & nature : comparing design in nature with science and engineering / editors A. Carpi & C. A. Brebbia. Design & nature
9. The ICED Conferences
http://www.iced11.org/About_ICED/Previous_ICED_Conferences.aspx
Notes: The ICED conference is a traveling conference series. The conference is now a biannual meeting.
Design Society members can access all papers from this conference series by logging in to the members area of <http://www.designsociety.org/>
10. The ASME International Design Engineering Technical Conferences (IDETC) includes the following conferences in 2012:
1st Biennial International Conference on Dynamics for Design (DFD)
9th International Conference on Design Education (DEC)
24th International Conference on Design Theory and Methodology (DTM)
17th Design for Manufacturing and the Life Cycle Conference (DFMLC)
14th International Conference on Advanced Vehicle Technologies (AVT)
Notes: The Design Theory and Methodology conference promotes research, dissemination of knowledge, and debate in topics including scientific theories of design, creativity and innovation in design, formal design methods, product modeling, design pedagogy, and design management.
11. The International Conference on Design Creativity (ICDC)
Notes: ICDC provides a forum to discuss the nature and potential of design creativity from theoretical, methodological and practical viewpoints. It will include panel discussions on the directions for design creativity research, and is an official conference promoted by the Design Creativity Special Interest Group (SIG) of the Design Society.

SPECIAL ARTICLES AND DESIGN JOURNALS

1. Title: Applied design: Design Engineering handbook of applied design. 1971, edited by John Dancy.
Also Titled Design engineering.
Other Authors Dancy, John.
Published West Wickham: Morgan Grampian (Kent), 1970.
Physical Description iii-viii, 318, [12]p: illus, port; 30cm + Pbk.
Subjects Engineering design – Periodicals.
Language English
ISBN 0900865601
Libraries Australia ID 48014255, Contributed by Libraries Australia.
2. Career opportunities. Teaching design and technology.
Title: Career opportunities. Teaching design and technology.
Other Entries: Design and Technology Association.
Published: Wellesbourne: Design and Technology Association, [2001]-
Description: v.: ill.; 30 cm. Annual
Notes: Description based on: 2001/2002.
Subjects: Engineering design Study and teaching Great Britain Periodicals.
Technology Study and teaching Great Britain Periodicals.
Teachers Training of Great Britain Periodicals.
3. Journal of engineering design
Published: [Abingdon, Oxfordshire, England]: Carfax International Publishers Print began with vol. 1, no. 1, published in 1990.
Description: Text (electronic journal). Six issues yearly, 2004-Quarterly, 1990-2003
ISSN: 1466-1837
Notes: Published: Taylor & Francis, <2003-> Access restricted to authorised University of Cambridge users
Mode of access: World Wide Web.
Subjects: Engineering design Periodicals. Classmark: Online
<http://www.tandf.co.uk/journals/tf/09544828.html>
4. International journal of design engineering. Title: International journal of design engineering. Published: Genève: Inderscience Enterprises, [2007]-Vol. 1, no. 1 (2007)-
Description: v.; 24 cm. Quarterly ISSN: 1751-5874 Subjects: Engineering design Periodicals.
<http://www.inderscience.com/browse/index.php?journalCODE=ijde>
5. Design and culture.
Title: Design and culture: the journal of the Design Studies Forum. Design & culture
Other Entries: Design Studies Forum.
Published: Biggleswade: Berg Publishers, Began with vol. 1, issue 1 (Mar. 2009).
Description: v.: ill.; 25 cm. 3 issues a year
ISSN: 1754-7075
Notes: Description based on: Vol. 2, issue 1 (Mar. 2010).
Subjects: Design Philosophy Periodicals. Design Social aspects Periodicals.
<http://www.designandculture.org/index.php/dc>

6. Journal of engineering, design and technology.
 Title: Journal of engineering, design and technology.
 Published: Bradford: Emerald Group,
 Description: v.: ill.; 24 cm.
 ISSN: 1726-0531
 Notes: Description based on: v.5, no. 1 (2007)
 Subjects: EngineeringPeriodicals. Design and technologyPeriodicals.
<http://www.emeraldinsight.com/products/journals/journals.htm?id=JEDT>

7. International journal of organisational design and engineering.
 Title: International journal of organisational design and engineering.
 Published: [Olney]: Inderscience Enterprises Ltd., 2010-Vol. 1, no. 1/2 (2010)-
 Description: v.; 25 cm.
 ISSN: 1758-9797
 Subjects: Industrial organizationPeriodicals
<http://www.inderscience.com/browse/index.php?journalID=344&year=2010&vol=1&issue=1/2>

8. International Journal of Design
 Title: Do Users Know What Designers Are Up To? Product Experience and the Inference of Persuasive Intentions
 Author: Nathan Crilly
 Vol 5, No 3 (2011)
 ISSN: 1994-036X (online); 1991-3761 (print)
 Notes: The International Journal of Design is a peer-reviewed, open-access journal devoted to publishing research papers in all fields of design. It aims to provide an international forum for the exchange of ideas and findings from researchers across different cultures and encourages research on the impact of cultural factors on design theory and practice.
<http://www.ijdesign.org/ojs/index.php/IJDesign/>

9. Journal of mechanical design
 American Society of Mechanical Engineers
 Periodical: 7 versions: 1900-2011
 Subjects: Engineering design- Periodicals. Mechanical engineering - Periodicals.
<http://asmedl.org/MechanicalDesign/>

10. Design Issues
 Bruce Brown, Richard Buchanan, Dennis P. Doordan and Victor Margolin, Editors
 Published: Quarterly (Winter, Spring, Summer, Autumn)
 Description: 112 pp. per issue 7 x 10, illustrated
 Founded: 1984
 ISSN 0747-9360 E-ISSN 1531-4790
 Notes: The first American academic journal that provokes inquiry into the cultural and intellectual issues surrounding design. Regular features include theoretical and critical articles by professional and scholarly contributors, extensive book reviews, and illustrations.

Subject: Design history, theory, and criticism.
<http://www.mitpressjournals.org/loi/desi>

11. The Design Journal
Editor Rachel Cooper, Lancaster University, UK
Associate Editor: Paul Atkinson, Sheffield Hallam University, UK
Print ISSN: 1460-6925 Online ISSN: 1756-3062
Published: 4 times per year from 2011
Notes: Established in 1998, The Design Journal is an international refereed journal covering all aspects of design. Official journal of the European Academy of Design
<http://www.bergpublishers.com/JournalsHomepage/TheDesignJournal>
12. <http://machinedesign.com/>
13. <http://www.springer.com/engineering/mechanical+eng/journal/163>
14. <http://www.springer.com/materials/mechanics/journal/10999>

OTHER PUBLICATIONS

1. Engineering design and artificial intelligence: George Rzevski.
Main author: Rzevski, G.(George)
Title: Engineering design and artificial intelligence: the text of an inaugural lecture delivered at the Open University on 29 May 1990 /George Rzevski.
Other Entries: Open University.
Published: Milton Keynes: Open University, c1990.
Subjects: Artificial intelligence. Engineering design.
2. Theory and design in the second machine age /Martin Pawley.
Main author: Pawley, Martin.
Title: Theory and design in the second machine age /Martin Pawley.
Published: Oxford: Blackwell, 1990.
Description: xii, 189p; 26cm.
ISBN: 0631158286
Subjects: ArchitecturePhilosophy.
Architectural design. Architecture England. Architecture, Modern20th century England. Architecture England Technological innovations.
3. Introduction to engineering design optimization /Chinyere Onwubiko. Main author: Onwubiko, Chinyere Okechi.
Title: Introduction to engineering design optimization /Chinyere Onwubiko.
Published: Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall; London Prentice-Hall International, c2000.
Description: vii, 312 p.: ill.; 25 cm.
ISBN: 0201476738
Notes: Includes bibliographical references and index.
Subjects: Engineering designMathematical models.
Mathematical optimization.

4. Wonders of the ancient world: Justin Pollard.
 Main author: Pollard, Justin, 1968-
 Title: Wonders of the ancient world: antiquity's greatest feats of design and engineering /Justin Pollard.
 Published: London: Quercus, 2008.
 Description: 191 p.: col. ill.; 29 cm.
 ISBN: 9781847248909 (hbk.): 184724890X (hbk.):
 Notes: Bibliography: p. 190. - Includes index.
 Subjects: Archaeology, Antiquities, Technology and civilization, Engineering History To 1500, Design History To 1500.

5. Philosophy of technology and engineering sciences /edited by Anthonie Meijers.
 Title: Philosophy of technology and engineering sciences /edited by Anthonie Meijers.
 Other Entries: Meijers, Anthonie.
 Published: Amsterdam; London: Elsevier, 2009.
 Description: xvii, 1453 p.: ill.; 25 cm.
 ISBN: 9780444516671: 0444516670:
 Series: Handbook of the philosophy of science; v. 9
 Notes: Formerly CIP.Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Technology Philosophy, Engineering design Philosophy.

6. Strategy without design: Robert C. H. Chia and Robin Holt.
 Main author: Chia, Robert C. H., 1949-
 Title: Strategy without design: the silent efficacy of indirect action /Robert C. H. Chia and Robin Holt.
 Other Entries: Holt, Robin, 1966-
 Published: Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
 Description: xii, 248 p.; 24 cm.
 ISBN: 9780521895507 (hbk.): 0521895502 (hbk.):
 Notes: Includes bibliographical references and index.
 Subjects: Strategic planning Social aspects. PlanningSocial aspects, Strategy (Philosophy).

L'IMPORTANZA DELLA PROCEDURA DI REGOLARIZZAZIONE NELLA CALIBRAZIONE DI UNA CELLA DI CARICO A SEI GRADI DI LIBERTA' SOVRA-DETERMINATA

Giorgio Olmi

*Dip. di Ing. delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia,
Università degli Studi di Bologna, Italia*

E-mail: giorgio.olmi@unibo.it

Sommario. *La costruzione di celle di carico a sei gradi di libertà, in grado di misurare le azioni trasmesse dallo scarpone allo sci, ha subito un particolare impulso in questi ultimi anni. La principale motivazione è legata alla conduzione di studi biomeccanici ed alle campagne di prove su attrezzature sciistiche in vista dello sviluppo di nuovi prototipi. In questo contesto è stata sviluppata una cella di carico basata sull'utilizzo di quattro elementi sensibili, montati fra due piastre, strumentati tramite estensimetri elettrici. Le sei azioni vengono misurate tramite otto canali estensimetrici. Vengono presentati i dettagli sulla calibrazione sperimentale e successivamente sulle prove condotte per valutare la bontà delle misure. L'esito di queste prove ha indicato un comportamento non sufficientemente accurato e preciso, cui si è fatto fronte, attuando la procedura di regolarizzazione secondo Tikhonov-Phillips. Il presente lavoro entra nei dettagli metodologici, che hanno portato alla stima del valore ottimale del coefficiente di smorzamento, parametro chiave su cui si basa la regolarizzazione in discorso. La rivisitazione dei risultati alla luce della regolarizzazione ha mostrato un comportamento della cella di carico nettamente più accurato e particolarmente robusto anche a seguito di disturbi sul rilievo sperimentale. Il lavoro, oltre a risultati pratici, presenta spunti metodologici generalizzabili anche ad altri strumenti di misura.*

Parole chiave: *cella di carico a sei gradi di libertà, regolarizzazione, Tikhonov-Phillips*

1. INTRODUZIONE

Il progetto e la costruzione di una cella di carico a sei gradi di libertà, in grado di rilevare le tre componenti di forza e le tre componenti di momento, rappresenta un'attività spesso complessa, per la presenza di diverse variabili in gioco e la possibile insorgenza di diverse criticità. Un primo aspetto riguarda i carichi, che possono essere di tipo statico, ciclico o impulsivo, applicati in corrispondenza di un volume ristretto, o distribuiti su una zona più ampia, con la possibilità che il rispettivo punto di applicazione possa mutare la sua posizione. In secondo luogo va valutata la tecnica più idonea per misurare tali azioni: la cella deve essere sensibile anche ai valori più bassi delle componenti applicate e non deve cedere in presenza delle sollecitazioni più elevate. E' chiaro che queste esigenze sono spesso conflittuali fra loro: un compromesso deve essere ricercato, anche scegliendo opportunamente la tipologia di sensori da utilizzare. Ulteriori elementi su cui riflettere in cascata sono legati allo sviluppo o alla scelta di un idoneo sistema di acquisizione multi-

canale: tale scelta è influenzata dalla tecnologia di sensori adottata, dal numero di azioni e canali di misura in gioco e dalle modalità di somministrazione dei carichi. La presenza di carichi dinamici richiede solitamente una frequenza di campionamento elevata ed un software in grado di processare i dati rapidamente. La misura delle azioni viene operata, elaborando i rilievi sperimentali e combinandoli e confrontandoli con i risultati ottenuti in sede di calibrazione. Tale operazione, in particolare per le celle di carico a più assi, presenta alcune criticità: la prima è di carattere operativo ed è legata alla difficoltà nell'applicazione disaccoppiata dei carichi di forza e momento, il che spesso richiede l'espressa realizzazione di opportune attrezzature. Dal punto di vista dell'elaborazione numerica dei dati, la procedura di calibrazione permette di determinare una matrice di cedevolezza, detta "compliance matrix", che lega i segnali in uscita dai canali di misura, ad esempio le letture dei ponti di Wheatstone estensimetrici, alle azioni meccaniche in studio. Tale matrice deve essere opportunamente invertita, per permettere di ricavare le azioni a partire dai dati sperimentali. Solitamente, l'operazione di inversione è matematicamente possibile e si può affermare che la matrice è non degenere. Il mancato soddisfacimento di tale condizione pone di fronte ad una seria problematica, che va sotto il nome di mal condizionamento della cella di carico. Inconvenienti legati al mal condizionamento possono insorgere, qualora la cella non sia ben progettata ed in particolare gli organi sensibili non risultino ben collocati in relazione alle azioni che debbono rilevare. Altrimenti, possono manifestarsi in presenza di una sovra-determinazione, quando cioè il numero di canali di misura risulta superiore a quello delle azioni incognite. Qualora ci si trovi in questa condizione, subentrano una serie di tecniche, che permettono di operare comunque l'inversione della matrice e di correggere matematicamente il mal condizionamento del sistema di misura. Fra queste tecniche si annoverano quelle di pseudo-inversione e di regolarizzazione tramite i metodi di Tikhonov-Phillips e di Tikhonov-Miller [1-3].

Uno dei settori, in cui si è sentita la necessità di sviluppare celle di carico a sei gradi di libertà per una completa misura delle azioni in gioco, ed in cui tale attività di ricerca ha rappresentato spesso un'ardua sfida per la presenza di alcune delle criticità sopra riportate, è quello delle attrezzature sportive. Fra queste, si possono in particolare citare quelle utilizzate in ambito sciistico: gli sci e gli scarponi sono organi soggetti ad azioni piuttosto forti nelle diverse fasi del loro impiego. L'esecuzione di curve o salti, i movimenti tipici della sciata con frequenti cambi della posizione anatomica dello sciatore. ed anche le operazioni di aggancio tramite gli attacchi o di rilascio improvviso determinano azioni dinamiche rilevanti.

Campagne di misura focalizzate sulle azioni trasmesse all'interfaccia fra sci e scarpone possono fornire informazioni di tipo biomeccanico, utili per la piena comprensione del meccanismo della sciata o per lo sviluppo di nuove attrezzature. Esempi di prove sul campo con sci strumentati sono riportati in [4-7], mentre in [8] viene documentato l'uso di sensori di pressione posti sulla lamina sinistra di uno sci, nel monitoraggio del peso trasmesso al terreno durante una discesa. I risultati sono posti in relazione con i tracciati percorsi, rettilinei o con curve a destra ed a sinistra. L'analisi dei rilievi, combinati anche con dati cinematici, ha permesso di ricavare curve che illustrano la diversa ripartizione del peso a seconda della manovra compiuta dallo sciatore. Prove analoghe sono state compiute anche in [9], in cui celle di carico estensimetriche sono state utilizzate per monitorare i parametri dinamici tipici di una sciata, valutando l'influenza della massa dello sciatore, quella della pendenza della pista, e quella dello stile nell'affrontare le curve.

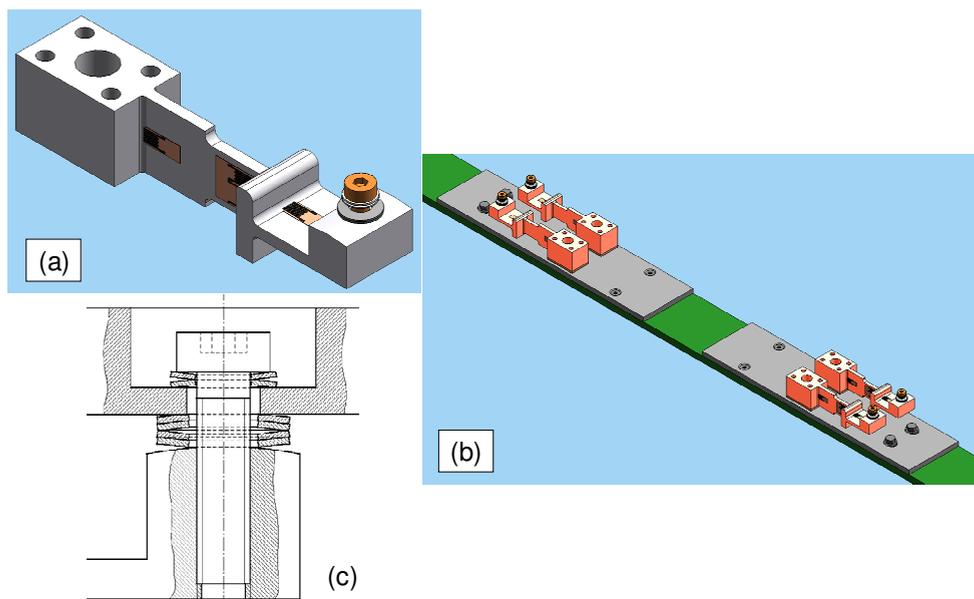


Figura 1. Elemento sensibile strumentato (a), i quattro sensori montati sulle piastre inferiori collegate allo sci (b), dettaglio del collegamento fra sensore e piastra superiore (c).

In altri casi, celle di carico estensimetriche sono state impiegate nello studio del controllo del movimento di atleti professionisti, abbinando i rilievi di natura meccanica alla misurazione di segnali elettromiografici. Studi di questo tipo permettono di monitorare le contrazioni ed i rilasci dei fasci muscolari durante le fasi della sciata, valutando infine il lavoro muscolare complessivo al fine del miglioramento delle prestazioni dell'atleta [10-11]. In [9] vengono inoltre evidenziati ulteriori impieghi di celle di carico fra sci e scarpone, finalizzati allo sviluppo preliminare di innovativi sistemi di attacco, integrati nello sci o nello scarpone, e caratterizzati da una maggiore compattezza, da una maggiore comodità per lo sciatore e da elevati parametri di sicurezza.

Il progetto di una cella di carico a sei gradi di libertà, per utilizzo su uno sci fu l'oggetto della tesi di laurea dello scrivente [12]. Le caratteristiche principali di tale studio possono essere così riassunte: gli elementi sensibili sono posti fra due piastre, delle quali l'una collegata allo sci e l'altra allo scarpone mediante il meccanismo di attacco. Tali elementi, nel numero di quattro ed uguali fra loro, presentano zone sensibili alle forze longitudinale, trasversale e verticale. Nella Fig. (1 a, b) sono mostrati il dettaglio di un sensore ed il complessivo, con i quattro elementi montati sulle piastre inferiori, prima dell'assemblaggio di quelle superiori. In Fig. (1 c) è riportato un particolare relativo al collegamento di ciascun sensore con la piastra superiore. Tale collegamento è operato mediante una vite, con utilizzo di molle a tazza come distanziali, che permettono di ottenere il giusto compromesso fra rigidità e cedevolezza, per la saldezza del collegamento e la corretta deformazione dell'organo sensibile. Ulteriori dettagli in proposito sono riportati in [12-13].

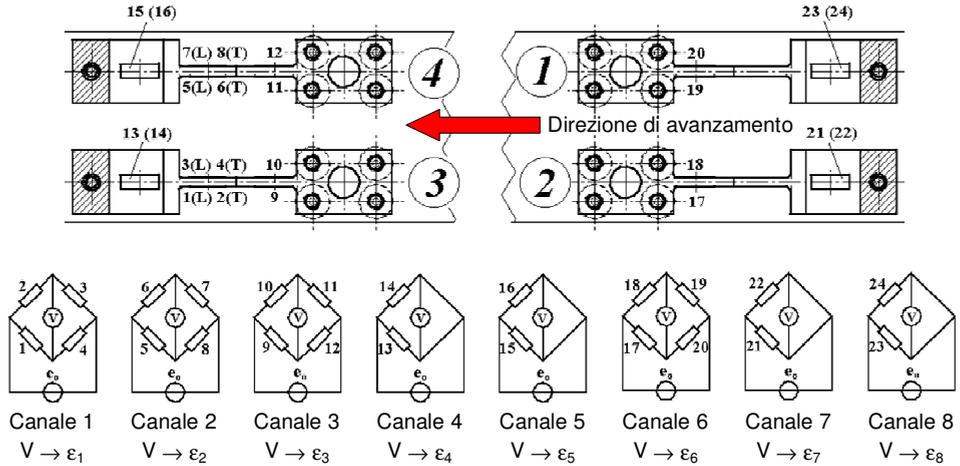


Figura 2. Vista in pianta dei quattro sensori con indicazione delle localizzazioni degli estensimetri e dei relativi collegamenti a ponte di Wheatstone.

Ciascuno dei sensori è strumentato con estensimetri elettrici, posti nelle zone sensibili prima evidenziate: la rispettiva collocazione è mostrata nelle Figg. (1-2). Questi sono a loro volta collegati a formare mezzi ponti e ponti interi di Wheatstone per un totale di otto canali: in altre parole le informazioni sulle sei azioni, tre forze e tre momenti, trasmesse all'interfaccia fra sci e scarpone, sono elaborate processando gli otto segnali in uscita, relativi ai suddetti collegamenti. Maggiori ragguagli in proposito sono forniti nel Par. (2). Va rilevato che una tale soluzione nasceva dall'evoluzione di un precedente dispositivo [14], caratterizzato dall'essere meccanicamente isostatico: ogni azione era equilibrata da un unico elemento strumentato, scaricandosi su piccole e semplici strutture che lavoravano a flessione come travi a mensola caricate ad un'estremità.

Caratteristica del presente dispositivo è invece la sua natura iperstatica, che ne conferisce una maggiore sicurezza, nel caso del cedimento di uno degli elementi sensibili e strutturali. Per contro, tale natura e la conseguente sovra-determinazione nel rapporto fra segnali in uscita ed azioni misurate determinano dei problemi di mal condizionamento, che saranno dettagliatamente illustrati e discussi nel Par. (2).

Altre soluzioni sono state presentate in seguito da [10], soluzioni che risultano migliorative dal punto di vista della compattezza, del minore effetto di rinforzo della cella e della minore massa impiegata. Va rilevato che tali soluzioni riprendono gli stessi concetti già precedentemente riportati con riferimento a [12-13], in particolare l'utilizzo di due piastre, superiore ed inferiore, e l'impiego di corpi sensibili collocati fra di esse ed opportunamente strumentati con estensimetri. Il problema della sovra-determinazione e conseguente mal condizionamento è stato in tal caso affrontato, utilizzando un approccio semplificato. Si sono tarate separatamente la parte anteriore e posteriore della cella, rimandando il calcolo delle sollecitazioni complessive ad un successivo post-processing dei dati. E' da rilevare che un approccio simile era stato tentato anche nella fase preliminare del presente studio, in cui si era eseguita una taratura sensore per sensore [12]: tuttavia non era parso percorribile, stante la scarsa accuratezza dei risultati.

Tale risultanza ha rafforzato l'interesse nei confronti del procedimento di regolarizzazione secondo Tikhonov-Phillips suggerito in [1-2]. Questo si riconduce alla determinazione di un parametro detto "damping factor", fattore di smorzamento, che va stimato, ricercando il giusto equilibrio fra la regolarizzazione e l'accuratezza della soluzione. Va però osservato che in letteratura non vengono presentati metodi pratici per arrivare alla determinazione ottimale di tale valore. Un interessante contributo in tal senso, anche se in un campo piuttosto diverso, è fornito da [15]: tuttavia l'aspetto metodologico resta ancora sullo sfondo, inoltre, non è possibile apprezzare i vantaggi dell'opera di regolarizzazione.

Obiettivo del presente lavoro è quindi quello di illustrare la procedura di calibrazione [16] della cella di carico qui presentata [12-13], evidenziandone il metodo e le criticità presentatesi. Successivamente, ci si propone di illustrare la procedura di regolarizzazione, che è stata posta in atto per far fronte al cattivo condizionamento. In particolare, vengono evidenziati i seguenti punti cardine:

- Valutazione degli effetti del mal condizionamento.
- Fondamenti del metodo di regolarizzazione secondo Tikhonov-Phillips.
- Determinazione pratica del valore ottimale del coefficiente di smorzamento.
- Impatto della regolarizzazione sui risultati.

2. CELLA DI CARICO E CALIBRAZIONE

La Fig. (2) mostra una vista di pianta del dispositivo di misura con l'indicazione dei quattro sensori, delle localizzazioni degli estensimetri e dei relativi orientamenti. Gli estensimetri numerati da 1 ad 8 intervengono nel rilievo della forza lungo l'asse longitudinale e sono posizionati solamente sui sensori anteriori. Sono incollati in corrispondenza di superfici verticali, la cui sezione è stata opportunamente ridotta, per aumentare la sensibilità. Di tali estensimetri, quelli con numeri dispari sono posti lungo l'asse longitudinale, mentre i restanti sono orientati trasversalmente. Dal punto di vista operativo, si è fatto uso di rosette a due griglie con le seguenti caratteristiche: codice: CEA-06-125UT-350, costruttore: Micro-Measurements, Raleigh, North Carolina, U.S.A.. Come risulta dalla Fig. (2), gli estensimetri succitati sono collegati a formare due ponti interi di Wheatstone, realizzando un collegamento tipico per la misura della sollecitazione lungo l'asse. Gli estensimetri indicati con i numeri da 9 a 12 sono posti su superfici verticali dei sensori anteriori, con orientamento longitudinale. Tali estensimetri intervengono nel rilievo delle azioni trasversali. Il collegamento è ancora a ponte intero: nella sua realizzazione gli estensimetri posti sullo stesso fianco delle superfici verticali sono collegati su rami opposti del ponte. Questo è dovuto al fatto che, in presenza delle azioni succitate, è ragionevole pensare che tali estensimetri siano soggetti a deformazioni aventi lo stesso segno. Analoghe considerazioni valgono per quelli indicati con i numeri da 17 a 20, posti sui sensori posteriori. Gli estensimetri indicati con i numeri da 13 a 16 sono posti, superiormente ed inferiormente, su superfici orizzontali dei sensori anteriori. Tali estensimetri risultano sollecitati a flessione dalle azioni verticali. Il collegamento elettrico è operato tramite due mezzi ponte di Wheatstone, in cui gli estensimetri posti sulle superfici inferiore e superiore sono collocati su rami adiacenti. Tale collegamento, tipicamente utilizzato per valutare sollecitazioni flessionali, parte dalla supposizione che, in presenza delle azioni succitate, le deformazioni sulle coppie di estensimetri collegati siano uguali ed opposte. Anche in tale caso, argomentazioni analoghe valgono per gli estensimetri posti sui sensori posteriori, con numeri da 21 a 24. Tutti gli estensimetri numerati da 9 a 24 sono da intendersi come monogriglia con il seguente codice: C 980 204-E, costruttore: Micro-Measurements.

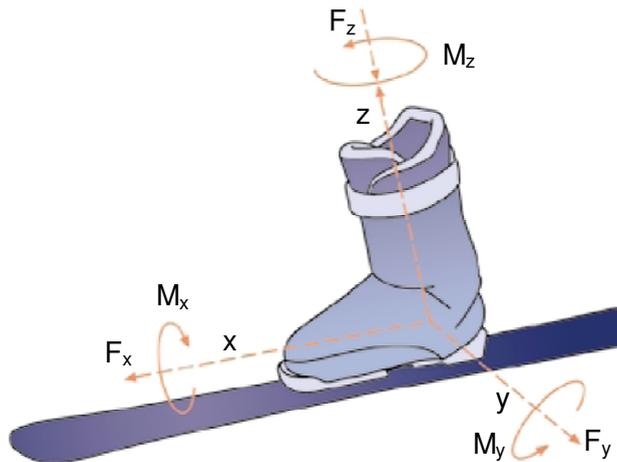


Figura 3. Sistema sci-scarpone e sistema di riferimento considerato.

Nel progetto della cella di carico si è cercato di porre una particolare attenzione al disaccoppiamento dei segnali. Tale disaccoppiamento si riscontra innanzitutto su due livelli, ossia nel progetto del sensore e nella scelta dei collegamenti. Come già rilevato, i sensori sono stati studiati in modo tale che si potessero in essi individuare delle zone particolarmente sensibili alle azioni longitudinale, trasversale e verticale. Gli estensimetri sono posti in corrispondenza di tali zone e sono collegati in maniera tale da massimizzare la risoluzione nella misura delle sollecitazioni di interesse, operando d'altra parte la cancellazione delle altre componenti. Il terzo livello ancora da discutere è quello della calibrazione, aspetto che verrà descritto nel seguito.

Metodo di calibrazione e procedura sperimentale

L'intero dispositivo è stato calibrato applicando rampe di carico disaccoppiate. Per ciascuna delle componenti $[F_x; F_y; F_z; M_x; M_y; M_z]^T$, il carico è stato gradualmente aumentato, secondo step opportuni, sino al valore di fondo scala. Ad ogni passo di carico sono state rilevate le letture in corrispondenza di ognuno degli otto canali. La Fig. (3) mostra il sistema di riferimento adottato, mentre la Tab. (1) illustra il dettaglio dei carichi misurati, con indicazione del rispettivo valore massimo.

Una volta raggiunto tale valore, l'intensità della componente applicata è stata via via diminuita, secondo gli step di carico seguiti durante la rampa ascendente, continuando il rilievo e la memorizzazione delle letture su ciascuno dei canali. Una volta raggiunto il valore nullo, laddove previsto, il carico è stato invertito (si veda la Tab. (1)) e via via nuovamente aumentato fino al suo valore massimo nel verso opposto. Raggiunto anche tale valore massimo, il carico è stato diminuito di intensità fino a ritornare a zero. Il raggiungimento del valore nullo al termine delle descritte rampe ascendenti e discendenti ha segnato la fine di una serie di carico. Per ogni componente si sono eseguite tre serie di carico secondo le modalità presentate, per conferire rilievo statistico ai dati.

Tabella 1. Carichi misurati e relativi valori di fondo scala.

Azione	Forza di spinta	Carico laterale	Carico verticale	Momento di rollio	Momento di beccheggio	Momento torcente
Indicativo	F_x	F_y	F_z	M_x	M_y	M_z
Valore massimo	+200 N	± 235 N	± 981 N	$\pm 18,5$ Nm	± 172 Nm	± 34 Nm



Figura 4. Attrezzatura per la calibrazione: sistemi di carico e vincolo nell'applicazione dei momenti M_x (a) ed M_y (b).

Dal punto di vista operativo, si ponevano, come illustrato nell'introduzione, diverse problematiche legate all'applicazione delle componenti di forza e momento in maniera disaccoppiata ed alla creazione di un sistema di carichi e vincoli, che riproducesse quello per cui la cella era stata progettata. Si è proceduto pertanto con la progettazione e

costruzione di un'opportuna attrezzatura in grado di bloccare le piastre superiori della cella di carico (quelle su cui normalmente vengono applicati gli attacchi) e di applicare carichi opportuni su uno sci, preventivamente collegato alle piastre inferiori. I carichi sono stati applicati, tramite l'utilizzo di pesi calibrati agganciati a funi; nel caso dei momenti, la coppia di forze è stata realizzata tramite l'applicazione diretta del carico da un lato e l'applicazione tramite carrucola di un carico uguale ed opposto dall'altro. Alcuni dettagli dell'attrezzatura e del suo impiego in sede di calibrazione sono mostrati in Fig. (4) con riferimento ai dispositivi di vincolo e carico nell'applicazione dei momenti puri M_x ed M_y .

Una volta determinate tutte le caratteristiche lineari interpolate per ogni componente di carico e per ogni canale di uscita, si è quindi ricavata la "compliance matrix" \underline{B} . Tale matrice, inserita nell'Eq. (1), genera ad un sistema di otto equazioni in sei incognite, rappresentate dalle sei componenti di carico succitate. Come illustrato in [3], tale sistema è teoricamente impossibile, può però essere risolto in via approssimata, tramite il procedimento della pseudo-inversione ai minimi quadrati [1-2]. L'Eq. (2) mostra l'ipotesi che permette la sua risoluzione ed il risultato finale, con il vettore delle forze espresso in funzione di quello delle letture sperimentali, attraverso la matrice pseudo-inversa \underline{B}^{-g} . L'Eq. (3) mostra infine l'equazione simbolica, che permette di risolvere il problema in studio, ossia la determinazione di un qualsiasi vettore di forze e momenti, sulla base dei dati sperimentali rilevati. La matrice di calibrazione \underline{C} raccoglie in sé tutti i dati sulla risposta della cella di carico, dal punto di vista meccanico e sensoristico.

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B} \cdot \underline{F} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 [\mu\varepsilon] \\ \varepsilon_2 [\mu\varepsilon] \\ \varepsilon_3 [\mu\varepsilon] \\ \varepsilon_4 [\mu\varepsilon] \\ \varepsilon_5 [\mu\varepsilon] \\ \varepsilon_6 [\mu\varepsilon] \\ \varepsilon_7 [\mu\varepsilon] \\ \varepsilon_8 [\mu\varepsilon] \end{Bmatrix} = \underline{B} \cdot \begin{Bmatrix} F_x [N] \\ F_y [N] \\ F_z [N] \\ M_x [Nm] \\ M_y [Nm] \\ M_z [Nm] \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\|\underline{\varepsilon} - \underline{B} \cdot \underline{F}\|^2 = \min. \Leftrightarrow \underline{F} = (\underline{B}^T \cdot \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{\varepsilon} = \underline{B}^{-g} \underline{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\underline{B}^{-g} = \underline{C} \rightarrow \underline{F} = \underline{C} \cdot \underline{\varepsilon} \quad (3)$$

Risultati della calibrazione

La prima matrice ad essere ottenuta è stata la "compliance matrix" \underline{B} , nella quale la (j-esima) colonna contiene gli otto coefficienti angolari, corrispondenti alle pendenze delle caratteristiche lineari interpolate, con riferimento alla j-esima componente. L'Eq. (4) riporta i risultati numerici in relazione a tale matrice.

Successivamente, si è operata la pseudo-inversione, secondo le ipotesi e le modalità indicate in Eq. (2); il risultato finale, nei termini della matrice di calibrazione \underline{C} definita in Eq. (3), è mostrato in Eq. (5).

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 0,273 & 0,441 & 0,016 & -0,020 & -0,046 & -0,476 \\ 0,773 & -0,008 & 0,024 & 3,709 & -0,026 & -0,638 \\ 0,143 & -9,633 & 0,150 & 1,361 & 0,564 & 39,562 \\ -0,344 & 1,546 & -1,492 & -50,103 & 6,158 & -3,004 \\ -0,736 & -1,341 & -1,695 & 44,590 & 6,582 & 3,723 \\ 0,242 & -10,155 & 0,032 & 3,405 & -0,371 & -39,848 \\ 0,971 & 1,633 & -1,767 & -55,589 & -6,357 & 3,890 \\ 1,023 & -1,608 & -1,566 & 52,826 & -7,232 & -3,176 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 2,352 & 0,743 & 0,176 & 0,949 & -0,748 & -0,121 & -0,701 & 0,746 \\ 0,052 & 0,017 & -0,047 & 0,019 & -0,017 & -0,053 & -0,019 & 0,017 \\ 0,280 & 0,090 & 0,025 & -0,029 & -0,262 & -0,018 & -0,234 & -0,057 \\ 0,006 & 0,002 & -0,001 & -0,002 & 0,003 & -0,002 & -0,007 & 0,007 \\ 0,275 & 0,087 & 0,020 & 0,147 & -0,046 & -0,014 & -0,118 & 0,049 \\ 4 \cdot 10^{-5} & -2 \cdot 10^{-4} & 0,013 & -0,002 & 9 \cdot 10^{-4} & -0,012 & 0,001 & -2 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Prove di validazione e discussione

Una volta determinata la matrice di calibrazione, si sono effettuate delle prove di validazione, anche utilizzando le attrezzature messe a punto in fase di taratura. In particolare, si sono applicati dei carichi combinati, tramite l'applicazione contemporanea di forze e momenti su più assi. Tali carichi risultavano di entità note, essendo generati da pesi calibrati, opportunamente collegati allo sci (direttamente o tramite carrucole nell'applicazione dei momenti puri). I carichi sono stati applicati staticamente con contestuale lettura dei segnali in uscita di ciascuno degli otto ponti di Wheatstone: come suggerito dall'Eq. (1), tali segnali vanno intesi come le somme algebriche delle deformazioni degli estensimetri coinvolti (Fig. (2)), espresse in $\mu\epsilon$. Successivamente, applicando l'Eq. (3) e considerando l'Eq. (5), si è valutato il vettore dei carichi formato dalle sei componenti. I valori ottenuti sono stati ovviamente confrontati con quelli effettivamente applicati.

Le prove effettuate presentano la caratteristica comune di vedere coinvolte tutte le sei componenti, prevedendo forze e momenti, portati fino anche al valore di fondo scala, sia in campo positivo, che in campo negativo. Alcuni dei risultati sono riportati nelle Figg. (5-6). In particolare, la Fig. (5) si riferisce ad una prova in cui sono stati applicati i seguenti valori per le sei componenti, con riferimento al sistema d'assi in Fig. (3): $[F_x; F_y; F_z; M_x; M_y; M_z]^T = [147 \text{ N}; -39,2 \text{ N}; 785 \text{ N}; -18,1 \text{ Nm}; -137 \text{ Nm}; 27,5 \text{ Nm}]^T$. Negli istogrammi vengono confrontati i valori misurati dalla cella di carico e quelli effettivi. Si può osservare che, se da un lato appaiono accettabili gli errori nella stima di F_y , F_z , M_x ed M_z , dall'altro si ha uno scostamento del 16% nella valutazione di M_y ed un errore addirittura del 110% in quella di F_x . In particolare, tale azione, quella di spinta orizzontale, si è rivelata la più problematica da misurare, ossia quella condizionata dai maggiori errori.

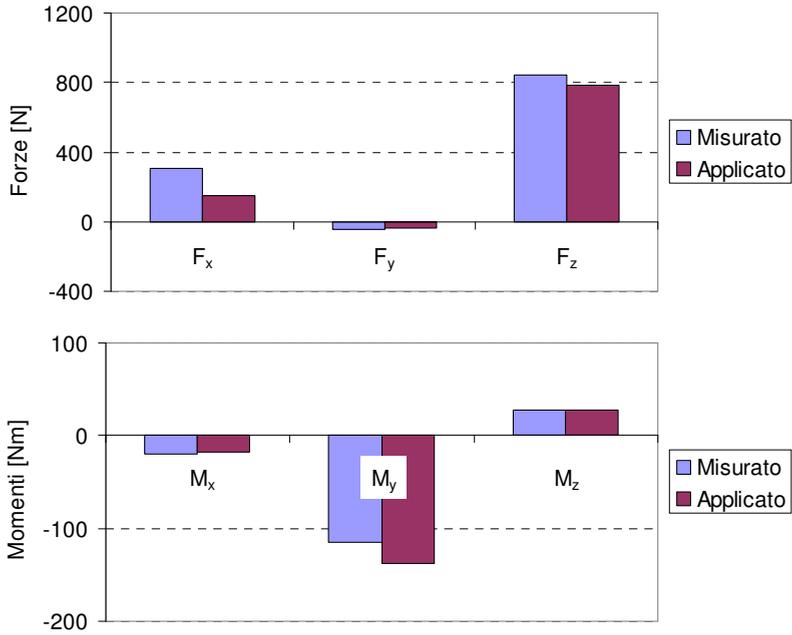


Figura 5. Risultato di una prova di validazione sotto carico multi-assiale.

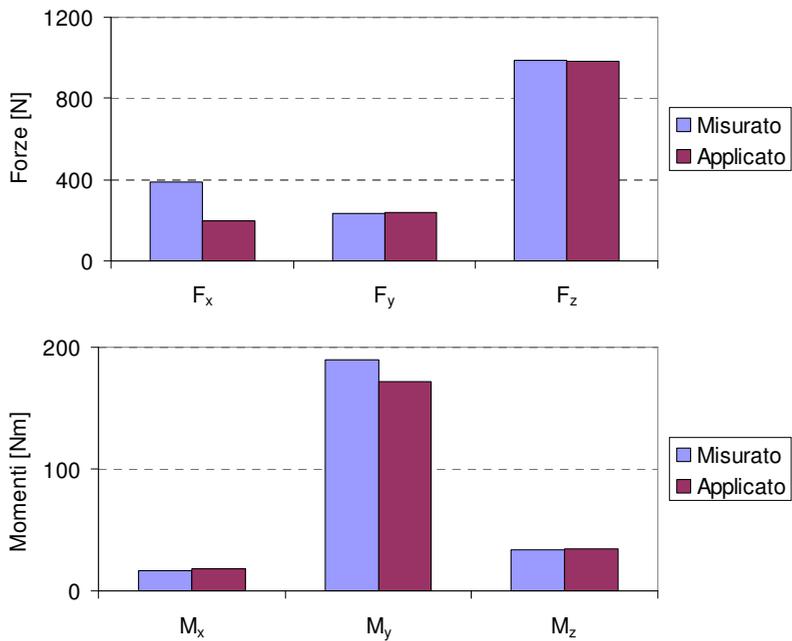


Figura 6. Risultato di un'altra prova di validazione con azioni al rispettivo valore massimo.

Questo è evidente anche dalla risultanza della successiva prova con riferimento alla Fig. (6). In tal caso, i carichi combinati applicati vedevano tutte le sei azioni pari ai rispettivi valori di fondo scala in campo positivo, indicati in Tab. (1). L'analisi degli istogrammi mostra valori accettabili per F_y , F_z , M_x ed M_z , ma ancora una scarsa accuratezza nelle stime del momento di beccheggio e della forza di spinta. Nel primo caso lo scostamento è dell'ordine dell'11%, nel secondo arriva a sfiorare il 100%.

I risultati fino ad ora mostrati sono, come si diceva, ottenuti tramite applicazione statica dei carichi in un contesto di laboratorio. Questa affermazione evoca alcune affermazioni di Taguchi [17], parte integrante della sua celebre teoria nell'ambito del progetto dell'esperimento. Un dispositivo viene normalmente costruito e messo a punto in laboratorio, tuttavia esso è destinato ad essere utilizzato al di fuori di un ambiente rigidamente controllato, quale è quello di prova. La cella di carico in discorso ad esempio è destinata principalmente a prove sul campo, in cui i carichi sono applicati dinamicamente, sia durante prove su pista, che nel corso di test di aggancio e sgancio. Da questo segue il concetto di "progetto robusto": se il dispositivo è ben progettato, le sue prestazioni non devono degradare in presenza di disturbi, che possono essere presenti nell'ambiente esterno. Nella fattispecie, nelle condizioni di uso dinamico, è possibile che le deformazioni indotte sugli estensimetri e rilevate in corrispondenza degli otto canali risultino alterate rispetto a quelle che si avrebbero, a parità di carichi, a seguito di una loro applicazione statica in laboratorio. Affinché il progetto sia robusto, è essenziale che piccole alterazioni dei segnali rispetto a quelli di riferimento in condizioni di taratura non si traducano in errori abnormi nel rilievo delle azioni.

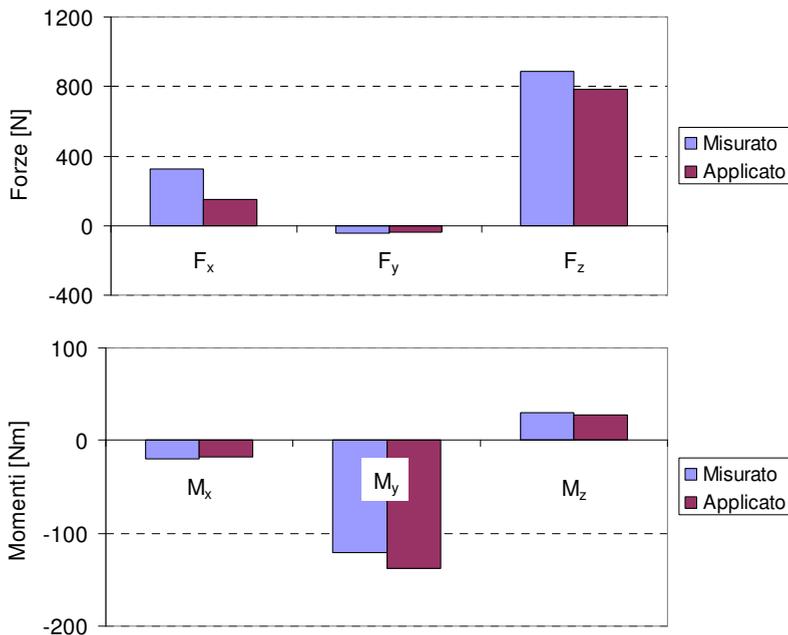


Figura 7. Risposta del trasduttore nel caso di una perturbazione del 5% sui segnali letti.

Per tale ragione si è provato ad alterare di una piccola entità (il 5%) le letture rilevate nella prova cui fa riferimento la Fig. (5). I relativi istogrammi di confronto sono mostrati in Fig. (7). Si nota che i problemi precedentemente evidenziati sono ingigantiti: se prima gli errori si avevano sostanzialmente solo nelle misure di F_x ed M_y , ora se ne riscontrano nei rilievi di tutte e sei le azioni. Nel caso di F_x , l'errore sale al 120%, mentre errori dal 15 al 13% sono presenti sulle stime delle azioni F_y , F_z , M_x ed M_y . Quanto rilevato indica un ulteriore inconveniente della cella calibrata secondo la tradizionale procedura ivi descritta: la scarsa robustezza.

In sintesi, gli inconvenienti rilevati, sui quali si è intervenuto successivamente con la rielaborazione dei risultati e regolarizzazione sono i seguenti:

- Scarsa accuratezza nel rilievo delle sei azioni, con particolare riferimento ad F_x ed M_y .
- Scarsa robustezza e quindi bassa precisione: lievi disturbi sulle letture determinano grandi scostamenti sulle stime: visto che i disturbi possono verificarsi in maniera casuale, i risultati sono potenzialmente poco ripetibili.

3. RIVISITAZIONE DEI RISULTATI E REGOLARIZZAZIONE

I risultati sopra esposti hanno indotto ad una maggiore riflessione, volta a comprendere prima di tutto le cause delle criticità presentatesi, e successivamente a individuare alcuni rimedi. Ci si è soffermati inizialmente sul problema di scarsa accuratezza nel rilievo di alcuni segnali. Nel Par. (2) si è illustrato come la cella di carico in discorso fosse stata progettata e costruita secondo principi di disaccoppiamento del segnale. In sostanza, la conformazione degli organi sensibili, la collocazione degli estensimetri ed il loro collegamento erano stati scelti in modo tale che i segnali di uscita riferibili ad ogni canale fossero riconducibili a particolari sollecitazioni ed il più possibile insensibili alle altre. Si tratta di una linea progettuale che è molte volte raccomandata nello sviluppo di celle di carico a più assi, come indicato in [18-22], in quanto facilita l'elaborazione numerica della matrice di taratura e assicura sul fatto di essere in grado di rilevare tutte le sollecitazioni in studio.

Tuttavia, analizzando i risultati delle calibrazioni, si è potuto osservare come quelli che in teoria avrebbero dovuto restituire un segnale nullo, presentavano in realtà una risposta, che spesso presentava un andamento alquanto irregolare. In particolare, tale risposta, pur ripetitiva nell'arco delle tre prove effettuate e di scarsa entità in termini assoluti (soprattutto se rapportata alle risposte sui canali deputati alla valutazione della sollecitazione corrente), risultava di difficile interpolazione lineare. La Fig. (8) riporta ad esempio le risposte riscontrate in corrispondenza dei canali 1 e 2 (Fig. (2)) a seguito dell'applicazione di un momento di beccheggio M_y . I canali appena citati sono deputati alla misura della forza di spinta e dovrebbero in teoria essere insensibili alle sollecitazioni in tal caso indotte sull'elemento sensibile. Le letture appaiono tutte minori di 15 μE e ben ripetitive (con deviazione standard pari mediamente a 1 μE), tuttavia si nota un diverso comportamento, a seconda del segno della sollecitazione applicata. Questo fenomeno appare attribuibile ad una leggera isteresi associabile al comportamento meccanico delle molle a tazza poste all'interfaccia fra la vite di collegamento con l'elemento sensibile e la piastra superiore. Nei grafici della Fig. (8) appare anche che le rette interpolanti non passano per l'origine: è cioè presente un leggero offset, che appare comunque ragionevolmente trascurabile.

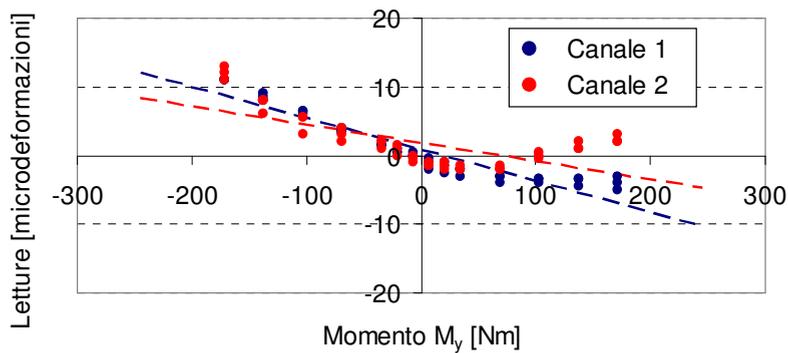


Figura 8. Andamento irregolare delle letture dei canali 1 e 2 sotto l'azione di M_y .

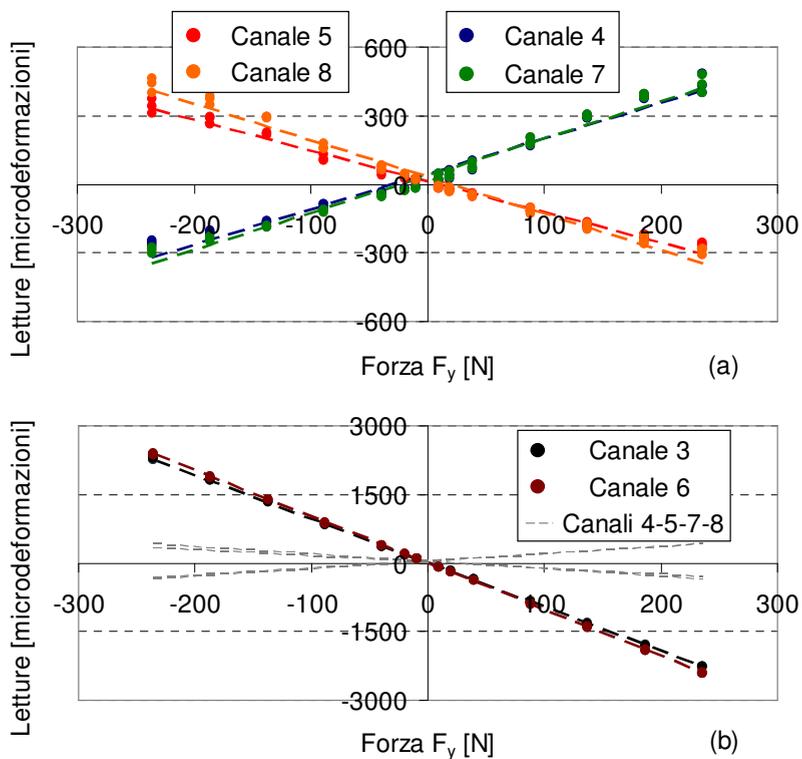


Figura 9. Caratteristiche sotto l'azione di F_y : andamento lineare con offset per i canali 4, 5, 7 ed 8 (a) e lineare privo di offset con ottima sensibilità per i canali dedicati 3 e 6 (b).

Le risultanze sperimentali, tuttavia appaiono diverse, se si considerano le caratteristiche di Fig. (9 a). In tal caso sono mostrate le risposte dei canali 4, 5, 7 ed 8 all'applicazione della sollecitazione F_y . Tali canali, che in teoria intervengono nel rilievo delle azioni F_z , M_x ed M_y , presentano letture, che appaiono ben ripetibili nello sviluppo delle tre repliche (deviazione standard media pari a 12 $\mu\epsilon$) e anche ben distribuite linearmente, ma sono condizionate da un offset, che nel caso del canale 4, arriva a 45 $\mu\epsilon$. Anche in tal caso tale offset appare legato al problema di isteresi prima evidenziato. La Fig. (9 b) mostra invece, con riferimento alla medesima componente, le risposte sui canali 3 e 6, ossia quelli deputati al suo rilievo. In tal caso si osservano un'elevata sensibilità (a fini di una comparazione, le risposte sui canali 4, 5, 7 ed 8 prima indagate sono riportate anche nel presente grafico) e ripetibilità (deviazione standard media pari a 8 $\mu\epsilon$), oltre ad una distribuzione lineare non condizionata da offset. L'analisi comparativa delle caratteristiche sperimentali rilevati sugli otto canali per ognuna delle sei componenti di carico ha mostrato come fossero i canali 4, 5, 7 ed 8 (Fig. (9 a)) i più soggetti a problemi di offset. La presenza di questi termini costanti era stata inizialmente trascurata nella procedura descritta al Par. (2), di conseguenza anche i risultati descritti in tale paragrafo risultavano condizionati da questa semplificazione. La prima idea è stata pertanto quella di re-intervenire sull'elaborazione dei dati di calibrazione per tenere conto, dal punto di vista matematico, degli offset rilevati. In Eq. (6) viene illustrato come si è determinato un vettore, indicato con $\underline{\epsilon}_0$, che tiene conto degli offset sugli otto canali per effetto delle sei componenti di carico. Nella stessa equazione i pedici relativi alle sei azioni di Tab. (1) indicano i contributi parziali attribuibili a ciascuna componente. L'Eq. (7) mostra quindi come si possa ottenere una relazione analoga a quella di Eq. (1), detraendo il termine di offset dal vettore delle letture sperimentali $\underline{\epsilon}$. Tale equazione può quindi essere invertita, Eq. (8), per la determinazione della matrice di calibrazione \underline{C} . Questo calcolo può essere operato tramite l'algoritmo di pseudo-inversione descritto nel Par. (2), integrabile con la procedura di regolarizzazione oggetto del paragrafo successivo.

$$\underline{\epsilon} = \underline{B} \cdot \underline{F} + \underline{\epsilon}_{0F_x} + \underline{\epsilon}_{0F_y} + \underline{\epsilon}_{0F_z} + \underline{\epsilon}_{0M_x} + \underline{\epsilon}_{0M_y} + \underline{\epsilon}_{0M_z} \Leftrightarrow \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\epsilon} = \underline{B} \cdot \underline{F} + \underline{\epsilon}_0$$

$$\underline{\epsilon}' = \underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}_0 = \underline{B} \cdot \underline{F} \quad (7)$$

$$\underline{F} = \underline{C} \cdot \underline{\epsilon}' \quad (8)$$

Metodi di regolarizzazione secondo Tikhonov-Phillips

Nel paragrafo introduttivo si è discusso delle criticità nel progetto e nella realizzazione di celle di carico a più assi. In particolare, si è sottolineato quanto sia importante scegliere correttamente la forma da dare agli organi sensibili, nonché la collocazione ed il collegamento degli estensimetri elettrici. Qualora non si rispettino giusti criteri, una prima contropartita è data dal fatto che la matrice ottenuta in calibrazione, la “compliance matrix”, anche se quadrata, tende ad essere degenere, ossia presenta un determinante piuttosto basso. Visto che comunque il determinante è solitamente non esattamente uguale a zero, la “compliance matrix” risulta invertibile e permette di ricavare la matrice di calibrazione. In linea di principio, l'applicazione di tale matrice consente di risolvere il problema di misura affrontato, ossia di effettuare la stima delle azioni per cui la cella è progettata. A livello operativo si rileva però un comportamento che di fatto compromette l'utilizzabilità del dinamometro, ossia il fatto che la misura delle azioni sia fortemente condizionata

dall'incertezza nel rilievo sperimentale. In altre parole, il comportamento della cella di carico risulta instabile: piccoli errori nell'acquisizione degli segnali estensimetrici si traducono in grandi errori sul rilievo delle azioni. Una cella di carico con le caratteristiche sopra dette, determinante tendente a zero e comportamento instabile in sede di misura viene abitualmente indicata come mal condizionata.

Si osserva facilmente che il comportamento operativo descritto coincide con quello rilevato a proposito della cella di carico in studio. Anche il problema di scarsa robustezza e precisione evidenziato al termine del Par. (2) può quindi essere fatto rientrare in un quadro di mal condizionamento. D'altra parte, anche in [3] viene rilevato che l'utilizzo di un numero di dati sperimentali in sovrannumero rispetto alle grandezze da misurare rientra nella formulazione di un problema sovra-determinato e quindi mal condizionato. Per raggiungere una buona soluzione a tale problema, che eviti gli inconvenienti prima evidenziati, occorre adottare un'opportuna procedura di regolarizzazione all'atto dell'inversione della matrice rettangolare. Nel presente caso trova applicazione quella introdotta da Tikhonov-Phillips [1-2], che può essere descritta come nelle Eqq. (9-10), dove \underline{Id} indica la matrice Identità di dimensioni 6×6 .

$$\|\underline{\varepsilon}' - \underline{B} \cdot \underline{F}\|^2 + \alpha \|\underline{F}\|^2 = \min. \quad (9)$$

$$\underline{F} = (\underline{B}^T \underline{B} + \alpha \cdot \underline{Id})^{-1} \underline{B}^T \underline{\varepsilon}' \quad (10)$$

L'Eq. (9) mostra la condizione sulla quale si fonda la procedura di regolarizzazione. Confrontando l'Eq. (9) con l'Eq. (2), si nota che l'espressione da minimizzare contiene anche un ulteriore termine α , detto "damping factor", coefficiente di smorzamento. La soluzione del problema di minimo è illustrata nell'Eq. (10), che mostra il risultato dell'operazione di pseudo-inversione della matrice rettangolare nella definizione del legame fra dati sperimentali ed azioni incognite. Il punto critico sta nella determinazione opportuna del parametro di regolarizzazione α : in [2] viene osservato che il valore che esso deve assumere deve essere sufficientemente grande per poter superare i problemi di mal condizionamento. Tuttavia, un valore troppo grande, se da un lato renderebbe il sistema più preciso, dall'altra farebbe perdere l'accuratezza della soluzione. In altre parole, occorre raggiungere una stima di compromesso: come evidenziato in [2], il valore ottimale di α è il più piccolo possibile che sia appena sufficiente per ovviare al cattivo condizionamento.

Procedura di determinazione del coefficiente di smorzamento

La procedura in discorso ha richiesto preliminarmente la messa a punto di due semplici strumenti numerici: un simulatore dell'incertezza sperimentale nei rilievi estensimetrici ed uno stimatore dell'errore sulla misura delle sei azioni. Le motivazioni di tale approccio stanno nel fatto che si voleva trovare il migliore valore di α , tale per cui, a fronte di un disturbo sul rilievo sperimentale, la misura fosse la più accurata possibile, e di conseguenza l'errore il minimo possibile. Si è fatto riferimento a letture campione effettuate in laboratorio sotto carichi combinati, nell'ambito delle stesse prove già citate nel Par. (2). Per poter simulare la presenza di disturbi sulla misura, si è pensato di associare a ciascuna delle otto letture una distribuzione probabilistica di tipo normale.

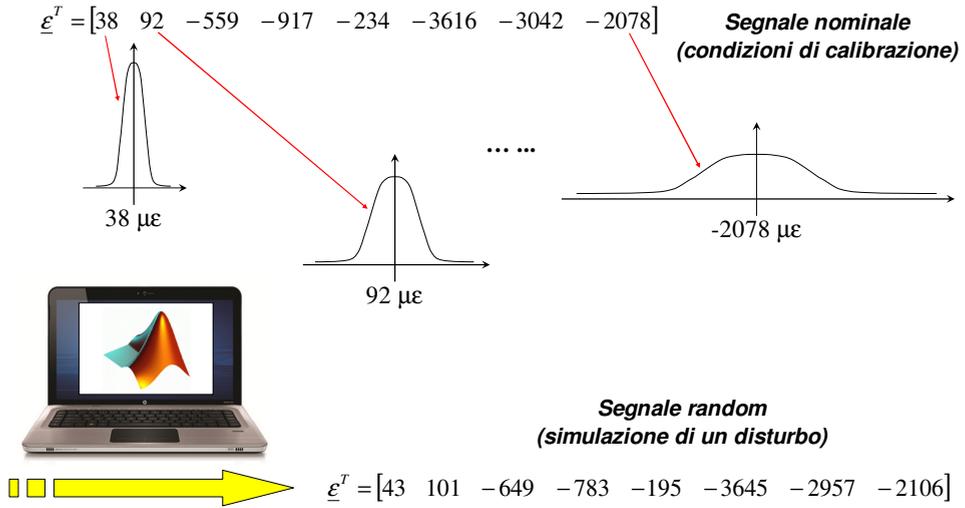


Figura 10. Generazione di segnali random tramite calcolatore nella simulazione di un disturbo sull'acquisizione.

Il valore medio è stato posto pari al valore rilevato in lettura, mentre la deviazione standard è stata stimata intorno al 10% di esso, tenendo conto dei tipici errori che possono affliggere le misure estensimetriche per disturbi lungo la catena di misura. Lo schema in Fig. (10) aiuta a comprendere la procedura seguita: dopo aver determinato le otto distribuzioni, una per ciascuna lettura, si sono estratti dei valori random, utilizzando una semplice routine implementata in Matlab (Versione 7.9.0.529, R2009b). La stessa procedura è stata attuata su dieci diverse di letture campione. Va notato che il seme della randomizzazione risultava diverso al passaggio da una componente all'altra: in altre parole ogni componente era libera di variare in modo casuale indipendentemente dalle altre.

Il secondo punto era, come si diceva, quello relativo alla stima dell'errore. L'approccio tipicamente utilizzato consiste nella valutazione della norma del vettore dato dalla differenza fra quello delle azioni misurate (\underline{F}_m) e quello delle azioni applicate (\underline{F}_a), Eq. (11). Tuttavia, tale procedimento presenta il difetto che lo scostamento viene stimato in termini assoluti e non relativi: di conseguenza gli addendi nella valutazione del modulo non sono direttamente confrontabili e sommabili fra di loro. Questi, riferendosi a forze e momenti, sono infatti espressi secondo differenti unità di misura. Si è pertanto utilizzata l'espressione in Eq. (12): anch'essa è scritta nella forma del calcolo di una norma, tuttavia gli errori relativi alle singole componenti sono ora calcolati in termini relativi e quindi adimensionalizzati e correttamente sommabili. Nella stessa equazione si sono inoltre aggiunti dei coefficienti di peso (β_1, \dots, β_6), che permettono di calibrare in maniera differente l'errore sulle diverse componenti. Nella fattispecie, i coefficienti di peso sono stati tutti considerati unitari, eccetto il primo, β_1 , posto pari 0,5, per tenere conto del fatto che la stima esatta della forza di spinta è solitamente considerata di minore importanza. Di conseguenza, l'errore su questa componente viene pesato di meno.

$$\|\underline{F}_m - \underline{F}_a\| = \sqrt{(F_{x_m} - F_{x_a})^2 + (F_{y_m} - F_{y_a})^2 + (F_{z_m} - F_{z_a})^2 + (M_{x_m} - M_{x_a})^2 + (M_{y_m} - M_{y_a})^2 + (M_{z_m} - M_{z_a})^2} \quad (11)$$

$$Errore = \sqrt{\beta_1 \left(\frac{F_{x_m} - F_{x_a}}{F_{x_a}} \right)^2 + \beta_2 \left(\frac{F_{y_m} - F_{y_a}}{F_{y_a}} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{F_{z_m} - F_{z_a}}{F_{z_a}} \right)^2 + \beta_4 \left(\frac{M_{x_m} - M_{x_a}}{M_{x_a}} \right)^2 + \beta_5 \left(\frac{M_{y_m} - M_{y_a}}{M_{y_a}} \right)^2 + \beta_6 \left(\frac{M_{z_m} - M_{z_a}}{M_{z_a}} \right)^2} \quad (12)$$

Una volta dotatisi di questi strumenti, si è quindi entrati nel vivo della procedura per la determinazione del coefficiente di smorzamento. In prima battuta si è considerata una delle letture campione prima citate: a partire da questa si sono stimate 500 letture random. Successivamente, si è impostato un ciclo che, anche sulla scorta di [15], ponesse il valore del coefficiente di smorzamento inizialmente pari ad uno, e poi lo dimezzasse ad ogni passo. A ciascuna iterazione sono stati quindi replicati i passaggi consistenti nella valutazione del vettore delle letture diminuito del termine di offset e nel calcolo della matrice di calibrazione regolarizzata secondo Eq. (10). Si è infine valutato il vettore delle azioni, pervenendo quindi alla stima dell'errore, secondo l'Eq. (12). Questi calcoli sono stati operati, fino a che, a seguito dei dimezzamenti, il termine α ha assunto un valore praticamente nullo. Le intere operazioni descritte sono state ripetute per ciascuno dei 500 segnali random, inizialmente generati, cumulando gli errori calcolati per ciascuno dei valori di α . Infine, si sono valutati gli errori medi per i diversi valori di α , dividendo gli errori cumulati per il numero di segnali (500) considerati. Terminata questa fase, si è riportato in un grafico l'andamento dell'errore mediato, in funzione dei diversi valori di α considerati, per valutare se questo presentasse un punto di minimo. Lo studio di tale funzione ha permesso di individuare i valori ottimali per il parametro in studio. L'algoritmo di calcolo qui descritto è facilmente implementabile tramite un qualunque programma di calcolo: nella fattispecie è stato messo a punto tramite routines di Matlab (Versione 7.9.0.529, R2009b).

A fronte della descrizione fornita si potrebbe obiettare che la procedura messa in pratica dipende dal segnale campione considerato, a partire dal quale vengono generati i 500 segnali random. Tuttavia, per accertarsi della generalità dei risultati ottenuti, tale procedura è stata ripetuta anche per gli altri segnali campione precedentemente individuati, valutando se i valori di α individuati come ottimali fossero tra loro coerenti. I paragrafi successivi mostrano i risultati trovati, la stima del coefficiente di smorzamento ottimale e le conseguenze benefiche sul comportamento del sistema di misura.

Risultati e determinazione del coefficiente di smorzamento

La Fig. (11) mostra il diagramma prima citato, ossia il grafico dell'errore mediato in funzione dei valori considerati per il parametro α . Per l'esattezza, in ascissa viene indicato il numero di iterazioni $it.$, l'Eq. (13) mostra il semplice legame esistente tale numero ed il valore corrente del coefficiente di smorzamento.

$$\alpha_{it.} = \left(\frac{1}{2} \right)^{it.-1} \quad (13)$$

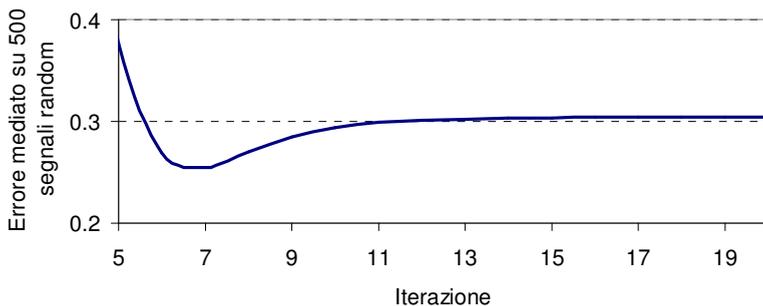


Figura 11. Andamento dello stimatore dell'errore nel calcolo iterativo: valutazione del punto di minimo e stima di α .

L'analisi del diagramma mostra che il punto di minimo corrisponde alla settima iterazione: inserendo il valore $it. = 7$ nell'Eq. (13), si ottiene quindi il valore ottimale di α , che risulta circa 0,016. E' questo il valore che minimizza l'errore in risposta al disturbo simulato, ossia che massimizza la robustezza e la precisione del sistema. Il diagramma si riferisce al segnale campione, che corrisponde all'applicazione di tutte e sei le componenti di carico, ciascuna al suo valore di fondo scala (si vedano la Tab. (1) e la Fig. (6)). Come specificato nel paragrafo precedente, si è replicata la medesima procedura anche per gli altri segnali campione precedentemente individuati. I risultati hanno mostrato come in tutti i casi considerati la curva dell'errore medio presentasse un punto di minimo e come tale minimo si collocasse sempre in corrispondenza della settima o, al più, della sesta o dell'ottava iterazione. Il valore sopra indicato, $\alpha \approx 0,016$, già si colloca in posizione intermedia a quelli corrispondenti alle iterazioni appena citate.

Discussione e rivisitazione dei risultati delle prove di validazione

I risultati ottenuti sono apparsi fin da subito molto promettenti: il fatto che la curva dell'errore medio presentasse sempre un minimo ben accentuato, in tutte le numerose casistiche considerate, era un chiaro indicatore che la regolarizzazione attuata avesse una certa efficacia nella riduzione dell'errore sulla misura. In secondo luogo, la coerenza dei risultati, in particolare il medesimo andamento qualitativo della curva sopra citata e la presenza del punto di minimo, sempre in corrispondenza degli stessi valori per il coefficiente di smorzamento, rassicuravano sull'attendibilità del procedimento attuato e sulla possibilità di generalizzare i risultati. Infatti, il valore ottimale ottenuto, proprio perché ricavato per segnali random generati a partire da situazioni di carico anche molto diverse tra loro, appariva generalizzabile a tutte le possibili applicazioni della cella di carico in campo dinamico. Questo ha aperto le porte ad una rivisitazione dei risultati di calibrazione, in cui alla matrice inizialmente considerata nell'Eq. (3) si è sostituita quella ricavata in Eq. (10), con α posto uguale a 0,016.

Per concludere, l'impatto delle due operazioni attuate e descritte nel presente paragrafo, ossia la riconsiderazione del termine di offset e la sua detrazione dalla lettura corrente e la regolarizzazione della matrice di calibrazione, è riassunto nelle Figg. (12-13).

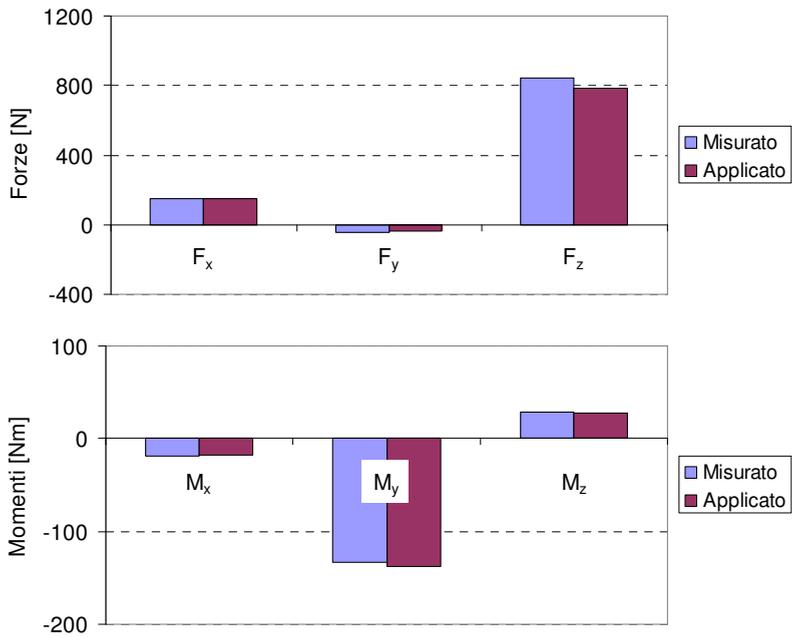


Figura 12. Impatto della regolarizzazione (risultati da confrontarsi con quelli di Figg. (5,7)).

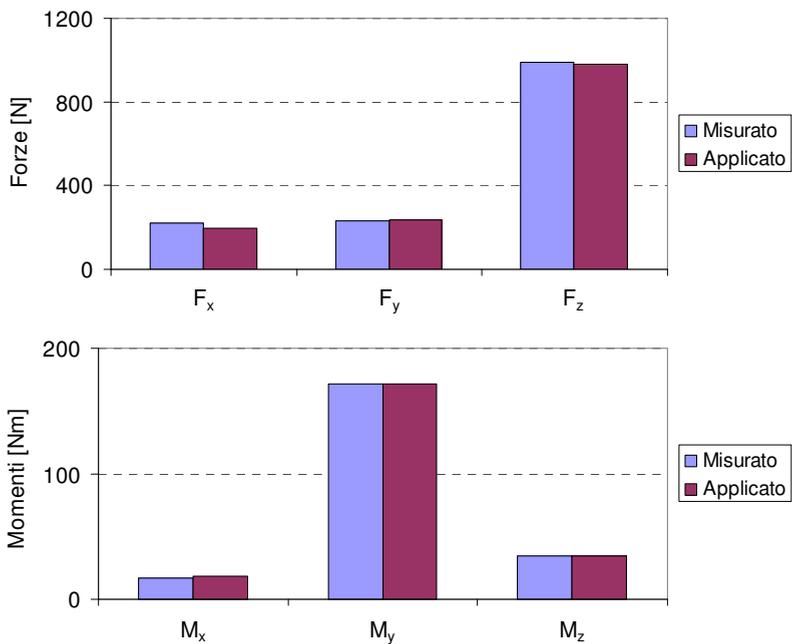


Figura 13. Impatto della regolarizzazione (risultati da confrontarsi con quelli di Fig. (6)).

Questi istogrammi vanno posti a confronto rispettivamente con quelli delle Figg. (5,7) e (6), dato che si riferiscono alla misura delle sei azioni a fronte di segnali disturbati nelle stesse condizioni di carico applicato. I risultati finali sono ora rivisti alla luce delle due operazioni di cui sopra. La Fig. (12) fa riferimento ai seguenti carichi: $[F_x; F_y; F_z; M_x; M_y; M_z]^T = [147 \text{ N}; -39,2 \text{ N}; 785 \text{ N}; -18,1 \text{ Nm}; -137 \text{ Nm}; 27,5 \text{ Nm}]^T$: pur in presenza di un segnale estensimetrico alterato secondo le modalità prima specificate, le azioni misurate risultano molto vicine a quelle reali. Nel Par. (2) si erano sottolineati errori alquanto elevati a carico delle stime di F_x ed M_y : tali scostamenti sono ora ben più ridotti, intorno al 3%, mentre cala anche il divario nella stima di F_z , ora intorno all'8%. La Fig. (13) fa invece riferimento alla condizione in cui tutti i carichi sono pari al rispettivo valore di fondo scala: anche in questo caso si ottiene un'ottima corrispondenza fra carichi applicati e carichi misurati, con errori di pochi punti percentuali, eccetto il caso della F_x , per cui si arriva all'11%. A questo proposito, si è comunque evidenziato come questa azione sia spesso la meno importante fra quelle da stimare, il che rende accettabile tale risultato.

4. CONCLUSIONI

A conclusione del lavoro eseguito, sviluppatosi in un arco temporale alquanto lungo, ad iniziare dai contributi [12-13, 16], si può sottolineare quanto segue:

- La realizzazione di celle di carico a sei gradi di libertà per la misura delle azioni trasmesse fra scarpone e sci presenta numerose applicazioni, che vanno dagli studi in ambito biomeccanico a quelli di sviluppo di nuove attrezzature.
- La cella di carico sviluppata in [12-13] si presentava come abbastanza pionieristica dal punto di vista progettuale, tanto che anche lavori successivi [10], ne hanno ripreso l'impostazione, tuttavia presentava alcuni problemi di mal condizionamento, ben evidenziati da prove sperimentali qui documentate a seguito della calibrazione sperimentale.
- Tali problemi erano riconducibili ad una scarsa accuratezza nella valutazione dei carichi e soprattutto in una scarsa precisione, in particolare quando le letture sperimentali erano disturbate o comunque alterate rispetto alle condizioni di calibrazione sperimentale in laboratorio. Da questo tipo di comportamento emergeva una scarsa robustezza del sistema di misura nell'accezione usata da Taguchi [17].
- A fronte di questo si è operata una rivisitazione dei risultati, tenendo conto di offset delle caratteristiche di taratura che erano stati inizialmente trascurati. Soprattutto, si è operata una regolarizzazione secondo il metodo di Tikhonov-Phillips [1-2]. Tale procedura richiede la determinazione e l'adozione nei calcoli di un parametro detto coefficiente di smorzamento, senza che esistano in letteratura metodi pratici per la sua determinazione.
- Un metodo semplice ed efficace è stato qui introdotto per la stima di tale parametro. Tale metodo è strettamente legato alla logica che si trova alla base dell'operazione di regolarizzazione, consistente nel rendere stabile la soluzione pur in presenza di disturbi sulle letture sperimentali. La coerenza e ripetibilità dei risultati dimostrano la piena attendibilità della procedura adottata.
- La matrice di calibrazione, ricalcolata a seguito della regolarizzazione attuata, permette ora di calcolare in maniera accurata e precisa le sei azioni, compensando i disturbi sui rilievi sperimentali, determinando così un comportamento robusto per il dispositivo in studio.

- L'analisi effettuata apre ora le porte all'utilizzo della cella di carico in prove sul campo ed in condizioni dinamiche. Il lavoro presenta da questo punto di vista una valenza pratica, ma anche metodologica. Il procedimento qui illustrato può infatti essere esteso con successo a molti altri trasduttori, cui siano richieste misure accurate e precise in molteplici condizioni di utilizzo.

Ringraziamenti

L'autore desidera ringraziare il Prof. Alessandro Freddi per averlo stimolato nell'intrapresa del presente lavoro ai tempi della Tesi di Laurea e, successivamente, ad un suo completamento alla luce dell'esperienza maturata in dieci anni di ricerca universitaria.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Laermann, K.-H., 2008. *Inverse Problems in Experimental Structural Analysis*. Shaker Verlag, Aachen, Germania, pp. 1–9.
- [2] Liu, G.R., Han, X., 2003. *Computational Inverse Techniques in Nondestructive Evaluation*, CRC Press LLC, Boca Raton, FL, U.S.A..
- [3] Freddi, A., 2011. “Sperimentare per progettare”. In Quarta giornata di studio Ettore Funaioli – 16 luglio 2010, Editori: U. Meneghetti, A. Maggiore e V. Parenti Castelli, DIEM. Asterisco Snc Tipografia Digitale, Bologna, Italia, pp. 241–258.
- [4] Scott, N.W., Yoneyama, T., Kagawa, H., Takahashi, M., 2004. “Measurement of joint motion and acting forces on a top athlete skiing”. In Proceedings of the 5th International Engineering of Sport Conference, Vol. 1, Davis, CA, U.S.A., pp. 394–400.
- [5] Yoneyama, T., Kagawa, H., Scott, N.W., 2004. “Ski robot system for the study of effective turn motions”. In Proceedings of the 5th International Engineering of Sport Conference, Vol. 2, Davis, CA, U.S.A., pp. 478–485.
- [6] Scott, N.W., Yoneyama, T., Kagawa, H., 2006. “A unified, custom-built measuring system for a ski athlete”. In Proceedings of the 6th International Engineering of Sport Conference, Vol. 2, Munich, Germania, pp. 219–224.
- [7] Yoneyama, T., Kagawa, H., Scott, N.W., 2006. “Timing of force application and joint angles during a long ski turn”. In Proceedings of the 6th International Engineering of Sport Conference, Vol. 1, Munich, Germania, pp. 293–298.
- [8] Scott, N.W., Yoneyama, T., Kagawa, H., Osada, K., 2007. “Measurement of ski snow-pressure profiles”. *Sports Engineering*, 10, pp. 145–156.
- [9] Petrone, N., Parise, F., 2009. “Studio delle sollecitazioni all'interfaccia sci-attacco per l'analisi e lo sviluppo di giunzioni innovative”. In Progettazione a fatica di giunzioni saldate (... e non) – Sviluppi tecnici e problemi applicativi, Editori: B. Atzori e L. Susmel, Gruppo Italiano Frattura, (IGF), Forni di Sopra (UD), Italia. Articolo P19.
- [10] Petrone, N., Gardin, P., Salandin, M., 2008. “Sviluppo di piastre dinamometriche per la misura in pista dei carichi su tavole da sci”. In Atti del XXXVII Convegno Nazionale AIAS, Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni, Roma, Italia.
- [11] Petrone, N., De Gobbi, M., Marcolin, G., Nicoli, M., Zampieri, C., 2007. “Acquisition and analysis of emg signals during alpine slalom”. In Proceedings of the IV International Conference on Science and Skiing, St. Anton am Arlberg, Austria.

- [12] Olmi, G., 2001. “Progetto e costruzione di una cella di carico di seconda generazione per la misurazione di forze in attrezzature sportive”. Tesi di Laurea Magistrale, Università degli Studi di Bologna, Bologna, Luglio.
- [13] Freddi, A., Olmi, G., Croccolo, D., 2002. “Ein neuer Aufnehmer zur direkten Messung der von einem Skifahrer auf die Skier übertragenen Kräfte und Momente”. *Messtechnische Briefe*, **1/2002**, pp. 3–10.
- [14] Gradassi, A.R., 2001. “Progetto e costruzione di una cella di carico per la misurazione di forze in attrezzature sportive (scarpone da sci)”. Tesi di Laurea Magistrale, Università degli Studi di Bologna, Bologna, Marzo.
- [15] Kretzschmar, J., Stockmann, M., Shutov, A., 2011. “Determination of pressure distributions using a gradient based optimization method and application at forming tools for high gears”. In 10th Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics, Editori: M. Stockmann e J. Kretzschmar, Chemnitz University of Technology, Institute of Mechanics and Thermodynamics, Department of Solid Mechanics, Chemnitz, Germania, pp. 65–66.
- [16] Zini, M., 2002. “Realizzazione di attrezzatura per calibrazione e calibrazione di celle di carico di seconda generazione per misurazione di forze in attrezzature sportive”. Tesi di Laurea Magistrale, Università degli Studi di Bologna, Bologna, Marzo.
- [17] Taguchi, G., 1994. *System of Experimental Design*. White Plains, Kraus International Publications, New York, U.S.A..
- [18] Chao, L.-P., Yin, C.-Y., 1999. “The six-component force sensor for measuring the loading of the feet in locomotion”. *Materials and Design*, **20**, pp. 237–244.
- [19] Chao, L.-P., Chen, K.-T., 1997. “Shape optimal design and force sensitivity evaluation of six-axis force sensors”. *Sensors and Actuators A Physical*, **63**, pp. 105–112.
- [20] Kim, G.-S., Kang, D.-I., Ree, S.-H., 1999. “Design and fabrication of a six-component force/moment sensor”. *Sensors and Actuators A Physical*, **77**, pp. 209–220.
- [21] Boyd, T., Hull, M.L., Wootten, D., 1996. “An improved accuracy six-load component pedal Dynamometer for cycling”. *Journal of Biomechanics*, **29**, pp. 1105–1110.
- [22] Gorinevsky, D., Formalsky, A., Schneider, A., 1998. *Force Control of Robotics Systems*. CRC Press, New York, U.S.A..

SISTEMI DI ASSEMBLAGGIO INDUSTRIALE AD ELEVATA FLESSIBILITÀ

Aldo Rossi

Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale

Università degli Studi di Padova, Italia

E-mail: aldo.rossi@unipd.it

Alessandro Persona

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Università degli Studi di Padova, Italia

E-mail: alessandro.persona@unipd.it

Giulio Rosati

Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale

Università degli Studi di Padova, Italia

E-mail: giulio.rosati@unipd.it

Maurizio Faccio

Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale

Università degli Studi di Padova, Italia

E-mail: maurizio.faccio@unipd.it

Stefano Cenci

Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale

Università degli Studi di Padova, Italia

E-mail: stefano.cenci@unipd.it

Andrea Carli

Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale

Università degli Studi di Padova, Italia

E-mail: andrea.carli@mechatronics.it

Christian Finetto

Dipartimento di Innovazione Meccanica e Gestionale

Università degli Studi di Padova, Italia

E-mail: christian.finetto@mechatronics.it

Abstract. L'assemblaggio flessibile è una necessità in forte crescita per molte realtà industriali, per motivi legati principalmente all'aumento della richiesta di piccoli lotti produttivi. Questo articolo vuole presentare una nuova categoria di sistemi per l'assemblaggio flessibile, che chiamiamo *fully-flexible assembly systems (F-FAS)*, la quale permette di lavorare su mix produttivi molto vari e in cui la dimensione del singolo lotto può essere anche di un solo prodotto. Viene poi fornito un confronto tra un sistema FAS Tradizionale e un F-FAS in termini di produttività e di costo orario e vengono mostrati dei primi risultati sperimentali che mettono in evidenza il comportamento reale del sistema.

Parole chiave: sistema di assemblaggio flessibile, cella robotizzata flessibile, costi unitari diretti di produzione

1. INTRODUZIONE

Al giorno d'oggi il mercato è caratterizzato da prodotti sempre più vari e con cicli di vita sempre più brevi. Per adattarsi a questo contesto e per restare competitive a livello internazionale, molte aziende stanno adottando dei sistemi di assemblaggio flessibili (FAS). Tali sistemi devono garantire, oltre alla flessibilità, anche un'elevata produttività e un basso costo unitario diretto, il che richiede lo sviluppo di nuove tecnologie per i moderni sistemi di assemblaggio [1].

Le strategie di assemblaggio tradizionali possono essere classificate come sistemi di assemblaggio manuale, sistemi di assemblaggio (automatico) flessibili e sistemi di assemblaggio (automatico) dedicati [2]. In Figura 1, tratta da [3], viene mostrato come queste tre strategie sono collocate in funzione della dimensione del lotto, del volume produttivo, del numero di varianti e della flessibilità.

Se si desidera ottenere un'elevata flessibilità, una prima possibilità è ricorrere all'assemblaggio manuale. Questo può però influire negativamente sulla produttività, dato che l'assemblaggio manuale è soggetto a fluttuazioni della qualità e dei tempi ciclo, è legato a problematiche di salute e sicurezza degli operatori [4] ed è fortemente influenzato da fattori ergonomici i quali, se non ottimizzati, possono ridurre ulteriormente la produttività [5, 6]

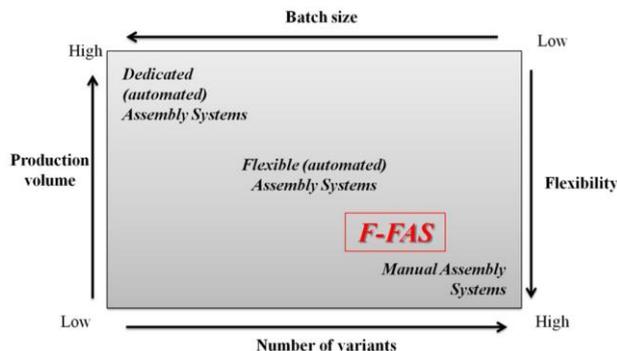


Figura 1. Criteri per la selezione dei sistemi d'assemblaggio: La cella di lavoro F-FAS presentata in questo articolo può essere posizionata nell'angolo in basso a destra del grafico.

Sebbene in alcuni contesti l'assemblaggio manuale possa ancora essere un'opzione valida, nei paesi occidentali l'automazione è spesso la soluzione migliore per abbattere i costi di produzione [7]. Delle due soluzioni per l'assemblaggio automatico elencate precedentemente, l'assemblaggio dedicato rappresenta l'approccio tradizionale all'automazione industriale. In questo caso si parla di produzione di serie con grandi dimensioni dei lotti, grandi volumi produttivi e flessibilità limitata. In questo contesto una qualsiasi variazione nella produzione influisce fortemente sul processo di automazione, comportando importanti investimenti e costi di gestione. Ad esempio, il cambio o la modifica di un componente può richiedere l'acquisto di nuovi vibro-alimentatori, la lavorazione delle trappole e lunghi e costosi tempi di setup [8].

Di recente sono stati sviluppati dei FAS innovativi e capaci di risolvere sia il problema della produttività che quello della flessibilità. Di fatto i progressi nel campo dei sistemi di controllo dei robot e dei sistemi di visione hanno reso più accessibili i sistemi di assemblaggio flessibile, anche se spesso si deve trovare un compromesso tra efficienza e flessibilità [9].

Per essere efficace il progetto di un FAS deve tenere conto delle seguenti richieste:

- *flessibilità*: la capacità di operare su molte tipologie di componenti, di eseguire rapidamente i frequenti cambi di prodotto e di lavorare contemporaneamente su più tipologie di componenti e di assemblati.
- *compattezza*: la necessità di poco spazio intorno al perimetro della stazione di assemblaggio
- *produzione oraria*: il numero di componenti assemblati per unità di tempo
- *costo unitario diretto di produzione*: il rapporto tra il costo orario della cella di lavoro e la produzione oraria media

Negli ultimi anni alcuni autori hanno proposto degli alimentatori flessibili basati sul concetto dell'orientamento e/o dell'isolamento dei componenti, i quali ottengono le caratteristiche di flessibilità tramite l'uso di sistemi di visione e richiedono tempi di setup molto brevi [4, 8, 10]. L'idea di usare robot guidati da sistemi di visione per il riconoscimento dimensionale e la manipolazione di assemblati è stata introdotta in [11], in cui Perks propone un sistema robotico capace di riconoscere e localizzare dei componenti in movimento su nastri trasportatori. Il sistema di visione fornisce le coordinate esatte dei componenti, i quali sono sparsi casualmente sul piano di riconoscimento, permettendo così al robot di prendere il pezzo desiderato dal nastro.

Gli autori di [12] hanno studiato un alimentatore composto da un manipolatore robotico industriale, un sistema di visione e tre nastri trasportatori disposti in modo da far circolare i componenti, isolandoli allo stesso tempo, e hanno studiato la velocità ottimale dei nastri trasportatori. Altri autori hanno usato approcci molto simili per la misura e l'ispezione dimensionale dei componenti [13, 14, 15, 16].

In questo articolo vogliamo presentare il concetto di un sistema di assemblaggio completamente flessibile, o *fully-flexible assembly system* (F-FAS). Questo sistema, che verrà descritto in maggior dettaglio nei paragrafi seguenti, sfrutta un sistema di visione per il riconoscimento in linea di insiemi di componenti assemblabili, il quale viene integrato con un robot dedicato al *pick and place* e con un vibro-alimentatore completamente flessibile. La combinazione di questi elementi permette di ottenere una cella di lavoro robotizzata con la massima flessibilità e quindi una riduzione dei costi orari di produzione dovuti alle operazioni di setup e all'intervento degli operatori umani, e una riduzione del costo dell'hardware.

L'obiettivo di questo articolo è di presentare la modellazione e la simulazione di una cella di lavoro robotizzata completamente flessibile. Viene derivata una stima della produttività dell'F-FAS e del costo orario diretto, confrontando i risultati con i valori ottenuti con un sistema FAS Tradizionale. Vengono poi mostrati dei risultati sperimentali ottenuti tramite un prototipo di cella di lavoro conforme con i criteri che caratterizzano un F-FAS. Tali prove sperimentali sono state effettuate per verificare il comportamento reale del sistema in una tipica condizione di lavoro.

2. LAYOUT DEL SISTEMA F-FAS

Il progetto di sistemi flessibili di assemblaggio ha come obiettivo quello di ridurre la rigidità tipica dei comuni sistemi automatici. Perciò gli impianti flessibili devono essere costituiti da dei sottosistemi che possono essere facilmente o automaticamente riconfigurati in accordo con la tipologia di prodotto che contribuiscono ad assemblare. Le tipologie di prodotti assemblabili in un impianto flessibile devono appartenere ad una stessa famiglia e richiedono un numero ragionevolmente limitato di componenti per essere assemblati.

Esistono due configurazioni base per i sistemi flessibili di assemblaggio (FAS): la singola cella robotizzata, la quale assembla un prodotto alla volta, e le linee di assemblaggio robotizzato [4]. Nella seconda tipologia di sistemi FAS l'operazione di assemblaggio è suddivisa in una serie di sotto operazioni, ognuna delle quali è svolta in una stazione programmabile della linea robotizzata. In questo articolo ci focalizzeremo sulla prima tipologia di sistemi FAS, in particolare analizzeremo il sistema che abbiamo denominato Fully-Flexible Assembly System (F-FAS), nel quale la riconfigurazione della cella di lavoro, dovuta a cambiamento del lotto produttivo, può essere considerata istantanea. Questa soluzione sarà poi comparata con un sistema FAS Tradizionale, ovvero una cella di lavoro robotizzata nella quale un cambiamento di lotto produttivo richiede del tempo di riattrezzaggio. I due sistemi presentano alcuni sottosistemi uguali: entrambi hanno una o più maschere di assemblaggio e un manipolatore per la presa dei componenti e il loro deposito presso la maschera di assemblaggio. D'altra parte, il sistema di alimentazione dei componenti è molto diverso per i due sistemi.

Sistema FAS Tradizionale

Il sistema FAS tradizionale che consideriamo in questo articolo è una cella di lavoro robotizzata composta dai seguenti sottosistemi (vedi Figura 2):

- *un sistema di alimentazione dei componenti*, che comprende un alimentatore riconfigurabile, ad alta produttività, per ogni tipo di componente necessario per evadere l'ordinativo; la flessibilità di questi alimentatori permetterà, una volta riconfigurati da un operatore, di alimentare un'ampia varietà di componenti con diverse forme e dimensioni [4];
- *una o più maschere di assemblaggio flessibili* che sono stazioni automaticamente riconfigurabili che permettono l'assemblaggio di prodotti diversi appartenenti alla stessa famiglia;
- *un manipolatore programmabile* il cui ciclo di lavoro si deve adattare automaticamente all'ordinativo da evadere.

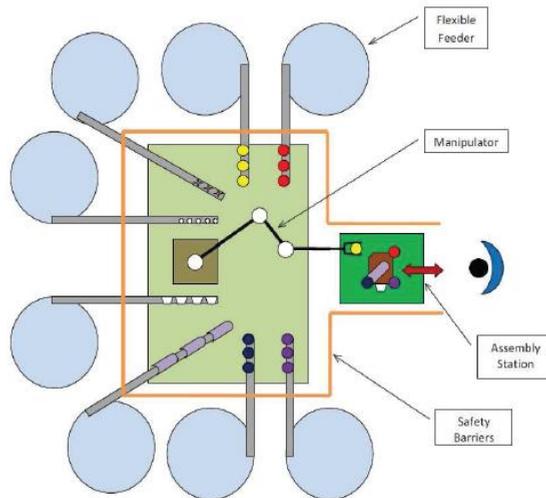


Figura 2. Layout del sistema FAS Tradizionale.

Questa tipologia di celle di lavoro è in grado di assemblare una famiglia di prodotti originati da uno specifico gruppo di componenti. Poiché ogni alimentatore flessibile può alimentare un solo tipo di componente alla volta [3], la cella di lavoro dovrà avere tanti alimentatori flessibili quanti sono le tipologie di componenti da assemblare. Perciò in un sistema FAS tradizionale il costo degli alimentatori è una parte davvero ragguardevole del costo dell'intero impianto. Inoltre gli alimentatori flessibili necessitano di un tempo non trascurabile di riconfigurazione per poter cambiare la tipologia di componente che riescono ad alimentare, questo influenza la produttività e il costo unitario diretto di produzione, in particolar modo, quando i lotti di produzione sono particolarmente piccoli.

D'altra parte, il fatto che i componenti siano orientati e singolarizzati in tempo mascherato permette di avere dei cicli di lavoro limitati, che comprendono solo la presa e il posizionamento del componente eseguiti dal robot, oltre al tempo necessario per l'assemblaggio. Il manipolatore prende i componenti da posizioni fisse e conosciute e li posiziona, nell'ordine corretto, nella maschera di assemblaggio, inoltre svolge, insieme ai meccanismi automatici presenti nella maschera, l'assemblaggio vero e proprio dei componenti. Per cambiare il lotto di produzione, le maschere di assemblaggio e l'end-effector del robot possono essere sostituiti automaticamente durante il riattrezzaggio del sistema di alimentazione.

Il sistema Fully-FAS

La cella robotizzata di assemblaggio che proponiamo differisce dai tradizionali sistemi FAS in particolare modo per il suo sistema di alimentazione dei componenti: una vasca vibrante, contenente tutti i componenti da assemblare per completare il lotto in produzione, è utilizzata per far cadere casualmente alcuni componenti su un piano vibrante; il piano è retroilluminato ed una telecamera è utilizzata per identificare i componenti su di esso presenti, calcolando la loro posizione ed orientazione, in modo che essi possano essere presi dal manipolatore industriale. Le vibrazioni del piano sono utilizzate per movimentare i componenti presenti e riorientarli.

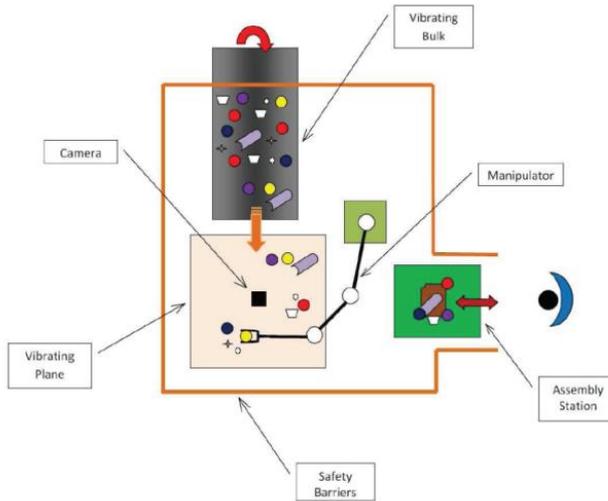


Figura 3. Layout del sistema F-FAS.

Il sistema F-FAS è composto dai seguenti sottosistemi:

- un *sistema di alimentazione completamente flessibile*: comprendente una vasca vibrante, un piano vibrante e una telecamera; questo sistema di alimentazione è in grado di alimentare diverse tipologie di piccoli componenti contemporaneamente con nessuna necessità di riconfigurazione; d'altra parte la produttività è limitata dal tempo di acquisizione ed elaborazione dell'immagine, poiché questo è un tempo morto nel ciclo di lavoro.
- una o più *maschere flessibili di assemblaggio*;
- un *manipolatore programmabile*, il cui ciclo di lavoro si deve adattare automaticamente al particolare insieme di componenti identificati di volta in volta dalla telecamera.

Un ciclo di lavoro tipico del sistema F-FAS è mostrato in Figura 4: dopo che la vasca e il piano hanno vibrato una prima volta, viene acquisita ed elaborata un'immagine per identificare i componenti presenti sul piano. Il numero di oggetti presenti sul piano è indicato come N_p . A questo punto può verificarsi una o più situazioni di questo tipo:

- alcuni componenti non sono riconosciuti; questo può accadere ad esempio quando due oggetti sono parzialmente sovrapposti;
- alcuni componenti riconosciuti non sono prendibili dall'end-effector del manipolatore poiché sono troppo vicini gli uni agli altri;
- alcuni componenti sono riconosciuti e prendibili; il numero di questi componenti sarà indicato con N_{cr} .

Solo i componenti appartenenti all'ultimo gruppo possono essere usati per l'assemblaggio. Tuttavia solo una parte di loro viene effettivamente usata nell'assemblaggio ed il loro numero è indicato con N_a . Infatti solo certe combinazioni di componenti permettono di assemblare un prodotto. Se almeno un prodotto può essere assemblato ($N_a > 0$), il manipolatore sarà istruito per la presa dei componenti e il loro posizionamento nella maschera di assemblaggio. Altrimenti il processo ricomincerà con

una nuova fase di alimentazione (quando N_p risulta minore del limite inferiore N_{plim}) e/o la riorientazione dei componenti.

Alla luce di ciò possiamo fare delle osservazioni preliminari:

- il sistema F-FAS necessita solo di un alimentatore dei componenti il quale è teoricamente in grado di alimentare contemporaneamente qualsiasi tipologia di piccoli componenti, infatti il processo di alimentazione non si basa sulla singolarizzazione e orientazione dei componenti;
- non c'è né una sequenza predefinita di prodotti da assemblare, né un insieme di posizioni predefinite di presa dei componenti: il ciclo di lavoro è dinamicamente determinato dal processo stocastico di caduta e orientazione dei pezzi sul piano e dal particolare ordine produttivo che si sta elaborando;
- il tempo ciclo è negativamente influenzato dal tempo necessario per acquisire ed elaborare l'immagine, per questo motivo il numero di componenti effettivamente assemblati per ogni immagine è il principale parametro che influenza la produttività, quindi tale parametro dovrà essere massimizzato;
- d'altra parte, la totale flessibilità del sistema di alimentazione della cella permette di eliminare i tempi di set-up dovuti ai cambiamenti di lotto produttivo e questo comporta un aumento di produttività, in particolar modo, per lotti produttivi piccoli;

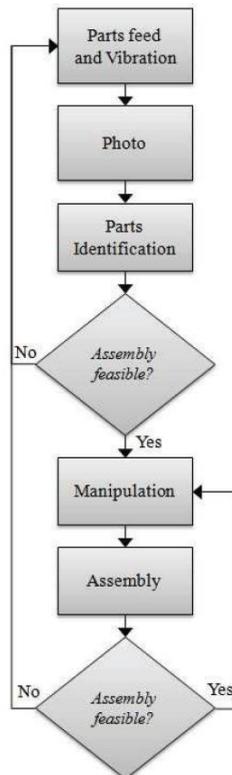


Figura 4. Diagramma di flusso rappresentante il ciclo di lavoro di un sistema F-FAS.

3. CONFRONTO TRA FAS TRADIZIONALE E FULLY-FAS: COSTI DIRETTI DI PRODUZIONE E ANALISI DI CONVENIENZA

In questo paragrafo sono modellizzati e comparati i costi diretti di produzione dei due sistemi di assemblaggio fino ad ora descritti in modo da analizzare la convenienza nell'introdurre la completa flessibilità in questi impianti.

Costi Diretti di Produzione per il Sistema F-FAS

La produttività oraria (in termini di component manipolati) del sistema F-FAS può essere calcolata come segue:

$$Q_{f-fas} = \frac{1}{\frac{t_f}{N_a} + t_{pp}} \quad (1)$$

dove t_{pp} è il tempo medio di manipolazione e assemblaggio di un singolo componente, t_f è il tempo per acquisizione ed elaborazione immagine, N_a è il numero medio di componenti assemblati per ogni immagine acquisita. Tutti i tempi devono essere espressi in ore. Il parametro N_a influenza direttamente la produttività della cella, perciò deve essere massimizzato per ridurre il numero di immagini acquisite necessarie per evadere un ordinativo. D'altra parte, aumentare eccessivamente il numero di componenti presenti sul piano potrebbe comportare l'aumento del tempo necessario per elaborare l'immagine acquisita t_f . In questo articolo noi considereremo un valore di t_f costante e ragionevolmente stimato.

Il costo orario diretto di produzione della cella di lavoro è:

$$C_{f-fas} = \frac{C_{plant}}{h_{pb}} = \frac{C_{robot} + C_{camera} + C_{flexfeed}}{h_{pb}} \quad (2)$$

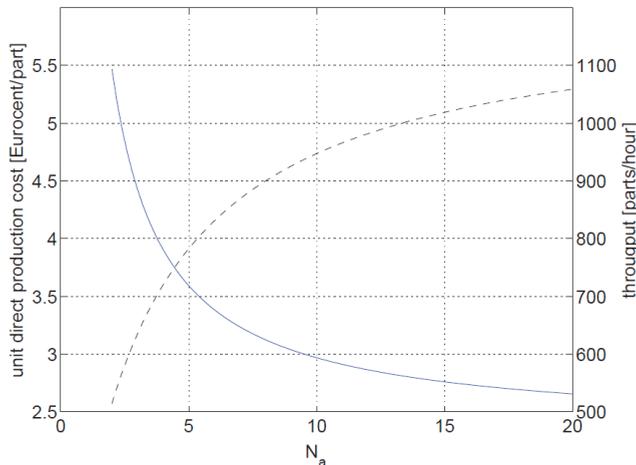


Figura 5. Produttività (linea tratteggiata) e costo unitario diretto di produzione (linea continua) per un sistema F-FAS.

dove C_{plant} è il costo diretto della cella di lavoro, mentre h_{pb} è il numero di ore di lavoro nel periodo di ritorno dell'investimento.

Il costo unitario diretto di produzione del sistema F-FAS, che qui definiamo come il costo diretto per ogni componente assemblato dalla cella di lavoro, è ottenuto dal rapporto tra il costo orario del sistema e il numero di componenti manipolati dalla cella di lavoro in un'ora C_{f-fas}/Q_{f-fas} .

La Figura 5 mostra la produttività oraria (linea tratteggiata) e il costo unitario diretto (linea continua) del sistema F-FAS in funzione del numero di componenti effettivamente assemblati per ogni immagine acquisita (N_a). Il grafico è ottenuto per i valori dei parametri mostrati in Tabella 1 (i tempi devono essere espressi in ore prima di inserirli nelle formule). Può essere notato che l'effetto dell'aumento di N_a è maggiore per piccoli valori di N_a . Infatti non appena N_a diventa sufficientemente grande, l'impatto sulla produttività del tempo t_{pp} , necessario per la manipolazione e l'assemblaggio, aumenta rispetto all'effetto dovuto al tempo t_f necessario per acquisire ed elaborare l'immagine.

Costi Diretti di Produzione per il Sistema FAS Tradizionale

La produttività oraria (in termini di componenti manipolati) del sistema FAS tradizionale può essere calcolata come segue:

$$Q_{fas} = \frac{h_{res} - N_c t_{set}}{h_{res} t_{pp}} \quad (3)$$

dove t_{set} è il tempo di riconfigurazione per ogni alimentatore flessibile, N_c è il numero di tipologie di componenti (quindi di alimentatori flessibili), h_{res} è il tempo di lavoro medio tra due riattrezzaggi consecutivi della cella di lavoro (cioè il tempo medio necessario per completare un ordinativo). Si può notare, in questo caso, che la produttività è negativamente influenzata dal numero di tipologie di componenti N_c , infatti per maggiori valori di N_c si ha un aumento dei costi unitari diretti di produzione. La produttività della cella di lavoro è mostrata nella Figura 6, dove si può notare che in termini di produttività un sistema FAS tradizionale può arrivare a valori massimi più elevati rispetto al sistema F-FAS.

Il costo orario diretto di produzione di una cella di lavoro FAS tradizionale è esprimibile come:

$$C_{fas} = \frac{C_{robot} + N_c C_{feed}}{h_{pb}} + \frac{N_c t_{set}}{h_{res}} C_{h,op} \quad (4)$$

dove $C_{h,op}$ è il costo orario di un operatore che riattrezza gli alimentatori flessibili. In questo caso il numero di tipologie di componenti N_c ha un effetto determinante sul costo diretto di produzione.

Il costo unitario diretto di produzione del sistema FAS Tradizionale è ottenuto dal rapporto tra il costo orario del sistema e il numero di componenti manipolati dalla cella di lavoro in un'ora C_{fas}/Q_{fas} .

Analisi di Convenienza:

La Figura 7 mostra i costi unitari diretti di produzione delle due celle di lavoro in funzione di N_c . Le curve colorate rappresentano il costo unitario diretto di produzione per il sistema FAS, le quali sono parametrizzate rispetto al tempo medio necessario per completare un ordinativo (h_{res}).

Parameter	Value	Unit
t_f	8	s
t_{pp}	3	s
t_{set}	60	s
h_{pb}	1,600	hours
C_{robot}	30,000	Euros
C_{camera}	3,000	Euros
$C_{flex\,feed}$	12,000	Euros
C_{feed}	8,000	Euros
$C_{h,op}$	12	Euros

Tabella 1. Parametri usati per il calcolo. Tutti i valori sono tipici per i sistemi studiati e in accordo con altri autori [4].

Si può notare che i costi unitari diretti per il sistema FAS aumentano con N_c (a causa di un maggior costo dell'impianto e del tempo di riattrezzaggio), mentre diminuisce con l'aumentare di h_{res} (grazie alla diminuzione dell'influenza del tempo di riattrezzaggio sulla produttività).

Le linee rosse orizzontali rappresentano i costi unitari diretti di produzione per il sistema F-FAS. Si può notare che in questo caso i costi unitari diretti non sono influenzati dal numero delle tipologie di componenti (N_c), ma sono funzione del numero di componenti assemblati per ogni immagine acquisita (N_a).

Il confronto tra i costi unitari diretti di produzione dei due sistemi suggerisce che il sistema F-FAS risulta ancora competitivo con il sistema FAS tradizionale per valori relativamente modesti di N_a . La differenza tra i due sistemi diventa sostanziale:

- per valori elevati di N_a , cioè per un sistema F-FAS ad alta efficienza;
- per un alto numero di tipologie di componenti N_c , cioè in caso di prodotti molto complessi;
- per piccoli valori di h_{res} , cioè per piccoli lotti di produzione.

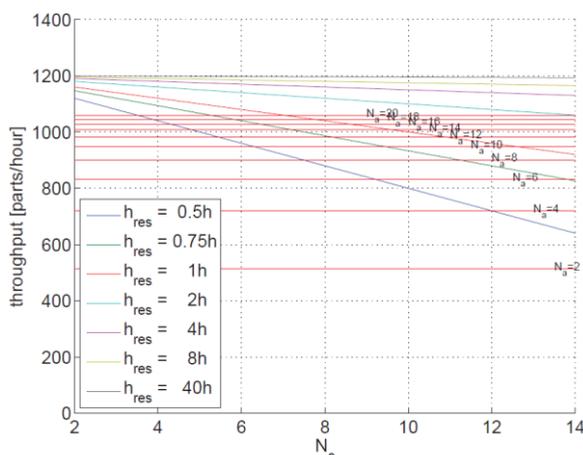


Figura 6. Produttività del sistema F-FAS (linee rosse orizzontali) e del sistema FAS Tradizionale (linee colorate).

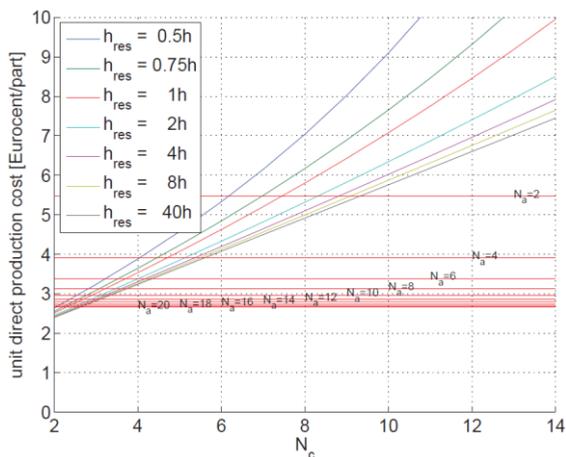


Figura 7. Costi unitari diretti di produzione per il sistema F-FAS (linee orizzontali rosse) e per sistema FAS Tradizionale (linee colorate).

Un confronto diretto tra FAS e F-FAS è presentato in Figura 8, dove il numero minimo di tipologie di componenti per cui il F-FAS diventa conveniente è funzione di N_a . In questo grafico, l'area sotto le curve (in basso a sinistra) indica minori costi unitari diretti di produzione che si ottengono con un FAS tradizionale, mentre l'area sopra le curve (in alto a destra) indica che minori costi si ottengono con un sistema F-FAS. Le curve indicate in Figura 8 si sposteranno verso il basso se consideriamo che gli alimentatori flessibili usati in un sistema FAS tradizionale possono incepparsi, poichè questo comporta una riduzione della produttività del sistema ed un aumento dei costi unitari diretti di produzione.

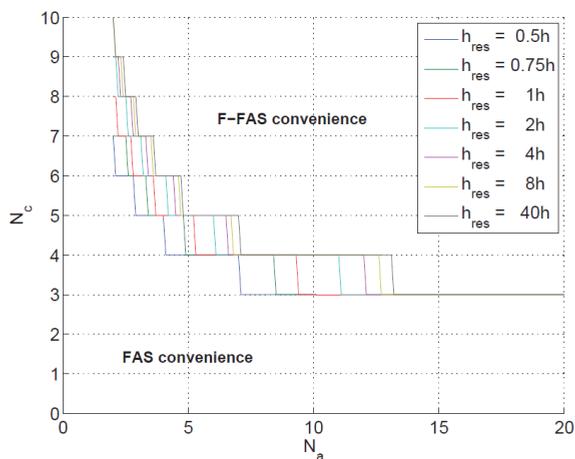


Figura 8. Numero minimo di componenti per il quale il sistema F-FAS diventa conveniente rispetto al sistema FAS Tradizionale, in funzione di N_a .

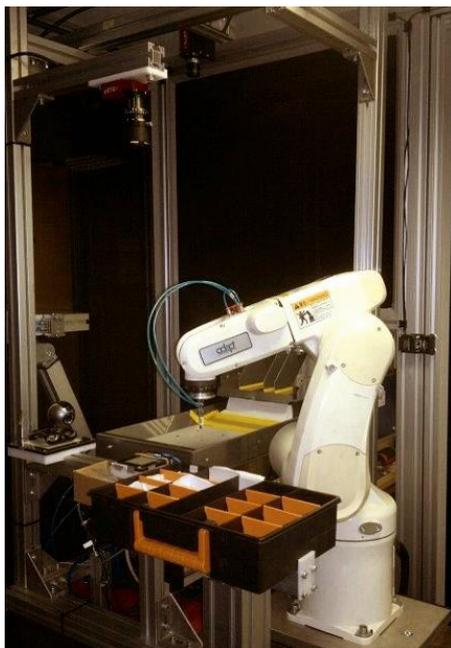


Figura 9. Prototipo di sistema F-FAS.

4. PROVE SPERIMENTALI

Per l'esecuzione dei test sperimentali è stata predisposta una cella robotizzata completamente automatizzata. Tale cella di lavoro è compatibile con i requisiti di un F-FAS ed è composta di:

- Un vibro-alimentatore Anyfeed SX240 della ditta Flexfactory. Questo alimentatore è adatto ad un'ampia gamma di componenti e può essere programmato in linea. Il piano di *pick* è retroilluminato e ha una dimensione di 240 mm per 320 mm.
- Un robot antropomorfo Adept Viper s650 dotato di pinza pneumatica a griffe parallele per la presa dei componenti.
- Una telecamera industriale Allied Pike F-505 che consente di ottenere una risoluzione effettiva di 8 pixel/mm.
- Una barriera di protezione in profilati di alluminio chiusa con dei pannelli in policarbonato fumé, necessari per delimitare lo spazio di lavoro del robot e per isolare l'interno della cella di lavoro dall'illuminazione dell'ambiente esterno.
- Un software per la gestione del ciclo di lavoro. Il programma acquisisce ed elabora le immagini provenienti dal sistema di visione, riconosce i componenti sul piano e individua quelli prendibili ed assemblabili, genera la sequenza di presa e fornisce le coordinate al robot.

Con questo apparato sperimentale sono stati svolti dei test per studiare il comportamento reale di un F-FAS. Il sistema è stato programmato in modo da evadere un ordine comprendente varie tipologie di prodotti, ognuno dei quali è a sua volta costituito da una determinata combinazione di componenti.

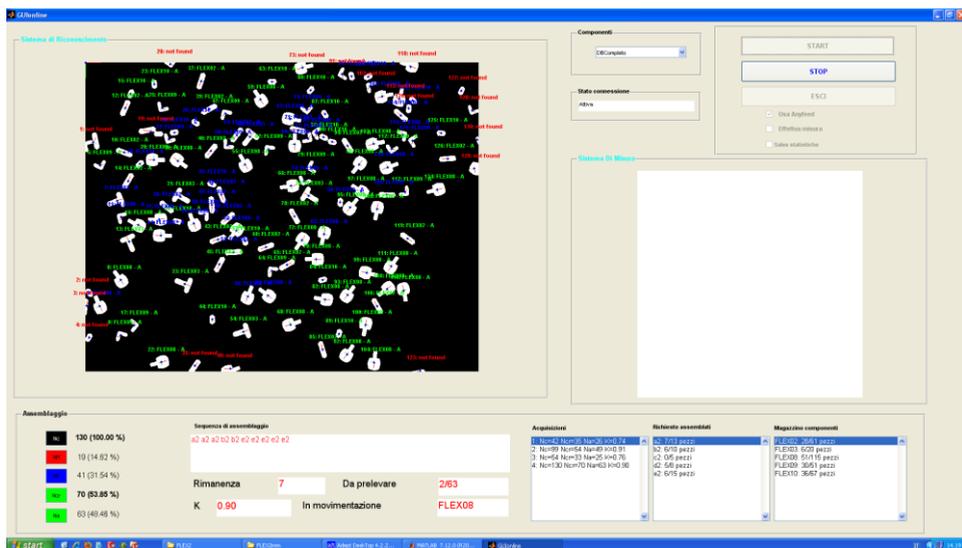


Figura 10. Interfaccia software per la gestione del ciclo di lavoro.

Ogni ordine è caratterizzato da una matrice di assemblaggio A , avente i prodotti sulle righe e i singoli componenti sulle colonne, e da un vettore ordinativo R il quale contiene la quantità desiderata di ogni prodotto. Ad esempio la coppia matrice-ordinativo mostrata identifica cinque prodotti ottenuti combinando sei diversi componenti. Vengono richiesti otto unità del primo prodotto, tre del secondo ecc.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 10 \\ 13 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Il magazzino necessario per evadere l'ordine è dato dal prodotto di R^T per A , dove la colonna j -esima contiene la quantità necessaria del componente j -esimo:

$$W = R^T A = [49 \quad 20 \quad 14 \quad 81 \quad 44 \quad 63]$$

Le prove sono state eseguite con 8 combinazioni matrice-ordinativo, per ognuna delle quali l'ordine è stato evaso venti volte. Per ogni immagine scattata sono stati registrati il numero di componenti sul piano, il numero dei componenti riconosciuti e il numero di componenti riconosciuti e prendibili.

Risultati dei primi test sperimentali

I test sperimentali condotti sul prototipo del sistema F-FAS conferma la validità della soluzione. La cella di lavoro è stata in grado di completare gli ordinativi in tutte le prove indipendentemente dalla particolare sequenza dei componenti che cadevano dalla vasca e che erano riconosciuti dal sistema di visione.

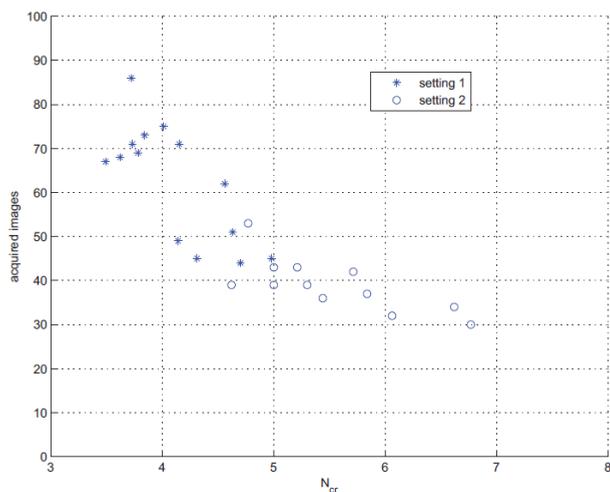


Figura 11. Numero delle immagini acquisite in funzione del numero medio di componenti riconosciuti e prendibili N_{cr} per i test sperimentali condotti.

Il grafico di Figura 11 mostra il numero delle immagini acquisite per evadere un ordinativo N_f contro il numero medio dei componenti riconosciuti e prendibili N_{cr} . Il numero medio di componenti riconosciuti e prendibili è compreso in un intervallo che va da 3.5 a 6.8, mentre il numero totale di immagini (cicli) necessari per completare l'ordinativo è compreso tra 30 e 86. È evidente dal grafico che l'andamento di N_f è approssimativamente iperbolico con N_{cr} , allo stesso modo dell'andamento del costo unitario diretto in funzione di N_a (vedi Figura 5). Infatti, un aumento di N_{cr} determina un aumento del numero di componenti effettivamente utilizzati nell'assemblaggio. Questo comporta una riduzione del numero delle immagini acquisite ed elaborate e il corrispondente tempo morto, ciò implica un aumento di produttività e una riduzione dei costi. La dispersione dei dati può essere interpretata considerando non solo che i parametri del sistema sono stati intenzionalmente cambiati durante le prove (setting1, setting2), ma anche che il processo di alimentazione dei componenti è un processo stocastico.

5. CONCLUSIONI E ATTIVITÀ DI RICERCA FUTURA

Questo articolo introduce una nuova classe di sistemi flessibili di assemblaggio, Fully-Flexible Assembly System (F-FAS) e individua le linee guida per comparare i costi diretti di produzione con quelli di un tradizionale cella robotizzata di assemblaggio flessibile, la quale richiede del tempo di riattrezzaggio per cambiare lotto di produzione. Il concetto di F-FAS è basato sull'uso di un sistema di visione per il riconoscimento in linea dei componenti, integrato con un manipolatore riprogrammabile adibito a compiti di presa e posizionamento dei componenti. Questa soluzione tecnologica permette di assemblare lotti di dimensioni molto modeste e di cambiare l'ordinativo molto spesso senza la necessità di riprogrammare o riattrezzare la cella di lavoro. Inoltre il sistema F-FAS è una soluzione molto compatta per l'assemblaggio automatico, poiché prevede un solo alimentatore flessibile in grado di alimentare tutte le tipologie di componenti, invece di avere bisogno di un alimentatore per ogni tipo di componente, come nel caso di un sistema FAS.

Come suggerito dall'analisi di convenienza, si avrà una maggiore competitività del sistema F-FAS, in termini di aumento del costo unitario diretto di produzione, quando:

- il numero di tipologie di componenti per una data famiglia di prodotti è elevato;
- il numero medio di componenti effettivamente usati nell'assemblaggio ad ogni immagine acquisita è elevato;
- il tempo medio intercorrente tra due successivi riattrezzaggi della cella è modesto (piccoli lotti).

Sono inoltre stati studiati i limiti della convenienza economica per questi sistemi e la Figura 8 offre un valido strumento decisionale nella fase progettuale di un sistema di assemblaggio flessibile. Le prime prove sperimentali sul prototipo di sistema F-FAS confermano i vantaggi, in termini di flessibilità, della cella di assemblaggio proposta ed inoltre evidenziano come la sua produttività dipenda in particolar modo dal numero dei componenti effettivamente usati nell'assemblaggio per ogni immagine acquisita. Questo parametro è fortemente correlato al numero dei componenti riconosciuti e prendibili, il quale può essere legato da una funzione iperbolica al numero di immagini acquisite per evadere l'ordinativo, come illustrato in Figura 11. Dai primi test sperimentali si evince che il numero delle immagini acquisite per evadere un ordinativo (quindi la produttività del sistema) è influenzata da diversi fattori:

- il numero medio di componenti riconosciuti e prendibili;
- la probabilità di assemblare almeno un prodotto con i componenti presenti sul piano, questa dipende dalle caratteristiche della matrice di assemblaggio e dal particolare ordinativo considerato;
- l'algoritmo di sequenziamento degli assemblaggi;

L'attività di ricerca futura sarà rivolta ad investigare l'influenza di ognuno di questi fattori sulla produttività del sistema. Gli autori sono attualmente impegnati oltre che nello svolgimento di prove sperimentali sul prototipo, testando diverse matrici di assemblaggio, anche nello sviluppo e nella validazione di modelli matematici in grado di prevedere la produttività del sistema in base ai parametri citati sopra. Questo risultato, insieme l'analisi dei costi diretti di produzione, sviluppata in questo articolo, completerà i requisiti teorici per il progetto e la gestione del sistema F-FAS.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] G. Reinhart e M. Loy, 2010, "Design of a modular feeder for optimal operating performance", *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 3(3), pp. 191-195.
- [2] In book, H. Rampersad, 1994, *Integrated and Simultaneous Design for Robotic Assembly*, John Wiley & Sons.
- [3] J. Heilala e P. Voho, 2001, "Modular reconfigurable flexible final assembly system", *Assembly Automation*, 21(1), pp. 20-28.
- [4] N. Edmondson e A. Redford, 2002, "Generic flexible assembly system design", *Assembly Automation*, 22(2), pp. 139-152.
- [5] D. Battini, M. Faccio, E. Ferrari, A. Persona e F. Sgarbossa, 2007, "Design configuration for a mixed-model assembly system in case of low product demand", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 34, pp. 188-200.
- [6] D. Battini, M. Faccio, A. Persona e F. Sgarbossa, 2011, "New methodological framework to improve productivity and ergonomics in assembly system design", *International Journal of Industrial Ergonomics*, 41(1), pp. 30-42.

- [7] J. Heilala, J. Montonen e O. Väättäinen, 2008, "Life cycle and unit-cost analysis for modular reconfigurable flexible light assembly systems", *Journal of Engineering Manufacture*, 222(10), pp. 1289-1299.
- [8] W. Wolfson e S. J. Gordon, 1997, "Designing a parts feeding system for maximum flexibility", *Assembly Automation*, 17(2), pp. 116-121.
- [9] M. Magnusson, P. Boccardelli e S. Börjesson, 2009, "Managing the Efficiency-Flexibility Tension in Innovation: Strategic and Organizational Aspects", *Creativity and Innovation Management*, 18(1), pp. 2-7.
- [10] M. Tay, P. S. Chua, S. Sim e Y. Gao, 2005, "Development of a flexible and programmable parts feeding system", *International Journal of Production Economics*, 98, pp. 227-237.
- [11] A. Perks, 2006, "Advanced vision guided robotics provide future-proof flexible automation", *Assembly Automation*, 26(3), pp. 116-121.
- [12] D. Gudmundsson e K. Goldberg, 2007, "Optimizing robotic part feeder throughput with queueing theory", *Assembly Automation*, 27(2), pp. 134-140.
- [13] F. Al-Ghathian, M. Tarawneh, M. A. Nawafleh e N. Al-Kloub, 2010, "A mechanical device used to improve the vision inspection in small scale industry", *International Journal of Mechanical and Materials Engineering*, 5(2), pp. 191-198.
- [14] S. Ravikumar, K. I. Ramachandran e V. Sugumaran, 2011, "Machine learning approach for automated visual inspection of machine components", *Expert Systems With Applications*, 38(4), pp. 3260-3266.
- [15] G. Rosati, G. Boschetti, A. Biondi e A. Rossi, 2009, "On-line dimensional measurement of small components on the eyeglasses assembly line", *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4), pp. 320-328.
- [16] G. Rosati, G. Boschetti, A. Biondi e A. Rossi, 2009, "Real-time defect detection on highly reflective curved surfaces", *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4), pp. 379-384.

A SIMPLE RIG FOR PRECISE MEASUREMENTS OF THE KNEE AND ANKLE JOINT MOTION UNDER STATIC LOADING CONDITIONS

Diego Zannoli

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: diego.zannoli@unibo.it*

Nicola Sancisi

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: nicola.sancisi@unibo.it*

Vincenzo Parenti Castelli

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: vincenzo.parenti@unibo.it*

Abstract. *In this paper, a rig for the analysis of the motion of the knee and ankle joints under static loading conditions is presented and described. The rig is simple, versatile and precise: experimental tests can be performed both on the knee and ankle joints, by a wide range of anatomical specimen sizes; the loads applied to the joints during tests can be measured and controlled with a high precision; specimen position and orientation can be accurately set. Thus, this structure makes it possible to measure precise and repeatable experimental data on the joint motion under static loading conditions, by means of a stereophotogrammetric device. Such experimental data are generally not available in the literature, where all details on the loading conditions are often not reported. However, these data are necessary in many applications, such as joint modelling and prosthesis and orthosis design.*

Keywords: *Knee, ankle, static loads, model, identification, validation, experimental data*

1. INTRODUCTION

Static models of human joints describe the joint behaviour under static loading conditions. These models are used in many practical and theoretical applications, such as joint analysis, and prosthesis and orthosis design. All these applications need a particularly precise and accurate description of the joint motion. For instance, in prosthetic applications it is very important to precisely predict the behaviour of the joint under loads, in order to design a

prosthetic device which is able to accurately reproduce the articular motion. It is thus necessary to perform a precise experimental identification of these models in order to guarantee an appropriate experimental validation.

To define a static model of a human joint, models of all anatomical structures, such as ligaments, bones, menisci and articular surfaces, must be provided at first. Finally, all these models are combined to obtain a single mathematical model that describes the global behaviour of the joint. Experimental data are required to define each anatomical structure; experimental reference motions are needed for the model identification and validation. However, experimental data in the literature are often incomplete or not repeatable: experimental results are partially reported in some papers and experimental procedures are characterized by several boundary conditions that are not completely described in full details. As a consequence, for a correct validation of the model new specific experiments are required, in order to obtain precise and repeatable experimental data.

In this paper, a simple rig for the measure of the knee and ankle joint motion under static loading conditions is presented and described. These joints were considered since they are widely studied in the literature and many models have been proposed for the modelling of their kinematic and static behaviour [1-8]. With respect to other rigs previously presented in the literature [9,10], the proposed one is a simple and low-cost solution that makes it possible to control and to measure the applied loads and the joint motion with a high accuracy: the boundary conditions of the experiments are clearly defined and, as a consequence, the experimental procedure is highly repeatable. Moreover, the rig is designed to be versatile: experiments can be performed both for the knee and ankle joints on a wide range of specimen sizes, and several loading conditions can be considered. Finally, the specimen pose (i.e. position and orientation) with respect to the rig can be accurately set, according to the experimental requirements; a reference mechanism allows this pose to be restored, in case the specimen has to be removed from the rig. This aspect improves the accuracy and the repeatability of the proposed solution.

The characteristics, the design and geometrical details are presented and discussed. An experimental procedure is also proposed, to set the specimen pose on the rig and to perform the experimental tests under several loading conditions.

2. GENERAL CHARACTERISTICS

Purposes And Characteristics Of The Rig

The rig makes it possible to perform load tests on anatomical specimens of human ankle (Fig. (1)) and knee (Fig. (2)) joints. As explained in the introduction, such a rig has been designed according to the following specifications: precise measurement and control of the geometrical and force parameters of the system, precise positioning of the specimen on the rig, versatility and repeatability of the experimental tests, low cost of the entire equipment, ease of set-up and cleaning.

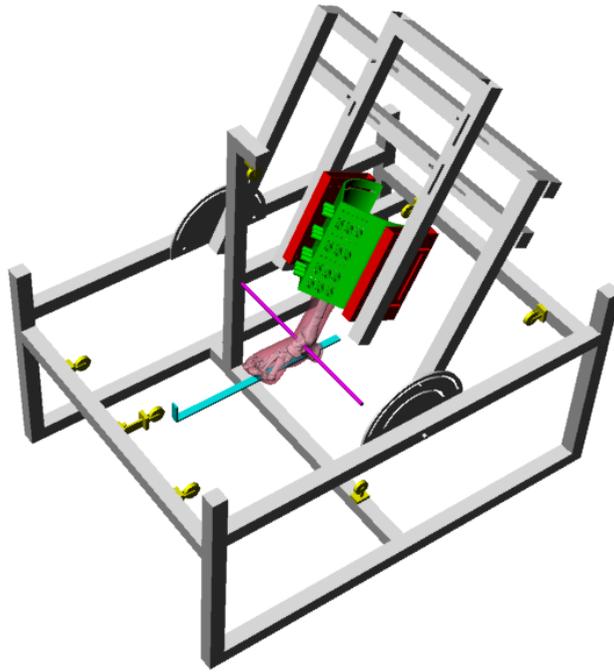


Figure 1. The rig: configuration for ankle testing.

Firstly, the control precision of the system geometrical parameters and of the loads which are applied to the specimen during tests makes it possible to obtain precise and repeatable experimental data on the motion of the knee and ankle joints. In particular, the rig is able to analyse both the passive and the loaded motion of specimens. The passive motion is the motion of the joint when no loads are applied: thus, it represents the natural motion of the joint. The loaded motion is the motion of the joint under the action of external loads: it represents the joint behaviour in loading conditions. All these loading conditions will be better described in the next section.

The possibility to analyse both the knee and the ankle motion and the number of loading conditions that can be studied are just two aspects of the versatility of the proposed rig. The rig was indeed also designed to accept a wide range of specimen sizes, in order to meet the requirements of a particular experimental session.

The repeatability of experimental conditions is an important feature to obtain reliable results for the joint analysis and for the definition and validation of static models of the joint. Repeatability is reached on one hand by means of the precise measure and control of the experimental boundary conditions (like the loads and the geometrical parameters, as previously described). On the other hand, an adjustment system is included to precisely position the specimen on the rig. The function of this system is twofold. Firstly, it allows the specimen to be connected on the rig in the desired position with respect to the load

directions. Secondly, it makes it possible to measure this position, in order to allow a correct repositioning in case the specimen has to be detached from the rig, to be reconnected in a later experimental session (Section 3).

The ease and the velocity of assembly and set-up is another important characteristic. The overall experimental procedure indeed should not take more than a day in order to avoid the perishability of the specimens. In particular, set-up and regulation time should be as short as possible.

Finally, the whole structure must be easily washable, since many components can come in contact with the specimen or other perishable and potentially infected bodies and fluids. For this reason, all electronic components have been eliminated in the design process.

Load Tests

As described in the previous section, the rig can be used to analyze both the passive and the loaded motion of the knee and ankle joints. The passive motion of these joints exhibits one degree of freedom [3,5,6]. The passive motion of the knee is generally analyzed by blocking the femur and by moving the tibia, at the same time trying not to apply loads. Similarly, the passive motion of the ankle is generally analyzed by blocking the tibia and by moving the foot, without applying loads.

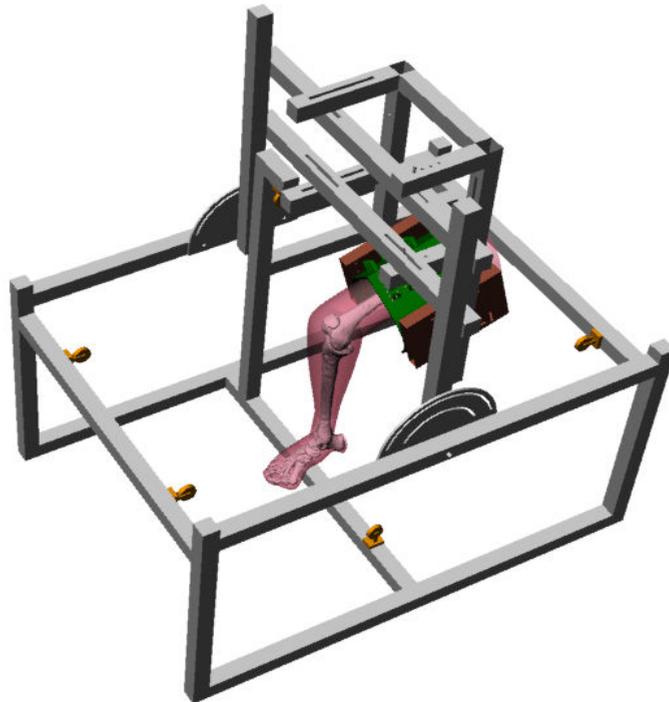


Figure 2. The rig: configuration for knee testing.

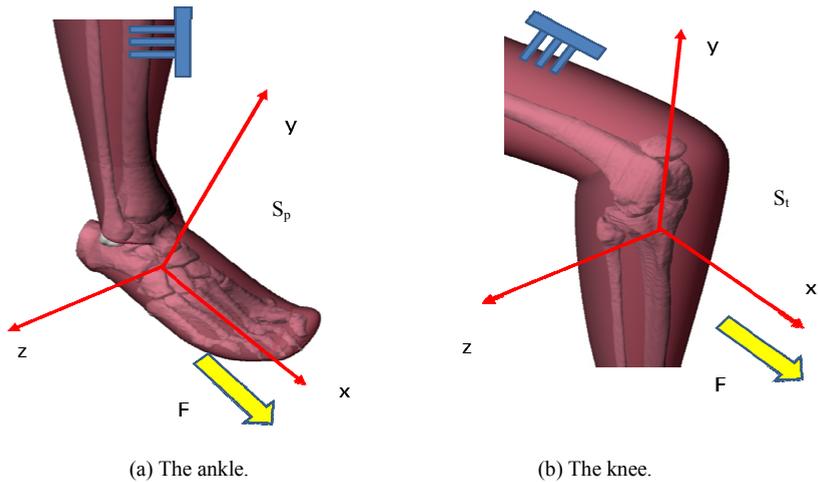


Figure 3. The drawer test.

As for the loaded motion, a large number of different loading conditions can be considered, even though the rig was specifically designed to replicate three clinical tests which are known in the literature as the drawer, the internal/external rotation and the abduction/adduction tests. These tests are usually performed by orthopaedists on patients in order to assess any damage in the joint structures. Three reference frames can be introduced to describe these tests: S_f is fixed into the femur, S_t is fixed into the tibia and S_p is fixed into the calcaneus (Fig. (3-5)). The drawer test for the ankle, which is showed in Fig. (3a), is performed by orthopaedists by blocking the tibia and, at a fixed flexion angle, by applying a force to the foot directed along the posterior/anterior direction (i.e. the x axis of S_p). The flexion angle is fixed by applying an additional load to the foot. Similarly, the drawer test for the knee, which is showed in Fig. (3b), is performed by blocking the femur and, at a fixed flexion angle, by applying a force to the tibia directed along the posterior/anterior direction (i.e. the x axis of S_t). The internal/external rotation test for the ankle, which is showed in Fig. (4a), is performed by blocking the tibia and, at a fixed flexion angle, by applying a torque to the foot directed along the distal/proximal direction (i.e., the y axis of S_p). Similarly, the internal/external rotation test for the knee, which is showed in Fig. (4b), is performed by blocking the femur and, at a fixed flexion angle, by applying a torque to the tibia directed along the distal/proximal direction (i.e., the y axis of S_t). Finally, the abduction/adduction test for the ankle, which is showed in Fig. (5a), is performed by blocking the tibia and, at a fixed flexion angle, by applying a torque to the foot directed along the posterior/anterior direction (i.e. the x axis of S_p). Similarly, the abduction/adduction test for the knee, which is showed in Fig. (5b), is performed by blocking the femur and, at a fixed flexion angle, by applying a torque to the tibia directed along the posterior/anterior direction (i.e. the x axis of S_t). These tests are repeated at different flexion angle values.

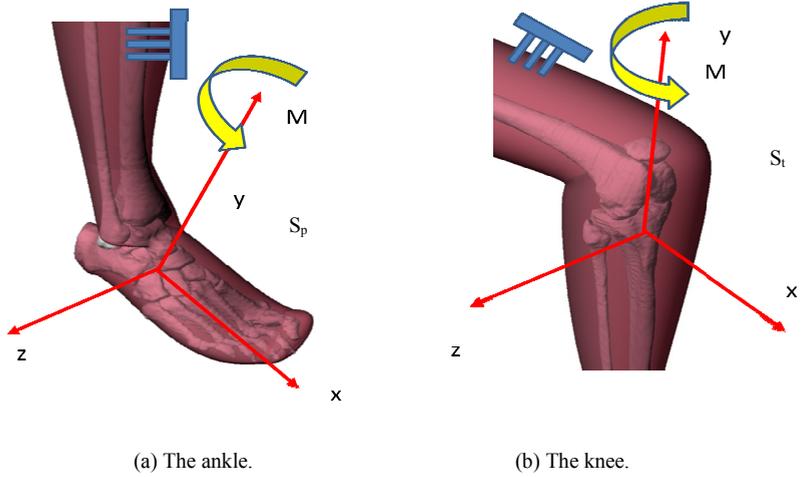


Figure 4. The internal/external test.

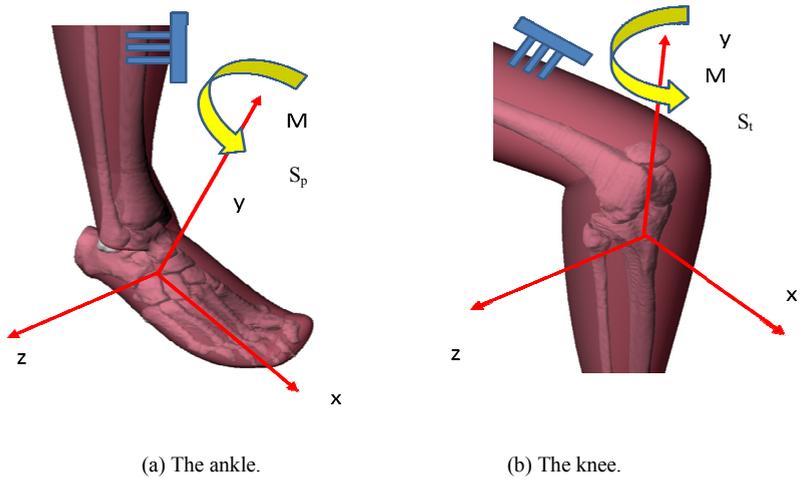


Figure 5. The abduction/adduction test.

3. THE RIG

Overall Description of the Rig

The rig is formed by square section standard aluminium profiles which are fixed together with bolts and standard angle connections (Fig. (6)). Basically, the rig is composed by a

base (Fig. (6a)) and by a portal that can be configured both for ankle (Fig. (6b)) and knee (Fig. (6c)) specimens. The base is fixed with respect to the laboratory, while the portal can rotate with respect to the base about the axis a passing through two hinge joints. The portal makes it possible both to anchor the specimen and to modify the flexion angle during a test. Moreover, an adjustment system included in the portal allows the precise positioning of the specimen in the rig, by tuning the five degrees of freedom (two rotations and three

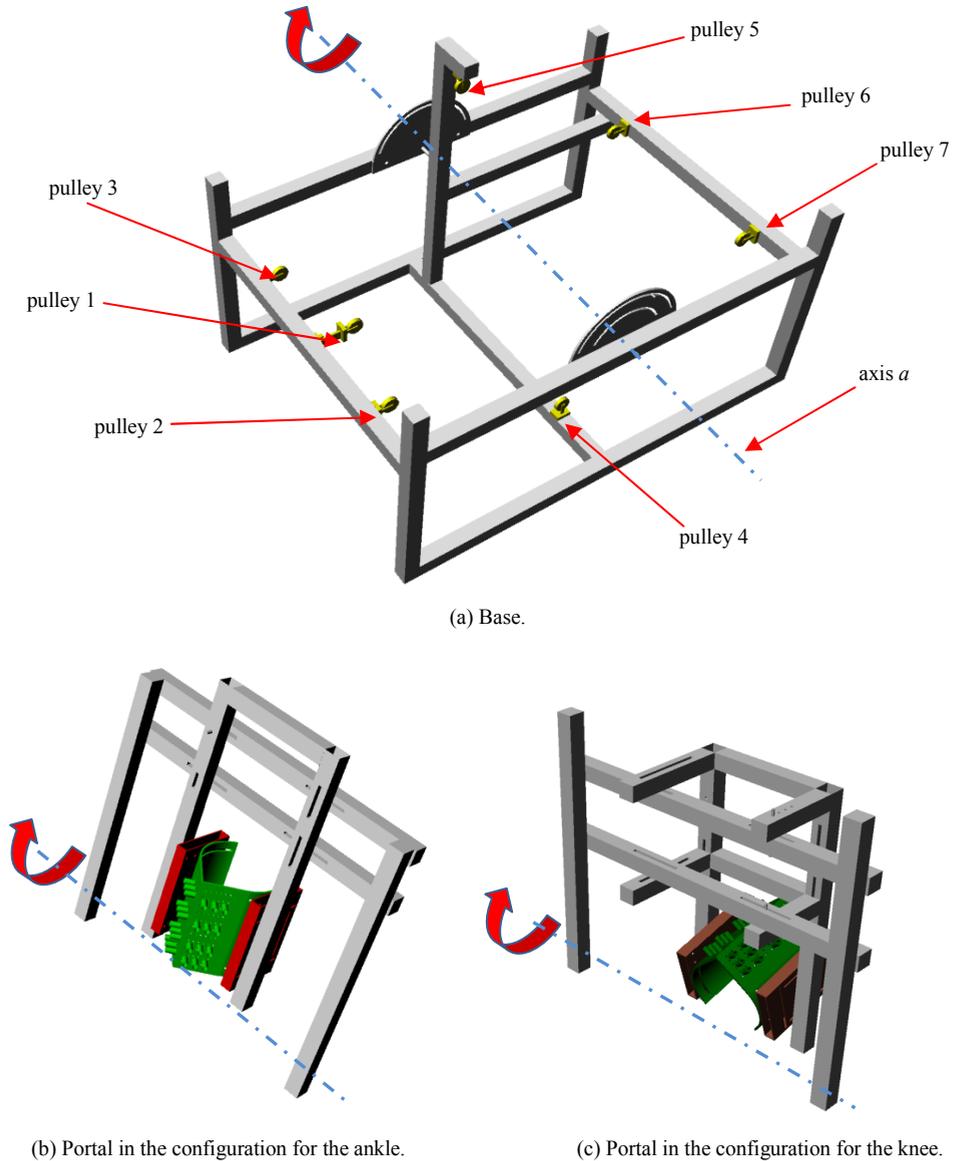
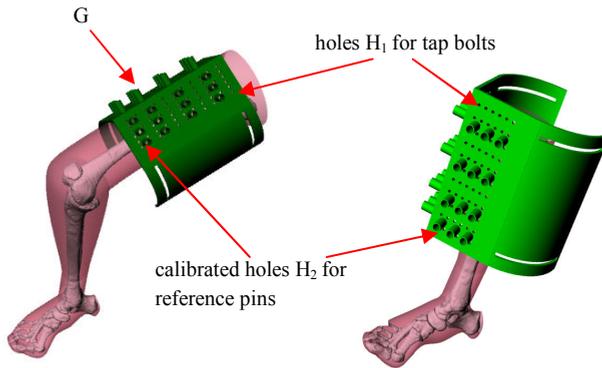


Figure 6. Overall structure of the rig.



(a) Configuration for the knee.

(b) Configuration for the ankle.

Figure 7. Anchor system.

displacements) that, together with the flexion, allow the pose of the specimen to be defined with respect to the rig.

When testing the ankle joint (Fig. (1)), the tibia is blocked with respect to the portal through an anchor system at first; then, the pose of the tibia with respect to the portal is modified through the adjustment system. In particular, this pose is modified in order to guarantee that the average rotation axis between the foot and the tibia coincides with the rotation axis a between the base and the portal. In this way, when the portal rotates about the axis a , the tibia also rotates about the same axis and the foot tends to remain quite stationary with respect to the base. This fact ensures that the directions of the loads on the foot remain almost constant with respect to the foot, as generally required by the load tests.

When testing the knee joint (Fig. (2)), the rig configuration is similar to the ankle one, but the configuration of the portal is different because of the different anatomy between the knee and the ankle specimens (Fig. (6b-c)). However, it is worth noting that the reconfiguration from the ankle to the knee portal can be done quickly, since the portal components remain practically the same (apart from four additional bars), as evident in Fig. (6). During knee tests, the femur is blocked with respect to the portal; the pose of the femur is then adjusted in order to make the average knee flexion axis coincide with the rotation axis of the portal.

Anchor System

The specimen is anchored to the portal through the green element G which is a perforated metal sheet (Fig. (7)). This sheet is symmetrical and each side could be divided into two parts: a perforated plate and a curved sheet, having constant curvature. The first part is used to anchor the specimen; the second part is used in the adjustment system, as described in the next section. On the whole, G was designed to meet the shape of a wide range of specimen sizes. Anchoring occurs through tap bolts that pass through the holes H_1 in G and

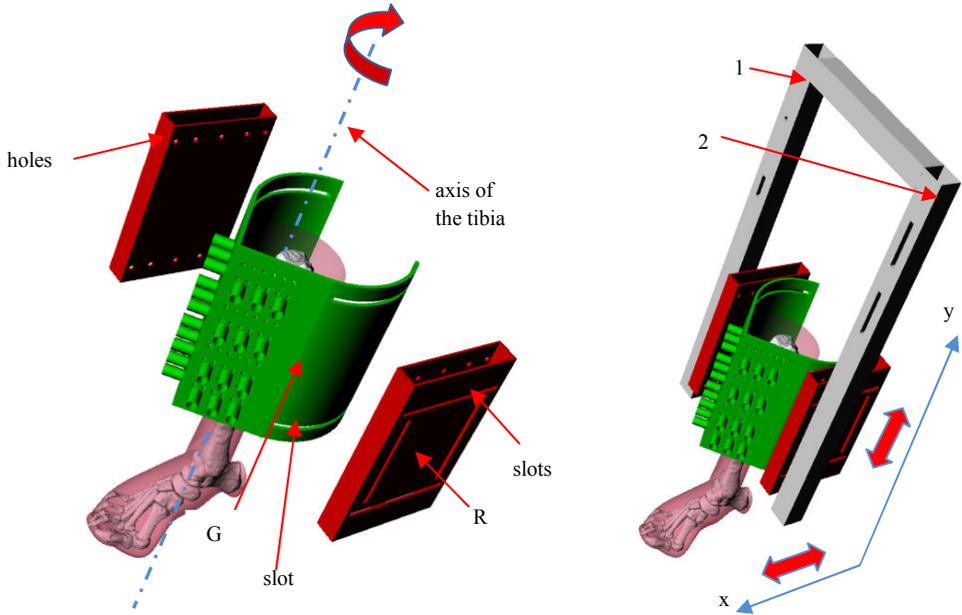
tap directly the bones (i.e. the tibia for the ankle, the femur for the knee). The preliminary specimen position is guessed at first; then the specimen is connected to G by screwing the screws in the bone. After this operation, three reference pins are inserted into corresponding calibrated holes H_2 in G, the pins and the holes having the same nominal diameter. The pins are then screwed directly in the bones in order to record the relative pose between the specimen and G. These pins indeed remain anchored to the bone and serve as a reference in order to reposition the specimen exactly at the same pose with respect to the portal, in case the specimen has to be detached from the rig. It is indeed necessary in some applications to repeat a particular experiment under the same loading conditions. For instance, the same experiment could be performed before and after the implantation of a prosthesis, in order to evaluate how the prosthesis modifies the joint motion.

Adjustment System

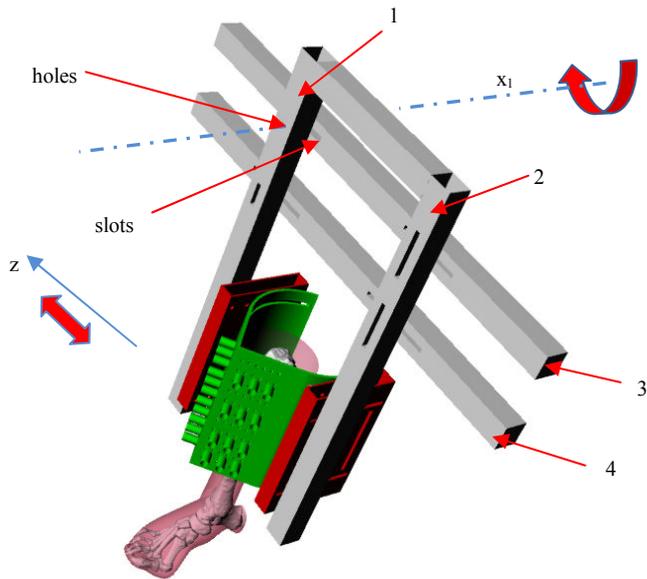
After fixing the specimen to G, its position and orientation with respect to the portal must be tuned in order to align the average flexion axis with the axis a , as previously described. In Fig. (1) and Fig. (2) the correct poses of the ankle and knee specimens are respectively represented. To align the two axis, five degrees of freedom must be controlled. In particular, if three axes are defined as in Fig. (8)-(9), where x is anterior/posterior, y is proximal/distal and z is medial/lateral, these five degrees of freedom are the three translations along the x , y , and z axes, and the two rotations about the x and y axes.

The adjustment system for testing the ankle is showed in Fig. (8). The rotation about the longitudinal axis of the tibia, that is parallel to the y axis, is adjusted through the relative rotation between G and an aluminum O-profile (R), represented in red color in Fig. (8). G and R can rotate one respect to the other about the axis of the tibia and can be blocked by bolts through corresponding slots in G and holes in R (Fig. (8a)). The translations along the x and y axes are adjusted through the translation between R and the profiles 1 and 2. R can translate with respect to profiles 1 and 2 along the x and y directions and can be blocked by bolts lodged in corresponding slots (Fig. (8b)). The translation along the z axis and the rotation about the x_1 axis, which is parallel to the x axis, are tuned all at once by modifying the relative pose between the profiles 1 and 2, and the profiles 3 and 4. These two pairs of profiles can translate one respect to the other along the z axis, can rotate about the x_1 axis and can be blocked by bolts lodged in corresponding holes and slots (Fig. (8c)).

The adjustment system for testing the knee is similar to the ankle one, and is showed in Fig. (9). The adjustment of the rotation about the femur longitudinal axis is performed by modifying the relative rotation between G and R (Fig. (9a)). The adjustment of the translations along the x and y axes occurs through the translations between R and the profiles 1 and 2 (Fig. (9b)). The translation along the z axis and the rotation about the y_1 axis, which is parallel to the y axis, are tuned all at once by modifying the relative pose between the profiles 3 and 4, and the profiles 5, 6, 7 and 8 (Fig. (9c)).

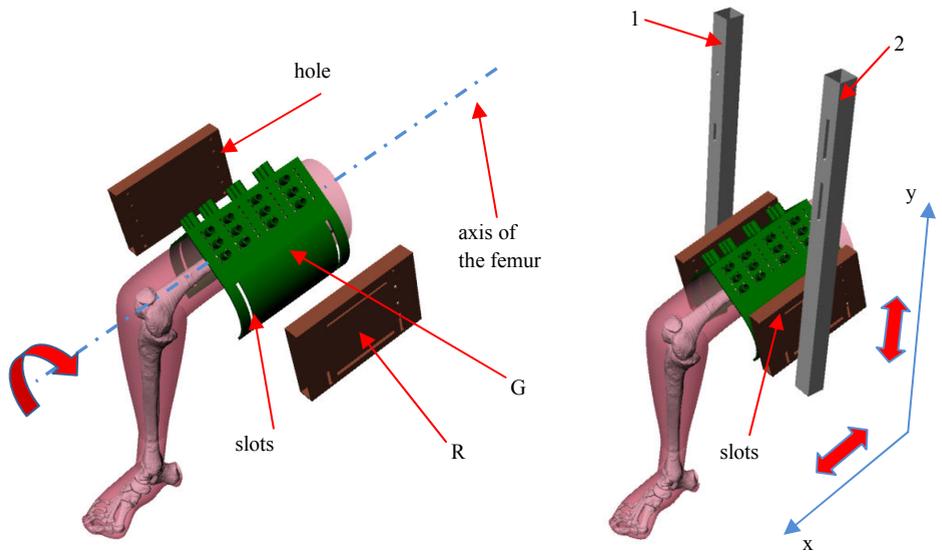


(a) Adjustment of the rotation about the axis of the tibia. (b) Adjustment of the translations along the x and y axes.



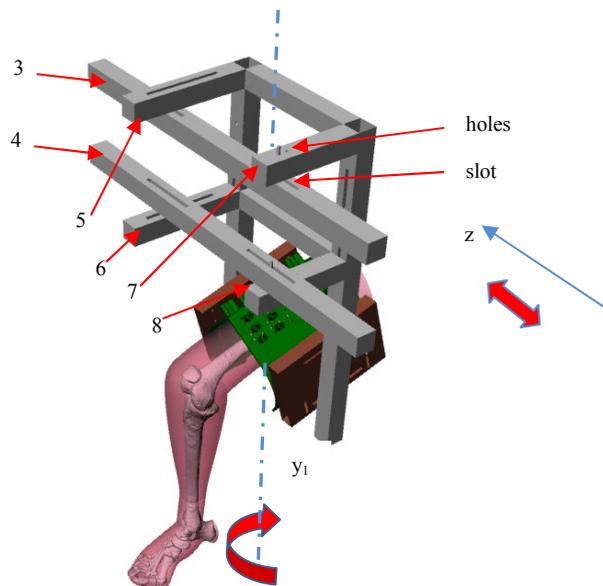
(c) Adjustment of the rotation about the x_1 axis and of the translation along the z axis.

Figure 8. Adjustment system for an ankle specimen.



(a) Adjustment of the rotation about the axis of the femur.

(b) Adjustment of the translations along the x and y axes.



(c) Adjustment of the rotation about the y_1 axis and of the translation along the z axis.

Figure 9. Adjustment system for a knee specimen.

Experimental Tests

The rig is able to handle both the passive and the loaded motion of the knee and the ankle joints. The passive motion test of the ankle, that is showed in Fig. (10a), is obtained by anchoring and tuning the tibia with respect to the portal, and by rotating the portal back and forth with respect to the base about the axis a . To cover the entire range of motion, the foot is kept parallel to the base of the structure by applying a small force F to the foot, along the x direction. This force is applied through a weight hanged on a string which wraps the pulley 1 and is anchored to a rod (S), which is attached to the base of the foot through bonds. The pulley 1 can pivot about the y axis in order to better follow the movements of the foot during the test and to not allow the string to run over the pulley. Similarly, the passive motion test of the knee, that is showed in Fig. (10b), is obtained by anchoring and tuning the femur with respect to the portal and by rotating the portal back and forth with respect to the base. In this case there is no need of the balancing force F , because the tibia weight makes the tibia longitudinal axis quite fixed with respect to the base during test.

The loaded motion tests of the ankle are obtained by anchoring and tuning the tibia with respect to the portal, by applying the loads to the foot and by rotating the portal back and forth with respect to the base. The loads are applied to the foot through weights hanged on strings which wrap the pulleys 2-7 (Fig. (6)), depending on the desired loading condition and are anchored to the tips of a pin (P). P is inserted within the calcaneus along an axis which is parallel to the average axis of rotation between the talus and tibia and is positioned about 5 centimetres under it. To replicate the anterior drawer test, two equal weights are hanged on strings wrapping the pulleys 2 and 3, in order to apply an anterior force directed approximately along the x axis of S_p (Fig. (11)); the posterior drawer test can be simulated in a similar way, by means of the pulleys 6 and 7. For the internal/external rotation test two equal weights are hanged on strings wrapping the pulleys 3 and 7 or, contrariwise, the pulleys 2 and 6 in order to apply a positive or negative moment directed approximately along the y axis of S_p (Fig. (12)). Finally, to replicate the abduction/adduction test, two equal weights are hanged on strings wrapping the pulleys 5-3 and 4-7, in order to apply a negative moment directed approximately along the x axis of S_p (Fig. (13)). To apply a positive moment along the x axis, the position of the pulley 4 and 5 must be inverted and the strings must wrap the pulleys 4-3 and 5-7. Similarly to the passive motion test, the foot is kept quite parallel to the base of the structure through the application of a small balancing force F to the foot along the x direction: this makes it possible to cover the entire range of motion of the specimen and to keep the direction of the loads applied to the foot constant during tests. This balancing force is applied through the pulley 1. The loaded motions of the knee are generated like the corresponding motions of the ankle, by using the relevant configuration of the rig (Fig. (11)-(13)). The only difference is that for the knee tests there is no need to apply the balancing force, because the tibia weight keeps the tibia longitudinal axis quite fixed during test.

The final goal of the rig is the reproduction of the passive and loaded motions of the specimens. In order to record the motion, various measuring systems can be used. For instance, a common method is based on stereophotogrammetry: two reference frames

(trackers) are connected to the tibia and to the foot (or to the femur and the tibia) during tests. The motion is obtained as a set of poses, each representing the position and orientation of the two trackers with respect to a laboratory reference frame, by means of a set of external cameras that simultaneously record the tracker poses. Nominal accuracy is 0.5 mm/0.5° for electronic systems.

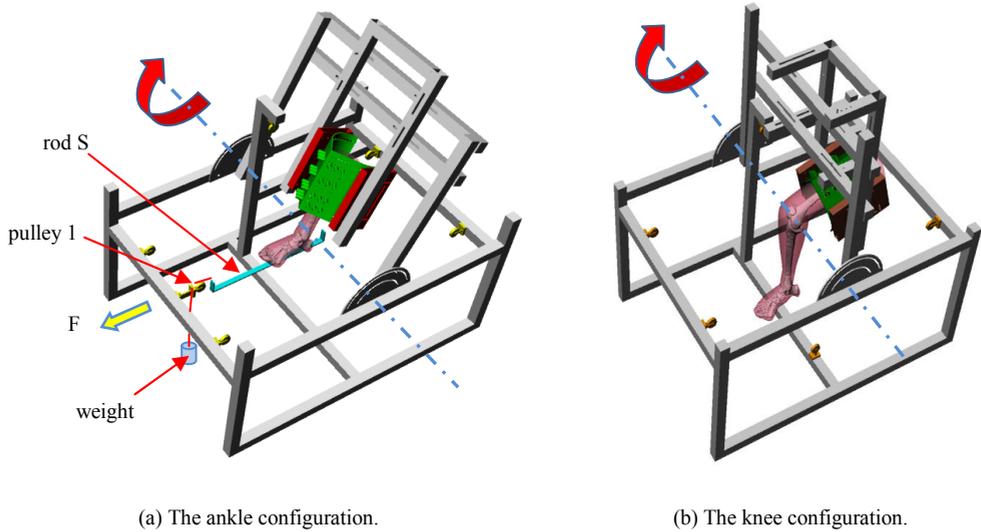


Figure 10. Passive motion test.

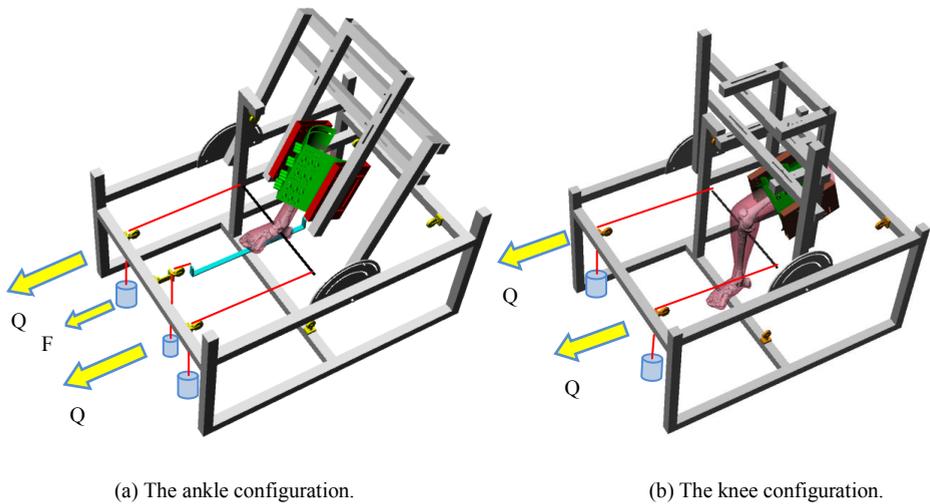


Figure 11. Drawer test.

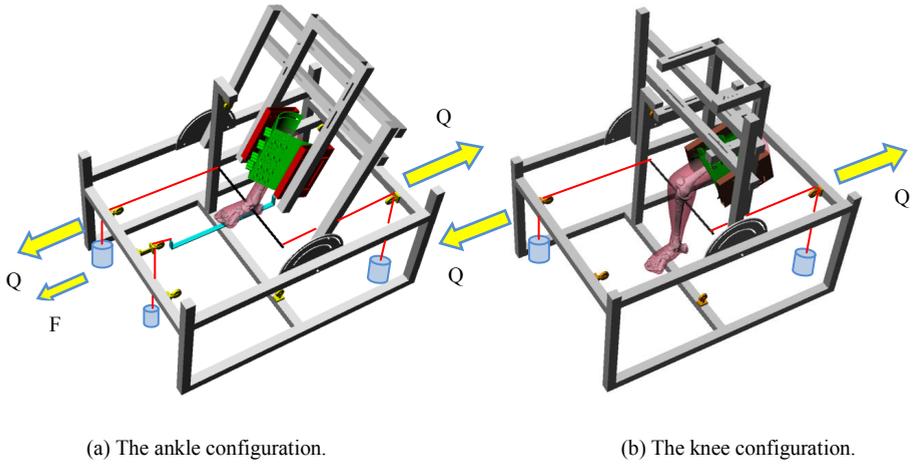


Figure 12. Internal/external rotation test.

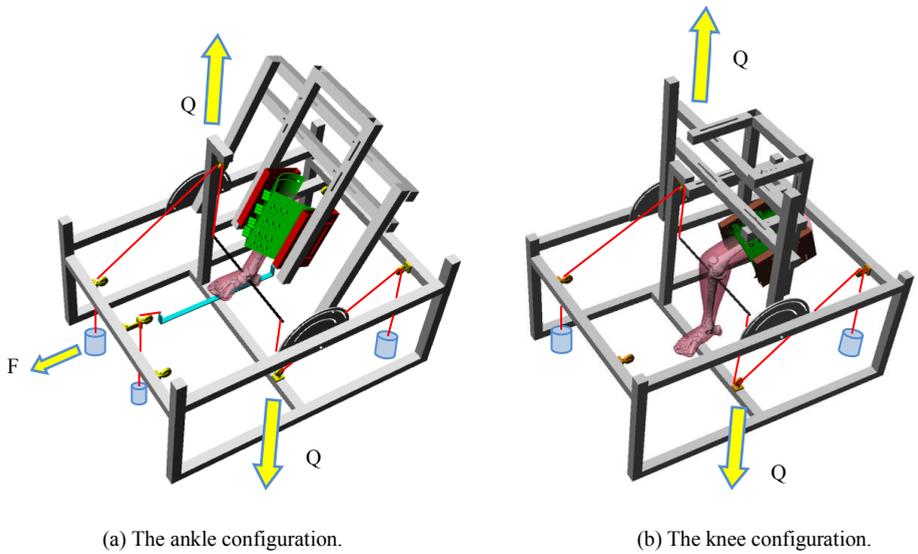


Figure 13. Abduction/adduction test.

4. CONCLUSIONS

Static models that simulate the loaded motion of the knee and ankle joints are very useful in rehabilitation field and prosthesis and orthosis design, but require a precise experimental validation. Validation of these models is however difficult because experimental data in the

literature are not repeatable or the experimental conditions cannot be reproduced in details. This requires new experiments to be specifically performed. In this paper a simple rig that makes it possible to analyse both the passive and the loaded motion of the ankle and the knee joints is presented and described. The rig is inexpensive, versatile, easy to set-up and clean, and allows accurate and repeatable experimental data to be measured on specimens, for the identification and validation of static models of the knee and ankle joints.

Acknowledgements

The financial support of INAIL and MIUR is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1] Dul, J., Johnson, G., 1985. "A kinematic model of the ankle joint". *Journal of Biomedical Engineering*, **7**, pp. 137–143.
- [2] Hefzy, M. S., Cooke, T. D. V., 1996. "Review of knee models: 1996 update". *Applied Mechanics Reviews*, **49**(10–2), pp. 187–193.
- [3] Leardini, A., O'Connor, J., Catani, F., Giannini, S., 1999. "A geometric model of the human ankle joint". *Journal of Biomechanics*, **32**(6), pp. 585–591.
- [4] Hansen Andrew, H., Childress Dudley, S., Miff Steve, C., Gard Steven, A., Mesplay Kent, P., 2004. "The human ankle during walking: implications for design of biomimetic ankle prostheses". *Journal of Biomechanics*, **37**(10), pp. 1467–1474.
- [5] Franci, R., Parenti-Castelli, V., Belvedere, C., Leardini, A., 2009. "A new one-DOF fully parallel mechanism for modelling passive motion at the human tibiotalar joint". *Journal of Biomechanics*, **42**(10), pp. 1403–1408.
- [6] Ottoboni, A., Parenti-Castelli, V., Sancisi, N., Belvedere, C., Leardini, A., 2010. "Articular surface approximation in equivalent spatial parallel mechanism models of the human knee joint". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, **224**(9), pp. 1121–1132.
- [7] Forlani, M., Baldisserrri, B., Sancisi, N., Parenti-Castelli, V., 2011. "On the modelling of the ankle motion under static loads by a sequential procedure: model definition and preliminary results". In *Proceedings of AIMETA 2011, Bologna, Italy, September 12–15*, pp. 1–3.
- [8] Sancisi, N., Parenti-Castelli, V., 2011. "A sequentially-defined stiffness model of the knee". *Mechanism and Machine Theory*, **46**(12), pp. 1920–1928.
- [9] Zavatsky, A. B., 1997. "A kinematic-freedom analysis of a flexed-knee-stance testing rig". *Journal of Biomechanics*, **30**(3), pp. 277–280.
- [10] Siegler, S., Udupa, J. K., Ringleb, S. I., Imhauser, C. W., Hirsch, B. E., Odhner, D., Saha, P.K., Okereke, E., Roach, N., 2004. "Mechanics of the ankle and subtalar joints revealed through a 3D quasi-static stress MRI technique". *Journal of Biomechanics*, **38**(3), pp. 567–578.

COMPENSAZIONE ELASTICA DI ATTUATORI A MEMORIA DI FORMA MEDIANTE MECCANISMI CEDEVOLI

Giovanni Scire' Mammano

*Department of Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: giovanni.sciremammano@unimore.it*

Eugenio Dragoni

*Department of Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: eugenio.dragoni@unimore.it*

Abstract. *La compensazione elastica di attuatori SMA fornisce grandi vantaggi in termini di corsa e forza erogata. Per realizzarla è necessario introdurre nell'attuatore un sistema elastico a rigidità negativa. Tali sistemi possono essere realizzati mediante meccanismi aventi un punto di equilibrio instabile. Soluzioni a membri rigidi e discreti hanno però lo svantaggio di aumentare le dimensioni dell'attuatore e di svilirne l'intrinseca semplicità. Per ovviare a questa problematica si propone un sistema di compensazione di tipo cedevole (compliant). La soluzione proposta è quella di un compensatore di tipo modulare, serializzabile o parallelizzabile al fine di incrementarne rispettivamente la corsa o la forza erogata. Gli elementi funzionali di ogni modulo sono 4 aste in instabilità elastica, ognuna vincolata agli estremi mediante due cerniere.*

Nel lavoro si sviluppa una soluzione approssimata per la previsione del comportamento dell'asta in instabilità elastica e si propone, sulla base di questa, una metodologia generale di progettazione dell'intero compensatore cedevole. Infine si verifica, mediante analisi agli elementi finiti di un modulo campione, la capacità dell'architettura proposta di realizzare le leggi richieste.

Keywords: *attuatori, SMA, compensazione, elastica, compliant, asta inflessa, instabilità*

1. INTRODUZIONE

Gli attuatori a memoria di forma rappresentano una classe di attuatori molto interessante grazie all'elevato rapporto potenza-peso, alla possibilità di lavorare in ambiente ostili e alla loro intrinseca semplicità costruttiva.

Questi attuatori sono generalmente costituiti da fili o molle a memoria di forma (SMA) e da un sistema di contrasto. Gli elementi attivi SMA hanno la capacità di ritornare ad una forma memorizzata qualora siano riscaldati sopra ad una nota temperatura di trasformazione (dipendente dal tipo di lega), mentre il sistema di contrasto è indispensabile per rideformare gli elementi attivi una volta disattivati.

Il difetto principale di questa tecnologia è rappresentato dalla difficoltà di realizzare corse elevate. Questo è dovuto essenzialmente a tre cause. In primo luogo per la ridotta

deformazione che si può imporre agli elementi attivi, funzione della vita attesa del dispositivo [1,2,3]. La seconda causa è legata all'elemento di contrasto che se da un lato è indispensabile per il funzionamento del dispositivo dall'altro impedisce all'elemento attivo di recuperare completamente la sua forma. Ultima causa di inefficienza è dovuta alla sfavorevole curva caratteristica che questi attuatori presentano, per i quali la forza erogata dipende linearmente dalla posizione dell'attuatore. Poiché normalmente ad un attuatore è richiesto di garantire una forza minima su tutta la corsa, ne consegue che la corsa effettivamente utile è tanto più bassa quanto più alta è la forza minima da erogare.

Una possibile soluzione alle inefficienze sopra citate è rappresentata dall'introduzione di un sistema di compensazione elastica capace di bilanciare globalmente il lavoro prodotto dall'attuatore durante l'intera corsa. In particolare il compensatore deve essere in grado di sottrarre opportunamente energia all'elemento SMA nelle posizioni dove la generazione di forza è elevata e restituirla nelle posizioni in cui la generazione è limitata.

Un sistema di questo tipo può essere realizzato mediante un meccanismo bistabile associato ad un elemento elastico tradizionale (molla).

Il sistema di compensazione così creato ha una caratteristica elastica negativa, ossia genera una forza che diminuisce tanto più la deflessione dell'attuatore aumenta.

In un recente lavoro [4], gli autori hanno presentato la teoria generale per il dimensionamento congiunto dell'attuatore SMA e del sistema di compensazione noti i valori nominali di forza richiesta nelle due direzioni (F_{ON1} e F_{ON2} per attuatori a SMA contrapposti, F_{ON} e F_{OFF} per attuatori a singolo SMA) e la corsa da compiere S . In particolare il dimensionamento del sistema di compensazione si riconduce all'individuazione del valore di rigidità ottimale k_{comp} e del valore di precarico nella posizione di minima estensione dell'attuatore $F_{comp} \Big|_{z=z_{min}}$.

In accordo con il modello teorico sviluppato, prove sperimentali preliminari [4] hanno dimostrato che la compensazione elastica produce incrementi di forza (a parità di corsa) o incrementi di corsa (a parità di forza utile) di 2.5 volte rispetto allo stesso attuatore non compensato. Le prove sono state condotte su un prototipo di attuatore a molle SMA contrapposte, corredato di un sistema di compensazione con architettura a bilanciare.

I meccanismi di compensazione fino ad ora presentati mostrano diversi lati negativi: morfologia relativamente complessa (almeno rispetto alla semplicità intrinseca di un attuatore SMA); elevato numero di coppie cinematiche; elevati ingombri; alti costi di fabbricazione e di industrializzazione; scarsa libertà di progettazione; definizione di uno o più elementi elastici (molle) ad hoc.

L'idea che sta alla base del lavoro è quella di realizzare un sistema di compensazione elastica mediante meccanismi cedevoli (compliant mechanism), che inglobino in sé anche la funzione di accumulo di energia elastica (sistema springless).

Una prima soluzione vagliata è stata quella di utilizzare molle di tipo Belleville [5]. Questi elementi, se opportunamente dimensionati, presentano un punto di equilibrio instabile e per questo motivo sono idonei alla realizzazione di un sistema di compensazione. Purtroppo da un'analisi di fattibilità è emersa l'inapplicabilità di questa soluzione in quanto per le normali rigidità e forze richieste al sistema di compensazione la molla avrebbe una dimensione diametrale troppo elevata.

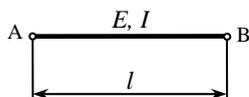


Figura 1a. Asta indeformata.

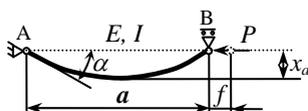


Figura 1b. Asta compressa.

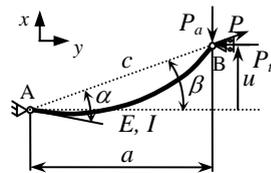


Figura 1c. Asta compressa con cerniere non allineate.

L'idea sviluppata è stata invece quella di creare dei moduli serializzabili il cui elemento base di compensazione è un'asta presso-inflessa in regime di instabilità elastica.

Il lavoro fornisce gli strumenti per il corretto dimensionamento sia dell'asta base sia dell'intero modulo, mediante una procedura semplice e guidata.

2. ELEMENTO BASE COMPENSATORE: ASTA INFLESSA

Analisi comportamento

In Fig. 1a è mostrata una semplice asta di momento di inerzia I , lunghezza libera l , realizzata in materiale avente modulo elastico E . Si ipotizzi di vincolare le due estremità rispettivamente con una cerniera e un carrello che consentano il moto in direzione dell'asse dell'asta, come mostrato in Fig. 1b. Applicando un carico P in direzione assiale maggiore del carico critico:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1)$$

l'asta subisce una deformazione considerevole e la sua deformata è in letteratura chiamata "Elastica".

La soluzione di questo problema di stabilità elastica è nota. Ad esempio in [6] è riportata la soluzione per un'asta con un'estremità incastrata e l'altra libera, caso riconducibile a quello in esame in quanto rappresenta metà della struttura considerata.

La soluzione, opportunamente elaborata per tener conto del diverso vincolamento (cerniera-carrello), permette di calcolare la distanza tra le cerniere a , la freccia trasversale massima x_a e la lunghezza l dell'asta mediante le seguenti relazioni:

$$a = \frac{4E(p)}{k} - l \quad (2)$$

$$l = \frac{2K(p)}{k} \quad (3)$$

$$x_a = \frac{2p}{k} \quad (4)$$

dove $K(p)$ è l'integrale ellittico completo di primo tipo, $E(p)$ è l'integrale ellittico completo di secondo tipo, mentre k e p sono le seguenti espressioni funzione rispettivamente del carico applicato P e dell'angolo di inflessione nei vincoli α :

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (5)$$

$$p = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (6)$$

Per comodità di trattazione definiamo f lo spostamento assiale della cerniera B, differenza fra la lunghezza libera l e la distanza fra le cerniere a .

Mettendo a sistema le equazioni (2) – (5) e normalizzando tutte le lunghezze rispetto alla lunghezza libera dell'asta l e il carico rispetto al carico critico P_{cr} (1) si ottengono le seguenti relazioni:

$$\frac{f}{l} = 2 \left[1 - \frac{E(p)}{K(p)} \right] \quad (7)$$

$$\frac{P}{P_{cr}} = \frac{4K(p)^2}{\pi^2} \quad (8)$$

$$\frac{x_a}{l} = \frac{p}{K(p)} \quad (9)$$

Il momento flettente massimo si ha in corrispondenza della mezzeria dell'asta e vale:

$$M_{f \max} = P x_a \quad (10)$$

Normalizzandolo rispetto alla lunghezza libera dell'asta l e rispetto al carico critico P_{cr} e introducendo l'equazioni (8) e (9) si perviene alla seguente espressione:

$$\frac{M_{f \max}}{P_{cr} l} = \frac{4pK(p)}{\pi^2} \quad (11)$$

Gli integrali ellittici che compaiono nelle espressioni (7), (8), (9), (11), essendo funzioni trascendenti in α ostacolano la trattazione. Introduciamo quindi due espressioni $K'(\alpha)$ ed $E'(\alpha)$ funzioni approssimate, rispettivamente, di $K(p)$ e $E(p)$ definite come:

$$K'(\alpha) = \frac{\pi}{2} + 0.1\alpha^2 \quad (12)$$

$$E'(\alpha) = \frac{\pi}{2} - 0.1\alpha^2 \quad (13)$$

in cui α è espresso in radianti.

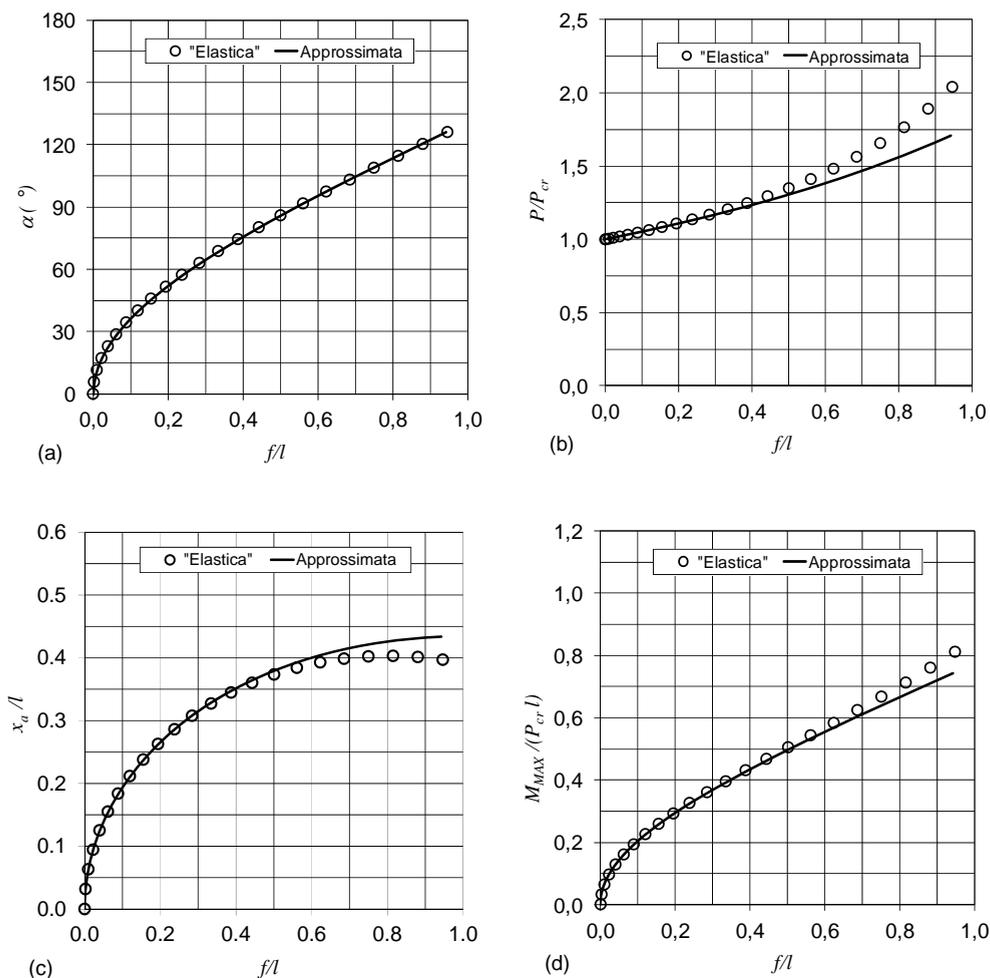


Figura 2. Confronto soluzione stabilità elastica con integrali ellittici veri e approssimati: a) angolo inflessione rispetto freccia normalizzata; b) carico normalizzato rispetto freccia normalizzata, c) la freccia trasversale massima normalizzata rispetto freccia normalizzata d) momento flettente massimo normalizzato asta rispetto freccia normalizzata.

In Fig. 2 si riporta il confronto in termini di angolo di inflessione (2a), carico normalizzato (2b), freccia trasversale massima normalizzata (2c) e momento flettente massimo normalizzato (2d), tra la soluzione vera che utilizza gli integrali ellittici (pallini) e la soluzione approssimata (linea continua) che al loro posto utilizza le espressioni approssimate introdotte nelle equazioni (12) e (13).

Si può osservare che la soluzione approssimata fornisce in modo accurato l'angolo di inflessione per qualsiasi valore di freccia. Inoltre stima correttamente fino a valori freccia normalizzata di 0.6 sia la freccia trasversale che il momento flettente massimo e risulta sufficientemente precisa nella stima del carico normalizzato, almeno per rapporti di freccia normalizzata inferiori a 0.4.

Ora, spostando in direzione trasversale x la cerniera B di una quantità u (Fig. 1c), la distanza delle cerniere c aumenta rispetto alla distanza iniziale a e vale:

$$c = \frac{a}{\cos(\beta)} \quad (14)$$

dove β rappresenta l'angolo di inclinazione rispetto all'asse y della retta AB congiungente le cerniere. L'angolo β può essere espresso in funzione dello spostamento u della cerniera B secondo la relazione:

$$\beta = \text{ArcTan}\left(\frac{u}{a}\right) \quad (15)$$

Inserendo la (15) nella (14) si ottiene:

$$c = \frac{a}{\cos\left[\text{ArcTan}\left(\frac{u}{a}\right)\right]} \quad (16)$$

e la freccia normalizzata $f(u)/l$ effettivamente sperimentata dall'asta risulta:

$$\frac{f(u)}{l} = 1 - \frac{c}{l} = 1 - \frac{a}{\cos\left[\text{ArcTan}\left(\frac{u}{a}\right)\right]} \quad (17)$$

Uguagliando la (7) e la (17) si ottiene la seguente equazione trascendente:

$$1 - \frac{a}{\cos\left[\text{ArcTan}\left(\frac{u}{a}\right)\right]} = 2 \left[1 - \frac{E(p)}{K(p)} \right] \quad (18)$$

che risolta numericamente in p per ogni spostamento u della cerniera, consente di calcolare tramite la (8) il carico $P(u)/P_{cr}$ generato dalla trave nella direzione della congiungente le cerniere AB.

Noto $P(u)/P_{cr}$, il carico normalizzato in direzione x $P_a(u)/P_{cr}$ necessario ad equilibrare l'asta vale:

$$\frac{P_a(u)}{P_{cr}} = -\frac{P(u)}{P_{cr}} \sin(\beta) \quad (19)$$

Considerando piccoli valori dell'angolo β è possibile sostituire alle funzioni trigonometriche della (16) i relativi sviluppi in serie trascurando i termini di ordine superiore al secondo ottenendo:

$$c \approx a \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u}{a} \right)^2 \right] \quad (20)$$

Conseguentemente l'equazione trascendente (18) diviene:

$$1 - \frac{a}{l} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u}{a} \right)^2 \right] = 2 \left[1 - \frac{E(p)}{K(p)} \right] \quad (21)$$

Introducendo poi in quest'ultima equazione le espressioni approssimate (12) e (13) si perviene ad una equazione ordinaria in α , che risolta fornisce l'angolo di curvatura approssimato della trave nei vincoli per ogni posizione u della cerniera B:

$$\alpha_{approx} = \pm \sqrt{5\pi} \frac{\sqrt{-2 + 2 \frac{l}{a} - \left(\frac{u}{a} \right)^2}}{\sqrt{2 + 6 \frac{l}{a} + \left(\frac{u}{a} \right)^2}} \quad (22)$$

In Fig. 3a si riporta per diversi valori di precarico iniziale $f(0)/l$ l'angolo di curvatura α dell'asta nei vincoli A e B, calcolato numericamente mediante l'equazioni (18) e (6) (pallini vuoti) e secondo l'espressione approssimata (22) (linea continua). Le curve sono limitate al valore di u tale per cui l'angolo α di curvatura dell'asta si annulla (asta scarica).

Nota α_{approx} tramite la (12) si risale al valore di $K'(\alpha)$ e successivamente con la (8) si calcola il valore del carico normalizzato $P(u)/P_{cr}$ generato dalla trave nella direzione delle cerniere AB:

$$\frac{P(u)}{P_{cr}} \Big|_{approx} = \frac{64}{\left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(2 + 6 \frac{l}{a} + \left(\frac{u}{a} \right)^2 \right)^2} \quad (23)$$

In Fig. 3b si mostra per diversi valori di precarico iniziale $f(0)/l$ il carico normalizzato $P(u)/P_{cr}$ calcolato numericamente mediante l'utilizzo delle espressioni non approssimate (18) e (8) (pallini vuoti) e secondo l'espressione approssimata (23) (linea continua). Le curve sono limitate al valore di u tale per cui l'angolo α di curvatura dell'asta si annulla (asta scarica).

Inserendo la (23) nella (19) e introducendo l'approssimazione $\sin(u/a) \approx u/a$ si ottiene quindi la relazione approssimata per il carico normalizzato in direzione x $P_a(u)/P_{cr}$ necessario ad equilibrare l'asta:

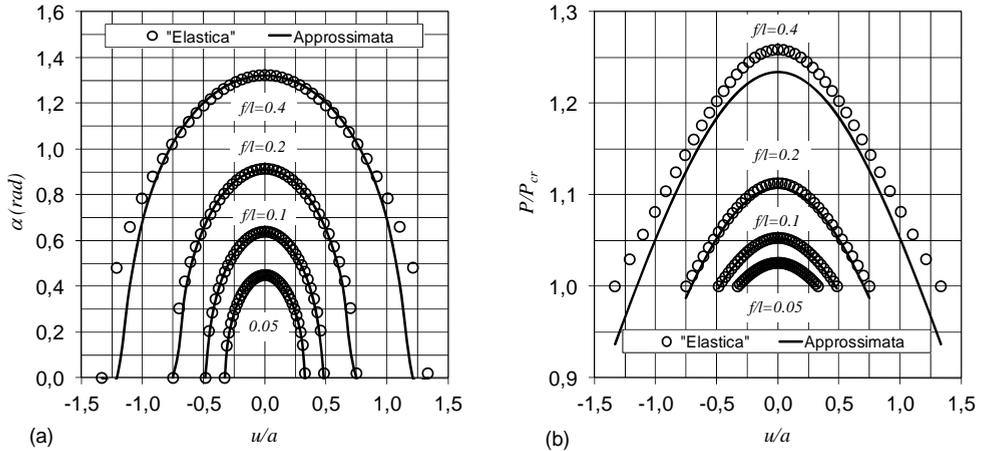


Figura 3. Angolo di inflessione α dell'asta nei vincoli (a) e carico normalizzato $P(u)/P_{cr}$ (b) in funzione della posizione trasversale normalizzata della cerniera B u/a , per diversi valori di precarico iniziale dell'asta $f(0)/l$.

$$\left. \frac{P_a(u)}{P_{cr}} \right|_{\text{approx}} = - \frac{64 \frac{u}{a}}{\left(\frac{a}{l}\right)^2 \left(2 + 6 \frac{l}{a} + \left(\frac{u}{a}\right)^2\right)^2} \quad (24)$$

In Fig. 4 si mostrano per diversi valori di precarico iniziale $f(0)/l$ la forza assiale equilibratrice normalizzata calcolata numericamente mediante l'utilizzo delle espressioni non approssimate (18) e (19) (pallini vuoti) e secondo l'espressione approssimata (24) (linea continua). Anche in questo caso le curve sono limitate al valore di u tale per cui l'angolo α di curvatura dell'asta si annulla (asta scarica).

Come si può notare dai tracciati, l'asta così utilizzata ha una caratteristica elastica negativa e la risposta è in buona approssimazione lineare per rapporti u/a compresi fra ± 0.5 . Per tale motivo questo elemento è idoneo alla realizzazione di un compensatore per attuatore SMA. Inoltre nell'intervallo di linearità individuato la soluzione approssimata risulta essere applicabile con ottima precisione.

La rigidità dell'asta si ottiene derivando la (24) rispetto allo spostamento u/a . La funzione che si ottiene è di ordine superiore al secondo in u/a . Per spostamenti $u/a \ll 1$ si possono trascurare detti termini ottenendo la seguente espressione approssimata:

$$k_{\text{asta}} \Big|_{\text{approx}} = - \frac{64 P_{cr}}{a \left(\frac{a}{l}\right)^2 \left(2 + 6 \frac{l}{a}\right)^2} = - \frac{64 \pi^2 EI}{a^3 \left(2 + 6 \frac{l}{a}\right)^2} \quad (25)$$

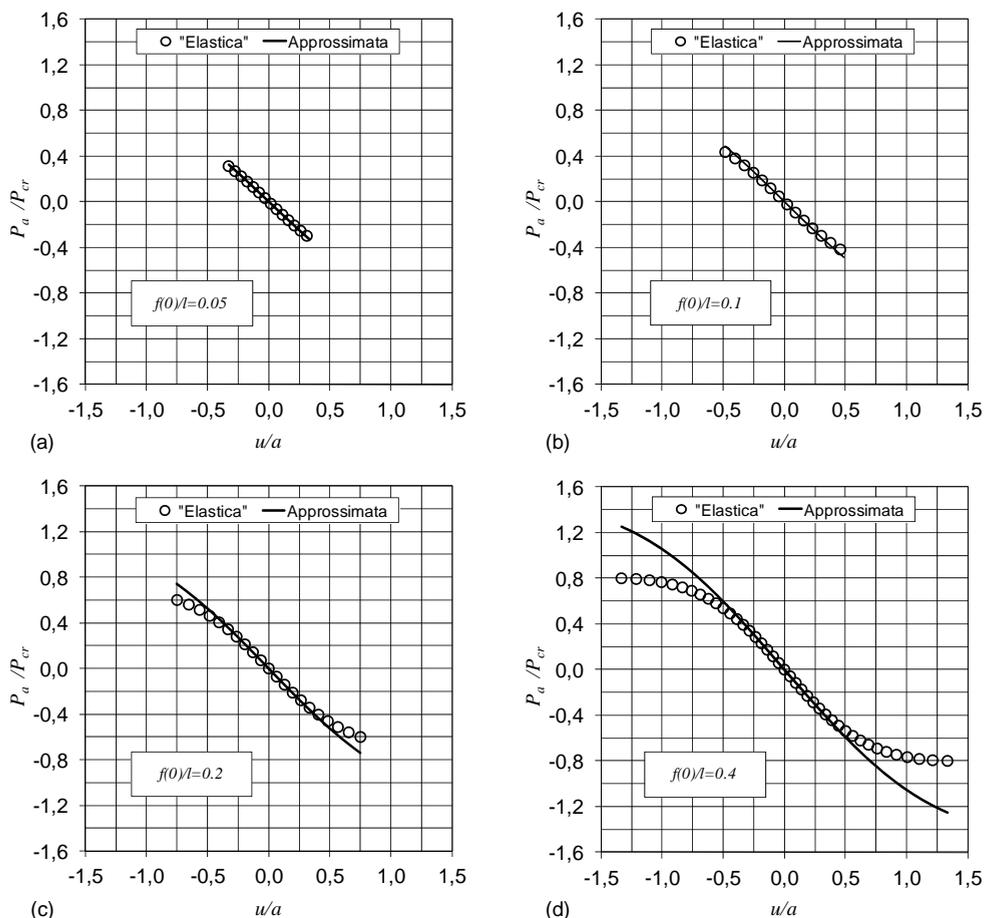


Figura 4. Carico normalizzato P_a/P_{cr} necessario ad equilibrare l'asta inflessa in funzione della posizione normalizzata u/a , per diversi valori di precarico $f(0)/l$: a) 0.05, b) 0.1, c) 0.2, d) 0.4.

Dimensionamento asta

Per il dimensionamento dell'asta è necessario conoscere la rigidezza k_{asta} di progetto (vedi paragrafo "dimensionamento del modulo") e il modulo elastico del materiale E con cui si realizzerà l'asta. Inoltre bisogna fissare la corsa massima normalizzata u_{max}/a e quindi l'angolo β_{max} (15) che consente di rimanere nell'intervallo di validità della trattazione approssimata (Fig. 4).

Per garantire il corretto funzionamento dell'asta è poi necessario assicurare che all'inclinazione β_{max} l'asta si trovi ancora in condizione di instabilità elastica. A questo scopo si mettano a sistema la (2) e la (3) e si inseriscano l'espressioni approssimate (12) e (13) al fine di ricavare la seguente relazione che lega α , a , l :

$$l = a \frac{\pi/2 + 0.1\alpha^2}{\pi/2 - 0.3\alpha^2} \quad (26)$$

Imponendo che ad inclinazione β_{max} la distanza fra le cerniere c (14) sia inferiore alla lunghezza dell'asta l (26) si ricava la seguente relazione che lega l'angolo minimo di curvatura $\alpha(0)$ all'angolo β_{max} imposto:

$$\alpha(\beta = 0) \geq 1.1\sqrt{5\pi} \frac{\beta_{max}}{\sqrt{8 + 3\beta_{max}^2}} \quad (27)$$

dove il coefficiente 1.1 è stato introdotto come coefficiente di sicurezza per garantire che l'asta lavori sempre in condizione di instabilità elastica.

Determinato $\alpha(0)$ è possibile dimensionare l'asta desumendo la lunghezza libera l tramite la (26) e il momento di inerzia della sezione dell'asta dall'inversione della (25):

$$I = - \frac{k_{asta} a^3 \left(2 + 6 \frac{l}{a}\right)^2}{64\pi^2 E} \quad (28)$$

La freccia trasversale massima dell'asta x_a si registra a $u=0$. Inserendo la (12) e la (26) nella (9) e approssimando $p \approx \alpha/2$ si ottiene:

$$x_a(0) \approx \frac{a\alpha}{\pi - 0.6\alpha^2} \quad (29)$$

Il carico assiale massimo P si registra anch'esso a $u=0$. Mettendo a sistema questa relazione con la (1), la (23) e la (26) si ottiene:

$$P(0) = \frac{4EI \left(\frac{\pi}{2} - 0.3\alpha^2\right)^2}{a^2} \quad (30)$$

Infine, inserendo quest'ultima espressione e la (29) nella (10) si ricava il momento flettente massimo che l'asta sperimenta:

$$M_{fmax} = P(0)x_a(0) \approx \frac{4EI\alpha(\pi/2 - 0.3\alpha^2)^2}{a(\pi - 0.6\alpha^2)} \quad (31)$$

Ipotizzando di realizzare l'asta di sezione rettangolare di larghezza w e spessore t è possibile infine ricavare le dimensioni della sezione che limitano la tensione massima ad un valore fissato σ_{amm} e realizzano al contempo il corretto momento d'inerzia I :

$$t \leq \frac{2I\sigma_{amm}}{M_{fmax}} \quad (32)$$

$$w = \frac{12I}{t^3} \quad (33)$$

3. COMPENSATORE MODULARE AD ASTE INFLESSE

Architettura modulo compensatore

Il compensatore modulare ideato, rappresentato in Fig. 5a, è composto da 4 aste A precomprese in instabilità elastica e vincolate mediante cerniere P ad una telaio esterno T e ad un cursore mobile C. In virtù della simmetria del dispositivo al cursore è consentito solo lo spostamento z in direzione orizzontale. La variabile z individua la posizione dell'attuatore a partire dalla posizione indeformata dell'elemento SMA principale [4].

Le quattro aste del modulo risultano in parallelo fra loro e la rigidezza complessiva del compensatore vale quattro volte quella della singola asta.

Oltre alle aste di compensazione elastica, ogni modulo contiene gli elementi attivi a memoria di forma (molle o fili) che possono essere in numero variabile a seconda delle esigenze di forza richiesta [4]. Nel caso di attuatore a SMA contrapposti l'elemento attivo SMA 1 sarà collegato da un'estremità a telaio (E in Fig. 5a) e dall'altra estremità al cursore mobile C nel punto O. L'elemento SMA2 invece sarà collegato da un'estremità al cursore mobile C nel punto O e dall'altra estremità a telaio nel punto F. Da un punto di vista funzionale è sempre possibile differenziare i punti di collegamento degli elementi attivi al cursore: in particolare, qualora il punto di collegamento dell'elemento SMA1 sia posizionato a destra del punto di collegamento dell'elemento SMA 2 si ottiene una riduzione dell'ingombro assiale dell'intero modulo. In questo caso i due elementi devono essere disposti non coassiali in modo che non si sovrappongano.

In Fig. 5 è mostrato la morfologia del compensatore compliant nelle tre posizioni principali di funzionamento: posizione centrale simmetrica $z=S/2$ (Fig. 5a) in cui l'azione del compensatore è nulla, posizione di finecorsa sinistro $z=0$ (Fig. 5b), in cui l'azione del compensatore aiuta l'elemento SMA1 e posizione di finecorsa destro $z=S$ (Fig. 5c), in cui l'azione del compensatore è a supporto dell'elemento SMA2.

Nel caso di attuatore a singolo elemento attivo, il modulo compensatore è ancora identico, se non che risulta armato da un solo elemento attivo. In questa architettura l'azione del compensatore è sempre in opposizione all'elemento attivo [4], come si può osservare dalla Fig. 6 in cui sono rappresentati i due estremi di funzionamento.

I moduli, siano essi a singolo SMA o a SMA contrapposti possono essere serializzati per aumentare la corsa erogata o parallelizzati per incrementare la forza fornita, senza necessità di alcuna riprogettazione e mantenendo la caratteristica di attuatore a forza costante. Nel caso di moduli in serie il cursore di un modulo deve essere connesso al telaio del successivo, mentre nel caso di moduli in parallelo è necessario collegare insieme tutti i cursori tra loro e tutti i telai tra loro.

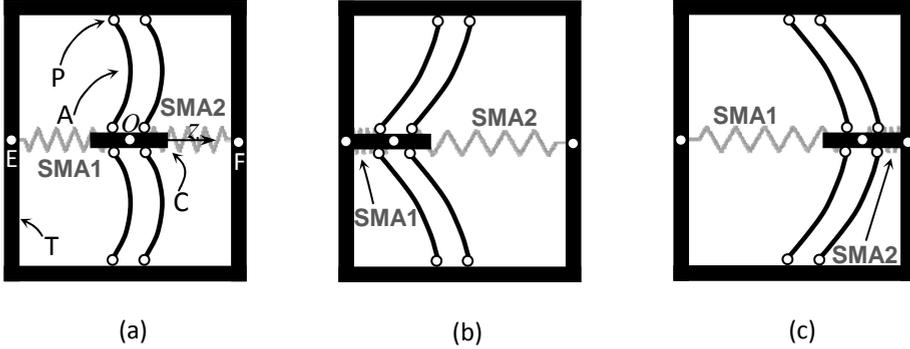


Figura 5. Modulo compensatore a SMA contrapposti: a) posizione centrale simmetrica ($z=S/2$); b) posizione di finecorsa sinistro ($z=0$); c) posizione di finecorsa destro ($z=S$).

Dimensionamento del modulo

A seconda delle caratteristiche dell'attuatore da compensare [4], lo spostamento del sistema di compensazione può essere sia monolatero che bilatero a sua volta simmetrico o asimmetrico rispetto alla sua posizione di equilibrio instabile ($u=0$). Per il dimensionamento del compensatore è importante conoscere il valore assoluto dell'estensione monolatero massima u_{max} del compensatore che dipende dalla corsa S , dalla rigidezza k_{comp} e dalla forza di precarico nella posizione di minima estensione dell'attuatore $F_{comp}(z=z_{min})$:

$$u_{max} = \max \left(\left| \frac{F_{comp} \Big|_{z=z_{min}}}{k_{comp}} \right|, \left| \frac{F_{comp} \Big|_{z=z_{min}} + k_{comp} S}{k_{comp}} \right| \right) \quad (34)$$

L'estensione monolatero massima realizzabile dal compensatore compliant a 4 aste vale (15):

$$u_{max} = a \tan(\beta_{max}) \quad (35)$$

Uguagliando la (34) e (35) e fissando un valore dell'angolo di massima inclinazione dell'asta β_{max} è possibile ricavare la distanza trasversale delle cerniere a e quindi l'ingombro assiale del modulo (poco maggiore di $2a$):

$$a = \frac{\max \left(\left| \frac{F_{comp} \Big|_{z=z_{min}}}{k_{comp}} \right|, \left| \frac{F_{comp} \Big|_{z=z_{min}} + k_{comp} S}{k_{comp}} \right| \right)}{\tan(\beta_{max})} \quad (36)$$

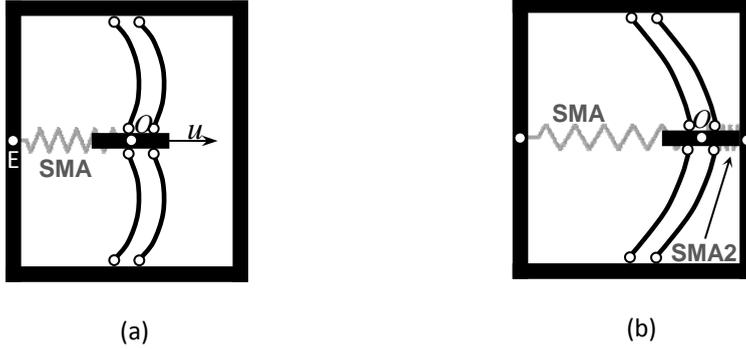


Figura 6. Modulo compensatore singolo SMA: a) posizione completa attivazione elemento ($z=z_{min}$); b) posizione di finecorsa destro ($z=S$).

Nota la rigidezza obiettivo del compensatore k_{comp} [4] la rigidezza di progetto dell'asta da inserire nella (28) vale:

$$k_{asta} = \frac{k_{comp}}{4} \quad (37)$$

Vale la pena osservare che essendo k_{comp} sempre negativa (sistema di compensazione) anche la rigidezza dell'asta che si calcola con la (37) è negativa, in accordo con il valore da inserire nella (28).

Il sistema di compensazione, oltre a rispettare il valore di rigidezza di progetto k_{comp} deve anche imporre il corretto valore di precarico $F_{comp}(z=z_{min})$ [4]. Per rispettare questa condizione è sufficiente determinare la deflessione assiale $u(z_{min})$ che le aste devono assumere quando l'attuatore si trova nella posizione di minima estensione z_{min} :

$$u(z_{min}) = \frac{F_{comp} \Big|_{z=z_{min}}}{k_{comp}} \quad (38)$$

Essendo la rigidezza di compensazione sempre negativa, se il precarico è anch'esso negativo (tipicamente attuatori a singolo SMA) la deflessione del compensatore $u(z_{min})$ sarà positiva, mentre in caso contrario (tipicamente attuatori a SMA contrapposti) la deflessione del compensatore $u(z_{min})$ sarà negativa.

Dal punto di vista costruttivo, per applicare correttamente il precarico del sistema di compensazione è utile definire la distanza EO tra i perni di collegamento dell'elemento SMA (SMA 1 nel caso di attuatore a SMA contrapposti) nella posizione di equilibrio instabile ($u=0$) del compensatore (Fig. 5a):

$$\overline{EO}(u=0) = l_0 + z_{min} - u(z_{min}) \quad (39)$$

dove l_0 è la lunghezza libera dell'elemento SMA.

Dall'equazione (39) si può osservare che per quanto esposto precedentemente a proposito di $u(z_{min})$ nel caso di attuatori a singolo SMA, nella posizione di equilibrio instabile del compensatore la distanza tra i perni EO dell'elemento SMA è inferiore alla lunghezza libera dell'elemento stesso.

Nel caso di attuatore a SMA contrapposti è necessario definire anche la distanza FO tra gli estremi dell'elemento SMA2 nella posizione di equilibrio instabile ($u=0$) del compensatore (Fig. 5a). Tale distanza deve valere:

$$\overline{FO}(u=0) = l_0 + S + u(z_{min}) \quad (40)$$

dove S è la corsa di progetto dell'attuatore.

Per completare il corretto dimensionamento del modulo è necessario far sì che il cursore mobile venga bloccato da opportuni fine corsa al raggiungimento dell'estensioni massime della corsa (z_{min} e z_{max}).

4. DIMENSIONAMENTO E VERIFICA DI UN COMPENSATORE MODULARE

Al fine di validare la procedura di dimensionamento del modulo compensatore ad aste inflesse e di verificare le prestazioni del compensatore così costituito si propone la progettazione e la verifica agli elementi finiti di un modulo compensatore a SMA contrapposti.

Dimensionamento modulo

Le prestazioni richieste al compensatore sono una rigidezza $k_{comp} = -0.2\text{N/mm}$, un precarico $F_{comp}(z=0) = 4\text{N}$, e una corsa $S = 40\text{mm}$.

Determiniamo da prima la deflessione massima del compensatore mediante la (34). Limitando la rotazione dell'asta a $\beta_{max} = 0.3488\text{rad}$ ($\approx 20^\circ$), corrispondente ad uno spostamento (u_{max}/a) = 0.36397, in modo da far lavorare le aste in linearità (Fig. 4) è possibile calcolare con la (36) la distanza fra le cerniere a delle singole aste e mediante la (27) l'angolo di precarico minimo dell'asta $\alpha(\beta=0)$. Noto questo valore si risale successivamente dalla (26) alla lunghezza l dell'asta scariche.

Dalla rigidezza di progetto del compensatore si ricava mediante la (37) la rigidezza dell'asta k_{asta} . Fissato il materiale costituente le lamine (in termini di modulo elastico E e tensione ammissibile σ_{amm}), dalla (28) si ricava il momento di inerzia I dell'asta e, ipotizzando di utilizzare una sezione rettangolare, le dimensioni w e t della sezione mediante le (31) – (33).

In questo esempio si assume che le lamine siano realizzate in nylon con modulo elastico $E = 3\text{GPa}$ e tensione ammissibile $\sigma_{amm} = 40\text{MPa}$.

In Tab. 1 si riportano tutte le grandezze di interesse del compensatore progettato.

Verifica del modulo agli elementi finiti

Il compensatore così dimensionato è stato modellato agli elementi finiti in ambiente ABAQUS 6.9, al fine di valutarne il comportamento.

Si è realizzato un modello piano del dispositivo, modellando tutti i membri con elementi di tipo trave di dimensione di circa 0.1mm. Il modello considera le non linearità geometriche e i grandi spostamenti.

Tabella 1. Grandezze di interesse del modulo compensatore.

Parametro	Simbolo	Valore	Unità misura
Rigidità compensatore	k_{comp}	-0.2	N/mm
Precarico compensatore a z_{min}	$F_{comp}(z=0)$	4	N
Corsa attuatore	S	40	mm
Estensione monolaterale massima compensatore	u_{max}	20	mm
Angolo max rotazione asta	β_{max}	0.3485	rad
Estensione monolaterale massima normalizzata	u_{max}/a	0.36397	
Distanza fra le cerniere	a	55	mm
Angolo precarico asta	$\alpha(\beta=0)$	0.5253	rad
Lunghezza asta	l	58.34	mm
Rigidità asta	k_{asta}	-0.05	N/mm
Modulo elastico materiale compensatore	E	3	GPa
Tensione ammissibile materiale compensatore	σ_{amm}	40	MPa
Momento inerzia sezione asta	I	0.307	mm ⁴
Momento flettente massimo asta	M_{max}	24.03	Nmm
Spessore sezione asta	t	1.02	mm
Larghezza sezione asta	w	3.47	mm

Con riferimento alla Fig. 7a le aste inflesse AB, CD, EF, GH hanno lunghezza libera di 58.34mm e sezione rettangolare di 3.47x1.02mm. I due semitelai RSC e UVH hanno invece sezione di 5x5mm. Tutti gli elementi travi sono stati modellati con materiale elastico lineare avente modulo di elasticità di 3000MPa.

Le aste sono collegate al cursore 1 e ai semitelai tramite cerniere ideali, mentre il cursore 1 è vincolato mediante carrelli che ne consentono il moto lungo la sola direzione orizzontale. L'introduzione di detto vincolo è realistica in quanto il modulo compensatore è simmetrico rispetto ad un piano passante per il cursore 1. Entrambi i telai invece sono vincolati mediante carrelli che impediscono il moto in direzione orizzontale.

L'analisi è composta da una sequenza di 5 fasi distinte, illustrate in Fig. 7. Partendo dalla configurazione indeformata di Fig. 7a, nella prima fase si vincola il moto orizzontale del cursore C e si applicano a tutte le quattro aste una forza in mezzeria di 2N, in modo da indurre la deformazione trasversale e consentire il successivo caricamento in l'instabilità elastica (Fig. 7b). Quindi nella seconda fase si impone uno spostamento in direzione verticale di valore pari a $(l - a)$ ad entrambi i semitelai con verso tale da precaricare le aste al valore desiderato (Fig. 7c). La terza fase prevede di rimuovere le forze orizzontali applicate nella mezzeria delle aste e il vincolo che impedisce la traslazione orizzontale del cursore 1. La configurazione così raggiunta dal compensatore è quella di equilibrio instabile e la sua forma geometrica è ancora rappresentata in Fig. 7c. Successivamente la fase 4 prevede uno spostamento del cursore C verso destra di valore pari alla metà della corsa di progetto, ottenendo la configurazione di massima estensione del compensatore (Fig. 7d). La quinta e ultima fase fa compiere al cursore una spostamento verso sinistra pari all'intera corsa, ottenendo la configurazione di massima contrazione (Fig. 7e).

Il risultato dell'analisi è la forza F_a necessaria ad equilibrare il cursore 1 in funzione della posizione assiale u del cursore stesso (Fig. 8a). In Fig. 8b è invece mostrato l'errore % sulla forza assiale del compensatore rispetto al valore teorico.

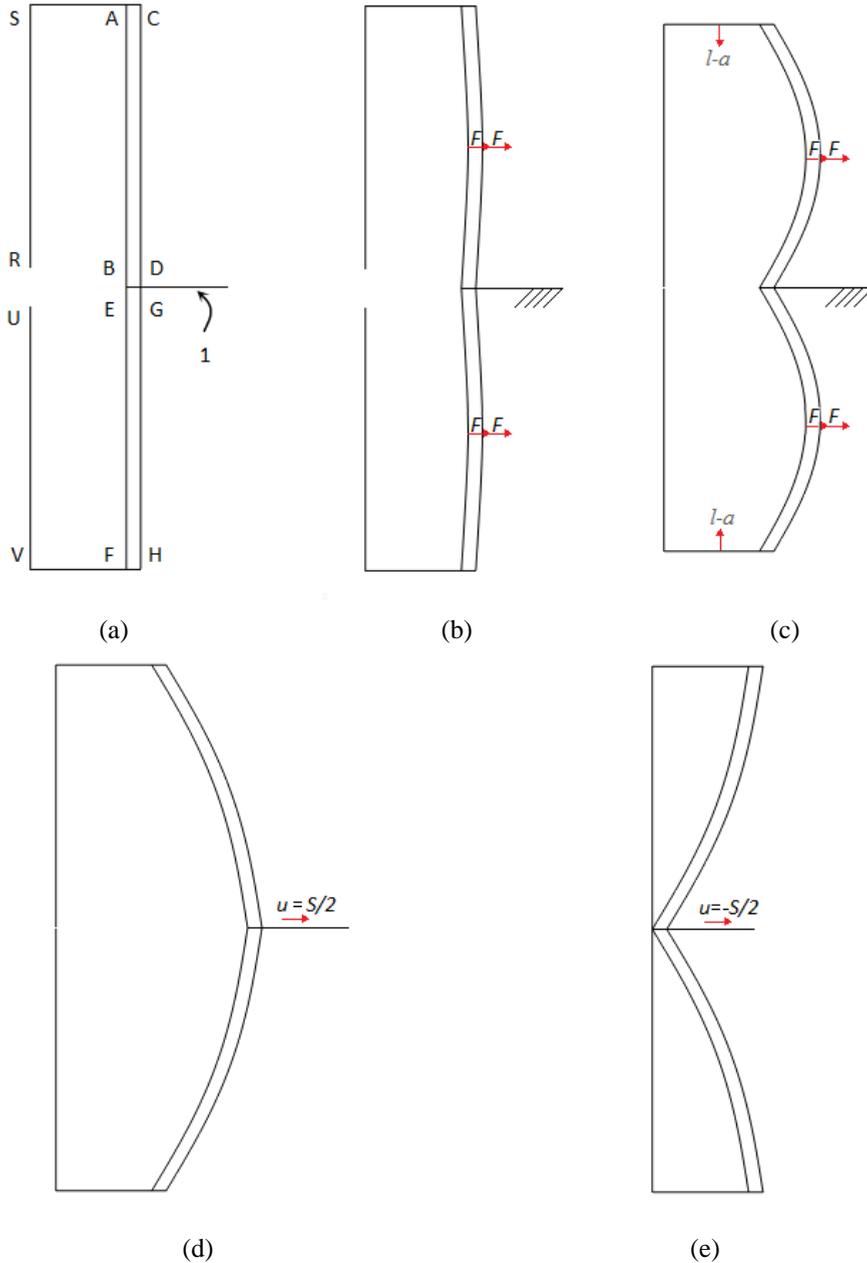


Figura 7. Configurazioni assunte dal modulo compensatore nelle varie fasi di simulazione agli elementi finiti: a) configurazione indeformata; b) fase 1 di equilibrio trasversale delle aste; c) fase 2 di precarico delle aste (configurazione di equilibrio instabile); d) configurazione di massima estensione del compensatore; e) configurazione di massima contrazione del compensatore.

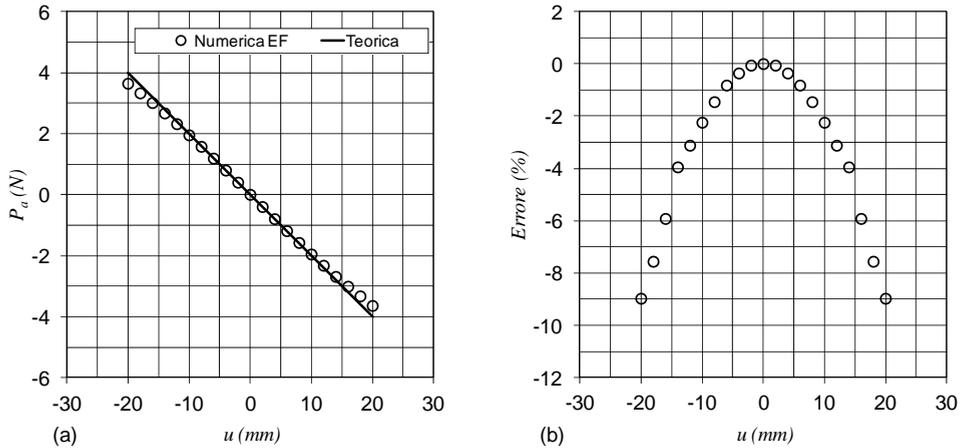


Figura 8. a) Caratteristica forza assiale – spostamento del compensatore modulare ottenuta mediante modello agli elementi finiti in confronto con la caratteristica teorica richiesta. b) Errore % sulla forza assiale del compensatore rispetto al valore teorico.

5. DISCUSSIONE

Come visibile da Fig. 2b l'asta inflessa in instabilità elastica presenta una relazione forza freccia di tipo pressoché lineare almeno per deflessioni assiali minori del 30%. In questo intervallo inoltre la rigidezza è molto limitata così che eventuali variazioni della freccia producono basse variazioni di carico.

L'introduzione dell'approssimazioni (12) e (13) nella soluzione elastica dell'asta fornisce una ottima previsione dell'angolo α assunto dalla trave nei vincoli (Fig. 2a) e una buona approssimazione, almeno fino a valori di deflessioni assiali del 40%, sia per il carico normalizzato (Fig. 2b), che per la freccia trasversale x_a (Fig. 2c) che per il momento massimo sperimentato dall'asta M_{fmax} (Fig. 2d).

Applicando uno spostamento in direzione trasversale ad una delle due cerniere, l'asta precaricata si scarica progressivamente (Fig. 3b) in quanto aumenta la distanza fra le cerniere AB. Fino a valori di precarico iniziale $f(0)/l$ del 20%, la soluzione approssimata è perfettamente sovrapposta alla soluzione elastica esatta e per valori di precarico del 40% l'errore che si commette risulta per difetto di circa il 3%.

L'angolo di inflessione α assunto dall'asta nei vincoli è stimato con ottima precisione dalla soluzione approssimata (Fig. 3a) a prescindere dal livello di precarico almeno fino a valori di spostamento trasversale normalizzato u/a di circa 1 ($\beta=45^\circ$). Oltre tale valore la discrepanza fra le due soluzioni è imputabile all'approssimazione introdotta $\text{sen}(u/a) \approx u/a$ che produce errori considerevoli.

A seguito dello spostamento in direzione trasversale di una delle due cerniere dell'asta precaricata, il sistema è instabile e la forza di equilibrio P_a da applicare esternamente aumenta tanto più quanto più lo spostamento applicato è grande. Come si osserva da Fig. 4 (curve "Elastica") la caratteristica del sistema è pressoché lineare in un intervallo di spostamenti trasversali normalizzati u/a di circa ± 0.5 indipendentemente dal livello di precarico iniziale $f(0)/l$.

Il livello di precarico iniziale $f(0)/l$ influisce, seppur in modo modesto, sulla pendenza del tratto lineare, che è in valore assoluto maggiore quanto più il precarico è alto.

Nell'intervallo di rettilineità della risposta dell'asta (soluzione "Elastica") la soluzione approssimata presenta un errore pressoché trascurabile.

In virtù di questo incoraggiante comportamento, l'asta inflessa in instabilità è utilizzata per la realizzazione di un dispositivo di compensazione degli attuatori SMA che richiedono l'introduzione di un sistema elastico a rigidità negativa.

Il compensatore proposto si basa su una architettura modulare in modo da poter essere combinato in serie o in parallelo per realizzare attuatori con diverse corse e forze. In particolare ponendo i moduli in serie si riesce a moltiplicare la corsa erogata, mentre con la disposizione in parallelo si moltiplica la forza.

Ciascun modulo contiene e funge da telaio per l'elemento attivo (attuatore a singolo SMA) o i due elementi attivi SMA (attuatore a SMA contrapposti).

Al fine di ottenere la massima semplicità costruttiva, il modulo compensatore sfrutta la disposizione simmetrica in parallelo di 4 aste per realizzare carrelli virtuali che lascino la sola libertà di moto assiale al compensatore. Inoltre questa architettura fornisce un'ideale e integrata struttura per il fissaggio degli elementi SMA.

La procedura di progettazione proposta consente di dimensionare cinematicamente e strutturalmente il modulo compensatore noti che siano, dalla procedura di progettazione dell'attuatore compensato [4], i valori di rigidità e precarico. La procedura è univoca e sequenziale e consiste nella risoluzione di semplici equazioni algebriche.

Oltre ai dati di progetto occorre conoscere il modulo elastico e la tensione ammissibile del materiale che costituirà le aste e scegliere in modo ottimizzato l'angolo β_{max} di massima inclinazione della retta congiungente le cerniere dell'asta. All'aumentare di detto angolo l'ingombro in direzione trasversale del modulo diminuisce a scapito però della costanza della rigidità del compensatore.

L'esempio di dimensionamento di un compensatore per attuatore a SMA contrapposti e la relativa verifica agli elementi finiti della risposta del sistema convalida sia la metodologia di dimensionamento sia la validità della soluzione individuata. Rispetto al compensatore ideale, la cui risposta è perfettamente proporzionale allo spostamento u (Fig. 8a), il sistema simulato ha una caratteristica lievemente non lineare. La differenza della forza realmente erogata dal compensatore rispetto a quella teorica (Fig. 8b) cresce pressoché linearmente all'aumentare della deflessione con un errore massimo del 9% a massima o minima estensione. Questo risultato è comunque soddisfacente se si considerano le approssimazioni introdotte nella modellazione del materiale a memoria di forma [4].

Qualora si voglia diminuire questo errore è possibile intervenire riducendo l'angolo massimo di rotazione dell'asta β_{max} (nell'esempio 20°).

Viste le modeste forze in gioco, il compensatore proposto si presta molto bene ad essere realizzato in materiale plastico, sia per stampaggio ad iniezione sia con tecniche di prototipazione rapida.

La necessità di realizzare delle cerniere all'estremità delle aste apre la strada a tre possibili soluzioni. La prima è di realizzare dei fori all'estremità delle aste e dei perni sui membri del compensatore o viceversa. La seconda prevede di realizzare delle sedi ad esempio a "V" sui membri nelle quali andare a inserire le estremità delle aste. Infine la terza soluzione prevede di realizzare l'intero compensatore monolitico e di realizzare anche le cerniere deformabili [7].

Gli sviluppi del lavoro vertono sull'analisi di queste possibilità di implementazioni delle cerniere, con l'obiettivo di realizzare un prototipo di attuatore SMA compensato mediante l'architettura proposta, al fine di una verifica anche sperimentale.

6. CONCLUSIONI

Nel lavoro si presenta una nuova architettura di compensatore modulare di tipo cedevole per attuatori a memoria di forma, basato sull'utilizzo di aste inflesse in instabilità elastica.

L'asta in instabilità è stata analizzata ricorrendo alla teoria elastica, estendendo il modello al caso di spostamento trasversale di una delle due cerniere. Parallelamente si è messo a punto un modello approssimato utile per la risoluzione del problema con equazioni ordinarie e lo si è comparato con il modello esatto.

Sulla base di questo studio si è stilata una metodologia di progettazione che partendo dai valori di rigidezza e di precarico richiesti al compensatore determina la geometria complessiva del modulo.

Un esempio numerico di dimensionamento è sviluppato passo passo. Parallelamente si è realizzato un modello agli elementi finiti della geometria individuata con l'obiettivo di valutare le prestazioni del sistema. I risultati ottenuti sono soddisfacenti, con un errore di linearità della forza di compensazione limitato al 9%.

REFERENCES

- [1] L. Fumagalli, F. Butera, A. Coda, 2009. "SmartFlex NiTi Wires for Shape Memory Actuators". *J. of Materials Engineering and Performance*, **18**, pp. 691–695
- [2] M. Mertmann, G. Vergani, 2008. "Design and application of shape memory actuator". *Eur. Phys. J. Special Topics*, **158**, pp. 221–230.
- [3] G. Scirè Mammano, E. Dragoni, 2011. "Functional fatigue of shape memory wires under constant-stress and constant-strain loading conditions". *Engineering Procedia*, **10**, pp. 3962–3707.
- [4] G. Scirè Mammano, E. Dragoni, 2011. "Increasing stroke and output force of linear shape memory actuators by elastic compensation", *Mechatronics*, **21**, pp. 570–580.
- [5] R. L. Norton, 2006. *Machine Design – An Integrated Approach, Third edition*, Prentice Hall.
- [6] S.P. Timoshenko, J. M. Gere, 2009. *Theory of elastic stability, second edition*, Dover publication.
- [7] N. Lobontiu, 2003. *Compliant mechanism. Design of flexure hinges*, CRC Press.

MODELLAZIONE MEDIANTE *BOND GRAPHS* DI UN ATTUATORE A FORZA COSTANTE BASATO SU ELASTOMERI DIELETTRICI

Giovanni Berselli

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile, Università di Modena e Reggio Emilia
E-mail: giovanni.berselli@unimore.it

Rocco Vertechy

Laboratorio PERCRO,
Scuola Superiore Sant'Anna, Pisa
E-mail: r.vertechy@sssup.it

Gabriele Vassura

Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia, Università di Bologna
E-mail: gabriele.vassura@unibo.it

Vincenzo Parenti Castelli

Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia, Università di Bologna
E-mail: vincenzo.parenti@unibo.it

Riassunto. *Gli attuatori a forza costante basati su elastomeri dielettrici (ED) si possono teoricamente ottenere accoppiando un film di ED a particolari strutture di supporto cedevoli. Ciononostante, l'ottenimento pratico di un profilo desiderato in forza può diventare un compito gravoso a causa dei fenomeni tempo-dipendenti che influenzano la risposta elettromeccanica dell'ED. In questo contesto, la presente memoria propone un modello iperviscoelastico di attuatori a forza costante aventi geometria rettangolare. Il modello, basato sul formalismo dei Bond Graphs, può essere utilizzato come strumento nella progettazione e/o nel controllo di attuatori che debbano operare nell'intorno di condizioni nominali prestabilite. Il modello è in grado di prevedere la risposta del sistema a rapide variazioni nella lunghezza dell'attuatore e nel voltaggio di attivazione imposte da un utilizzatore esterno.*

Parole chiave: *attuatori a forza costante, elastomeri dielettrici, Bond Graphs*

1. INTRODUZIONE

L'interesse per gli attuatori lineari basati su Elastomeri Dielettrici (ED) [1] è stato favorito dalle svariate potenziali applicazioni in campi come la robotica [2], l'ingegneria medica [3],

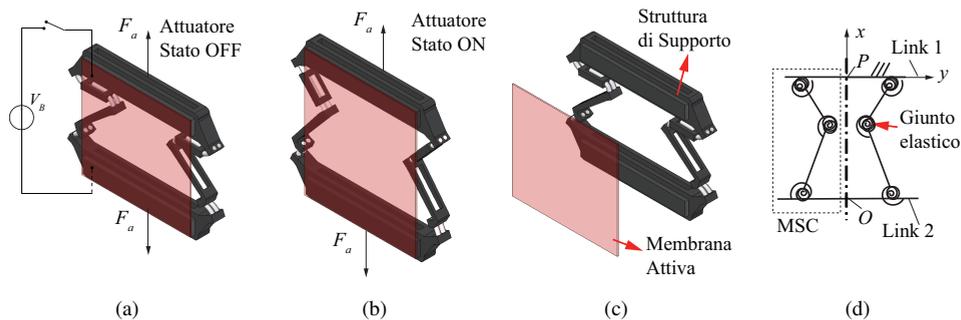


Figura 1: Soluzione concettuale proposta e modello CAD dell'attuatore, stato disattivato (a), stato attivato (b), esploso d'assieme (c), e schematico della struttura di supporto (d).

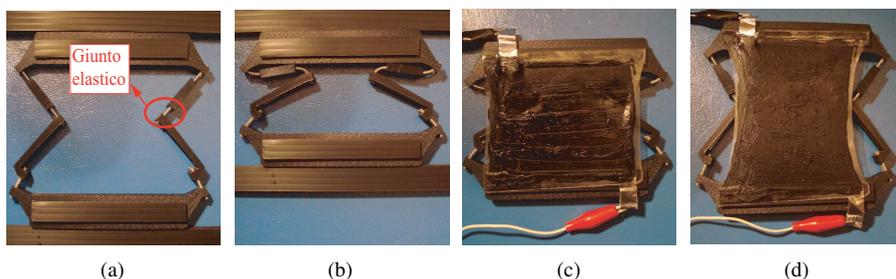


Figura 2: Prototipo dell'attuatore. Struttura di Supporto in condizione indeformata (a) e soggetta ad un carico esterno (b), attuatore in stato disattivato (c) ed attivato (d).

lo smorzamento attivo di vibrazioni [4] ed il rendering aptico [5] in ambienti di realtà virtuale. Nel loro utilizzo come attuatori, gli ED sono generalmente utilizzati in forma di sottili membrane, dapprima pretensionate ed in seguito rivestite con elettrodi cedevoli (*compliant*) per formare un film di Polimero ElettroAttivo (PEA).

L'attivazione del PEA mediante applicazione di una differenza di potenziale elettrico (voltage) tra gli elettrodi può indurre un'espansione in area del film e, di conseguenza, uno spostamento dei suoi punti. Tale spostamento può essere utilizzato per produrre lavoro meccanico utile nel caso in cui forze esterne siano applicate ad uno o più di questi punti.

In letteratura sono state proposte diverse tipologie di attuatori ad ED, caratterizzate da diverse forme e dimensioni e da diverse prestazioni in termini di efficienza, densità di potenza ed affidabilità (si veda, ad esempio, [6]). Nonostante queste differenze, un tipico attuatore ad ED è formato da un PEA mono o multi-strato che fornisce una conversione elettromeccanica di energia, da una fonte di energia elettrica che invia gli impulsi per l'attivazione del PEA e da una struttura flessibile passiva che si rende necessaria per supportare la membrana elettroattiva.

In particolare, come mostrato da diversi autori [7–9], peculiari strutture cedevoli possono essere utilizzate per ottenere attuatori mono o bidirezionali caratterizzati da una spinta utile costante in un dato intervallo di corsa. Tali attuatori a forza costante sono tipicamente apprezzati poichè possiedono un comportamento uniforme, consentono un utilizzo ottimale del

lavoro disponibile in uscita, e sono facilmente controllabili [10, 11]. Ciononostante, il raggiungimento pratico di un profilo desiderato di forza diventa difficoltoso poichè la risposta dell'attuatore è altamente influenzata da effetti non lineari di *creep* e *stress-relaxation*, intrinseci della natura viscoelastica dell'ED. Pertanto, si rendono necessari modelli dinamici affidabili ed in grado di prevedere correttamente i fenomeni tempo-dipendenti che si generano durante il funzionamento dell'attuatore.

In questo contesto, la presente memoria si propone di investigare le proprietà dinamiche di un attuatore a forza costante di forma rettangolare, la cui progettazione concettuale è stata presentata in [8]. Le Fig. 1(a) e 1(b) rappresentano l'attuatore nello suo stato disattivato (OFF) ed attivato (ON). La struttura di supporto del PEA (Fig. 1(c)), la cui schematizzazione per mezzo di un modello pseudo rigido [12] è visibile in Fig. 1(d), è un esalatero articolato cedevole. Il PEA rettangolare (Fig. 1(c)), è collegato al link 1 (telaio) ed al link 2 (piattaforma mobile). Lo spostamento lungo la direzione y (così come, alternativamente, la rotazione) è impedito sia dalla simmetria dell'esalatero articolato sia dalla distribuzione di tensioni nell'EDF, cosicchè i link 1 e 2 si trovano sempre ad essere tra loro paralleli. Metà struttura può essere quindi schematizzata come un Manovellismo di Spinta Cedevole (MSC) (Fig. 1(d)), le cui proprietà elastiche consentono di ottenere la forza costante desiderata [8]. Il prototipo della struttura di supporto è mostrato in Fig. 2(c) (condizione indeformata) ed in Fig. 2(b) (piattaforma mobile caricata con un carico costante agente in direzione x). Il prototipo complessivo dell'attuatore è presentato in Fig. 2(c) (attuatore nello stato disattivato) e in Fig. 2(d) (attuatore in stato attivato).

Similmente ad approcci precedentemente presentati in letteratura, il modello trattato in questo lavoro include una descrizione del comportamento elettrostatico, iperviscoelastico del PEA [13–16] connesso ad una sorgente ideale di potenza elettrica ad alto voltaggio [5, 11]. Diversamente dai suddetti lavori, questa memoria considera il contributo in forza della struttura cedevole. In riferimento alla metodologia modellistica, i risultati sono presentati ed interpretati sulla base del formalismo dei Bond Graphs (BG) [17], tecnica che descrive il flusso di potenza all'interno del sistema e l'interconnessione tra i fenomeni elettrici e meccanici. Infine, si presentano alcune simulazioni numeriche che mostrano come il modello sia in grado di prevedere la risposta del sistema a rapide variazioni nella lunghezza dell'attuatore e nel voltaggio imposto.

2. ATTUATORI RETTANGOLARI A FORZA COSTANTE: RICHIAMO DEI CONCETTI DI BASE

Si ignori inizialmente qualsiasi fenomeno tempo-dipendente che potrebbe sorgere durante il funzionamento dell'attuatore. Richiamando le linee guida generali riportate in [8], si può affermare che la deformazione del PEA produce sia una variazione della lunghezza dell'attuatore $x = |(P \ O)|$, dove P e O sono, per esempio, due punti dell'attuatore giacenti sull'asse di simmetria del PEA (Fig. 1(d)), che una forza avente la stessa direzione del vettore \overline{OP} ¹ la quale può essere fornita ad un utente esterno. Questa forza, denominata spinta utile dell'attuatore, F_a , è data dalla somma di due contributi: F_s , cioè la forza di reazione della struttura di supporto (dovuta alla rigidità propria della struttura), ed F_f , o forza del PEA, cioè la forza risultante nella direzione di attuazione dovuta al campo di tensione che si genera nel polimero. La forza F_f decresce in modulo con l'attivazione del PEA. In particolare, in accordo con un modello monodimensionale, il PEA si comporta come una molla non lineare

¹la direzione del vettore \overline{OP} verrà definita come direzione di attuazione.

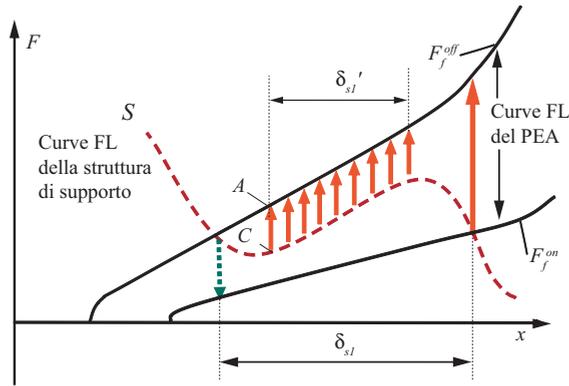


Figura 3: Curve FL qualitative ove si mostrano i moduli di F_f e F_s e l'effetto di una molla a "rigidezza negativa".

di trazione avente rigidezza $K_f = dF_f/dx$, mentre la struttura flessibile si comporta come una molla non lineare di compressione avente rigidezza $K_s = dF_s/dx$ ed accoppiata in parallelo con il PEA. Figura 3 mostra un diagramma qualitativo di curve Forza-Lunghezza (FL) riguardanti i moduli di F_f e F_s . In particolare, le curve continue F_f^{off} e F_f^{on} rappresentano la forza del film F_f quando il PEA è rispettivamente disattivato (modalità di stato OFF) o attivato (modalità di stato ON). La curva tratteggiata S rappresenta il modulo della forza di reazione della struttura F_s .

Assumendo come date le caratteristiche elettromeccaniche del PEA, un attuatore a forza costante può essere ottenuto accoppiando un PEA con particolari meccanismi cedevoli (come, per esempio, il MSC), progettati in modo tale da fornire una forza di reazione elastica negativa che incrementi in modulo all'aumentare della lunghezza x dell'attuatore (i.e. $K_s < 0$). Come esempio, considerando una struttura avente il profilo FL rappresentato dalla curva S , quando l'attuatore è nello stato OFF, F_a mantiene un valore costante, F_a^{off} , uguale alla distanza \overline{AC} per una parte consistente della corsa (i.e. δ_{s1}'). In questo caso la corsa complessiva dell'attuatore, δ_{s1} , può essere limitata per mezzo di fermi meccanici allo scopo di prevenire il suo funzionamento in regioni in cui F_a^{off} non è costante.

Produzione di attuatori rettangolari a forza costante

Figura 4 riassume i passaggi concettuali messi in atto per la produzione dell'attuatore rettangolare mostrato in Fig. 1. Un PEA indeformato (configurazione di riferimento, Fig. 4(a)), viene pretensionato lungo le direzioni x e y , (Fig. 4(b)). In parallelo, la struttura di supporto viene precompressa (Fig. 4(c)). Il PEA viene poi incollato al link fisso (telaio) della struttura ed alla piattaforma mobile. In questo modo, il pretensionamento del PEA imposto lungo la direzione y viene completamente mantenuto. Partendo da questa configurazione non caricata (modalità OFF dell'attuatore, Fig. 1(a)), l'attivazione del PEA per mezzo di una fonte di energia ad alto voltaggio (Fig. 4(d)) può indurre una espansione del film lungo la direzione svincolata x del PEA. Come descritto in [9], una sintesi appropriata delle lunghezze dei link della struttura e della rigidezza dei giunti elastici permette di modulare la rigidezza complessiva dell'attuatore ed, in particolare, permette di ottenere la forza costante desiderata.

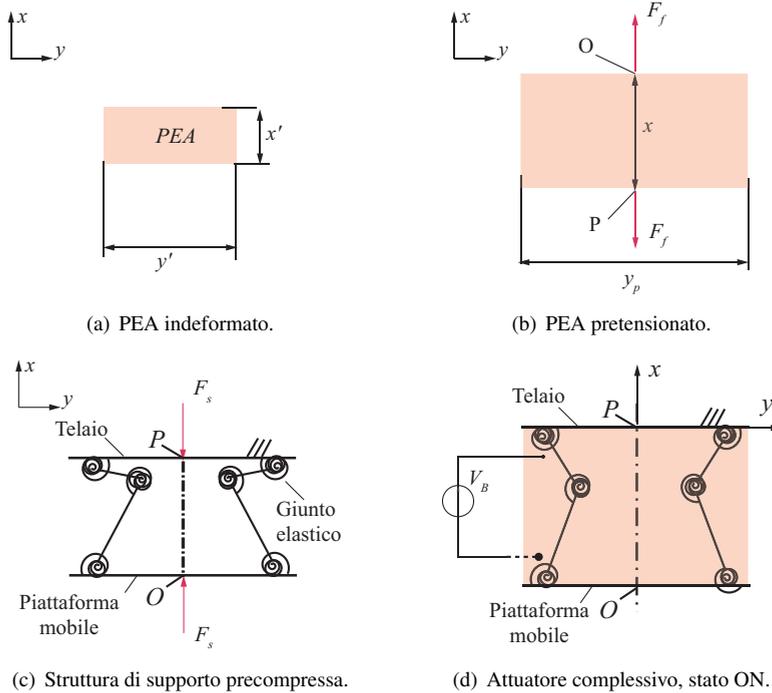


Figura 4: Produzione di attuatori rettangolari a forza costante.

3. DESCRIZIONE DEL MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI

Dal punto di vista progettuale, gli ED possono essere considerati come dielettrici lineari incompressibili ed iperelastici, la cui polarizzazione elettrica è indipendente dalla deformazione del materiale [18, 19]. La risposta elettromeccanica dell'attuatore ad ED riportato in Fig. 1 può quindi essere rappresentata e compresa per mezzo dei modelli a parametri concentrati mono dimensionali, rappresentati in Fig. 5. Con riferimento alla Figura 5(a), il sottosistema elettrico include:

- una sorgente ideale di potenza ad alto voltaggio;
- un modello elettrico del PEA, composto da:
 - una capacità variabile $C_{DE} = C_{DE}(x)$ dipendente dalla configurazione, x , dell'attuatore;
 - la resistenza degli elettrodi R_e (assunta costante);
 - una resistenza R_l che modella le perdite di corrente attraverso il PEA (assunta costante).

Con riferimento alla Fig. 5(b), il sottosistema meccanico comprende:

- un termine elettricamente indotto ed avente la dimensione di una forza, F_{em} . La forza F_{em} rappresenta l'accoppiamento elettromeccanico del PEA ed è assunta dipendente dalla posizione x dell'attuatore, dalla tensione applicata V , e dalla permittività dielettrica assoluta dell'ED, ϵ .

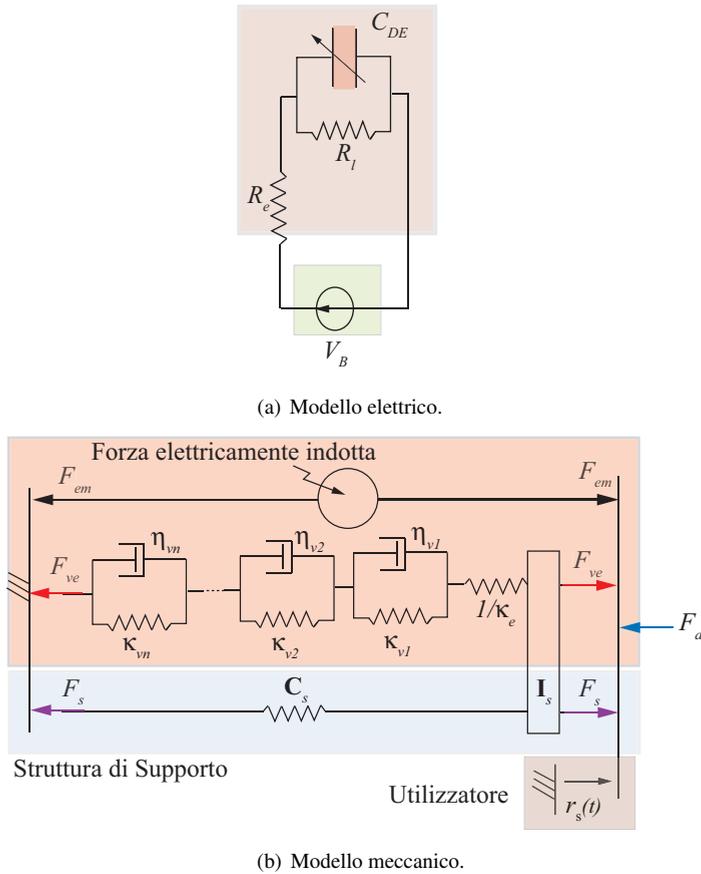


Figura 5: Modelli elettrico e meccanico dell'attuatore ad ED.

- una forza interna e conservativa, F_{ve} , che rassume gli effetti puramente elastici e viscoelastici all'interno del PEA. Tale forza è descritta per mezzo di un modello Viscoelastico Quasi-Lineare (VQL) [20–22]. In accordo con le ipotesi del VQL, la forza F_{ve} dipende dai parametri costitutivi del PEA, dalla posizione dell'attuatore x , e dalla velocità \dot{x} , cosicché $F_v(x, \dot{x})$.
- una forza interna conservativa, F_s , dovuta alla rigidità ed all'inerzia della struttura di supporto. La forza F_s è funzione delle masse dei link mobili, della rigidità dei giunti elastici, della lunghezza x dell'attuatore, e dell'accelerazione \ddot{x} , cioè $F_s(x, \ddot{x})$. Le masse del PEA soggette a deformazione sono assunte rigidamente connesse alla piattaforma mobile della struttura.

Il modello a BG del sistema complessivo, con relative assunzioni causali, è mostrato in Fig. 6. In particolare, grazie alla particolare geometria dell'attuatore, è possibile derivare un'espressione analitica delle forze del sistema.

4. MODELLO DELLA FORZA DEL FILM DI ELASTOMERO DIELETTRICO

In riferimento alla cinematica del PEA, si definiscano λ_i ($i = x, y, z$) come gli *stretch* principali, x' e y' come le dimensioni planari del PEA nella configurazione di riferimento (PEA non allungato, Fig. 4(a)) mentre x e y_p sono le dimensioni planari del PEA nella configurazione attuale (Fig. 4(b) e 4(d)). Come detto, y_p si mantiene costante durante il funzionamento dell'attuatore così come il *prestretch* principale $\lambda_p = y_p/y'$ applicato lungo la direzione y . Imponendo la condizione di incomprimibilità ($\lambda_x \lambda_y \lambda_z = 1$), lo stato di deformazione del PEA (deformazione di taglio puro²) è caratterizzata dai seguenti *stretch* principali

$$\lambda_x = \lambda = \frac{x}{x'}; \quad \lambda_y = \lambda_p; \quad \lambda_z = \frac{1}{\lambda_x \lambda_y} = \frac{z}{z'} \quad (1)$$

Modello elettrico del Polimero Elettroattivo

Dal punto di vista elettrico, il PEA può essere modellato come un capacità planare cosicché

$$C_{EDF}(x) = \varepsilon \frac{y_p x}{z} = \varepsilon \frac{y_p \lambda_p}{z' x'} x^2 \quad (2)$$

$$= \bar{C}_{EDF} (x/x')^2 \quad (3)$$

dove $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, $\varepsilon_0 = 8.85e^{-12} F/m$ è la costante dielettrica del vuoto e $\varepsilon = 4.5$ è la permittività dielettrica relativa dell'ED. Il termine costante \bar{C}_{EDF} è la capacità minima dell'EDF ottenuta per $x = x'$. Data una sorgente ideale di voltaggio V_B , la derivata nel tempo del carico elettrico immagazzinato sulla superficie dell'elettrodo del PEA può essere ottenuta direttamente dal BG di Fig. 6. In particolare si ottiene la seguente espressione:

$$\dot{q}_{DE} = \frac{V_B}{R_E} \frac{q_{DE}}{C_{DE}(x)} \left(R_E^{-1} + R_L^{-1} \right) \quad (4)$$

Accoppiamento Elettromeccanico Del Polimero Elettroattivo

In una configurazione generica x dell'attuatore, l'espressione della forza complessiva esterna, F_f , che deve essere fornita ad O e P (e diretta lungo la linea che congiunge questi punti) per bilanciare il campo di tensione del PEA è data da:

$$F_f = z y_p \sigma \quad (5)$$

$$= \underbrace{z y_p (\sigma_{ve})}_{F_{ve}} + \underbrace{z y_p (\sigma_{em})}_{F_{em}} \quad (6)$$

dove σ è la tensione sulle facce estremali dell'attuatore (vedi Fig. 4(b)). In modo simile a [14], la tensione σ è espressa come la somma di una tensione viscoelastica σ_{ve} e di un termine "elettricamente indotto" σ_{em} (che in letteratura viene denominato *stress di Maxwell* [14]). La forza complessiva $F_f = F_f(x, V)$ viene poi divisa in una componente viscoelastica, F_{ve} , ed in un termine elettricamente indotto, F_{em} , avente le dimensioni di una forza e solitamente denominato *forza di Maxwell* [13, 24].

²in accordo con la definizione data da [23], una deformazione di taglio puro è caratterizzata dalla costanza dell'allungamento principale (per esempio λ_y). Una deformazione di taglio puro è ottenibile per PEA infinitamente larghi, cioè per $y_p \gg x \forall \Omega(t)$ dove $\Omega(t)$ sono le possibili configurazioni dell'attuatore nelle condizioni di lavoro.

A causa della semplice forma dell'attuatore, come dimostrato in [24], il termine σ_{em} può essere espresso come

$$\sigma_{em} = \varepsilon \left(\frac{V_{DE}}{z} \right)^2 = \varepsilon \left(\frac{q_{DE}}{z C_{DE}} \right)^2 = \frac{q_{DE}^2}{\varepsilon y_p^2 x^2} \quad (7)$$

ove si sono applicate la relazione $V_{DE} = q_{DE}/C_{DE}$ e l'Eqn. 2. Il termine F_{em} è quindi dato da

$$F_{em} = \frac{x' z' q_{DE}^2}{\varepsilon \lambda_p y_p x^3} \quad (8)$$

Comportamento Viscoelastico Del Polimero Elettroattivo

Come precedentemente riportato, il comportamento meccanico del PEA è condizionato da rilevanti fenomeni tempo-dipendenti (isteresi, *creep* e *stress relaxation*). In generale, il comportamento del PEA è quindi descrivibile per mezzo di modelli viscoelastici tridimensionali in grandi deformazioni [25]. Tuttavia, il controllo degli attuatori ad ED necessita generalmente di modelli drasticamente semplificati [26]. In alcuni casi, se le variabili coinvolte variano all'interno di intervalli ristretti, si possono applicare le teorie lineari. All'interno dell'ipotesi di linearità, la tensione risulta proporzionale allo spostamento in un determinato istante di tempo ed è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Svariati modelli di questo tipo sono stati proposti in passato (e.g. i modelli di Maxwell e Kelvin [21, 22]). Ad esempio, il modello di Kelvin è formato da una molla ed uno smorzatore in parallelo, mentre il modello viscoelastico lineare standard (chiamato modello di Zener e mostrato in Fig. 7) è formato da un modello di Kelvin posto in serie ad un'ulteriore molla lineare. In quest'ultimo caso, tensione e deformazione sono correlate attraverso la seguente equazione differenziale:

$$\sigma_{ve} + \frac{\eta}{\kappa_1 + \kappa_2} \dot{\sigma}_{ve} = \frac{\kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} (\kappa_2 \varepsilon + \eta \dot{\varepsilon}) \quad (9)$$

Equazione 9 può essere risolta in riferimento alla deformazione $\varepsilon(t)$ o alla tensione $\sigma_{ve}(t)$ considerando, rispettivamente, una tensione di input costante, $\sigma_{ve,0}$, o una deformazione di input costante, ε_0 , ed assumendo, in entrambi i casi, condizioni iniziali identicamente nulle. Si ottiene:

$$\varepsilon(t) = \hat{\mathcal{J}}(t) \cdot \sigma_{ve,0} = \left[\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \left(1 - e^{-\frac{\kappa_2}{\eta} t} \right) \right] \cdot \sigma_{ve,0} \quad (10)$$

$$\sigma_{ve}(t) = \hat{\mathcal{K}}(t) \cdot \varepsilon_0 = \frac{\kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} \left(\kappa_2 + \kappa_1 \cdot e^{-\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\eta} t} \right) \cdot \varepsilon_0 \quad (11)$$

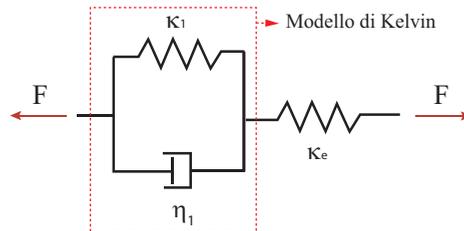


Figura 7: Modello viscoelastico lineare standard

La funzione $\hat{\mathcal{J}}$, chiamata *creep compliance* (o funzione di deformabilità per scorrimento plastico), e la funzione $\hat{\mathcal{K}}$, chiamata funzione di rilassamento [21], specificano rispettivamente la risposta della deformazione ad un cambiamento unitario di tensione e la risposta della tensione ad un cambiamento unitario di deformazione. Nel seguente lavoro, in modo simile a [16], verrà considerata solo la risposta nel tempo del campo tensionale. Tuttavia, poichè *creep* e *stress relaxation* sono due aspetti del medesimo comportamento viscoelastico, le funzioni $\hat{\mathcal{J}}$ e $\hat{\mathcal{K}}$ sono correlate [20–22]. Considerando un profilo imposto di deformazione variabile nel tempo $\varepsilon(t)$ ed applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, da Eqn. 11, la risposta in tensione è data da:

$$\sigma_{ve}(t) = \int_0^t \hat{\mathcal{K}}(t - \tau) \cdot d[\varepsilon(\tau)] = \int_0^t \hat{\mathcal{K}}(t - \tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (12)$$

avendo assunto $\varepsilon = 0$ per $t < 0$ ed un profilo di tensione differenziabile.

Modello Viscoelastico Quasi Lineare

Quando l'ipotesi lineare non è applicabile, emerge la necessità di superare le difficoltà della teoria non lineare. In tal caso, allo scopo di raggiungere un compromesso tra la semplicità dei modelli lineari classici e la difficoltà degli approcci non lineari, si può adottare un modello Viscoelastico Quasi-Lineare (VQL), frequentemente utilizzato per descrivere il comportamento di tessuti biologici. In accordo con le ipotesi del VQL, così come proposte da Fung [21], la funzione di rilassamento è espressa nella forma

$$\hat{\mathcal{K}}(\lambda, t) = \sigma_e(\lambda) \cdot g(t) \quad \text{con} \quad g(0) = 1 \quad (13)$$

dove $\sigma_e(\delta)$ è la risposta elastica, cioè l'ampiezza della tensione istantaneamente generata da uno allungamento λ , mentre $g(t)$, chiamata funzione di rilassamento ridotta, descrive il comportamento tempo-dipendente del materiale. Per quanto riguarda la risposta elastica non lineare, essa può essere descritta, per esempio, utilizzando un modello di Ogden di ordine appropriato [23]. In condizioni di taglio puro, la tensione sul piano terminale di un PEA rettangolare, pretensionato lungo la direzione y , può essere scritta come [23, 24]

$$\sigma_e = \sum_{p=1}^k \mu_p (\lambda_x^{\alpha_p} - \lambda_x^{-\alpha_p} \lambda_p^{\alpha_p}) \quad (14)$$

dove k è l'ordine del modello e μ_p , α_p sono parametri costitutivi del materiale.

Per quanto riguarda la funzione di rilassamento $g(t)$, essa è una funzione del tempo continua, monotona decrescente, e normalizzata a 1 per $t = 0$. E' consuetudine assumere $g(t)$ come combinazione lineare di funzioni esponenziali, ove i coefficienti c_i dipendono dal materiale mentre gli esponenti v_i identificano il rateo temporale dei fenomeni di rilassamento

$$g(t) = \sum_{i=0}^r c_i e^{-v_i t} \quad \text{con} \quad \sum_{i=0}^r c_i = 1 \quad (15)$$

I parametri v_i ($i = 1 \dots r$) dipendono dal comportamento del sistema, mentre $v_0 = 0$. L'andamento temporale della tensione può essere calcolato per mezzo del principio di sovrapposizione degli effetti [21]. In particolare, per $t > \tau$, la tensione prodotta a seguito di un

cambiamento infinitesimale nell'allungamento $d\lambda(\tau)$, superimposto su uno stato di *stretch* λ in un istante di tempo τ è data da

$$d\sigma_{ve}(t) = g(t - \tau) \frac{\partial \sigma_e[\lambda(\tau)]}{\partial \lambda} d\lambda(\tau) \quad (16)$$

Infine, la tensione totale all'istante t è data dalla somma dei contributi di tutti i cambiamenti passati [22], i.e.

$$\sigma_{ve}(t) = \int_0^t g(t - \tau) \frac{\partial \sigma_e[\lambda(\tau)]}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (17)$$

Interpretazione Fisica del Modello Viscoelastico Quasi-Lineare

Allo scopo di migliorare la comprensione fisica del modello VQL, Eqn. 17 può essere riscritta nella forma

$$\sigma_{ve}(t) = \int_0^t g(t - \tau) K_e[\lambda(\tau)] \dot{\lambda}(\tau) d\tau \quad (18)$$

dove $K_e(\lambda) = \frac{\partial \sigma_e[\lambda]}{\partial \lambda}$. Richiamando il modello di Zener illustrato in Fig. 7, la cui funzione di rilassamento \mathcal{K} è espressa da Eqn. 11, la tensione monodimensionale calcolata sulla base di Eqn. 12 diventa:

$$\sigma_{ve}(t) = \int_0^t \kappa_1 \left[\frac{\kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} + \frac{\kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} \cdot e^{-\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\eta}(t - \tau)} \right] \cdot \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau \quad (19)$$

D'altro canto, per un materiale VQL non lineare, sostituendo le Eqn. 13 e 15 in Eqn. 18, si ottiene:

$$\sigma_{ve}(t) = \int_0^t K_e(\delta) \cdot \left[c_0 + \sum_{i=1}^r c_i e^{-v_i(t - \tau)} \right] \cdot \dot{\lambda}(\tau) d\tau \quad (20)$$

Notando che $\varepsilon = \lambda - 1$, un confronto tra Eqn. 20 e 19 rivela che la risposta in tensione del modello VQL può essere interpretata come quella di una molla non lineare connessa ad una serie di r modelli di Kelvin lineari, come illustrato in Fig. 5(b) e nel BG di Fig. 6.

5. MODELLO DELLA STRUTTURA DI SUPPORTO CEDEVOLLE

Come detto, la struttura di supporto è realizzata come meccanismo *compliant* a cedevolezza concentrata [12]. E' quindi possibile derivare un modello pseudo rigido in accordo con le procedure di analisi descritte in [12, 27]. In particolare, la struttura di supporto è modellata come un doppio MSC (Fig. 1(d)). Grazie alla simmetria dell'attuatore, è possibile considerare metà struttura (i.e. un singolo MSC, Fig. 8). Seguendo la metodologia descritta in [28], si definisca un vettore ordinato $\dot{\mathbf{q}}_k$ di velocità generalizzate (riferite al telaio del meccanismo)

$$\dot{\mathbf{q}}_k = [\dot{\mathbf{q}}_{kI} | \dot{\mathbf{q}}_{kD}]^t \quad (21)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{kI} = [\dot{r}_s]; \quad \dot{\mathbf{q}}_{kD} = [\dot{\vartheta}_c \ \dot{\vartheta}_r]^t \quad (22)$$

dove, con riferimento al BG di Fig. 6, $\dot{\mathbf{q}}_{kI}$ è il vettore di *flows* indipendenti, e $\dot{\mathbf{q}}_{kD}$ è il vettore di *flows* dipendenti. Con riferimento a Fig. 8, \dot{r}_s è la velocità dello spingitore mentre $\dot{\vartheta}_c$ e $\dot{\vartheta}_r$ sono le velocità angolari di manovella e biella. Pertanto $\mathbf{q}_k = [\mathbf{q}_{kI} | \mathbf{q}_{kD}]^t = [r_s | \vartheta_c \ \vartheta_r]$

rappresenta un vettore ordinato di spostamenti generalizzati.

Si definisca, per convenienza, $S_i = \sin \vartheta_i$, $S_{ij} = \sin(\vartheta_i - \vartheta_j)$, $C_i = \cos \vartheta_i$, $C_{ij} = \cos(\vartheta_i - \vartheta_j)$. I pedici i e j variano in conformità con il pedice dell'argomento della funzione. Dall'analisi di posizione del meccanismo, si possono ricavare le seguenti relazioni:

$$C_c = \frac{r_s^2 + r_c^2 - r_r^2}{2r_s r_c}; \quad S_r = \frac{r_c}{r_r} S_c \quad (23)$$

Dall'analisi di velocità del meccanismo, la relazione tra le variabili *flows* dipendenti ed indipendenti e gli *efforts* statici è data da

$$\dot{\mathbf{q}}_{kD} = \mathbf{T}_k \dot{\mathbf{q}}_{kI}; \quad (24)$$

$$\mathbf{e}_{kD} = \mathbf{T}_k^t \mathbf{e}_{kI} \quad (25)$$

$$\mathbf{T} = [\beta_c \beta_r]^t \quad (26)$$

avendo definito $\beta_c = (r_c^2 S_c C_c / \xi - r_c S_c)^{-1}$, $\beta_r = v_c r_c C_c / \xi$, e $\xi = (r_r^2 - r_c^2 S_c^2)^{1/2}$.

Le inerzie di manovella e biella vengono ignorate. L'inerzia della piattaforma mobile, a cui vengono aggiunte le masse mobili del PEA, è descritta da un elemento \mathbf{I}_s con causalità derivativa. L'effort e è semplicemente dato da:

$$e_{\mathbf{I}_s} = \frac{m_s + m_{EAF}}{2} (\ddot{j}_s + g) \quad (27)$$

dove m_s e m_{EAF} sono la massa dello spingitore ed una massa equivalente che rappresenta le masse mobili del PEA, mentre g è l'accelerazione di gravità. La rigidezza intrinseca della struttura è descritta da un campo \mathbf{C}_f con causalità integrale e composto da 3 elementi (i.e. le rigidzze dei singoli giunti). Con riferimento alla Fig. 6, il vettore $\mathbf{v}_C \in \mathbb{R}^3$ di velocità correlate al campo \mathbf{C}_f è dato da

$$\mathbf{v}_C = [\dot{\vartheta}_{K1} \dot{\vartheta}_{K2} \dot{\vartheta}_{K3}]^t = \mathbf{T}_C \dot{\mathbf{q}}_k \quad (28)$$

ove la matrice \mathbf{T}_C è definita come

$$\mathbf{T}_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

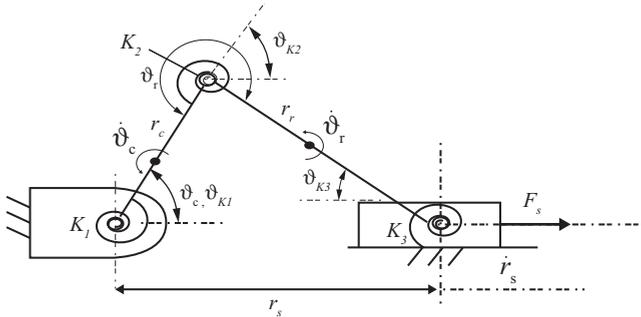


Figura 8: Schematico di un MSC.

Gli efforts \mathbf{w}_C nei *bonds* del campo C_f sono semplicemente dati da

$$\mathbf{w}_C = \mathbf{K}_f \begin{bmatrix} \mathbf{v}_C & \mathbf{v}_{C0} \end{bmatrix} \quad (30)$$

dove $\mathbf{K}_f = \text{diag}\{K_1, K_2, K_3\} \in \mathbb{R}^3$ è una matrice diagonale di coefficienti di rigidità dei giunti, e $\mathbf{v}_{C0} = \mathbf{v}_C(t=0)$. Il vettore di efforts \mathbf{e}_C dovuto al campo C_s , può essere calcolato come

$$\mathbf{e}_C = \mathbf{T}_C^t \mathbf{w}_C = \mathbf{T}_C^t \mathbf{K}_f \begin{bmatrix} \mathbf{v}_C & \mathbf{v}_{C0} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Il termine \mathbf{e}_C è suddiviso nei seguenti termini (vedi Fig. 6)

$$\mathbf{e}_C = \begin{pmatrix} e_{C_s} \\ \mathbf{e}_{C_m} \end{pmatrix} \quad (32)$$

dove il pedice "s" si riferisce agli efforts associati allo spingitore ed il pedice "m" di riferisce a gli efforts associati ad ogni altro membro del meccanismo. Gli efforts nelle giunzioni "1" ed associati al vettore \mathbf{q}_k sono dati da

$$F_{SCCN} = f_s + e_{I_s} + e_{C_s} \quad (33)$$

$$\mathbf{e}_{kl} = \mathbf{e}_{C_m} \quad (34)$$

Infine, notando che due MSC identici sono connessi allo stesso spingitore ed inserendo Eqn. 25 e 34 in Eqn. 33, la forza complessiva della struttura può essere calcolata come:

$$F_f = 2 \left[\mathbf{T}^t (\mathbf{e}_{C_m}) + e_{I_s} + e_{C_s} \right] \quad (35)$$

Gli effetti dissipativi e l'effetto delle inerzie di manovella e spingitore possono essere inclusi seguendo la procedura descritta in [28]. Ai fini del seguente lavoro, tale inclusione appare non necessaria.

6. RISULTATI NUMERICI

Vengono in seguito forniti i risultati di alcune simulazioni numeriche in grado di mostrare l'applicabilità della procedura descritta. I parametri del modello sono riportati in Tab. I ed il contributo della gravità è ignorato. Si noti che i valori della funzione di Ogden (Eq. 14) sono correlati alla risposta istantanea del materiale ad un rateo di deformazione imposta di $8e3s$. I parametri del modello VQL sono stati determinati in accordo con la procedura descritta in [20,21] e differiscono leggermente da risultati precedentemente pubblicati [16]. L'attuatore è soggetto a cicli di lavoro in cui la posizione della piattaforma mobile $x = r_s$, la velocità $\dot{x} = \dot{r}_s$, l'accelerazione $\ddot{x} = \ddot{r}_s$, così come il voltaggio V_B sono imposti da un utente esterno. Partendo dalla lunghezza minima dell'attuatore, la lunghezza viene incrementata (ciclo in apertura) mentre si applica un voltaggio costante ($V_B = 7.5kV$). Quando la lunghezza massima imposta è raggiunta, il voltaggio di attivazione viene rimosso e la direzione del movimento viene invertita (ciclo in chiusura). Figura 9 mostra qualitativamente gli andamenti nel tempo delle variabili di simulazione. Figura 10 riporta i risultati della simulazione in riferimento alla forza F_f del PEA durante i cicli di apertura e chiusura per diversi profili di velocità (essendo \dot{x}_{max} la velocità massima). La differenza in forza tra i profili in apertura e chiusura (ΔF in Fig. 10) è la spinta utile F_a che può essere utilizzata per trasferire lavoro ad un sistema

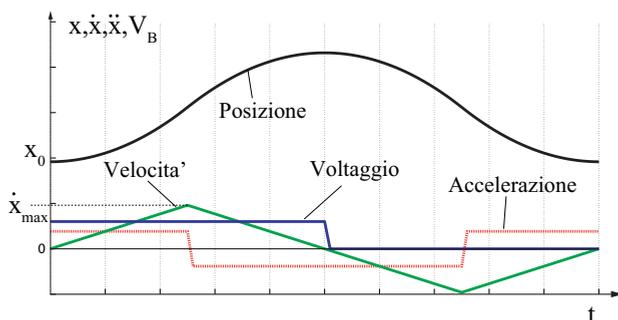


Figura 9: Andamenti qualitativi di posizione della piattaforma mobile $x = r_s$, velocità $\dot{x} = \dot{r}_s$, accelerazione $\ddot{x} = \ddot{r}_s$ e voltaggio V_B in funzione del tempo.

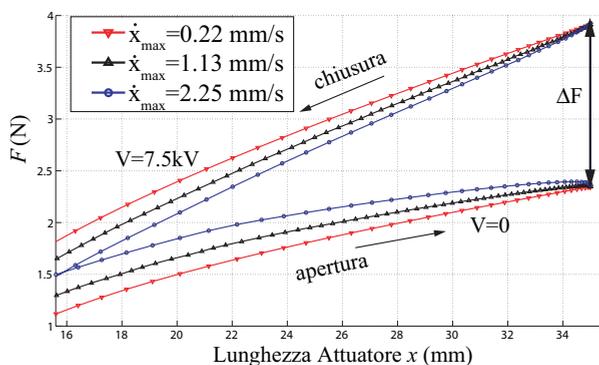


Figura 10: Forza F_f del PEA in funzione della lunghezza dell'attuatore e del valore massimo della velocità imposta, \dot{x}_{max} .

esterno. Il termine F_a varia sia con la corsa dell'attuatore, sia con la velocità applicata. In particolare, a causa della natura viscoelastica dell'ED, la spinta utile decresce all'aumentare della velocità fino, eventualmente, ad annullarsi. Figura 11 mostra la spinta utile complessiva dell'attuatore qualora accoppiato alla struttura di supporto. La spinta dell'attuatore nello stato ON è approssimativamente costante (circa 0N) nel range 16–30mm qualora la velocità massima imposta eguagli 2.22mm/s. Tale forza si annulla per $x = 15mm$.

7. CONCLUSIONI

E' stato presentato un modello iperviscoelastico di un attuatore a forza costante basato su ED. L'accoppiamento elettromeccanico dell'ED ed il suo comportamento viscoelastico sono stati investigati attraverso il formalismo dei Bond Graphs. Per quanto riguarda la visco-elasticità, è stato adottato un modello quasi-lineare. Tale modello rappresenta un compromesso tra la semplicità dei modelli lineari classici e l'estrema complicazione degli approcci non lineari. Infine, il PEA è stato accoppiato ad una struttura di supporto cedevole progettata, sulla base

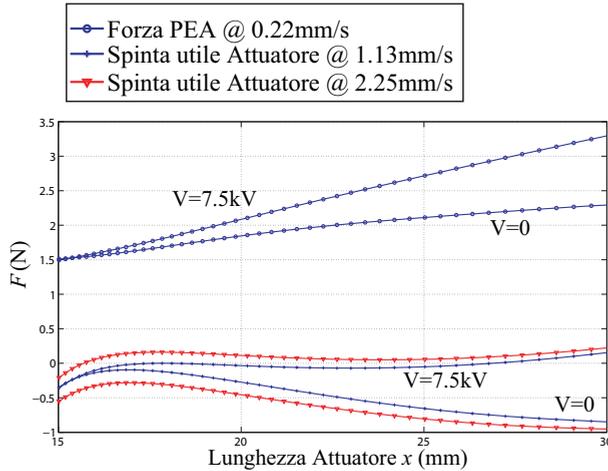


Figura 11: Forza F_f del PEA e forza compressiva dell'attuatore F_a .

delle simulazioni proposte, allo scopo di ottenere un profilo desiderato di spinta utile. Poiché la risposta compressiva dell'attuatore è altamente influenzata da fenomeni tempo-dipendenti, il modello proposto rappresenta un importante strumento ingegneristico nel dimensionamento dei parametri elastici della struttura. Validazioni sperimentali sono in corso allo scopo di valutare l'affidabilità delle assunzioni riportate in questa memoria.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Carpi, F., Rossi, D. D., Kornbluh, R., Pelrine, R., and Sommer-Larsen, P., 2008. *Dielectric elastomers as electromechanical transducers*. Elsevier.
- [2] Kim, L., and Tadokoro, S., 2007. *Electroactive Polymers for robotic applications*. Springer.
- [3] Biddiss, E., and Chaua, T., 2007. "Dielectric elastomers as actuators for upper limb prosthetics: Challenges and opportunities". *Medical Engineering and Physics*, **20**, pp. 403–418.
- [4] Kaal, W., and Herold, S., 2011. "Electroactive polymer actuators in dynamic applications". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **16**(1), pp. 24–32.
- [5] Zhang, R., Kunz, A., Lochmatter, P., and Kovac, G., 2006. "Dielectric elastomer spring roll actuators for a portable force feedback device". *Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, Virginia, USA*, pp. 347–253.
- [6] OHalloran, A., OMalley, F., and McHugh, P., 2008. "A review on dielectric elastomer actuators, technology, applications, and challenges". *Journal of Applied Physics*, **104**(7), p. 071101(10).
- [7] Wingert, A., Lichter, M. D., and Dubowsky, S., 2006. "On the design of large degree-of-freedom digital mechatronic devices based on bistable dielectric elastomer actuators". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **11**(4), pp. 448–456.
- [8] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Parenti Castelli, V., 2009. "Design of a single-acting constant-force actuator based on dielectric elastomers". *ASME Journal of Mechanisms and Robotics*, **11**, pp. 391–398.
- [9] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Parenti Castelli, V., 2011. "Optimal synthesis of conically shaped dielectric elastomer linear actuators: Design methodology and experimental validation". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **16**(1), pp. 67–79.

- [10] Huber, J. E., Fleck, N. A., and Ashby, M., 1997. "The selection of mechanical actuators based on performance indices". *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, **453**, pp. 2185–2205.
- [11] Hackl, C., Tang, H., and Lorenzh, R., 2005. "A multidomain model of planar electro-active polymer actuators". *IEEE Transactions On Industry Applications*, **41**(5), pp. 1142–1148.
- [12] Howell, L., 2001. *Compliant Mechanisms*. John Wiley and Sons.
- [13] Plante, J. S., and Dubowsky, S., 2007. "On the properties of dielectric elastomer actuators and their design implications". *Smart Materials and Structures*, **16**(2), pp. 227–236.
- [14] Goulbourne, N., Mockensturm, E., and Frecker, M., 2007. "Electro-elastomers: Large deformation analysis of silicone membranes". *International Journal of Solids and Structures*, **44**(9), pp. 2609 – 2626.
- [15] Michel, S., Zhang, X., Wissler, M., Lowe, C., and Kovacs, G., 2010. "A comparison between silicone and acrylic elastomers as dielectric materials in electroactive polymer actuators". *Polymer International*, **59**(3), pp. 391–399.
- [16] Wissler, M. T., 2007. "Modeling dielectric elastomer actuators". PhD thesis, Federal Institute of Technology, Zurich.
- [17] Karnopp, D., Margolis, D., and Rosenberg, R., 2005. *System dynamics. Modeling and simulation of mechatronic systems, 4th ed.* New York: J. Wiley and Sons Inc.
- [18] Kornbluh, R., Pelrine, R., and Joseph, J., 1995. "Dielectric artificial muscle actuators for small robots". *Proceedings of the IASTED Int. Conf. on Robotics and Manufacturing*.
- [19] Pelrine, R., Kornbluh, R., and Joseph, J., 1998. "Electrostriction of polymer dielectrics with compliant electrodes as a means of actuation". *Sensors Actuators A*, **64**, pp. 77–85.
- [20] Biagiotti, L., Melchiorri, C., Tiezzi, P., and Vassura, G., 2005. "Modelling and identification of soft pads for robotic hands". *IEEE/RSJ IROS, Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2786–2791.
- [21] Fung, Y. C., 1993. *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*. Springer-Verlag.
- [22] Findley, W. N., Lai, J. S., and Onaran, K., 1989. *Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials: with an introduction to linear Viscoelasticity*. Dover publications, New York.
- [23] Ogden, R. W., 1972. "Large deformation isotropic elasticity: on the correlation of theory and experiment for incompressible rubber-like solids". *Proc. Roy. Soc. London*, **A-326**, pp. 565–584.
- [24] Kofod, G., 2008. "The static actuation of dielectric elastomer actuators: how does pre-stretch improve actuation?". *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **41**, p. 215405 (11pp).
- [25] Holzappel, G. A., 2001. *Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering*. John Wiley and Sons.
- [26] Xie, S. Q., Ramson, P. F., Graaf, D. D., Calius, E. P., and Anderson, I. A., 2005. "An adaptive control system for dielectric elastomers". *IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 335–340.
- [27] Boyle, C., Howell, L. L., Magleby, S. P., and Evans, M. S., 2003. "Dynamic modeling of compliant constant-force compression mechanisms". *Mechanism and Machine Theory*, **38**(12), pp. 1469–1487.
- [28] Allen, R., and Dubowsky, S., 1977. "Mechanisms as components of dynamic systems: a bond graph approach". *Journal of Engineering for Industry*, **99**(1), pp. 104–111.

RESISTENZA IN MODO MISTO DI ADESIVO IN STRATO SOTTILE: CARATTERIZZAZIONE SPERIMENTALE ATTRAVERSO UN NUOVO PROVINO TUBOLARE

Andrea Spaggiari
*Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: andrea.spaggiari@unimore.it*

Davide Castagnetti
*Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: davide.castagnetti@unimore.it*

Abstract. *Il presente lavoro riguarda la caratterizzazione di adesivi in strato sottile sottoposti a condizioni di caricamento uniforme e multiassiale. Si utilizza un provino tubolare incollato testa a testa, precedentemente sviluppato dagli autori, che realizza tensioni uniformi nello strato adesivo, sia normali sia tangenziali. L'analisi delle tensioni nel provino mostra che oltre alla tensione assiale e tangenziale, dovute al carico, si instaurano componenti di tensione radiale e circonferenziale dovute all'effetto effetto Poisson combinato al vincolamento prodotto dagli aderenti. Ne deriva un forte stato di triassialità nell'adesivo. Le prove sperimentali, che considerano cinque differenti condizioni di carico mostrano che l'adesivo ha un comportamento migliore a taglio che a trazione. Le tensioni di rottura ricavate sono interpretate utilizzando sia criteri di letteratura sia un criterio sviluppato ad-hoc, che ben si presta all'individuazione di una tensione ideale.*

Keywords: *adesivi, caratterizzazione, modo misto, provino tubolare, criterio di cedimento.*

1. INTRODUZIONE

Il lavoro riguarda la caratterizzazione quasi-statica della resistenza in modo misto di un adesivo in strato sottile, attraverso un nuovo provino tubolare. La caratterizzazione dell'adesivo è di fondamentale importanza per la corretta progettazione delle strutture incollate. In letteratura si incontrano due tipologie di prove sperimentali molto differenti tra loro. La prima impiega provini massicci, sottoposti a prove di trazione tipiche della meccanica dei materiali [1]-[3]. La seconda impiega provini con adesivo in strato sottile [4]-[8]. Ambedue i metodi presentano aspetti positivi e negativi. Il test sul provino massiccio da un lato si svincola dalla geometria e da problemi legati alla superficie degli aderenti. Dall'altro, non è garantito che le proprietà dell'adesivo misurate sul provino massiccio siano direttamente applicabili anche nelle giunzioni strutturali che si incontrano nella pratica. Infatti, nelle giunzioni reali l'adesivo è normalmente depositato in strato sottile

tra aderenti solitamente molto più rigidi. Si ha, quindi, un forte vincolamento dell'adesivo nelle direzioni normali allo spessore ed il conseguente insorgere di uno stato di forte triassialità non presente nel provino massiccio. Come la maggioranza dei polimeri, anche gli adesivi strutturali presentano una forte sensibilità alla triassialità, sia in caso di materiali duttili [9] sia fragili [10].

Il principale vantaggio nell'impiego di provini con adesivo in strato sottile è l'ottenimento di informazioni sulla resistenza del materiale più simili a quelle che si hanno nelle giunzioni reali. Per contro, le prove sperimentali sull'adesivo in strato sottile, possono essere affette da problemi legati all'anisotropia o contaminazione chimica dell'adesivo da parte degli aderenti e del loro strato protettivo [3], il che può modificare le proprietà meccaniche misurate. I provini comunemente impiegati per la caratterizzazione dell'adesivo in strato sottile (giunto a singola sovrapposizione in campo elastico e Double Cantilever Beam in campo post elastico) presentano, inoltre, delle concentrazioni di tensione dovute alle differenti proprietà elastiche tra aderenti e adesivo. Diversi autori [11]-[12], inoltre, hanno riscontrato la dipendenza delle proprietà meccaniche dallo spessore del provino.

Per avvicinarsi alle condizioni di lavoro reali, risulta utile realizzare nell'adesivo uno stato tensionale che combini differenti condizioni di sollecitazione, quali, ad esempio, componenti normali e tangenziali di tensione. Come gran parte dei polimeri, infatti, l'adesivo presenta un comportamento molto differente quando sottoposto a sollecitazioni normali (modo I) o tangenziali (modo II). In particolare, resistenza ed energia di frattura sono più basse in modo in modo I, dando luogo a comportamenti quasi fragili e più alte in modo II dove si ha una maggior duttilità.

A tale scopo, nella letteratura recente sono stati proposti provini in grado di realizzare uno stato tensionale pluriassiale ed uniforme, così da eliminare i disturbi legati a concentrazioni di tensione o singolarità. Cognard et al. [13]-[14] propongono un provino denominato Arcan test modificato, che permette di combinare carichi normali (di trazione o compressione) con carichi tangenziali al fine di caratterizzare adesivi in strato sottile. In [15] lo stesso Cognard propone una modifica alla geometria degli aderenti al fine di abbassare le concentrazioni di tensioni al bordo libero del provino. I fianchi del provino sono lavorati ottenendo una sporgenza con un angolo tra i 30 e i 45°, che ne aumenta la cedevolezza di estremità. Il provino Arcan [16] modificato presenta, però, tre limitazioni. Primo, la sporgenza introdotta sull'aderendo consente di diminuire le concentrazioni di tensioni principalmente sul piano medio dell'adesivo ma molto meno efficacemente all'interfaccia aderendo-adesivo. Secondo, la struttura è in grado di applicare solo un numero finito di combinazioni di carico in modo misto. Terzo, la complessità e il costo del provino rendono poco appetibile questa geometria per campagne sperimentali estese.

Per superare questi problemi in due precedenti lavori [17]-[18], gli autori hanno studiato un provino tubolare, incollato testa a testa, con adesivo in strato sottile. Applicando un momento torcente nell'adesivo si crea un campo di tensioni tangenziali variabili linearmente con il raggio e per bassi rapporti tra spessore di parete e raggio medio la tensione è quasi uniforme. Se al provino si applica un carico assiale, insorge un campo di tensioni normali che presenta delle singolarità sui bordi dello strato di adesivo [8]-[17], in particolare all'interfaccia aderendo-adesivo. Al fine di eliminare queste singolarità di tensione, in [17] si è proposta l'introduzione di opportune gole schermo sugli aderenti tubolari (sia sulla faccia interna che esterna, Fig. 1a). I risultati numerici evidenziano come le gole introdotte siano in grado di eliminare queste concentrazioni di tensione sia all'interfaccia sia nel piano medio. Ciò è mostrato chiaramente nel diagramma di Fig. 1b, in

cui la linea tratteggiata si riferisce al provino con gole, quella continua al provino liscio. In [18] si è svolta, invece, la verifica sperimentale dell'efficacia delle gole in pura trazione. I risultati permettono di affermare che, in caso di rottura coesiva, le gole, consentono una efficace riduzione delle concentrazioni di tensione. Le gole realizzate tramite utensile per filettatura metrica (Fig. 1a), si ottengono in modo semplice ed economico.

L'obiettivo del presente lavoro è impiegare questo provino per valutare la resistenza statica intrinseca dell'adesivo in strato sottile in presenza di componenti di tensione in modo misto. A tal fine si è svolta una campagna sperimentale che considera un solo adesivo, con un unico spessore e sollecita il provino fino a rottura. Cinque sono le condizioni di carico applicate al provino, corrispondenti ad altrettanti rapporti tra tensione normale e tangenziale: dalla pura torsione, fino alla pura trazione. Dall'analisi delle tensioni sviluppate sotto il carico assiale e torsionale di rottura emerge la maggiore criticità delle tensioni normali rispetto a quelle tangenziali. Sulla base dei punti sperimentali gli autori propongono un possibile criterio di cedimento che fornisce una tensione critica indipendente dalla triassialità presente nello strato incollato.

2. MATERIALI E METODO

Prove sperimentali

La campagna sperimentale, conforme alla metodologia del "Design of Experiment" [19], valuta la resistenza statica dell'adesivo secondo cinque combinazioni di carico differenti (Fig. 2). In tal modo si esplora il piano σ - τ da puro modo I (0) a puro modo II (4) passando per tre condizioni in modo misto (Fig. 2) definite tramite l'angolo α :

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\tau_{z\theta}}{\sigma_z} \right) \quad (1)$$

dove $\alpha_1=\pi/8$, $\alpha_2=\pi/4$ e $\alpha_3=3\pi/8$. Il provino tubolare impiegato è identico a quello verificato sperimentalmente in [18] e mostrato schematicamente in Fig. 1a. Gli aderendi sono in acciaio Fe360 (modulo di Young 206000, coefficiente di Poisson 0.3) e l'adesivo impiegato è il Loctite Multibond 330 [20] (modulo di Young 880 MPa, coefficiente di Poisson 0.35). Lo spessore nominale dell'adesivo è di 0.05 mm, valore che garantisce la polimerizzazione ottimale per l'adesivo scelto ed è ottenuto grazie alla rugosità degli aderendi. La scelta di non utilizzare spessori calibrati è dovuta sia alla necessità di avere una distribuzione di tensione più uniforme possibile sia alla semplicità realizzativa.

La procedura sperimentale si è svolta nei seguenti tre passi: pulitura e preparazione superficiale, applicazione dell'adesivo, cura. La pulitura da sostanze oleose e residui di lavorazione è stata svolta con diluente Loctite 7063 [21] applicato con tessuto non tessuto. Di seguito si è carteggiata la superficie di incollaggio degli aderendi con carta abrasiva di grana P200, ed infine si è ripetuta la pulitura per la rimozione delle particelle residue, mediante lo stesso solvente. L'applicazione dell'adesivo si è articolata nelle seguenti fasi: applicazione di un perno in Teflon all'interno dell'aderendo inferiore, deposizione dell'adesivo sulla superficie di incollaggio dell'aderendo inferiore, applicazione dell'attivatore sulla superficie dell'aderendo superiore ed infine assemblaggio del provino.

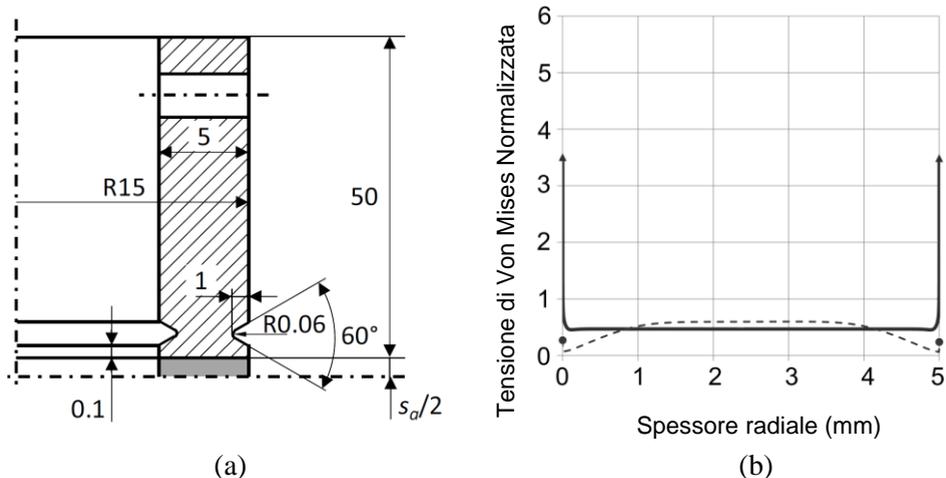


Figura 1. Sezione del semigiunto con gola schermo (a) e distribuzione delle tensioni assiali all'interfaccia (curva continua per il provino liscio, curva tratteggiata per il provino con gole).

Nella fase di cura, dopo dieci minuti dall'unione delle parti, si è asportato tramite cutter l'adesivo fuoriuscito dal bordo esterno della giunzione, così da evitare la formazione di bave nelle gole esterne. Quindi, il provino è stato lasciato polimerizzare a temperatura ambiente per 72h ed infine si è rimosso il perno in PTFE. La presenza del perno in Teflon è necessaria per assicurare due importanti funzioni: garantire il centraggio degli aderenti e prevenire la formazione di bave interne di adesivo. Il Teflon, grazie alle sue proprietà antiaderenti e lubrificanti impedisce l'incollaggio indesiderato e può essere sfilato senza forti sollecitazioni per la giunzione.

Le prove di rottura sono state eseguite mediante la macchina di prova biassiale MTS Mini Bionix 858. I provini sono stati vincolati agli afferraggi tramite spine di acciaio ad alte prestazioni. Il caricamento del provino è stato gestito controllando simultaneamente sia la velocità di caricamento assiale, sia quella di caricamento torsionale. La velocità di caricamento assiale è stata fissata a 1000N/min per tutte le cinque condizioni di carico. La velocità di applicazione del momento torcente, invece, è stata calcolata di conseguenza, in modo da riprodurre le cinque condizioni di carico di Fig. 2. Questa scelta è stata fatta basandosi su una campagna sperimentale preliminare, qui non riportata per brevità, mediante la quale si è verificato che la velocità di carico non influenza la risposta dell'adesivo in prove quasi statiche. Pertanto, è indifferente ai fini della prova quale delle due viene mantenuta costante e quale fatta variare. Si sono svolte quattro ripetizioni per ciascuna configurazione, per un totale di 20 provini.

Analisi delle tensioni

Sulla base di Fig. 1b, si ipotizza uniforme lo stato tensionale nello strato adesivo e si ricavano analiticamente le componenti di tensione in funzione delle caratteristiche di sollecitazione normale e del momento torcente agenti sul provino. Con riferimento allo strato adesivo (Fig. 4) si assume un sistema di coordinate cilindriche r, z, θ rispetto al quale

è possibile scrivere le componenti dello stato tensionale agenti sul generico cubetto infinitesimo. In particolare, la forza assiale F ed il momento torcente M_t inducono le seguenti componenti di tensione assiale σ_z e tangenziale $\tau_{z\theta}$:

$$\sigma_z = \frac{F}{\pi(r_e^2 - r_i^2)} \quad (2)$$

$$\tau_{z\theta} = \frac{M_t}{\frac{\pi(r_e^4 - r_i^4)}{2}} r \quad (3)$$

L'adesivo è inoltre vincolato in senso radiale e circonferenziale da aderendi in acciaio, considerabili perfettamente rigidi, per cui insorgono due componenti di tensione indirette dovute all'effetto Poisson.

Scrivendo la legge di Hooke si ha:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) = 0 \quad (4)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) = 0 \quad (5)$$

Sviluppando il sistema di equazioni dato dalla (4) e (5) si ha che le componenti di tensione nel piano normale alla direzione assiale del provino sono uguali e dipendono tramite il coefficiente di Poisson dalla tensione assiale σ_z secondo la seguente relazione:

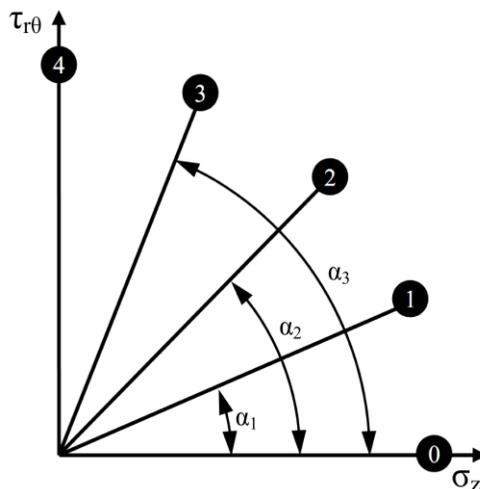
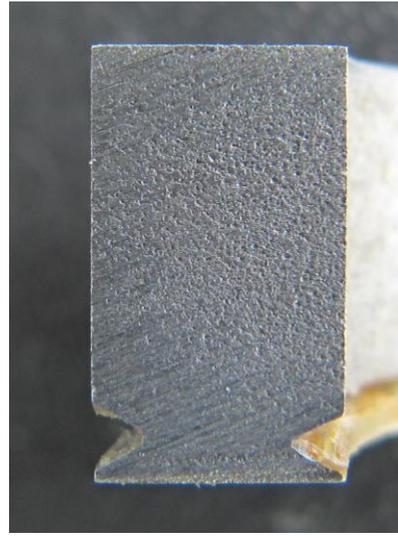


Figura 2. Piano delle prove sperimentali sui provini al variare della tensione normale e tangenziale.



(a)



(b)

Figura 3. Provino montato sulla macchina di prova (a), sezione di provino tagliato con elettroerosione a filo (b).

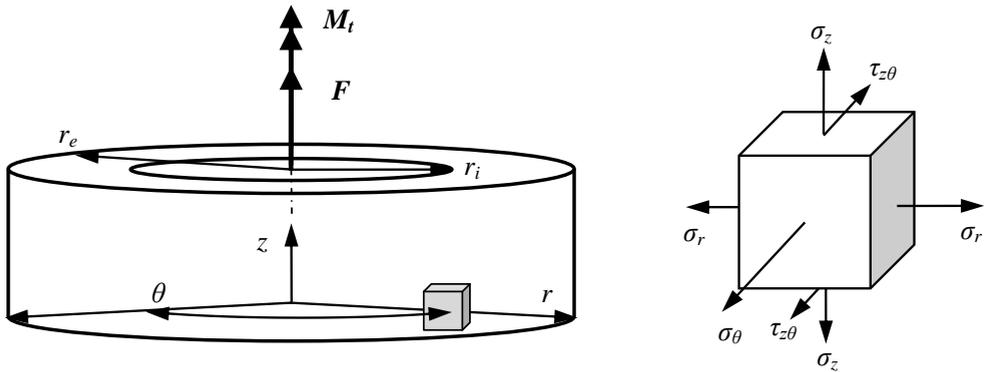


Figura 4. Sistema di riferimento per il calcolo dello stato tensionale nello strato incollato.

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z \quad (6)$$

La presenza di componenti di tensione indirette (radiale e circonferenziale) indica che il provino adottato è in grado di replicare nello strato incollato la stessa situazione tensionale tipica dei giunti incollati ossia la forte triassialità che tipicamente per i polimeri promuove la rottura prematura del giunto. Al fine di ricercare un criterio di cedimento è utile ricavare le tensioni principali agenti sull'adesivo. Il tensore degli sforzi risulta essere:

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & \tau_{z\theta} \\ 0 & \tau_{z\theta} & \sigma_\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

inserendo l'equazione (6) in (7) e calcolandogli autovalori del tensore \bar{T} , ossia le tensioni principali, si ottengono le seguenti espressioni:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_z + \sqrt{\sigma_z^2(1-2\nu)^2 + 4\tau^2(1-\nu)^2}}{2(1-\nu)} \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{med}} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z \quad (9)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_z - \sqrt{\sigma_z^2(1-2\nu)^2 + 4\tau^2(1-\nu)^2}}{2(1-\nu)} \quad (10)$$

Si noti che la tensione principale media è sempre coincidente con la tensione radiale e circonferenziale, a causa delle particolari condizioni al contorno.

Facendo riferimento alle tensioni principali (8)-(10) è possibile poi calcolare la tensione ideale corrispondente a questo stato tensionale. Si considerano, in particolare, il criterio di Von Mises, quello di Rankine e il criterio di Stassi D'Alia [22]:

$$\sigma_{\text{Mises}} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + \sigma_{\text{med}}^2 + \sigma_{\min}^2 - \sigma_{\max} \sigma_{\text{med}} - \sigma_{\max} \sigma_{\min} - \sigma_{\text{med}} \sigma_{\min}} \quad (11)$$

$$\sigma_{\text{Rankine}} = \sigma_{\max} \quad (12)$$

$$\sigma_{\text{SdA}} = \frac{(\rho-1)(\sigma_{\max} + \sigma_{\text{med}} + \sigma_{\min})}{2\rho} \pm \frac{\sqrt{(\rho+1)^2 \cdot (\sigma_{\max}^2 + \sigma_{\text{med}}^2 + \sigma_{\min}^2) + 2(\rho^2 - 4\rho + 1)(\sigma_{\max} \sigma_{\text{med}} + \sigma_{\max} \sigma_{\min} + \sigma_{\text{med}} \sigma_{\min})}}{2\rho} \quad (13)$$

dove ρ è il rapporto tra la tensione limite di compressione e quella di trazione. Pur non disponendo di dati sperimentali per il calcolo del parametro ρ per l'adesivo considerato, tenendo conto che il comportamento degli adesivi è molto migliore in compressione che in trazione, si è scelto un valore di $\rho = 2$. Si osserva che il criterio di Stassi D'Alia degenera nel criterio di Von Mises per materiali isotropi che non mostrano differenti comportamenti in trazione e compressione ($\rho = 1$).

3. RISULTATI

In Fig. 5 sono mostrate le curve sperimentali forza-spostamento (Fig. 5a) e momento torcente-angolo di rotazione (Fig. 5b) ottenute per la condizione $\alpha = \pi/4$. Le quattro curve corrispondono alle quattro ripetizioni effettuate. Per la medesima condizione di caricamento, Fig. 6 mostra un ingrandimento (100x) della superficie di frattura di un provino ottenuta con microscopio ottico.

Tabella 1 riporta, per ciascuna prova, la forza assiale massima ed il momento torcente massimo ricavati dalle curve sperimentali. Inoltre, sono riportate la tensione assiale σ_z , la tensione tangenziale $\tau_{z\theta}$, la tensione radiale σ_r e circonferenziale σ_θ calcolate in base alle equazioni (2), (3) e (6) impiegando i carichi massimi corrispondenti.

In Fig. 7, in accordo con Fig. 2 riportano i le tensioni di rottura dei provini in termini di tensione assiale σ_z e tensione tangenziale $\tau_{z\theta}$, riprese da Tabella 1. In Tabella 2 per ciascuna prova, sono riportate le tre tensioni principali, l'indice di triassialità (calcolato come rapporto tra la tensione idrostatica ed equivalente di Von Mises), la tensione ideale secondo Von Mises, Rankine, Stassi D'Alia e secondo un criterio proposto dagli autori, basato sulla seguente formula:

$$\sigma_{id}^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + \sigma_{med}^2 + \sigma_{min}^2 + \sigma_{max}\sigma_{med} + \sigma_{max}\sigma_{min} + \sigma_{med}\sigma_{min}} \quad (14)$$

La Fig. 8 mostra l'andamento delle tensioni ideali secondo Von Mises (quadrato pieno), Rankine (triangolo vuoto), Stassi D'Alia (cerchio pieno) e criterio proposto dagli autori (rombo pieno) al variare della triassialità dello stato tensionale applicato all'adesivo.

4. DISCUSSIONE

I diagrammi di Fig. 5 mostrano che la rigidità in campo elastico delle quattro ripetizioni è abbastanza variabile, in particolare per quanto riguarda il carico assiale. Questo è imputabile al fatto che gli spostamenti e le rotazioni non sono misurate direttamente sullo strato adesivo, ma a monte della catena cinematica della macchina e quindi possono insorgere recuperi di giochi tra provino e afferraggi. Buona è la ripetibilità della forza e momento torcente massimi ottenuti. Le curve, inoltre, evidenziano che il cedimento dell'adesivo è di tipo fragile, con poca differenza tra le prove in modo I (Fig. 5a) e in modo II (Fig. 5b). Se da un lato il comportamento fragile in modo I è tipico per gli adesivi, più difficile da spiegare è la risposta fragile in modo II. Una possibile spiegazione può essere che normalmente gli strati di adesivo sperimentano tensioni puntualmente anche molto elevate, ma mediamente basse e ciò fornisce una riserva plastica specie in modo II. Nel caso specifico l'intera sezione dell'adesivo è investita da una tensione quasi uguale alla massima e questo riduce drasticamente le risorse post-elastiche del materiale.

La Fig. 6 mette in evidenza la buona qualità della superficie di frattura dei provini, caratterizzati da una rottura di tipo coesivo, come si deduce dalla presenza di un velo uniforme di adesivo (Fig. 6) che si rileva anche sull'altro aderendo.

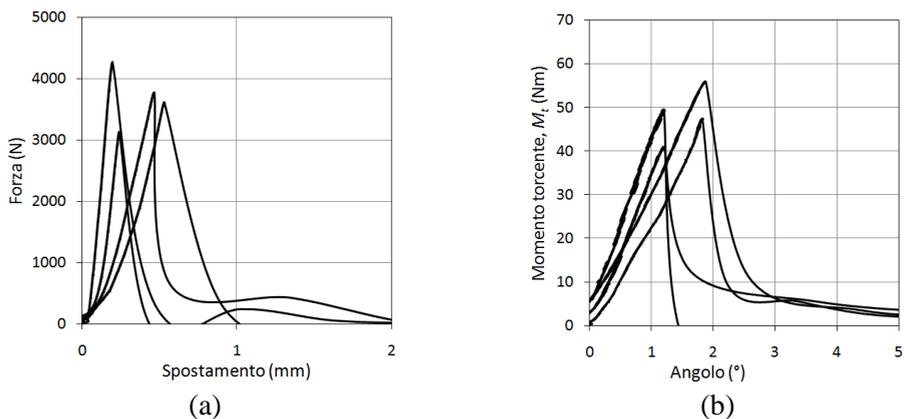


Figura 5. Diagramma forza-corsa (a) e coppia-angolo (b) per la condizione di carico 2.



Figura 6. Superficie di frattura del provino (ingrandimento 100x).

Tabella 1. Carichi massimi e tensioni nominali di rottura.

Tipo giunto	F (N)	M_t (Nm)	σ_{z-max} (MPa)	$\tau_{\theta-max}$ (MPa)	$\sigma_{r-max} = \sigma_{\theta-max}$ (MPa)
0	5326.5	0.3	13.6	0.1	7.3
0	4181.0	0.2	10.6	0.0	5.7
0	4513.7	0.6	11.5	0.1	6.2
0	4000.4	0.1	10.2	0.0	5.5
1	4413.7	29.0	11.2	6.8	6.1
1	4378.8	28.8	11.2	6.8	6.0
1	4222.9	27.6	10.8	6.5	5.8
1	5120.9	33.7	13.0	7.9	7.0
2	3612.6	47.5	9.2	11.2	5.0
2	4271.0	56.0	10.9	13.2	5.9
2	3774.1	49.6	9.6	11.6	5.2
2	3128.0	41.0	8.0	9.6	4.3
3	2996.1	78.6	7.6	18.5	4.1
3	3070.7	80.4	7.8	18.9	4.2
3	2216.8	58.1	5.6	13.6	3.0
3	2682.0	70.4	6.8	16.6	3.7
4	80.0	104.2	0.2	24.5	0.1
4	33.2	112.7	0.1	26.5	0.0
4	64.8	66.6	0.2	15.6	0.1
4	122.1	79.1	0.3	18.6	0.2

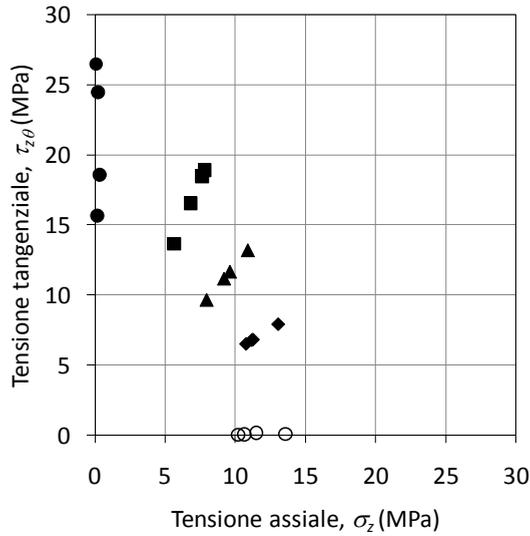


Figura 7. Tensioni assiali σ_z e tangenziali $\tau_{z\theta}$ di rottura ricavate dalle prove sperimentali.

Tabella 2. Triassialità e tensioni ideali secondo differenti criteri di cedimento.

Tipo giunto	$\sigma_{1\text{-max}}$ (MPa)	$\sigma_{2\text{-max}}$ (MPa)	$\sigma_{3\text{-max}}$ (MPa)	Triassialità	Von Mises (MPa)	Rankine (MPa)	Stassi D'Alia (MPa)	Autori (MPa)
0	13.6	7.3	7.3	1.50	6.3	13.6	12.5	21.0
0	10.6	5.7	5.7	1.50	4.9	10.6	9.8	16.5
0	11.5	6.2	6.2	1.50	5.3	11.5	10.6	17.8
0	10.2	5.5	5.5	1.50	4.7	10.2	9.4	15.8
1	15.9	6.1	1.4	0.60	12.9	15.9	15.5	18.7
1	15.8	6.0	1.3	0.60	12.8	15.8	15.4	18.6
1	15.2	5.8	1.3	0.61	12.3	15.2	14.8	17.9
1	18.5	7.0	1.6	0.60	15.0	18.5	18.0	21.7
2	18.4	5.0	-4.3	0.32	19.8	18.4	19.6	18.1
2	21.8	5.9	-5.0	0.32	23.4	21.8	23.2	21.4
2	19.3	5.2	-4.5	0.32	20.7	19.3	20.5	18.9
2	15.9	4.3	-3.7	0.32	17.1	15.9	17.0	15.7
3	24.4	4.1	-12.7	0.16	32.2	24.4	28.6	21.9
3	25.0	4.2	-13.0	0.16	32.9	25.0	29.3	22.5
3	18.1	3.0	-9.4	0.16	23.8	18.1	21.1	16.2
3	21.9	3.7	-11.4	0.16	28.9	21.9	25.6	19.7
4	24.6	0.1	-24.3	0.00	42.4	24.6	33.6	24.5
4	26.5	0.0	-26.4	0.00	45.9	26.5	36.3	26.5
4	15.8	0.1	-15.5	0.00	27.1	15.8	21.5	15.6
4	18.8	0.2	-18.3	0.01	32.2	18.8	25.6	18.6

I risultati riportati in Tabella 1 evidenziano che sia dal punto di vista delle caratteristiche di sollecitazione (forza assiale F e momento torcente M_t), sia relativamente allo stato tensionale, i valori di picco ottenuti si posizionano bene sulle rette di caricamento mostrate in Fig. 2. Tabella 1 mostra inoltre che le tensioni dovute all'effetto Poisson

(tensione radiale σ_r e tensione circonferenziale σ_θ) e indotte dal carico applicato F sono di intensità rilevante rispetto alla tensione assiale σ_z e non possono quindi essere trascurate.

In Fig. 7 si osserva che la resistenza dell'adesivo a taglio puro (modo II) è circa doppia di quella a trazione pura (modo I). La dispersione dei risultati, inoltre, aumenta spostandosi verso la condizione di taglio puro.

L'indice di triassialità mostrato in Tabella 2 denota che le condizioni di caricamento esaminate corrispondono ad una variazione significativa dello stato tensionale nell'adesivo, da elevata triassialità 1.5 per $\alpha = 0$, a triassialità nulla per $\alpha = \pi/2$. Le tensioni principali mostrate in Tabella 2 evidenziano che il materiale soffre maggiormente uno stato di caricamento misto che un caso di torsione pura (condizione 4 di Fig. 2). Il valore di tensione ideale calcolato con i criteri di letteratura (Von Mises, Rankine e Stassi D'Alia) appare molto variabile in funzione del tipo di caricamento considerato (o alternativamente dello stato di triassialità). La condizione di crisi dell'adesivo, quindi, non è modellabile con un criterio valido per i materiali duttili (come Von Mises), ma anche un criterio tipico dei materiali fragili (come Rankine) non è in grado di mostrare una chiara tensione limite per il materiale. La tensione ideale di Von Mises, penalizza maggiormente lo stato deviatorico e non considera la componente idrostatica, mentre i polimeri in genere si comportano in maniera opposta. Anche il criterio di Stassi D'Alia, pur considerando la differente risposta del materiale a trazione e compressione tipica degli adesivi, non riesce a descrivere con accuratezza la condizione di crisi dell'adesivo. La Fig. 8 esplicita questa situazione mostrando le dipendenze delle tensioni ideali critiche dalla triassialità. I criteri di Von Mises e Stassi D'Alia avendo una grande variabilità in funzione della triassialità non evidenziano un valore che possa essere preso come riferimento di tensione critica del materiale. Il criterio di Rankine, seppure in maniera minore, non riesce a cogliere con la sola tensione principale massima il complesso comportamento dell'adesivo.

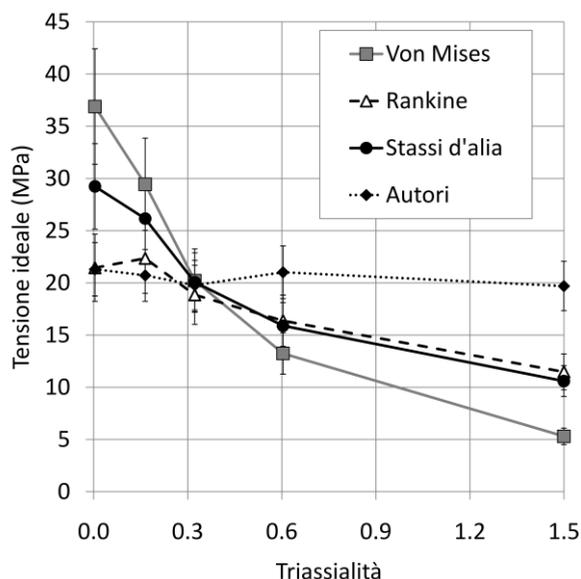


Figura 8. Andamento delle tensioni ideali secondo i criteri di Von Mises, Rankine, Stassi D'Alia e il criterio proposto in funzione della triassialità dello stato tensionale.

La tensione critica ottenuta mediante la legge (14) risulta, invece, pressoché costante indipendentemente dallo stato di triassialità che sperimenta l'adesivo sotto carico. Questo criterio, ancora oggetto di studio da parte degli autori, non è legato a considerazioni di tipo energetico, ma combina le tensioni principali rispettando la fisicità del materiale. Inoltre, il criterio proposto ha una formulazione semplice che nel caso di sola tensione normale e tangenziale si riduce a $\sigma_{id}^* = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$ e in caso di pura torsione o pura trazione ricade nella formulazione proposta da Rankine. Applicando questo criterio ne deriva un valore medio di tensione ideale per l'adesivo Multibond 330 di 19 MPa. Questo valore, in linea sia con le prove a pura torsione, sia con quelle sul provino massiccio, sia con i dati del produttore e può essere considerato come valore limite del materiale. In futuro si valuterà l'applicabilità sia del valore di tensione critica sia del criterio proposto per la previsione di giunzioni e strutture incollate. Una linea di ricerca ulteriore riguarderà l'ampliamento della sperimentazione considerando anche condizioni di caricamento con combinazione di torsione e compressione.

5. CONCLUSIONI

L'obiettivo della ricerca è la caratterizzazione di adesivi in strato sottile sottoposti a condizioni di caricamento uniforme e in modo misto. In particolare si è usato un provino tubolare incollato testa a testa già sviluppato dagli autori. Il provino permette di realizzare nell'adesivo sia stati di pura torsione, sia stati altamente triassiali. I risultati sperimentali mostrano una migliore resistenza in modo I rispetto al modo II, in accordo con i dati di letteratura. Le tensioni di rottura ricavate dalle prove sperimentali e analizzate analiticamente sono interpretate utilizzando sia criteri di letteratura per materiali duttili (Von Mises) che fragili (Rankine). I risultati mostrano una forte variazione della tensione ideale rispetto alla triassialità. Gli autori propongono un criterio ad-hoc poco sensibile alla triassialità che permette di trovare una tensione ideale massima nell'adesivo stabile e in linea con i dati forniti dal produttore. In futuro si intende validare sia il criterio proposto sia il valore critico di rottura dell'adesivo mediante prove mirate su giunzioni strutturali.

REFERENCES

- [1] Dolev, G. and Ishai, O., 1981. "Mechanical Characterization of adhesive layer in-situ as bulk material". *J. Adhesion*, **12**, pp. 283-294.
- [2] da Silva, L. F. M., Adams, R. D., and Gibbs, M., 2004. "Manufacture of adhesive joints and bulk specimens with high-temperature adhesives". *Int. J. Adhesion and Adhesives*, **24**(1), pp. 69-83.
- [3] Jeandrau, J. P., 1986. "Intrinsic Intrinsic mechanical characterization of structural adhesives". *Int. J. Adhesion and Adhesives*, **6**(4), pp. 229-231.
- [4] ASTM D343 –99, 2005. "Standard Test Method for Fracture Strength in Cleavage of Adhesives in Bonded Metal Joints".
- [5] ASTM D5656 – 04e1, 2005. "Standard Test Method for Thick-Adherend Metal Lap-Shear Joints for Determination of the Stress-Strain Behavior of Adhesives in Shear by Tension Loading".

- [6] da Silva, L. F. M., da Silva, R. A. M., Chousal, J. A. G., and Pinto, A. M. G., 2008. "Alternative Methods to Measure the Adhesive Shear Displacement in the Thick Adherend Shear Test". *J. of Adhesion Sci. and Tech.*, **22**, pp. 15-29.
- [7] Adams, R. D., Comyn, J. and Wake, W. C. "Structural adhesive joints in engineering", Chapman & Hall, 1997.
- [8] Fischer, M. and Pasquier, M., 1989. "Shear behavior of structural adhesives in the bondline", *Constr. Build. Mater.* 3(1), pp. 31–34.
- [9] Imanaka, M., Fujinami, A. and Suzuki, Y., 2000. Fracture and yield behavior of adhesively bonded joints under triaxial stress conditions, *J. Mater. Sci.* 35 pp. 2481-2491.
- [10] Spaggiari, A., O'Dowd, N. and Dragoni, E., 2011 "Multiscale modelling of porous polymers using a combined finite element and D-optimal design of experiment approach", *Computational Materials Science.* 50, pp. 2671-2682.
- [11] Gleich, D.M.; Van Tooren, M.J.L.; Beukers, A., 2001. "Analysis and evaluation of bondline thickness effects on failure load in adhesively bonded structures" *J. of Adhesion Sci. and Tech.*, Volume 15(9), pp. 1091-1101.
- [12] Dragoni E, Goglio L, and Kleiner F., 2010. "Designing bonded joints by means of the jointcalc software" *Int. J. Adhesion and Adhesives*, Vol.30, pp. 267-280.
- [13] Cognard, J. Y., Davies, P., Gineste B. and Sohier, L., 2005. "Development of an improved adhesive test method for composite assembly design", *Composites Sci. Technol.*, 65, pp. 359–368.
- [14] Cognard, J. Y., Davies, P., Sohier, L. and Creac'hcadec, R., 2006. "A study of the non-linear behaviour of adhesively-bonded composite assemblies", *Composite Struct.*, 76, pp. 34–46.
- [15] Cognard, J. Y., 2008. "Numerical analysis of edge effects in adhesively-bonded assemblies application to the determination of the adhesive behavior", *Computers Structures*, 86, pp. 1704–1717.
- [16] Cognard, J. Y., Creac'hcadec, R., Sohier, L. and Davies, P., 2008. "Analysis of the nonlinear behavior of adhesives in bonded assemblies—Comparison of TAST and Arcan tests", *Int. J. Adhesion Adhesives*, 28, pp. 393–404.
- [17] Castagnetti, D., Spaggiari, A. and Dragoni, E. 2010. "Robust shape optimization of tubular butt joints for characterizing thin adhesive layers under uniform normal and shear stresses", *J. of Adhes. Sci. and Tech.*, 24, pp. 1959-1976.
- [18] Castagnetti, D. and Spaggiari, A. "Caratterizzazione di provini tubolari incollati: regolarizzazione della tensione normale mediante gole schermo", *Atti del XXXIX Convegno Nazionale AIAS*, 7-10 Settembre 2010, Maratea, Italia (2010).
- [19] Montgomery, D.C. , 2005, *Design and analysis of experiments*, John Wiley and Sons Hoboken, NJ (USA).
- [20] Loctite – Multibond 330 Technical Data Sheet, (2011) URL: <http://tinyurl.com/7bkt73v>
- [21] Loctite - Cleaner 7063 - Technical Data Sheet (2011). URL: <http://tinyurl.com/7qxdpkh>
- [22] Iurzolla, E., 1991 "I criteri di resistenza", Libreria Cortina, Padova.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A THEORY FOR BIMATERIAL HELICAL SPRINGS

Eugenio Dragoni
*Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: eugenio.dragoni@unimore.it*

William J. Bagaria
*Aerospace Engineering Department,
United States Naval Academy, USA
E-mail: gfwjb207@verizon.net*

Abstract. *The paper deals with the numerical and experimental validation of a theoretical model for bimaterial helical springs developed by the authors in a recent paper. The numerical validation is performed on finite element models involving one half turn of several springs identified by three spring indices ($c = 3, 5, 10$) and three section types (solid homogeneous, solid bimaterial, thin hollow). The experimental validation involves compression tests on two polymer (ABS) spring configurations produced by rapid prototyping and clad by ionic infiltration with CrNiCo alloy. The numerical results confirm the theoretical stress concentration factors within an error of 5 per cent. The experimental results confirm with excellent agreement the spring rate of all springs, either fully plastic or bimaterial.*

Keywords: *helical springs, bimaterial section, finite elements, ionic infiltration, testing*

1. INTRODUCTION

A proprietary process named Metafuse[®] has lately been marketed by a leading polymer manufacturer [1] to strengthen and stiffen plastic parts with a thin cladding (0.1-0.3 mm) of high-performance nanocrystalline metals. Application of this new technology to polymer helical springs has been recently suggested by the authors [2] with the intent of producing hybrid springs which are as light as the polymer core and as strong as the nanometal cladding. To understand the merits of this solution, the authors developed a theoretical model for bimaterial springs with circular cross-section undergoing bending moment or axial loading as shown in Fig. (1). Reference [2] presents closed-form equations for stresses and deflections which generalize the corresponding expressions of the classical theory for homogeneous springs, with either solid [3] or hollow [4-6] cross-section. The paper [2] provides equations for any composition of the spring section, without limitations on the elastic properties and the relative dimensions of core and cladding. Based on those equations, for a load $P = 150$ N at a deflection $\delta = 15$ mm, reference [2] designs a Metafuse[®] spring which is smaller and lighter than homogeneous designs made either by spring steel or glass-fibre-reinforced nylon (Tab. (1)).

The present paper is focused on the numerical and experimental validation of the theory developed in [2] for the most common case of axial loading. Numerically, finite element models are developed to verify the maximum stresses produced in the section by shear and torsion so as to check the stress concentration factor due to the curvature of the spring. Experimentally, polymer blanks are produced by rapid prototyping (Fig. (3)), then coated with hard metals and the force-deflection curves are measured and compared with the all-plastic precursors.

The paper is organized as follows. The first section contains a short summary of the theoretical model developed in [2], followed by two sections presenting the numerical and the experimental results, respectively. A final section with analysis and discussion of the results closes the presentation.

2. THEORETICAL MODEL

Although the theoretical model put forward in [2] deals with both the end loadings shown in Fig. (1), only the case of end axial force is considered here because of its greater practical meaning. The general theory for a bimaterial spring with whatever ratio of core-to-cladding dimensions and Young's moduli is summarized first. The special case of a thin cladding much stiffer than the core follows next.

General theory

With reference to the symbols clarified in Fig. (1) and (2a), the maximum shear stress in the cladding, τ_{max} , due to the end axial force, P , is given by:

$$\tau_{max} = K_P \frac{8PDG_o d_o}{\pi \{G_i d_i^4 + G_o (d_o^4 - d_i^4)\}} \quad (1)$$

where the curvature stress concentration factor, K_P , reads:

$$K_P = \frac{4c(1-b^2 + \chi b^2) - 1 + b^4 - \chi b^4}{4(c-1)(1-b^2 + \chi b^2)} + \frac{1}{c} \frac{(1-b^2)\{1+2\nu+b^2(3+2\nu)\} + \chi\{1+2\nu-2b^2+b^4(3+2\nu)\}}{2(1+\nu)\{1-b^2 + \chi(1+b^2)\}} \quad (2)$$

Factor K_P is plotted in Fig. (3) as a function of the spring index $c = D/d_o$ for the limit cases of homogeneous solid section (solid line: $b = d_i/d_o = 0$, $\chi = G_i/G_o = 1$, $\nu = 0.3$) and infinitely thin hollow section (dashed line: $b = 1$ and $\chi = 0$). For a truly bimaterial section ($0 < b < 1$ and $0 < \chi < 1$), the values of K_P fall between the two previous curves in Fig. (3). For example, for $b = 0.8$, $\chi = 0.05$ and $\nu = 0.3$, the stress concentration factor is given by the dotted line.

The axial deflection of the spring, δ , produced by the axial force is given by:

$$\delta = \frac{8PD^3n}{G_i d_i^4 + G_o (d_o^4 - d_i^4)} \quad (3)$$

Soft-core spring with stiff cladding

Figure (2b) illustrates the particular case of a bimaterial section with soft core (e.g. a polymer) coated by a thin but much stiffer cladding (e.g. a metal). The section is identified by the mean diameter, d , and the thickness, t , of the cladding, with $t \ll d$. Further, the elastic properties of the polymer core are assumed much lower than those of the cladding.

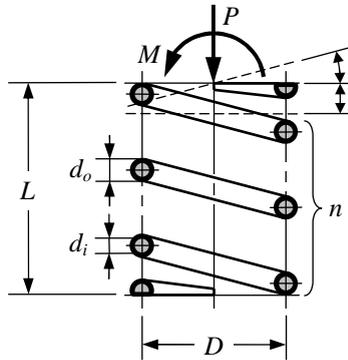


Figure 1. Longitudinal section of a bimaterial helical spring with design variables, typical loading conditions and deflections.

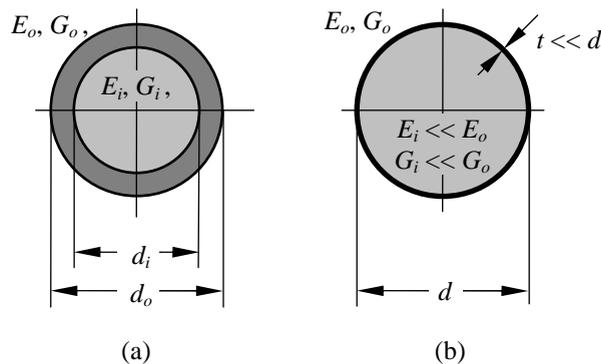


Figure 2. Dimensions and elastic properties of the bimaterial cross-section: (a) general case; (b) limit case for very thin cladding and soft core.

Under these assumptions, letting $d_o \approx d_i \approx d$, $d_o - d_i \approx 2t$, $d_o^4 - d_i^4 = 8td^3$, $G_i \approx 0$ and $E_i \approx 0$, the general equations of the previous Section simplify considerably.

The maximum shear stress (1) becomes:

$$\tau_{max} = \bar{K}_P \frac{PD}{\pi t d^2} \quad (4)$$

in which \bar{K}_P , limit case for $b = 1$, $\chi = 0$ of the curvature stress concentration factor (2), is given by (dashed curve in Fig. (3)):

$$\bar{K}_P = \frac{2c-1}{2(c-1)} + \frac{2}{c} \quad (5)$$

The deflection (3) can be written as:

$$\delta = \frac{PD^3 n}{G_o t d^3} \quad (6)$$

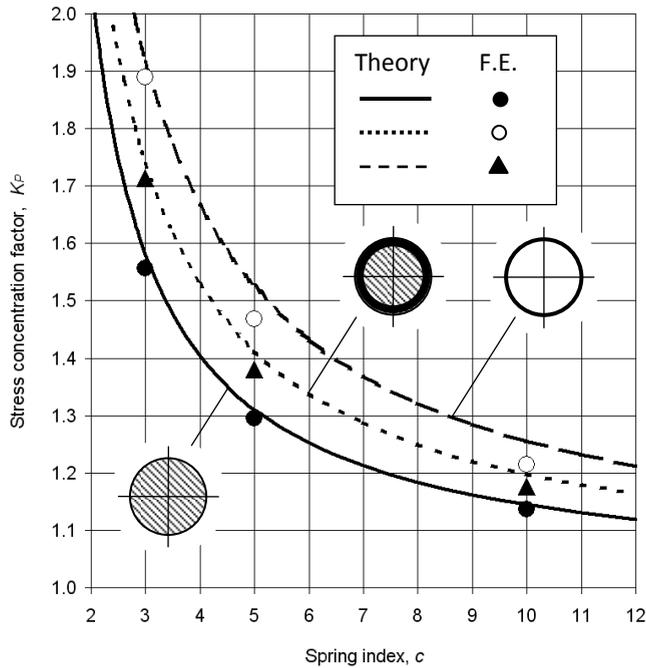


Figure 3. Chart of the curvature stress concentration factor for all possible spring sections as a function of the spring index, c .

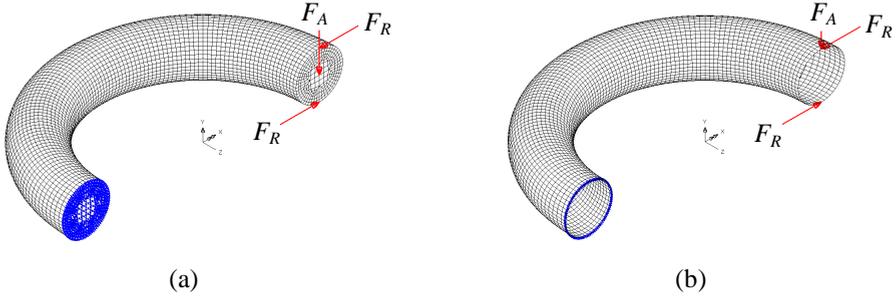


Figure 4. Final meshes adopted for the springs with solid section (a) and thin hollow section (b). Spring index $c = 5$.

3. NUMERICAL ANALYSIS

Method

The numerical work was mainly devoted to verifying the correctness of the stress concentration factor (2) and (5) or, equivalently, the curves in Fig. (3). To this aim, a plane half turn of the spring was analyzed by finite elements for three spring indices ($c = 3, 5, 10$) and three section configurations: homogeneous solid section, bimaterial solid section and thin hollow section. Fig. (4) shows the FE meshes for the solid-section coil (Fig. (4a)) and the hollow-section coil (Fig. (4b)) with indication of constraints (blue arrows) and loading (red arrows) applied to the end sections. The solid mesh in Fig. (4a) was used also for the bimaterial spring by assigning different material properties to the outer layers of elements with respect to the centre elements. Tab. (1) lists the dimensions and the elastic properties of the models investigated and provides details of the forces applied.

For the solid mesh in Fig. (4a), 20-noded, hexahedral elements with quadratic interpolation were used. The mesh in Fig. (4b) for the hollow spring was based on 8-noded, quadrilateral shells with quadratic interpolation.

The final meshes in Fig. (4) were the result of a mesh convergence procedure which included two additional meshes with half or twice the number of elements as in Fig. (4). All meshes gave only slightly different results from each other and the meshes in Fig. (4) were used as a trade-off between numerical accuracy and computational effort. When the spring index c of the model was changed, care was taken that the length of the elements in the circumferential direction was nearly equal to the side of the outer elements on the section.

Results

Figure (5) displays the contours of the maximum shear stresses in the models of Fig. (4), with Fig. (5a) referring to the homogeneous solid section. Tab. (2) lists the stress values with the corresponding stress concentration factors calculated for all the spring indices and sections types investigated. The nominal stresses in Tab. (2) were calculated by entering the spring data from Tab. (1) in Eqn. (1), for the solid sections, and Eqn. (4), for the hollow section, and letting $K_p = \bar{K}_p = 1$. The maximum shear stresses from the hollow spring models (see Fig. (5b)) were read on the midplane of the shells. This choice was coherent with the assumption of infinitely thin wall implicit in Eqn. (4). The stress concentration factors from Tab. (2) are superimposed in Fig. (3) to the theoretical curves for K_p .

Table 1. Geometry, elastic properties and loading of the FE spring models investigated.

Model property	Units	Homogeneous solid section	Bimaterial solid section	Thin hollow section
d_i	mm	0	1.6	(1.9)
d_o	mm	2.0	2.0	(2.1)
d	mm	---	---	2.0
t	mm	---	---	0.1
E_i	MPa	206 000	10 300	---
E_o	MPa	206 000	206 000	206 000
ν	---	0.3	0.3	0.3
D	mm	6.0 ($c = 3$)	10.0 ($c = 5$)	20.0 ($c = 3$)
F_R	N	1.5 ($c = 3$)	2.5 ($c = 5$)	5.0 ($c = 3$)
F_A	N	1.0		

Table 2. Finite element stresses (MPa) with corresponding stress concentration factors.

Section type	Spring index, c	Nominal shear stress	Maximum shear stress	Stress concentr. factor
Homogeneous solid section	3	1.910	2.974	1.557
	5	3.183	4.120	1.294
	10	6.366	7.234	1.136
Bimaterial solid section	3	3.126	5.357	1.714
	5	5.211	7.190	1.380
	10	10.421	12.257	1.176
Thin hollow section	3	4.775	9.023	1.890
	5	7.958	11.69	1.469
	10	15.92	19.34	1.215

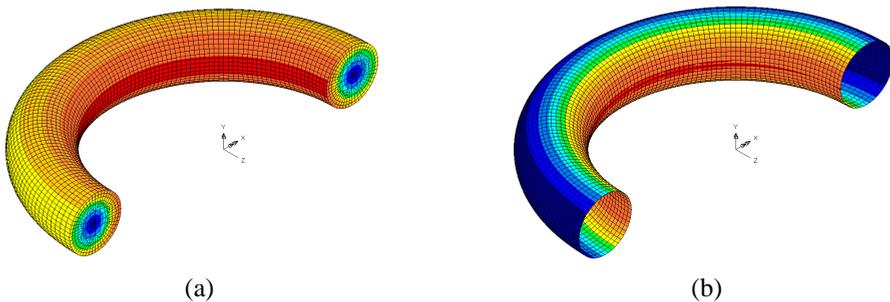


Figure 5. Contour plots of the maximum shear stress for the FE models with spring index $c = 5$: (a) homogeneous solid section; (b) thin hollow section.

4. EXPERIMENTAL WORK

Method

The experimental work was essentially devoted to verifying the correctness of Eqn. (3) and (6) for the spring deflection. To this aim, several plastic springs (ABS) with the properties corresponding to the two configurations (*small* and *large*) given in Tab. (3) were manufactured with a 3D printing machine based on the Fused Deposition Modeling technique. One spring from each configuration was coated with a thin CrNiCo layer by means of the ionic infiltration method [7], leading to the overall dimensions also provided in Tab. (3). Figure (6) displays an overall view of the prototype springs. The springs were tested in compression between flat plates to record the force-deflection curve under loading and unloading. The tests were performed on an electromechanical machine (Galdabini SUN 500), equipped with a 250 N load cell and operated at a speed of 1 mm /min.

Along with the springs in Tab. (3), several prismatic ABS specimens with rectangular cross-section of 4×10 mm and overall length of 80 mm were also produced by rapid prototyping. Some of these specimens were then coated by ionic infiltration for an effective cladding thickness of 0.3 mm. These specimens were tested under three-point bending according to the ISO 178 standard (span between supports = 60 mm) to find the elastic properties of the ABS core and the coating. The elastic modulus of the ABS specimens was calculated directly from the equations provided in the ISO 178 standard. Starting from this value, the elastic modulus of the coating was calculated using standard formulas for the deflection of composite beams [8].

Results

The bending tests on the flat specimens gave the elastic moduli reported in Tab. (3). For both ABS core and CrNiCo cladding, a Poisson's ratio $\nu = 0.3$ was assumed, giving the shear moduli also listed in Tab. (3).

Figures (7a) and (7b) show the force-deflection curves measured for the fully polymer springs, small and large respectively. Superimposed on the test curves is the theoretical characteristic (dashed line) predicted using Eqn. (3) with the spring data from Tab. (3).

The experimental force-deflection curves for the cladded springs are shown in Fig. (8a) and (8b), for small and large springs, respectively. Again, the dashed lines in Fig. (7) identify the theoretical characteristic calculated from Eqn. (6) for both springs.

The theoretical and experimental spring rates from Fig. (7) and (8) are summarized in Tab. (4), together with the mass of the springs.

5. DISCUSSION

Numerical analysis

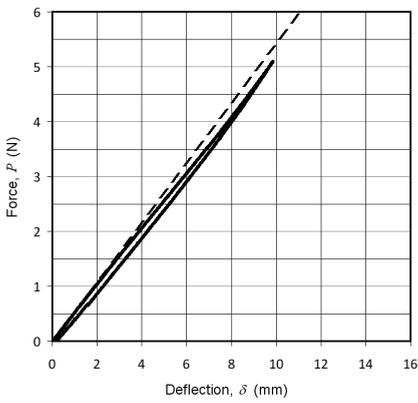
The contour plots in Fig. (5) show that the stress distribution in both solid and hollow springs is fairly uniform along the coil axis, as is expected from the symmetry of the model. The maximum stress (red color) correctly takes place at the inner fibre of the coil.

Table 3. Geometrical and material characteristics of the tested springs.

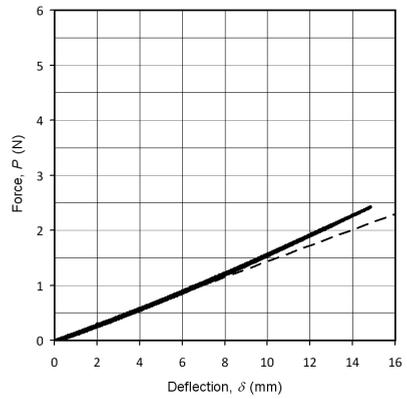
Spring configuration	Spring property	Units	Homogeneous solid section	Bimaterial solid section
Small	d_i	mm	0	4.6
	d_o	mm	4.5	5.5
	d	mm	---	5.05
	t	mm	---	0.5
	D	mm	26	26
	c	---	5.8	4.7
	N	---	2.7	2.7
	L	mm	38	38
	Material	---	ABS	ABS + CrNiCo
	Mass	g	5.5	30.0
	E, G	MPa	1 300, 500	35 600, 13 692
	ν	---	0.3	0.3
Large	d_i	mm	0	6.0
	d_o	mm	6.0	6.6
	d	mm	---	6.3
	t	mm	---	0.3
	D	mm	50	50
	c	---	8.3	7.6
	N	---	4.5	4.5
	L	mm	63	63
	Material	---	ABS	ABS + CrNiCo
	Mass	g	28.5	91.5
	E, G	MPa	1 300, 500	35 600, 13 692
	ν	---	0.3	0.3



Figure 6. Overall view of the springs tested: fully polymer (to left) and cladded (to right).

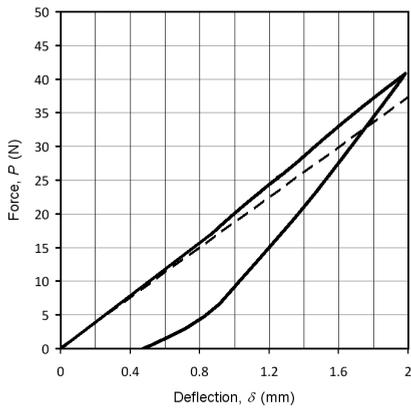


(a)

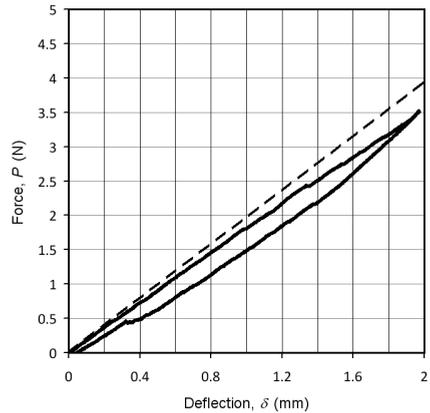


(b)

Figure 7. Force-deflection curves for the polymeric springs: (a) small; (b) large.



(a)



(b)

Figure 8. Force-deflection curves for the bimaterial springs: (a) small; (b) large.

Table 4. Comparison of theoretical and measured spring rates.

Spring size	Spring material	Spring rate (N/mm)			Mass	
		Theory	Experiment	Relative		
Small	Polymer	0.540	0.528	×35	5.5	×5.5
	Bimaterial	18.75	18.05		30.0	
Large	Polymer	0.144	0.142	×14	28.5	×3.2
	Bimaterial	1.974	1.850		91.5	

When compared to the theoretical curves in Fig. (3), the numerical stress concentration factors are in close agreement for the homogeneous solid section (lower curve). The agreement is also fair for the bimaterial solid section (intermediate dotted curve) while errors of about 5% affect the thin hollow section (upper dashed curve). This slight discrepancy is perhaps due to minor warping of the section that occurred in the FE model and that was not included in theoretical model.

Experimental work

The experimental force-deflection curves in Fig. (7) for the fully polymer springs show a very slight degree of hysteresis (solid lines), partly due to imperfect elasticity of the material and to microslippages of the spring terminals against the loading plates during compression. In the same figure, the theoretical characteristic (dashed line) predicts very well the stiffness of the spring calculated for very small deflections.

The experimental force-deflection curves in Fig. (8) show a marked hysteresis loop between loading and unloading which is imputable to the very low elastic limit of the cladding material. However, as far as the loading leg of the diagrams is concerned, the theoretical predictions (dashed lines) are fairly accurate.

Table 4 shows that the spring rate of the cladded springs ranges between 14 and 35 times that of the fully polymer springs. These improvements are obtained with a much less increase of the spring mass, which ranges from 3.2 to 5.5 times.

Overall, the numerical and experimental work validate the theoretical finding developed in the reference paper [2].

6. CONCLUSIONS

The paper validates numerically and experimentally a theoretical model for bimaterial helical springs developed by the authors in a recent paper. The numerical validation involves the finite element analysis of half-turn spring models identified by three spring indices ($c = 3, 5, 10$) and three section types (solid homogeneous, solid bimaterial, thin hollow). The experimental work involves compression tests on two polymer (ABS) spring configurations produced by rapid prototyping and cladded by ionic infiltration with CrNiCo alloy. The finite element stress concentrations agree within an error of 5 per cent with the theoretical predictions. The experimental results confirm very closely the spring rate of all springs, either fully plastic or bimaterial.

REFERENCES

- [1] Day, M.R., 2008. "Nanometal-polymer hybrid". *Advanced Materials and Processes*, **166**(4), pp. 25-27.
- [2] Dragoni, E., and Bagaria, W.J., 2011. "Mechanical design of bimaterial helical springs with circular cross-section". *J. Strain Analysis*, **46**(4), pp. 304-314.
- [3] Wahl, A. M., 1963. *Mechanical Springs*. 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
- [4] Bagaria, W.J., 2000. "Stress analysis of light weight closely coiled hollow helical springs", Annual summary of the United States Naval Academy. See URL www.usna.edu/AcResearch/2000SummaryPDFs/DivEngrWeapAerospaceEngrDept.pdf.
- [5] Gobbi, M., and Mastinu, G. 2001. "On the optimal design of Composite Material tubular Helical spring". *Meccanica*, **36**(5), pp. 525-553.
- [6] Spinella, I. and Dragoni, E., 2010. "Analysis and design of hollow helical springs for shape memory actuators". *J. Intel. Mat. Sys. Struct.*, **21**(2), pp. 185-199.
- [7] See URL <http://www.febertek.it/>
- [8] Gay, D., Hoa S.V., and Tsai S.W., 2003. *Composite materials: design and applications*. CRC Press, London.

PUSH OUT FORCE ASSESSMENT IN STEEL-COMPOSITE INTERFERENCE-FITTED AND ADHESIVELY BONDED CONNECTIONS

Dario Croccolo

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: dario.croccolo@unibo.it*

Massimiliano De Agostinis

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: m.deagostinis@unibo.it*

Nicolò Vincenzi

*IGMI SpA – Divisione Giuliani, Italy
E-mail: nicolo.vincenzi@igmi.it*

Abstract. *The work deals with the definition of the axial push-out force in hybrid connections realized by means of a carbon-epoxy composite bush which is press fitted into a steel housing and, eventually, supplemented with anaerobic adhesive, in order to obtain an innovative (hybrid) journal bearing. Lamè's solution has been extended to orthotropic material (composite bush) in order to evaluate analytically the coupling pressure due to interference assembly, while experimental campaigns have provided the values of coefficient of friction and of the adhesive shear strength (steel-composite). The mere application of the anaerobic adhesive before the assembly operation does not provide any sensible increase in push out force especially if compared with metal-metal interference connections. In order to take advantage of the adhesive strength, specific hoop channels for the adhesive hosting have been realised on the external surface of the composite bush.*

Keywords: *anaerobic, composites, steels, joint design*

1. INTRODUCTION

Filament winding technology makes composite materials competitive with metals for many uses, from mechanical to aerospace and marine applications [1, 2]. Even if only rotational symmetry and axial constancy of geometry can be easily realized, the application to journal bearings [3 - 7] finds an innovative solution for industry, mainly due to the good tribological and strength behaviour of composites over conventional materials. In particular, the hybrid journal bearing is realized by means of a carbon-epoxy composite bush, which is press fitted (with high interference level) into a steel housing (Fig.1). Macro mechanical properties of the two components (Young's modulus E [MPa] and Poisson's ratio ν) are reported in Tab.1. The assembly operation and the high level of interference guarantee the tolerance of the journal bearing internal ring: the composite bush is radially and circumferentially compressed while the steel housing remains nearly unchanged.

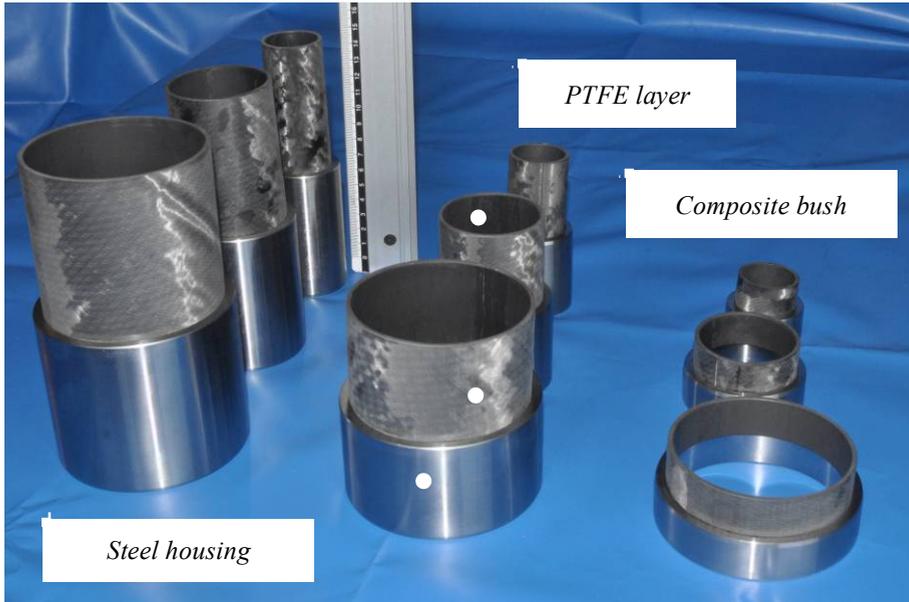


Figure 1. Composite bushes and steel housings before the assembly operation.

Table 1. Macro mechanical properties of the components under investigation.

	<i>Young's modulus</i> [MPa]		
	<i>radial (r)</i>	<i>axial (z)</i>	<i>hoop (θ)</i>
<i>Steel housing</i>	206,000		
<i>Composite bush</i>	6,500	30,300	23,000
	<i>Poisson's ratio</i>		
	<i>rz</i>	<i>zθ</i>	<i>rθ</i>
<i>Steel housing</i>	0.29		
<i>Composite bush</i>	0.07	0.76	0.33

Finally, due to the specific application, the internal diameter of the composite bush is covered by a PTFE layer (0.10-0.15 mm thick) which does not influence the structural response of the joint, but changes the tribological behaviour of the bush with the aim of reducing the use of lubricant during the bearing life (Fig.1). The weakness of this connection, also highlighted in [3, 6], depends on its low push out force F_p [kN] that can be calculated by Eqn. (1) in which A [mm²] is the coupling contact surface, p_c [MPa] the coupling pressure and μ_A the axial static coefficient of friction. In fact p_c has low values caused by the low stiffness of the composite bushes (low values of Young's moduli (Tab.1) and small thickness (Fig.1)). Furthermore, the coefficient of friction μ_A between the steel and the composite material has low values usually in the range of 0.08 - 0.25 for dry conditions [7, 8].

$$F_P = \mu_A \cdot p_C \cdot A \quad (1)$$

In press fit connections it is necessary to guarantee an adequate joining load which can be considered as a design parameter [9] as well as the endurance of components [6] in terms of wear or strength performances [10]. This work deals with the methods for increasing the axial (push out) load on composite bush and steel housing joints, which reveals to have a low and inadequate value. The actual coefficient of friction and the coupling pressure acting between the two components were accurately evaluated as well as the strength performances of an anaerobic adhesive (Loctite 648®) added to the mating surfaces before the coupling operation. This type of anaerobic adhesive is a high strength, single component, that cures in absence of oxygen and which is usually applied in metal-metal contacts [11 - 15] in order to increase, under the same boundary conditions, the joint transmittable loads. This paper aims at evaluating the effectiveness of the adhesive contribution in increasing the coupling strength also in metal-composite connections.

2. JOINTS GEOMETRY

The specimens tested were carbon fibre reinforced composite bush and steel housing whose drawing and dimension parameters are reported in Fig.2a. A schematic representation of the assembly (coupling) and disassembly (release) process is reported in Fig.2b. Three different values of the internal diameter of the bush ($D_{int,bush} = 30, 50$ and 80 mm) and three different coupling lengths ($L_C = 20, 50$ and 80 mm) were investigated, for a total of 9 coupling configurations (see Fig.1). All the other joint parameters (composite bush thickness s_{bush} [mm], steel housing thickness $s_{housing}$ [mm] and nominal interference U [mm]) are reported in Tab.2. For each of the 9 configurations, 4 specimens (nominally identical) were realized for a total of 36 joints.

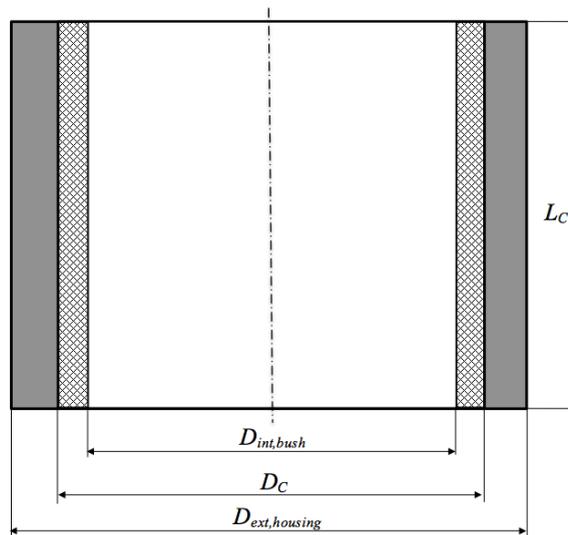


Figure 2a. Geometrical parameters of the coupling (a) and schematic representation of coupling and releasing process (b).

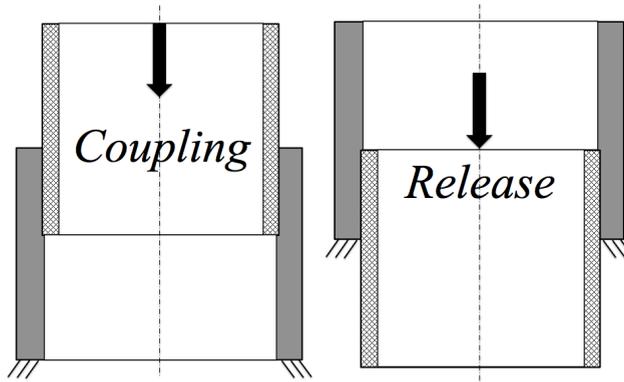


Figure 2b. Geometrical parameters of the coupling (a) and schematic representation of coupling and releasing process (b).

Table 2. Geometrical dimensions of the specimens.

#	L_C [mm]	Composite bush			Steel housing			U^* [mm]
		$D_{int,bush}$ [mm]	$D_{ext,bush}$ [mm]	S_{bush} [mm]	$D_{int,housing}$ [mm]	$D_{ext,housing}$ [mm]	$S_{housing}$ [mm]	
1	20	29.99	35.05	2.53	34.95	45.01	5.03	0.10
2	50	29.98	35.08	2.55	34.95	45.00	5.03	0.13
3	80	30.00	35.07	2.54	34.95	45.00	5.03	0.12
4	20	50.00	55.10	2.55	54.95	65.01	5.03	0.15
5	50	49.99	55.07	2.54	54.92	64.97	5.03	0.15
6	80	49.98	55.08	2.55	54.92	64.95	5.02	0.16
7	20	80.04	85.09	2.53	84.95	94.95	5.00	0.13
8	50	80.02	85.14	2.56	84.99	94.98	5.00	0.15
9	80	80.01	85.11	2.55	84.93	95.20	5.14	0.18

* nominal interference $U = D_{ext,bush} - D_{int,housing}$ [mm]

3. DRY PRESS FIT JOINTS

3.1 Static coefficient of friction μ_s

In order to estimate the static coefficient of friction μ_s between the two materials (composite and steel, realized as small plates with the same surface finishing and macro mechanical properties of actual components), the classical test of the inclined plane was performed, as reported in Fig.3. Ten replicas provided the mean angle values of the static coefficient of friction α_s (defined when the composite plate starts moving) equal to 9.0° . Being the static coefficient of friction $\mu_s = \tan(\alpha_s)$, its value is equal to 0.159 with standard deviation equal to 0.02.



Figure 3. Estimation of coefficient of friction by means of the inclined plane test.

3.2 Coupling pressure p_C

To evaluate the coupling pressure due to the interference fit assembly, Lamè's solution for thick walled isotropic cylinders [16] was extended to orthotropic tubes [1, 17, 18].

The mathematical solution is reported in the Appendix section. The theoretical solution was verified and confirmed by some strain gages applied to the internal surface of the composite bush (Fig.4) able to provide the hoop (ϵ_θ) and the axial (ϵ_z) strains due to the interference-fit coupling.

3.3 Push out force F_P tests

Once the coupling pressure p_C was precisely evaluated, a set of eight coupling and release tests were performed at room temperature on a hydraulic press (Italsigma 100 kN load cell) in order to evaluate the push out force due to interference (Eqn.(1)). An example of a load-displacement curve is reported in Fig.5 (a: coupling phase; b: release phase). The maximum coupling (F_C [kN]) and push out ($F_P = F_{int}$ [kN]) forces for the tested specimens are reported in Tab.3, as well as the evaluated coupling pressure and the axial coefficient of friction μ_A between the components, according to Eqn.(2).

$$\mu_A = \frac{F_{int}}{p_C \cdot \pi \cdot D_C \cdot L_C} \quad (2)$$

The values reported in Tab.3 point out, as mentioned in the Introduction Section, the limited coupling pressure, which produces an inadequate push out force. Furthermore, the static coefficient of friction μ_A , calculated by means of Eqn.(2), has a mean value equal to 0.162, which is very close to the value obtained by the 'inclined plane test' ($\mu_S = 0.159$): this result confirms the accuracy in coupling pressure estimation.

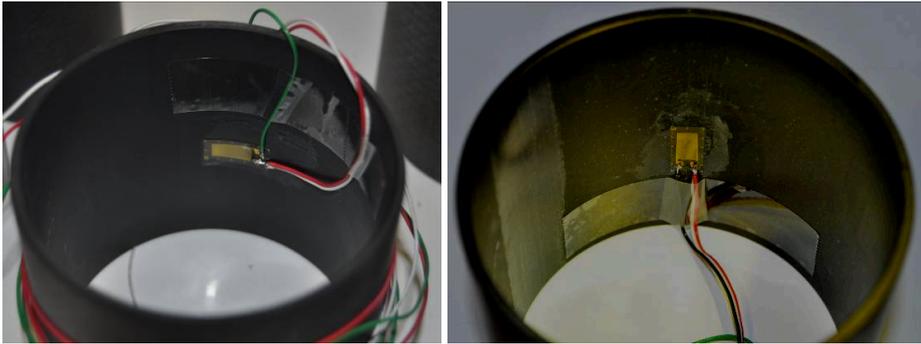
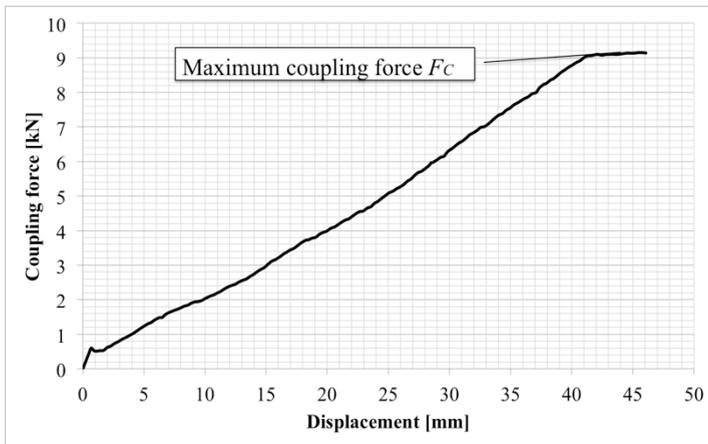
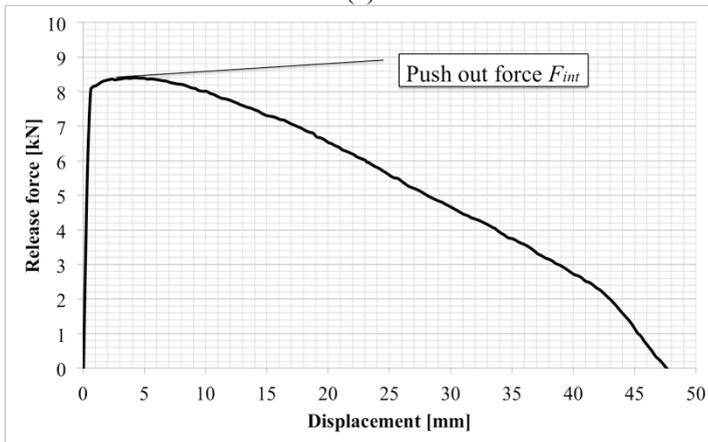


Figure 4. Example of strain gage location to measure the hoop and the axial strain.



(a)



(b)

Figure 5. Example of load-displacement curves (a: coupling force; b: release force) for a specimen with $L_C = 50$ mm, $D_{int,bush} = 50$ mm (speed = 0.5 mm/s).

Table 3. Experimental results of coupling and releasing tests on dry specimens.

# <i>according to Tab.2</i>	F_C [kN]	F_P [kN]	p_C [MPa]	μ_A
7	1.2	1.2	1.8	0.12
5	9.0	8.5	6.9	0.14
8	4.5	4.3	2.5	0.13
6	12.5	13.0	6.4	0.15
1	3.7	3.5	4.7	0.34
9	8.0	7.6	2.6	0.14
9	7.5	7.0	2.9	0.11
9	10.0	9.8	2.6	0.17

4. ADHESIVELY BONDED JOINTS

The addition of an anaerobic adhesive between the composite bush and the steel housing was studied with the purpose of increasing the axial push out force. The strong points in adding this type of adhesive are: (i) the ease of application that consists in spreading the anaerobic adhesive on the steel housing, followed by the assembly operation performed with the same procedure used for the dry press fitted couplings [15]; (ii) the encouraging results obtained in metal to metal contacts [15, 19, 20]. The weak points that must be investigated, because never analysed before, are: (i) the behaviour of the adhesive in presence of one adherend made of composite material; (ii) the curing time needed, at room temperature, for polymerisation in presence of composite material (the minimum time observed in [15, 21] of 24 hours usually needed in presence of metals could be insufficient); (iii) the effectiveness of the adhesive with the same assembly method (press fit) because steel and composite have different stiffness and they are assembled with a high amount of interference.

4.1 Adhesively bonded slip fit joints

In order to evaluate the mean shear strength (τ_{ad}) of the anaerobic adhesive Loctite 648® in steel composite connections, four specimens were machined in order to realize a clearance in the range 0.05 - 0.1 mm between the external diameter of the composite bush and the internal diameter of the steel housing; this value is in accordance with the adhesive data sheet and ISO 10123 Standard. Specimens were cleaned with Loctite 7061®, which is a general purpose cleaner for preparing surfaces to be bonded with adhesive. Then, specimens were cured for 72 hours at room temperature because some screening tests proved that this is the minimum time needed to fully polymerize the adhesive layer. Increasing the cure temperature reduces the curing time but, on the other hand, introduces variation in interference amount due to different coefficient of thermal expansion between composite and steel [3,4]. The release tests allow to calculate the adhesive shear strength τ_{ad} by dividing the push out force ($F_P = F_{ad}$ [kN]), by the overlap surface $A = \pi \cdot D_C \cdot L_C$. The mean value obtained was equal to 13.9 MPa with a standard deviation of 0.7 MPa. This

value, between 24.5 MPa obtained in steel-steel connections and 9.6 MPa obtained in steel-aluminium connections by the authors [21], is encouraging about the use of anaerobic adhesive on composite steel joints. An example of specimen after the release test is reported in Fig.6, in which the fully polymerized adhesive is well visible on both the mating surfaces.

4.2 Adhesively bonded press fit joints

The mere application of the anaerobic adhesive on the internal surface of steel housing, followed by the press fit operation of the composite bush does not provide any sensible increase in push out force (values reported in Tab.3 were obtained again). However, the press fit operation is necessary to guarantee the coaxiality between bushing and housing. Contrarily from metal-metal contacts, in which the adhesive fills the microspaces between the crests of surface roughness [11, 13, 15, 20], here the adhesive is completely ejected by the insertion of the bush. In order to exploit the adhesive shear strength and, accordingly, to increase the push out force, the joint was redesigned with the aim of maintaining the same interference level and of creating, simultaneously, a portion of clearance needed for entrapping the adhesive. The designed and tested solution is reported in Fig.7: some hoop channels (depth $d_{\text{HoopChannel}} = 0.1$ mm, height $h_{\text{HoopChannel}} = 6$ mm) work as ‘adhesively bonded slip fit joint’ while the remaining unmodified portion of material works as ‘dry press fit joint’.

The number of equally spaced channels n depends only on the axial length L_C : 5 for $L_C = 80$ mm, 3 for $L_C = 50$ mm and 1 for $L_C = 20$ mm. A comparison between dry press fit joint and adhesively bonded press fit joint (modified according to Fig.7) is reported in Fig.8 ($L_C = 50$ mm, three channels).

An attentive examination of Fig.8a shows that before the first channel the coupling force necessary for the assembly is almost the same (no adhesive remains between components) while after each channel a force increase is observed. As demonstrated in steel-steel or steel-aluminium adhesively bonded press fit joints [15, 21], the increase in coupling force highlights the presence of adhesive that starts to polymerise between the coupled parts when the oxygen is absent. Furthermore, during the decoupling phase (Fig.8b), the push out force ($F_P = F_{\text{int}} + F_{\text{ad}}$ [kN]) at the beginning of the release slightly increased. Immediately after the peak load, a drastic decrease in force appears with a subsequent re-increase before continuing the linear (regular) release curve; this occurrence is due to the storage of elastic energy in the composite bush, which is pushed out by the piston of the hydraulic press. The same occurrence was also observed in presence of aluminium components [15].

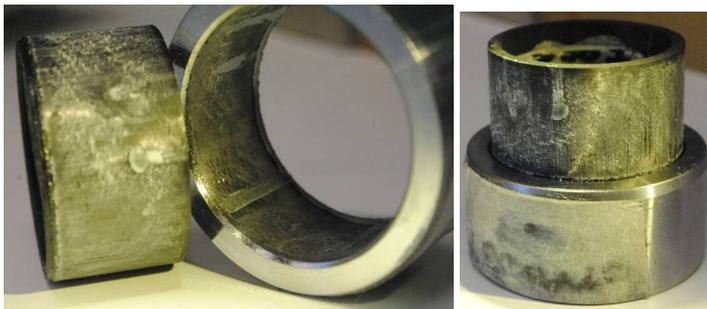
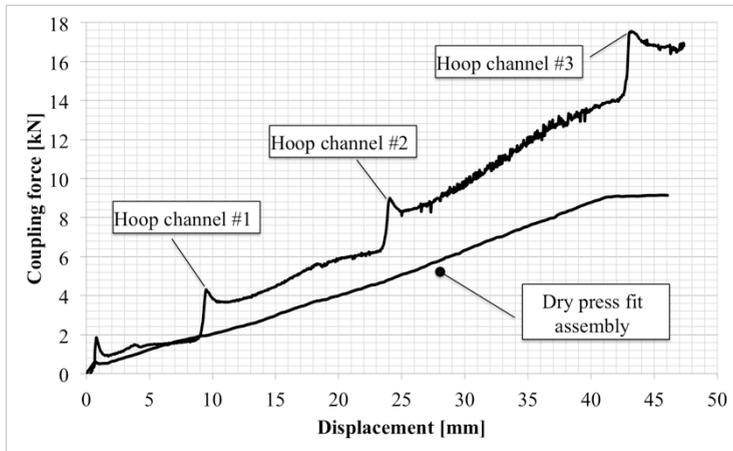


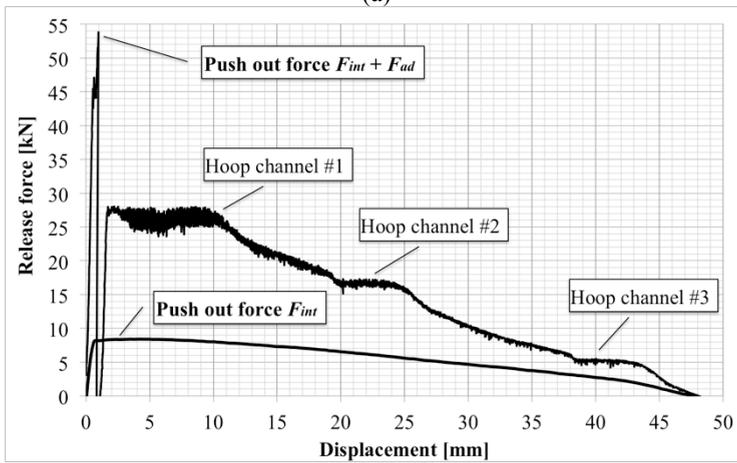
Figure 6. Example of surfaces after the release test in adhesively bonded slip fit joints.



Figure 7. Realization of hoop channels to take advantage of the adhesive strength.



(a)



(b)

Figure 8. Comparison in coupling (a) and release (b) phases between dry press fit joint and adhesively bonded press fit joint ($L_C = 50$ mm, $D_{int,bush} = 50$ mm, 3 channels).

Table 4. Experimental results of adhesively bonded press fit joints.

# according to Tab.2	F_C [kN]	$F_{int}+F_{ad}$ [kN]	p_C [MPa]	n	D_C [mm]	L_C [mm]	F_{int} [kN]	F_{ad} [kN]	τ_{ad} [MPa]
5	18.1	53.1	6.9	3	55.0	50.0	6.1	46.9	15.1
9	19.3	100.0*	2.8	5	85.1	80.0	6.0	-	-
6	38.2	88.2	6.5	5	55.0	80.0	9.0	79.0	15.2
3	41.6	56.1	4.9	5	35.0	80.0	4.3	51.7	15.7
8	10.5	67.2	2.7	3	85.0	50.0	3.7	63.3	13.2
2	19.7	33.4	4.2	3	35.0	50.0	2.4	30.6	15.5
1	5.3	13.1	4.4	1	35.0	20.0	1.1	11.9	18.1
4	5.0	18.2	6.3	1	55.1	20.0	2.4	15.6	15.0
7	2.7	32.3	3.3	1	85.0	20.0	2.0	30.3	18.9
* Maximum force of hydraulic press insufficient to release the joint									

The total push out force can be reasonably obtained as the addition of the adhesive contribution F_{ad} (Eqn.3) with the interference contribution F_{int} (Eqn.4).

$$F_{ad} = \tau_{ad} \cdot A_{HoopChannels} = \tau_{ad} \cdot n \cdot \pi \cdot D_C \cdot h_{HoopChannel} \quad (3)$$

$$F_{int} = \mu_A \cdot p_C \cdot (A - A_{HoopChannels}) = \mu_A \cdot p_C \cdot \pi \cdot D_C \cdot (L_C - n \cdot h_{HoopChannel}) \quad (4)$$

In order to verify that the two contributions work as independent of each other, the mean adhesive shear strength τ_{ad} was calculated by applying Eqn.(5) to 9 different joints with the aim of comparing τ_{ad} calculated in adhesively bonded press fit joints with τ_{ad} previously calculated in adhesively bonded slip fit joints. ($F_{int} + F_{ad}$) is the total push out force given by the load cell of the hydraulic press, while all the other parameters are easily known once the geometry is defined. The results are reported in Tab.4.

$$\begin{aligned} \tau_{ad} &= \frac{F_{ad}}{A_{HoopChannels}} = \frac{(F_{int} + F_{ad}) - F_{int}}{A_{HoopChannels}} = \\ &= \frac{(F_{int} + F_{ad}) - \mu_A \cdot p_C \cdot \pi \cdot D_C \cdot (L_C - n \cdot h_{HoopChannel})}{\pi \cdot D_C \cdot n \cdot h_{HoopChannel}} \end{aligned} \quad (5)$$

The mean adhesive shear strength τ_{ad} (Eqn.(5)) is equal to 15.8 MPa (standard deviation equal to 1.8 MPa). The present mean value results higher (+14%) than the one calculated for adhesively bonded slip fit joints (13.9 MPa): this occurrence is mainly related to the actual working area of the adhesive. As a matter of fact, the adhesive is entrapped in the

hoop channels realized for this specific purpose, but it also remains, slightly, between the press fitted surfaces, as show Figs.9 and 10. In Fig.9, the adhesive is well visible in the hoop channel of the composite bush, whereas in Fig.10 it is possible to see in the steel housing two different scenarios. The first scenario (Fig.10, left) in which only the hoop channels area is covered with the adhesive, while the remaining portion of surface is characterized by a “cleaned” area (this joint corresponds to the #8 in Tab.4: $\tau_{ad} = 13.2$ MPa); conversely, the second scenario (Fig.10, right) in which the hoop channels area is, again, covered with the adhesive while the remaining portion of surface is partially covered with an adhesive layer similar to the one shown in Fig.6 (this joint corresponds to the #7 in Tab.4: $\tau_{ad} = 18.9$ MPa).



Figure 9. Example of the anaerobic adhesive presence in the hoop channel of the composite.



Figure 10. Examples of the anaerobic adhesive presence on steel housing.

5. DISCUSSION

In steel-composite dry and press fitted couplings, a limited push out force was observed despite the high interference level (Tab.3). The addition of an anaerobic adhesive with the same assembly method does not provide any encouraging improvement of efficiency in composite-metal assemblies because the adhesive is almost completely ejected from the coupling area (the push out force does not change in case of adhesive addition).

Conversely, slip fit tests between the composite bush and the steel housing, highlighted a good effectiveness of the anaerobic adhesive in presence of steel-composite joint. Grooved bushes are a smart solution to improve the joint performances: a portion of coupling surface works as adhesively bonded slip fit connection (adhesive contribution) whereas the remaining portion as dry press fit connection (interference contribution). The different dimensions of the joint and the different number of channels does not affect significantly the mean adhesive shear strength τ_{ad} , as indicated by the result values reported in Tab.4; the proposed superposition of effects between interference F_{int} (Eqn.(4)) and adhesive F_{ad} (Eqn.(3)) contributions is confirmed by the limited scatter of values. Furthermore, the channels presence produces an actual working area for the adhesive slightly higher (+14%) than the nominal one ($A_{HoopChannels}$). Unfortunately, the increased portion of area involved by the adhesive is difficult to be thoroughly forecasted. To design the joint and, therefore, to define the push out force (in particular to define the adhesive contribution), it is advisable to consider solely $A_{HoopChannels}$ with $\tau_{ad} = 13.9$ MPa evaluated in adhesively bonded slip fit joints and to neglect the contribution of the increased portion of area involved by the adhesive during the press fit operation.

6. CONCLUSIONS

The axial push out force in adhesively bonded and press fitted (hybrid) connections made by a carbon-epoxy bush press fitted into a steel housing was deeply studied. The static coefficient of friction and the coupling pressure produced between the mating parts were precisely calculated. Experimental tests reveal a low value of the axial push out force for the dry joint so that the addition of an anaerobic adhesive (Loctite 648®) was analysed in order to increase the axial transmittable load. Even though an adherend is made of composite material, this type of adhesive was demonstrated to be effective. The mean adhesive shear strength for the slip fit couplings realized in accordance with ISO 10123 Standard is aligned to the values obtained when the mating components are made of metal. In case of composite-steel press fitted connections, the external surface of the composite bush must be machined in order to produce some specific hoop channels for the adhesive hosting. By means of this strategy, it is possible to sensibly increase the axial push out force of this type of joint.

Acknowledgements

The technical assistance of Paolo Proli (DIEM-Lab Director) and Pierfranco Mauri (HENKEL-LOCTITE) is gratefully acknowledged.

APPENDIX A

In order to calculate the coupling pressure p_c , the problem was solved in cylindrical coordinates (θ, r, z) : the radial equilibrium equation (neglecting inertia forces due to rotation) is reported in Eqn.(A1), where σ_r and σ_θ are radial and hoop stresses at a generic radius r , within the internal R_{int} and external R_{ext} diameters of the tube.

$$\frac{d}{dr} \sigma_r + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (\text{A1})$$

Neglecting the thermal contribution, strains ε and stresses σ were related by the material constitutive relation, based of the symmetric compliance matrix [C], reported in Eqn.(A2):

$$\{\varepsilon\} = [C] \cdot \{\sigma\}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_\theta} & -\frac{\nu_{r\theta}}{E_r} & -\frac{\nu_{z\theta}}{E_z} \\ -\frac{\nu_{\theta r}}{E_\theta} & \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_{zr}}{E_z} \\ -\frac{\nu_{\theta z}}{E_\theta} & -\frac{\nu_{rz}}{E_r} & \frac{1}{E_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \sigma_z \end{Bmatrix}, \quad \frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (\text{A2})$$

The strain-displacement relations for the case of axisymmetric geometries are described by Eqn.(A3), where u and w are the radial and axial displacements [16]:

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} \quad (\text{A3})$$

It was assumed that the z-direction axial strain, constant along the radius, is an unknown constant ε_0 that must be calculated by means of boundary conditions [17, 18]. The expression for stresses is reported in Eqn.(A4), where the stiffness matrix [S] is the inverse of the compliance matrix [C].

$$\{\sigma\} = [C^{-1}] \cdot \{\varepsilon\} = [S] \cdot \{\varepsilon\} \quad (\text{A4})$$

After substituting Eqns.(A3) and (A4) into (A1), the governing equation (Eqn.(A5)) for radial displacements can be obtained, where S_{ij} is the generic element of the stiffness matrix [S]. Space restrictions do not allow the presentation of the whole solution process.

$$\frac{d^2 u}{dr^2} \cdot r^2 + \frac{du}{dr} \cdot r - \frac{S_{11}}{S_{22}} \cdot u = \frac{S_{13} - S_{23}}{S_{22}} \cdot \varepsilon_0 \cdot r \quad (\text{A5})$$

The general solution of Eqn.(A5) is reported in Eqn. (A6), where A, B and ε_0 are unknown constants which must be determined via boundary conditions:

$$u(r) = A \cdot r \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} + B \cdot r^{-\sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}}} + \frac{S_{13} - S_{23}}{S_{22} - S_{11}} \cdot \varepsilon_0 \cdot r \quad (A6)$$

Finally, after substituting Eqn.(A6) in Eqns.(A3) and (A4) the expressions of stresses in Eqn.(A7) are obtained (generic radius r is converted into a dimensionless parameter, according to [16], by dividing r by the external radius of the orthotropic tube $Q = r/R_{ext}$).

$$\begin{cases} \sigma_\theta(Q) = A \cdot \left(S_{11} + \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} \cdot S_{12} \right) Q^{\sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}-1}} + B \cdot \left(S_{11} - \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} \cdot S_{12} \right) Q^{-\sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}-1}} + \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{S_{13} - S_{23}}{S_{22} - S_{11}} \cdot (S_{11} + S_{12}) + S_{13} \right]; \\ \sigma_r(Q) = A \cdot \left(S_{12} + \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} \cdot S_{22} \right) Q^{\sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}-1}} + B \cdot \left(S_{12} - \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} \cdot S_{22} \right) Q^{-\sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}-1}} + \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{S_{13} - S_{23}}{S_{22} - S_{11}} \cdot (S_{12} + S_{22}) + S_{23} \right]; \\ \sigma_z(Q) = A \cdot \left(S_{13} + \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} \cdot S_{23} \right) Q^{\sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}-1}} + B \cdot \left(S_{13} - \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} \cdot S_{23} \right) Q^{-\sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}-1}} + \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{S_{13} - S_{23}}{S_{22} - S_{11}} \cdot (S_{13} + S_{23}) + S_{33} \right] \end{cases} \quad (A7)$$

In order to determine the constants A , B and ε_0 the three boundary conditions according to Fig.A1 and reported in Eqn.(A8) can be used, where Q_T is the ratio between internal and external diameters of a generic orthotropic tube ($Q_T = R_{int}/R_{ext}$):

$$\begin{aligned} i) \quad & \sigma_r(Q = Q_T) = -p_{int}; \\ ii) \quad & \sigma_r(Q = 1) = -p_{ext}; \\ iii) \quad & \int_{Q_T}^1 2 \cdot \pi \cdot R_{ext}^2 \cdot \sigma_z(Q) \cdot Q \cdot dQ = F_z \end{aligned} \quad (A8)$$

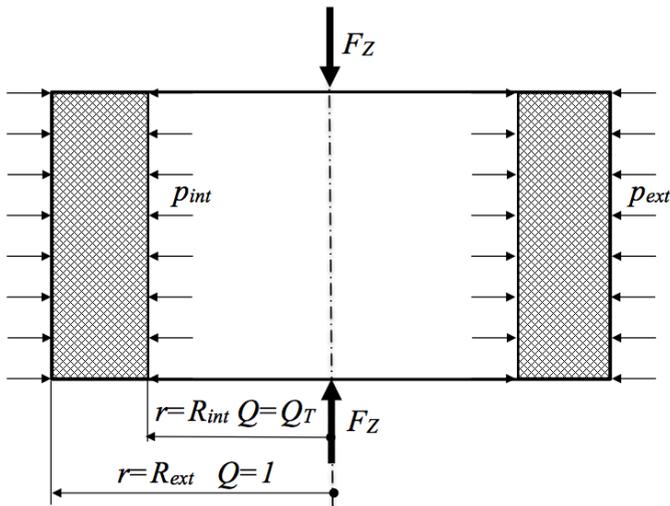


Figure A1. Boundary conditions for the generic orthotropic tube

The first two conditions correspond to the internal and external radial equilibrium, while the third is the axial equilibrium of the tube. The coupling pressure p_C generated by the interference fit connection between the orthotropic composite bush and the steel housing can be calculated by means of the compatibility equation of displacements reported in Eqn.(A9), which relates the total displacement (nominal interference U reported in Tab.2) to the bush and housing radial displacements.

$$U = |U_{housing}| + |U_{bush}| \quad (A9)$$

Since the hoop strain ϵ_θ is related to the radial displacement u and linked to the relevant stresses σ_θ , σ_r and σ_z by joining Eqns.(A2) and (A7), the coupling pressure p_C acting on the coupling surface of the composite bush can be related to the actual displacement U_{bush} as follows, once the internal pressure at $Q = Q_{bush} = D_{int,bush}/D_{ext,bush}$ is imposed equal to zero and the external pressure at $Q=1$ is imposed equal to the unknown p_C .

$$\frac{U_{bush}(Q=1)}{D_C} = \epsilon_\theta = \left[\frac{\sigma_\theta(Q=1)}{E_\theta} - \frac{\nu_{r\theta} \cdot \sigma_r(Q=1)}{E_r} - \frac{\nu_{z\theta} \cdot \sigma_z(Q=1)}{E_z} \right] \quad (A10)$$

On the other hand, the same coupling pressure p_C acting on the coupling surface of the steel housing is easily related to the actual displacement $U_{housing}$ by applying the Lamè's equations for isotropic materials (the pressure at $Q = Q_{housing} = D_{int,housing}/D_{ext,housing}$ is equal to the unknown coupling pressure p_C , whereas the external pressure at $Q = 1$ is equal to zero) as follows [16]:

$$\frac{U_{housing}(Q=Q_{housing})}{D_C} = \frac{p_C}{E} \cdot \left(\frac{1 + Q_{housing}^2}{1 - Q_{housing}^2} + \nu \right) \quad (A11)$$

The total amount of interference U reported in Tab.2 can be, therefore, related to the coupling pressure p_C by means of Eqns. (A9), (A10) and (A11).

REFERENCES

- [1] G. Kress. 1995. Minimized computational effort for the thick-walled composite tube problem. *Computers & Structures* 54 633-639.
- [2] M. Xia, H. Takayanagi, K. Kemmochi. 2001. Analysis of multi-layered filament wound composite pipes under internal pressure. *Composite Structures* 53 483-491.
- [3] S.W. Lee, D.G. Lee. 2007. Torque transmission capability of composite-metal interference fit joints. *Composite Structures* 78 584-595.
- [4] S.S. Kim, H.N. Yu, D.G. Lee. 2007. Adhesive joining of composite journal bearings to back-up metals. *Composites Science and Technology* 67 3417-3424.
- [5] H.N. Yu, S.S. Kim, D.G. Lee. 2009. Optimum design of aramid-phenolic/glass-phenolic composite journal bearings. *Composites: Part A* 40 1186-1191.

- [6] S.S. Kim, D.G. Lee. 2006. Design of the hybrid composite journal bearing assembled by interference fit. *Composite Structures* 75 222–230.
- [7] S.S. Kim, D.C. Park, D.G. Lee. 2004. Characteristics of carbon fiber phenolic composite for journal bearing materials. *Composite Structures* 66 359–366.
- [8] J. Bijwe, J. Indumathi, B.K. Satapathy, A.K. Ghosh. 2002. Influence of carbon fabric on fretting wear performance of polyetherimide composite. *J Tribol* 124 834–839.
- [9] D. Croccolo, N. Vincenzi. 2011. On the design of interference-fitted and adhesively bonded joints for lightweight structures. *Journal of Mechanical Design* 133 051006-1/8. DOI: 10.1115/1.4003921.
- [10] S.S. Kim, H.N. Yu, I.U. Hwang, D.G. Lee, S.N. Kim, K. Suzuki, H. Sada. 2009. The sliding friction of hybrid composite journal bearing under various test conditions. *Tribol Lett* 35 211–219.
- [11] T. Sekercioglu, A. Gulsoz, H. Rende. 2005. The effects of bonding clearance and interference fit on the strength of adhesively bonded cylindrical components. *Mater Des* 26 377-381.
- [12] T. Sekercioglu, C. Meran. 2004. The effects of adherend on the strength of adhesively bonded cylindrical components. *Mater Des* 25 171-175.
- [13] Kawamura H., Sawa T., Yoneno M., Nakamura T. 2003. Effect of fitted position on stress distribution and strength of a bonded shrink fitted joint subjected to torsion. *Int J Adhes & Adhes* 23 :131–140.
- [14] Croccolo D., De Agostinis M., Vincenzi N. 2010. Recent improvements and design formulae applied to front motorbike suspensions. *Eng Fail Anal* 17 1173-87.
- [15] Croccolo D., De Agostinis M., Vincenzi N. 2010. Static and dynamic strength evaluation of interference fit and adhesively bonded cylindrical joints. *Int J Adhes Adhes* 30 359-366.
- [16] Croccolo D., Vincenzi N. A generalized theory for shaft-hub couplings. 2009. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C, *Journal of Mechanical Engineering Science* 223 2231-2239.
- [17] Portnov G., Uthe A.N., Cruz I., Fiffe R.P., Arias F. 2005. Design of steel-composite multirim cylindrical flywheels manufactured by winding with high tensioning and in situ curing. *Mechanics of Composite Materials* 41 139-151.
- [18] H.W. Chen, H.K. Sun, T.C. Liu. 2009. Autofrettage analysis of a fibre-reinforced composite tube structure incorporated with a SMA. *Composite Structures* 89 497–508.
- [19] E. Dragoni, P. Mauri. 2000. Intrinsic static strength of friction interfaces augmented with anaerobic adhesives. *Int J Adhes Adhes* 20 315-321.
- [20] E. Dragoni, P. Mauri. 2002. Cumulative static strength of tightened joints bonded with anaerobic adhesives. *Proc Instn Mech Engrs Part L: J Materials: Design and Applications* 216 9-15.
- [21] Croccolo D., De Agostinis M., Vincenzi N. 2011. Experimental Analysis of static and fatigue strength properties in press-fitted and adhesively bonded steel-aluminium components. *Journal of Adhesion Science and Technology* 25 2521-2538.

A CONTRIBUTION TO THE LEGENDRE SERIES SOLUTION OF THE MECHANICAL ANALYSIS OF CYLINDRICAL PROBLEMS

Antonio Strozzi+, Andrea Baldini, Matteo Giacomini, Enrico Bertocchi, Eleonora Campioni, Sara Mantovani

*Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy*

E-mail: antonio.strozzi@unimore.it

+ Corresponding author

Abstract. *A series solution in terms of Legendre polynomials of the stress function suitable for modelling the mechanical response of a cylindrical component is revisited, and some contributions to the definition of the series terms are given. In particular, the correction to be imparted to a logarithmically singular series solution is considered, and a recursive approach for its determination is developed. A preliminary example dealing with an elastic, deformable cylindrical hub forced onto a rigid shaft is presented.*

Keywords: *Laplace equation, cylindrical problems, stress function, series solution, Legendre polynomials*

1. INTRODUCTION

A series solution of the stress function suitable for modelling the mechanical response of a cylindrical component has been considered in Chapter 24 of the recent edition of the book of Barber, see reference [1]. This series solution is only partially available in explicit form. In particular, a numerical evaluation of an osculating polynomial supplementing each logarithmically singular term of the series solution has been proposed in reference [1], p. 385. In this paper, a recursive determination of the above polynomials is obtained.

This paper is organized as follows. Section 2 reports the classical equation that the stress function must fulfil. The following section collects equations of general validity, that are employed in the third and fourth sections to get polynomial and logarithmically singular expressions for the harmonics Φ_n of the stress function Φ .

2. THE STRESS FUNCTION Φ

The stress function Φ must satisfy the following biharmonic equation, e.g. e.g. reference [2], p. 344

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = 0 \quad (1)$$

where the Laplacian operator ∇^2 is defined as

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2)$$

where r and z represent the radial and axial coordinates, respectively.

The corresponding stresses are, e.g. reference [2], p. 343

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right) \\
 \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 \Phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \\
 \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \nu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right] \\
 \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \nu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]
 \end{aligned} \tag{3}$$

The radial, u , and axial, w , displacements are

$$\begin{aligned}
 u &= -\frac{1 + \nu}{E} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} \\
 w &= \frac{1 + \nu}{E} \left[(1 - 2\nu) \nabla^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

If the problem is symmetric in z , then Φ must be skew-symmetric in z .

3. SERIES SOLUTION FOR THE STRESS FUNCTION Φ

This section considers purely polynomial solutions and logarithmically singular solutions.

The Available Solutions

The analogy with the Michell series solution, e.g. reference [1], p. 106, suggests that a series solution to the cylindrical problem be formed by harmonics, where each harmonic is the sum of four expressions that are solutions to the bi-Laplacian equation (1), multiplied by four unknown coefficients. In the following, the four expressions are considered in detail.

In reference [1], p. 306, a series solution to equation (1) is reported that is suitable for treating the problem of a solid, hollow circular cylinder, loaded by imposed tractions on its boundaries. This solution is revisited below. Following reference [2], p. 348, the variable R is introduced

$$R = \sqrt{r^2 + z^2} \tag{5}$$

Two kinds of solutions are considered, namely a purely polynomial solution, and a logarithmically singular solution. The two types of solutions are addressed in the next sections.

Purely polynomial solutions. In reference [2], p. 347, it is shown that a general solution to equation (1) is available in terms of harmonics of index n , possessing the form

$$\Phi_n = R^n P_n \left(\frac{z}{R} \right) \quad (6)$$

where P_n denotes the Legendre polynomial of degree n . The expression of the harmonic Φ_n is a homogeneous polynomial in r and z of degree n . If n is odd (even), the polynomial expression of Φ_n is odd (even) in z and even in r . In reference [1], p. 309, it is noted that only even powers of r occur in these functions.

In reference [2], p. 349, it is shown that a second, independent solution is available of the kind

$$\Phi_{n+2} = R^{n+2} P_n \left(\frac{z}{R} \right) \quad (7)$$

The above expression of Φ_{n+2} is a homogeneous polynomial in r and z of degree $n+2$. If n is odd (even), the polynomial expression of Φ is odd (even) in z and even in r .

An additional, not independent form of the solution may be derived from the Bonnet's recursion formula

$$(n+2)P_{n+2} \left(\frac{z}{R} \right) - (2n+3) \frac{z}{R} P_{n+1} \left(\frac{z}{R} \right) + (n+1)P_n \left(\frac{z}{R} \right) = 0 \quad (8)$$

By multiplying the above expression (8) by R^{n+2} , one obtains

$$(n+2)R^{n+2} P_{n+2} \left(\frac{z}{R} \right) - (2n+3) \frac{z}{R} R^{n+2} P_{n+1} \left(\frac{z}{R} \right) + (n+1)R^{n+2} P_n \left(\frac{z}{R} \right) = 0 \quad (9)$$

By taking into account the property that expressions (6-7) are solutions to equation (1), it may be deduced that the following formula is an additional solution to equation (1)

$$\Phi_{n+1} = \frac{z}{R} R^{n+1} P_n \left(\frac{z}{R} \right) \quad (10)$$

The above expression of Φ_{n+1} is a homogeneous polynomial in r and z of degree $n+1$. If $n+1$ is odd (even), the polynomial expression of Φ is odd (even) in z and even in r .

Logarithmically Singular Solutions. In addition to the two independent polynomial expressions (6,7) of the harmonics of Φ , singular expressions are also available. In fact, in reference [1], p. 309, a logarithmically singular expression in r of Φ_n is reported of the kind

$$\Phi_n = R^n P_n \left(\frac{z}{R} \right) \log r \quad (11)$$

The above expression of Φ_n is formed by a homogeneous polynomial of degree n in r and z , multiplying $\log r$. If n is odd (even), this polynomial coefficient is odd (even) in z and even in r .

The above expression of Φ_n fulfils equation (1) for $n \leq 3$. For $n > 3$, the above expression of Φ_n , once introduced into equation (1), produces a purely polynomial residual of degree $n-4$. If n is odd (even), this polynomial residual is odd (even) in z and even in r . Therefore, if the above logarithmically singular expression of Φ_n is supplemented by a suitable polynomial of degree n , the residual may be annulled, and expression (11) actually becomes a solution to equation (1).

It may be promptly verified that a second, independent, logarithmically singular expression of Φ_n exists that, once introduced into the bi-Laplacian operator, produces a purely polynomial residual. This expression is

$$\Phi_n = R^n P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) \log r \quad (12)$$

The above expression of Φ_n is formed by a homogeneous polynomial of degree n in r and z , multiplying $\log r$. If n is odd (even), this polynomial coefficient is odd (even) in z and even in r .

The above expression of Φ_n fulfils equation (1) for $n \leq 3$. For $n > 3$, the above expression of Φ , once introduced into equation (1), produces a purely polynomial residual of degree $n-4$. If n is odd (even), this polynomial residual is odd (even) in z and even in r .

An additional, not independent form of an harmonic of Φ may be derived as before from the Bonnet's recursion formula

$$\Phi_{n+1} = \frac{z}{R} R^{n+1} P_n \left(\frac{z}{R} \right) \log r \quad (13)$$

It may therefore be deduced that the following expression

$$\Phi_n = a_1 R^n P_n \left(\frac{z}{R} \right) + a_2 R^n P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) + a_3 R^n P_n \left(\frac{z}{R} \right) \log r + a_4 R^n P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) \log r \quad (14)$$

depending on four independent coefficients a_i , once introduced into equation (1), produces a purely polynomial residual. Consequently, if expression (14) is supplemented by a suitable osculating polynomial that cancels the purely polynomial residual, it constitutes a solution to equation (1). The following sections address the evaluation of the polynomial residual and of its osculating polynomial.

4. THE FORM OF THE TWO POLYNOMIAL RESIDUALS

In this section the explicit forms of the polynomial residuals for the two logarithmically singular expressions (11) and (12) of Φ_n are derived.

It is first noted that, if the logarithmically singular expressions (11) and (12) for Φ_n are written in the form

$$\Phi_n = f(r, z) \log r \quad (15)$$

when the above expression (15) is introduced into the bi-Laplacian operator of (1), and all terms including the *log* function are annulled, the following expression for the residual is obtained

$$\frac{4}{r} \frac{d}{dr} \left\{ \frac{d^2[f(r, z)]}{dr^2} + \frac{d^2[f(r, z)]}{dz^2} \right\} \quad (16)$$

which is useful in computing the explicit form of the residuals.

In the following, the logarithmically singular expression (11) for Φ_n

$$\Phi_n = R^n P_n \left(\frac{z}{R} \right) \log r \quad (17)$$

is considered first. It is deduced from the previous result that the expression of this polynomial residual may be computed as follows

$$\frac{4}{r} \frac{d}{dr} \left\{ \frac{d^2 \left[R^n P_n \left(\frac{z}{R} \right) \right]}{dr^2} + \frac{d^2 \left[R^n P_n \left(\frac{z}{R} \right) \right]}{dz^2} \right\} \quad (18)$$

and its explicit expression in terms of Legendre polynomials is

$$-4 n(n-1)(n-2) \frac{R^n}{r^4} \left[\left(3P_{n-1} \left(\frac{z}{R} \right) + P_{n-3} \left(\frac{z}{R} \right) \right) \left(\frac{z}{R} \right) - P_n \left(\frac{z}{R} \right) - P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) \left[1 + 2 \left(\frac{z}{R} \right)^2 \right] \right] \quad (19)$$

By repeatedly employing the Bonnet's recursion formula, the previous expression may be recast as follows

$$-4 \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{(2n-1)(2n-3)(2n-5)} \frac{R^n}{r^4} \left[(2n-5)P_n \left(\frac{z}{R} \right) - 2(2n-3)P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) + (2n-1)P_{n-4} \left(\frac{z}{R} \right) \right] \quad (20)$$

If the logarithmically singular expression (17) of Φ_n is supplemented by a suitable polynomial of degree n , whose residual equals the opposite of expression (20), the residual (20) may be annulled. This suitable polynomial is referred to in this paper as "osculating polynomial".

Unfortunately, although the form of the residual (20) is relatively simple, it is difficult to devise the analytical form of the osculating polynomial such that, once inserted into the bi-Laplacian operator, produces the desired polynomial residual. The evaluation of this osculating polynomial is considered in the next sections.

The second logarithmically singular expression (12) of Φ_n

$$\Phi_n = R^n P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) \log r \quad (21)$$

is considered in the following. By proceeding as before, the explicit expression of the corresponding residual, expressed in terms of Legendre polynomials, is

$$\begin{aligned} & -4(n-2) \frac{R^{n-3}}{r^4} \left\{ z \left[(n-3)(n-4)R^2 P_{n-5} \left(\frac{z}{R} \right) + \left(r^2(3n^2 - 13n + 20) + 3z^2(n-3)(n-4) \right) P_{n-3} \left(\frac{z}{R} \right) \right] \right. \\ & \left. - R \left[r^2(n^2 - n + 2) + z^2(n-3)(n-4) \right] P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) + (n-3) \left[3z^2(n-4) + r^2(n-2) \right] P_{n-4} \left(\frac{z}{R} \right) \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

By exploiting the identity

$$\frac{r^2}{R^2} = 1 - \frac{z^2}{R^2} \quad (23)$$

the above residual (22) may be recast as

$$\begin{aligned} & -4(n-2) \frac{R^n}{r^4} \left\{ \frac{z}{R} \left[(n-3)(n-4) P_{n-5} \left(\frac{z}{R} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\left(1 - \frac{z^2}{R^2} \right) (3n^2 - 13n + 20) + 3 \frac{z^2}{R^2} (n-3)(n-4) \right) P_{n-3} \left(\frac{z}{R} \right) \right] \right. \\ & \left. - \left[\left(1 - \frac{z^2}{R^2} \right) (n^2 - n + 2) + \frac{z^2}{R^2} (n-3)(n-4) \right] P_{n-2} \left(\frac{z}{R} \right) \right. \\ & \left. + (n-3) \left[3 \frac{z^2}{R^2} (n-4) + \left(1 - \frac{z^2}{R^2} \right) (n-2) \right] P_{n-4} \left(\frac{z}{R} \right) \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

and also as

$$\begin{aligned}
& -4(n-2)\frac{R^n}{r^4}\left\{(n-3)(n-4)\frac{z}{R}P_{n-5}\left(\frac{z}{R}\right)-\left[(n-2)(n-3)+2(n-3)(n-5)\frac{z^2}{R^2}\right]P_{n-4}\left(\frac{z}{R}\right)\right. \\
& \left.+\left[3n^2-13n+20-8(n-2)\frac{z^2}{R^2}\right]\frac{z}{R}P_{n-3}\left(\frac{z}{R}\right)+\left[-n^2+n-2+2(3n-5)\frac{z^2}{R^2}\right]P_{n-2}\left(\frac{z}{R}\right)\right\} \quad (25)
\end{aligned}$$

By repeatedly employing the Bonnet's recursion formula, the previous expression may be recast as follows

$$\begin{aligned}
& -\frac{4(n-2)(n-3)}{(2n-1)(2n-5)(2n-7)(2n-9)}\frac{R^n}{r^4}\times \\
& \left\{2n(n-1)(2n-7)(2n-9)P_n\left(\frac{z}{R}\right)-(2n-9)(5n-4)(2n^2-7n+1)P_{n-2}\left(\frac{z}{R}\right)\right. \quad (26) \\
& \left.+4(2n-1)(2n-7)(n^2-5n+2)P_{n-4}\left(\frac{z}{R}\right)-(2n-1)^2(n-4)(n-5)P_{n-6}\left(\frac{z}{R}\right)\right\}
\end{aligned}$$

As previously noted, no simple rule is available for evaluating the osculating polynomial, that is, the polynomial to be added to the logarithmic expression, capable of osculating the residual. In reference [1], p. 306, it is noted that "these polynomials may be obtained by assuming a general polynomial form of the appropriate order and substituting into the Laplace equation to obtain constraint equations." This approach suffers from the limit that the order of the system of equations to be solved increase with the series index n .

In Section 5 two approaches for determining the osculating polynomial are proposed.

5. THE DETERMINATION OF THE OSCULATING POLYNOMIALS

In this section, two approaches are presented for evaluating the osculating polynomial. The first approach is a recursive technique, whose merit is that it does not require the solution of a system of linear equations. The second approach, instead, is similar to the one proposed in reference [1], p. 306, which relies upon the solution of a system of equations.

The Recursive Determination of the Osculating Polynomial

The expressions of the polynomial residuals (20) and (26) of the logarithmically singular formulae (17) and (21) of Φ_n may be interpreted as the sum of several terms of the kind $z^p r^q$. In this section it is shown how to recursively construct an osculating polynomial such that, once introduced into the bi-Laplacian operator (1), produces a residual that equals a single term of the form $z^p r^q$. Consequently, it is possible to compute the expression of the polynomial to be added to the logarithmically singular Φ function so that its residual is null. It is recalled that the exponent p is null, even or odd, whereas the exponent q is always even or null, see reference [1], p. 309. The merit of this recursive approach is that it does not require the solution of a system whose rank increases with the series index n .

The following expression of Φ_n is considered first

$$\Phi_n = R^n \left(\frac{z}{R} \right)^n = z^n \quad (27)$$

Once the above expression is introduced into the bi-Laplacian operator (1), the residual is

$$\nabla^2 \nabla^2 z^n = n(n-1)(n-2)(n-3)z^{n-4} \quad (28)$$

Consequently, the following expression of Φ_n

$$\Phi_n = R^{n+4} \left(\frac{z}{R} \right)^{n+4} = z^{n+4} \quad (29)$$

produces the residual

$$\nabla^2 \nabla^2 [z^{n+4}] = (n+1)(n+2)(n+3)(n+4)R^n \left(\frac{z}{R} \right)^n = (n+1)(n+2)(n+3)(n+4)z^n \quad (30)$$

Finally, the following expression of Φ_n

$$\Phi_n = \frac{R^{n+4} \left(\frac{z}{R} \right)^{n+4}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} = \frac{z^{n+4}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \quad (31)$$

produces the simple residual

$$\nabla^2 \nabla^2 \left[\frac{z^{n+4}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \right] = R^n \left(\frac{z}{R} \right)^n = z^n \quad (32)$$

The form of the polynomial expression osculating a residual term of the form z^n has therefore been derived.

A second expression of Φ_n is considered in the following

$$\Phi_n = R^n \left(\frac{z}{R} \right)^{n-2} = R^2 z^{n-2} \quad (33)$$

Once the above expression is introduced into the bi-Laplacian operator (1), it produces the following residual

$$\nabla^2 \nabla^2 [R^2 z^{n-2}] = (n-2)(n-3)z^{n-6} \left[(n^2 - n + 8)z^2 + r^2(n-4)(n-5) \right] \quad (34)$$

Therefore, if the following expression of Φ_n is employed

$$\Phi_n = R^{n+4} \left(\frac{z}{R} \right)^{n+2} = R^2 z^{n+2} \quad (35)$$

its residual is

$$\nabla^2 \nabla^2 \left[R^2 z^{n+2} \right] = (n+1)(n+2) \left[(n^2 + 7n + 20) z^n + n(n-1) r^2 z^{n-2} \right] \quad (36)$$

If the following expression of Φ_n is considered

$$\Phi_n = \frac{R^2 z^{n+2}}{(n+1)(n+2)(n^2 + 7n + 20)} \quad (37)$$

its residual is

$$\nabla^2 \nabla^2 \left[\frac{R^2 z^{n+2}}{(n+1)(n+2)(n^2 + 7n + 20)} \right] = z^n + \frac{n(n-1)}{n^2 + 7n + 20} r^2 z^{n-2} \quad (38)$$

Finally, when the following expression of Φ_n is adopted

$$\Phi_n = \left[\frac{R^2 z^{n+2}}{(n+1)(n+2)(n^2 + 7n + 20)} - \frac{z^{n+4}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \right] \frac{n^2 + 7n + 20}{n(n-1)} = \frac{z^{n+4} \left[8 - (n+3)(n+4) \frac{r^2}{z^2} \right]}{(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \quad (39)$$

its residual is simply

$$\nabla^2 \nabla^2 \left[\frac{z^{n+4} \left[8 - (n+3)(n+4) \frac{r^2}{z^2} \right]}{(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \right] = r^2 z^{n-2} \quad (40)$$

The form of the polynomial expression osculating a residual term of the form $r^2 z^{n-2}$ has therefore been obtained.

A third expression of Φ_n is considered in the following

$$\Phi_n = R^n \left(\frac{z}{R} \right)^{n-4} = R^4 z^{n-4} \quad (41)$$

Once the above expression is introduced into the bi-Laplacian operator (1), its residual is

$$\begin{aligned} \nabla^2 \nabla^2 [R^4 z^{n-4}] &= z^{n-8} \left[(n^4 - 6n^3 + 27n^2 - 86n + 160) z^4 \right. \\ &\quad + (n^4 - 22n^3 + 179n^2 - 638n + 840) r^4 \\ &\quad \left. + (2n^4 - 28n^3 + 174n^2 - 596n + 880) r^2 z^2 \right] \end{aligned} \quad (42)$$

Therefore, if the following expression of Φ_n is employed

$$\Phi_n = R^{n+4} \left(\frac{z}{R} \right)^n = R^4 z^n \quad (43)$$

its residual is

$$\begin{aligned} \nabla^2 \nabla^2 [R^4 z^n] &= (n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120) z^n + 2n(n^3 + 2n^2 + 15n - 18) r^2 z^{n-2} \\ &\quad + n(n^3 - 6n^2 + 11n - 6) r^4 z^{n-4} \end{aligned} \quad (44)$$

If the following expression of Φ_n is used

$$\Phi_n = \frac{R^4 z^n}{(n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120)} \quad (45)$$

its residual is

$$\begin{aligned} \nabla^2 \nabla^2 \left[\frac{R^4 z^n}{(n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120)} \right] &= \\ z^n + \frac{2n(n^3 + 2n^2 + 15n - 18)}{n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120} r^2 z^{n-2} &+ \frac{n(n^3 - 6n^2 + 11n - 6)}{n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120} r^4 z^{n-4} \end{aligned} \quad (46)$$

Finally, when the following expression of Φ_n is considered

$$\begin{aligned}
\Phi_n &= \frac{n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120}{n(n^3 - 6n^2 + 11n - 6)} \times \\
&\left[\frac{R^4 z^n}{(n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120)} - \frac{z^{n+4}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \right. \\
&\left. + \frac{2n(n^3 + 2n^2 + 15n - 18)}{n^4 + 10n^3 + 51n^2 + 98n + 120} \frac{z^{n+4} \left[8 - (n+3)(n+4) \frac{r^2}{z^2} \right]}{(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \right] = \quad (47) \\
&z^n \frac{192z^4 - (32n^2 + 224n + 384)r^2 z^2 + (n^4 + 10n^3 + 35n^2 + 50n + 24)r^4}{(n-3)(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}
\end{aligned}$$

its residual is simply

$$\nabla^2 \nabla^2 \left[z^n \frac{192z^4 - (32n^2 + 224n + 384)r^2 z^2 + (n^4 + 10n^3 + 35n^2 + 50n + 24)r^4}{(n-3)(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \right] = r^4 z^{n-4} \quad (48)$$

The form of the polynomial expression osculating a residual term of the form $r^4 z^{n-4}$ has thus been obtained.

The above computations show that, if the expression of the polynomial residual is known, it may be interpreted as the sum of terms of the kind $z^n r^m$, and an osculating polynomial may be determined whose residual equals the opposite of the above polynomial residual. Consequently, it is possible to compute the expression of the osculating polynomial to be added to the logarithmically singular Φ function so that its residual is null. This approach does not involve the solution of a system whose rank increases with the index n . The above computations also evidence that the evaluation of the polynomials that produce a desired residual may be carried out automatically with the aid of an algebraic manipulator.

In reference [1], p. 306, a method is outlined to evaluate the polynomial to be added to the logarithmically singular Φ function. According to reference [1], a general polynomial is considered, whose coefficients are evaluated so that its residual coincides with the polynomial residual of expression (12). Contrary to the above method, the approach favoured in this paper does not require the solution of a system of linear equations, and, therefore, it may be employed for high values of the series index for Φ .

An Approach Based Upon the Solution of a System of Equations

In this section it was decided to follow an approach slightly different from that favoured by Barber, see reference [1], p. 306. In the present approach, a single expression for each harmonic of Φ is considered, without addressing separately the purely polynomial and the logarithmic-polynomial parts. Moreover, the employment of the Lagrange polynomials has been abandoned.

As suggested by the previously quoted results, the general harmonic of degree n of Φ is expressed as the sum of a polynomial-logarithmic complete expression of degree n , and of a purely polynomial complete expression of the same degree.

For instance, for $n=6$, the expression adopted for the harmonic Φ_6 is

$$\Phi_6 = (a_{0,6}z^6 + a_{2,4}r^2z^4 + a_{4,2}r^4z^2 + a_{6,0}r^6)\log r + b_{0,6}z^6 + b_{2,4}r^2z^4 + b_{4,2}r^4z^2 + b_{6,0}r^6 \quad (49)$$

where, if the problem is skew symmetric in the z direction, only even terms are considered. The above expression is then inserted into the bi-Laplacian equation (1), and the corresponding residual is computed. This residual is formed by a polynomial-logarithmic part, and by a purely polynomial part. By imposing the vanishing of the residual, two sets of linear equations in the coefficients of the polynomial expressions are obtained. Each set is formed by $n/2-1$ equations, so that the total available equations are $n-2$. The total unknown coefficients of the two polynomial expressions of equation (49) are $n+2$, and, therefore, four degrees of freedom are available for each harmonic of Φ , apart from $n=0$. This result is expected on the basis of its similarity with the Michell series solution for polar problems, e.g. reference [1], p. 106.

One of the defects of the traditional approach based upon four independent solutions for each harmonic of Φ is that the polynomial-logarithmic solution may include terms already comprised by the purely polynomial solution. The adoption of a single expression for each harmonic of Φ , favoured in this paper, overcomes this problem.

The first seven harmonics of Φ are as follows

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= C_{00} \log r + C_{01} \\ \Phi_1 &= C_{10}z \log r + C_{11}z \\ \Phi_2 &= (C_{20}z^2 + C_{23}r^2)\log r + C_{21}z^2 + C_{22}r^2 \\ \Phi_3 &= (C_{30}z^2 + C_{31}r^2)z \log r + C_{31}z^3 + C_{32}r^2z; \\ \Phi_4 &= \left[2C_{40}z^4 + (-3C_{40} - 8C_{43})r^2z^2 + 2C_{43}r^4 \right] \frac{\log r}{2} \\ &\quad + C_{41}z^4 - \frac{(3C_{41} + 8C_{42} - 3C_{40} + 4C_{43})}{2} r^2z^2 + C_{42}r^4 \\ \Phi_5 &= \left(C_{52}z^4 - \frac{15C_{52} + 8C_{50}}{6} r^2z^2 + C_{50}r^4 \right) z \log r \\ &\quad + C_{53}z^5 + C_{51}r^4z - \frac{15C_{53} - 15C_{52} + 8C_{51} + 4C_{50}}{6} r^2z^3 \\ \Phi_6 &= \left[8C_{60}z^6 + (64C_{63} - 40C_{60})r^2z^4 + (15C_{60} - 96C_{63})r^4z^{24} + 8C_{63}r^6 \right] \frac{\log r}{8} \\ &\quad + C_{61}z^6 + \frac{(-15C_{61} + 24C_{62} + 15C_{60} + 20C_{63})}{3} r^2z^4 \\ &\quad - \frac{(-30C_{61} + 192C_{62} + 45C_{60} + 64C_{63})}{16} r^4z^2 + C_{62}r^6 \end{aligned} \quad (50)$$

The tedious computations of the high degree harmonics of Φ have been relegated to an algebraic manipulator.

6. PRELIMINARY EXAMPLE

A preliminary example is developed. An elastic, deformable cylindrical hub of purely rectangular cross section is frictionlessly forced onto a rigid shaft. Since the problem of interest is symmetric in z , only expressions of Φ must be considered that are skew-symmetric in z , as it appears from formulae (4) for the stresses.

It is first noted that, since the shaft is assumed as rigid, the edges of the hub cavity do not promote any endpoint singular pressure peaks. This is not an obvious result. In fact, in general, in contact problems of significant axial length, the central portion is usually in plane strain, whereas the lateral parts are in plane stress, and, therefore, they are more deformable. Consequently, the contact pressure generally diminishes laterally, e.g. reference [3], p. 132. In the case under scrutiny, instead, the particular form of the radial and hoop stresses produces a uniform axial strain. Consequently, the whole hub is in plane stress, and the contact pressure remains perfectly constant in the axial direction.

A series expansion of the stress function Φ up to $n=7$ has been considered. Only even indexes have been accounted for, since the problem is symmetrical with respect to $z=0$. The number of unknown coefficients is $1+4\times 3=13$. The unknown coefficients have been determined by imposing the minimum condition on the residual squared and integrated along the hub sides, see reference [4] for details. In particular, along the hub outer side, the radial and tangential stresses must be null; along the hub lateral side, the axial and tangential stresses must be null; along the hub inner side, the tangential stress must be null, and the radial displacement is imposed.

Encouragingly, the preliminary results provide a nearly uniform contact pressure, and residuals of the stresses along the hub periphery of the order of $1/1000$ times the contact pressure.

7. CONCLUSIONS

A series solution in terms of Legendre polynomials has been revisited, and some contributions to the definition of the series terms have been given. In particular, the polynomial correction to be imparted to a logarithmically singular series solution has been considered, and a recursive approach for its determination is developed. These results have allowed the explicit expressions recently presented in reference [5] to be obtained. A preliminary example has been presented, dealing with an elastic, deformable cylindrical hub of purely rectangular cross section, frictionlessly forced onto a rigid shaft.

REFERENCES

- [1] Barber, J.R., 2002. *Elasticity*. Kluwer, London.
- [2] Timoshenko, S. and Goodier, J.N., 1970. *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill, N.Y.
- [3] Johnson, K.L., 1985. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [4] Strozzi, A., Baldini, A., Giacomini, M., Rivasi, S., and Rosi, R., 2007. "Maximum stresses in a taper-shanked round-ended lug loaded by an oblique concentrated force". *Strain*, 43, pp. 109–118.
- [5] Strozzi, A., "A Note on the Legendre Series Solution of the Biharmonic Equation for Cylindrical Problems". *J. Elasticity*, preprint available.

VALUTAZIONE DELLA DISSIPAZIONE ENERGETICA IN COMPONENTI REALIZZATI CON POLIMERI

Gianluca Medri
Dipartimento di Ingegneria Industriale,
Università di Parma, Italia
E-mail: gmedri@racine.ra.it

Sommario. Si presenta una procedura analitica di valutazione della dissipazione energetica in componenti polimerici (anche elastomerici) sottoposti a sollecitazioni variabili nel tempo. Gli strumenti fisico-analitici proposti sono basati sulla Teoria della Termoviscoelasticità Accoppiata.

Keywords: dissipazioni energetiche, termodinamica della sollecitazione.

1. INTRODUZIONE

La determinazione delle variazioni di temperatura all'interno di componenti realizzati con materiali polimerici è necessaria, *ex ante* ed *ex post*, principalmente per tre ragioni:

1. valutazione dello stato di deformazione del componente comprendente anche le deformazioni generate dal campo di temperatura;
2. corretta valutazione del comportamento fisico-meccanico dei punti materiali nel componente in esercizio (alla "reale" temperatura di esercizio!);
3. valutazione di grandezze funzionali relative al componente (energia assorbita ...).

Strumenti teorici per l'analisi termostrutturale sono disponibili da quasi due secoli, e permettono una previsione abbastanza accurata del comportamento in esercizio di componenti polimerici a configurazione geometrica semplice (con soluzioni analitiche dirette) o complessa (con l'ausilio di metodi numerici FE): si verificano sperimentalmente differenze che rientrano nel campo $\pm 10\%$ del valore calcolato del parametro energetico di controllo.

Nell'analisi che segue si deducono le equazioni di base per la determinazione della dissipazione energetica generica (in situazione generale di storia della sollecitazione) e della dissipazione energetica in regime stazionario (sotto sollecitazioni ciclicamente variabili) di componenti realizzati con materiali polimerici/elastomerici. Queste equazioni sono facilmente applicabili (dal punto di vista qualitativo, anche se è richiesta una *time-consuming* elaborazione matematica - "manuale" e digitale) all'analisi termoenergetica di guarnizioni, sospensioni e pneumatici.

2. TERMODINAMICA DELLE DEFORMAZIONI

Se si indica con [1][2]

u^* = energia interna per unità di massa,

q_i = vettore che individua il flusso di calore q (dall'interno verso l'esterno) dalla superficie

avente normale n_i per mezzo della $q = q_i n_i$
 $z =$ costante di irraggiamento per unità di tempo e di massa,

il Primo Principio della Termodinamica (nell'ipotesi quasi-statica e in forma locale) si può esprimere con la

$$\rho(du^*/dt) = \sigma_{ij} D_{ij} - q_{i,i} + z = \sigma_{ij}(d\epsilon_{ij}/dt) - q_{i,i} + z \quad (1)$$

dove (v_i sono le componenti di dx/dt)

$$D_{ij} = (\delta v_i / \delta x_j + \delta v_j / \delta x_i) / 2 \quad (2)$$

è il gradiente della velocità di deformazione (simmetrico).

Il Secondo Principio della Termodinamica fissa i criteri di distinzione tra trasformazioni reversibili e irreversibili. Le variazioni di entropia ds (per unità di massa) possono essere dovute a fattori esterni (ds_E) e a fattori interni (ds_I). Se il processo è reversibile si ha $ds_I = 0$, mentre se è irreversibile $ds_I > 0$. In un processo reversibile si ha

$$dq' = T ds_E \quad (3)$$

dove T è la temperatura assoluta e q' è il calore fornito al continuo. Scomponendo lo *stress power* W^* in una parte conservativa W^*_E ed in una parte dissipativa W^*_D , l'equazione dell'energia diventa

$$\rho(du^*/dt) = W^*_E + W^*_D - q_{i,i} + z \quad (4)$$

e, trascurando l'irraggiamento, nel caso di solido elastico (poiché le trasformazioni, ovvero le deformazioni, sono reversibili) si ottiene

$$\rho(du^*/dt) = \sigma_{ij}(d\epsilon_{ij}/dt) + T(ds/dt) \quad (5)$$

Per trasformazione irreversibile (materiale dissipativo), sottraendo Eqn. (5) da Eqn (4), con Eqn. (3):

$$(ds/dt) = (1/T)dq'/dt + W^*_D/\rho T \quad (6)$$

se il processo è adiabatico ($dq'/dt = 0$), essendo $ds/dt > 0$, risulta che $W^*_D > 0$.

Esprimendo Eqn. (5) in termini differenziali, (caso elastico) si ha

$$du^* = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} + \rho T ds \quad (7)$$

e riferendosi alle funzioni per unità di volume

$$du^*_V = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} + T ds_V \quad (7 \text{ bis})$$

Se si introduce la funzione Energia Libera (di Helmholtz) data da

$$F = u^*_V - T s_V \quad (8)$$

in Eqn. (7 bis) si ottiene

$$dF = -s_V dT + \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (9)$$

TRASFORMAZIONI ISOTERMICHE:

$$dT = 0 \rightarrow s_V dT = 0 \rightarrow dF = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \rightarrow \sigma_{ij} = \delta F / \delta \epsilon_{ij}$$

$F = W = (\mathbf{T}:\mathbf{E})/2$, ovvero l'energia di deformazione per unità di volume coincide con l'energia libera.

TRASFORMAZIONI ADIABATICHE:

$$dq' = 0 \rightarrow ds_v = 0 \rightarrow du^*_v = \sigma_{ij}d\epsilon_{ij} \rightarrow u^*_v = W$$

l'energia di deformazione per unità di volume coincide con l'energia interna per unità di volume.

E' interessante, nel caso in cui ci si voglia limitare al campo della elasticità infinitesima, la formulazione di $F = W$, per un corpo isotropo e in caso isoterma, come espansione in serie di potenze di ϵ_{ij} . Dallo stato naturale ($\sigma_{ij} = 0$) e indeformato ($\epsilon_{ij} = 0$) si ricavano informazioni sulla forma dello sviluppo in serie: esso non deve contenere termini lineari, perché in caso contrario non sarebbe nullo σ_{ij} per $\epsilon_{ij} = 0$. Trascurando le potenze di ϵ superiori alla seconda, si ha quindi

$$F = F_0 + f_1(\text{tr}\mathbf{E})^2 + f_2\mathbf{E}:\mathbf{E} = F_0 + f_1(\epsilon_{ii})^2 + f_2\epsilon_{ij}\epsilon_{ij} \quad (10)$$

che, ponendo $f_1 = \lambda/2$ e $f_2 = \mu$, introducendo l'identità

$$\epsilon_{ij} = (\epsilon_{ij} - \delta_{ij}\epsilon_{KK}/3) + \delta_{ij}\epsilon_{KK}/3 = e_{ij} + \delta_{ij}\epsilon_{KK}/3 \quad (11)$$

e differenziando, porta alla Legge di Hooke $[\mathbf{T} = \lambda I_{E1}\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E} \rightarrow \sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\epsilon_{KK} + 2\mu\epsilon_{ij}]$ come

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} K\epsilon_{KK} + 2\mu(\epsilon_{ij} - \delta_{ij}\epsilon_{KK}/3) = -\delta_{ij}p_{media} + \sigma_{ij} \quad (12)$$

(dove K è il modulo di comprimibilità o *bulk modulus*).

3. EFFETTI TERMICI DELLE DEFORMAZIONI

L'equazione dell'energia (5) nel caso di materiale elastico isotropo e per piccole deformazioni e piccole variazioni di temperatura (potenziale elastico coincidente con l'energia libera) diventa [3]:

$$kT_{,ii} = \rho C_\epsilon dT/dt + 3K\alpha T_0(d\epsilon_{KK}/dt) \quad (13)$$

dove

C_ϵ è il calore specifico a deformazione costante (che assume valori $1000 \div 2000$ J/kg°C),

T_0 è una temperatura di riferimento (assoluta),

α è la costante di dilatazione termica lineare,

k è la costante di trasmissione del calore della Legge di Fourier

$$q_{i,i} = -kT_{,ii} \quad (14)$$

Nel caso di scambio termico nullo (processi o deformazioni molto veloci), Eqn. (13) assume una forma semplice e di immediata interpretazione fisica:

$$dT/dt = -C(d\epsilon_{KK}/dt) \quad (15)$$

dove $C = 3K\alpha T_0/\rho C_\epsilon$. In base a Eqn. (15) variazioni **positive** della deformazione volumetrica determinano variazioni **negative** di temperatura e viceversa. Inoltre, variazioni della componente distorsiva delle deformazioni non danno luogo a variazioni della temperatura del corpo.

Per un modello “materiale viscoelastico lineare con componente sferica perfettamente elastica” (usualmente utilizzato per la descrizione degli elastomeri), la legge dell'energia in forma locale diventa [1]

$$W^*_D + kT_{,ii} = \rho C_\varepsilon dT/dt + 3K\alpha T_0(d\varepsilon_{KK}/dt) \quad (16)$$

dove la potenza dissipativa W^*_D si può determinare per mezzo della Teoria della Viscoelasticità. Questa equazione rappresenta la relazione fondamentale della Termoviscoelasticità Accoppiata. Usando la schematizzazione grafica a molle e smorzatori, vedi Figg. (1) e (2), il materiale è costituito da un certo numero di rami, ciascuno comprendente uno o due di questi elementi. Il ramo k -esimo si deforma di una quantità ${}^K\varepsilon$ sotto una sollecitazione ${}^K\sigma$; al suo interno si può scindere la deformazione nella parte dissipativa ${}^K\varepsilon_D$ (dovuta all'eventuale smorzatore presente nel ramo) e nella parte elastica ${}^K\varepsilon_E$ (dovuta all'eventuale molla) [4].

Per triassializzare il modello monoassiale del materiale [5] si trasforma la relazione costitutiva lineare generale $P\sigma = Q\varepsilon$ nell'insieme di due relazioni: “distorsiva” $P's_{ij} = Q'e_{ij}$ e “idrostatica” $P''\sigma_{kk} = Q''\varepsilon_{kk}$. P' , P'' , Q' e Q'' sono indipendenti e, dati i loro valori, si possono ricavare $P = P'Q' + 2Q''P''$ e $Q = 3Q''Q'$ (ma non viceversa!). Per **materiale elastico** $P' = 1$, $Q' = 2G$, $P'' = 1$, $Q'' = 3K$; per **materiale incomprimibile**: $P'' = 0$, $Q'' = 1$, $P' = P/2$, $Q' = Q/3$; per **materiale con componente idrostatica perfettamente elastica**: $P'' = 1$, $Q'' = 3K$, $P' = P/6K - Q/54K^2$, $Q' = Q/9K$, per cui $P = 2P' + Q'/3K$, $Q = 3Q'$.

Passando alle componenti distorsive di tensione e deformazione s_{ij} ed e_{ij} (perché, come si è detto, la parte idrostatica è assunta perfettamente elastica) si può scrivere

$$W^*_D = \sum_K {}^K s_{ij} [d({}^K e_{Dij})/dt] \quad (17)$$

in cui la sommatoria è estesa a tutti i rami del modello. L'espansione di Eqn. (17) in termini di costanti del materiale e di sollecitazioni applicate è laboriosa ma non presenta difficoltà concettuali per modelli fino a tre parametri (o per “combinazioni” di modelli semplici).

Si deve notare che l'imprecisione di Eqn. (17) nel descrivere il comportamento dei materiali reali può essere rilevante ai fini delle analisi strutturali, e deriva a) dall'imprecisione intrinseca delle relazioni costitutive in quanto modelli imperfetti della realtà, b) dall'assunzione della non dissipatività delle componenti idrostatiche, c) dalla tridimensionalizzazione dello stato tensionale-deformativo per il modello “a molle e smorzatori” e, infine, d) dalla formulazione stessa di Eqn. (17) che deriva dal modello a parametri concentrati (approssimazione intrinseca del calcolo dell'energia che è accettabile per situazioni tendenzialmente uniassiali ma non accreditabile di assoluto rigore teorico in casi “tridimensionali”).

Si può affermare che il valore di W^*_D determinato con Eqn. (17) approssima per difetto la dissipazione reale con errore tanto minore quanto meno comprimibile è il materiale reale (perché tendono ad annullarsi le cause b) e c) di imprecisione) e quanto più una componente della tensione è preponderante rispetto alle altre. Per materiali con sensibile comprimibilità (coefficiente di Poisson inferiore a 0.45) vanno usate le componenti globali dello stato tensionale-deformativo (*i.e.* σ e ε).

Nel caso di scambio termico nullo, Eqn. (16) diventa

$$dT/dt = W^*_D/(\rho C_\varepsilon) - C(d\varepsilon_{KK}/dt) \quad (18)$$

dove il secondo membro è costituito da un termine sempre positivo (quello della dissipazione) e da un termine con segno opposto a quello delle variazioni volumetriche. Ne

conseguo che la variazione di temperatura è il risultato di due comportamenti, elastico e dissipativo, che possono essere contrastanti (per $d\varepsilon_{KK}/dt > 0$) o concordi (per $d\varepsilon_{KK}/dt < 0$). Variazioni delle deformazioni distorsive portano sempre ad un aumento della temperatura.

Per alcuni elastomeri (gomme) o fusi polimerici, per i quali vale la cosiddetta **Elasticità Entropica**, le relazioni presentate in questa sezione non valgono e ad **una deformazione corrisponde sempre un aumento di temperatura**.

4. VALUTAZIONE DELLA DISSIPAZIONE NEI POLIMERI ELASTOMERICI

Come applicazione si riporta il calcolo della W^*_D per il modello viscoelastico Solido di Zener, Fig. (1), che è il modello più usato nella descrizione delle deformazioni viscoelastiche dei materiali strutturali (gomme e materie plastiche in particolare), costituito da un Solido di Kelvin, Fig. (2), in serie con una molla, con relazione costitutiva [5]:

$$P\sigma = \sigma + p_1 d\sigma/dt = q_0 \varepsilon + q_1 d\varepsilon/dt = Q\varepsilon \quad (19)$$

dove:

- $q_1/p_1 = E_0 = E_1$ **modulo istantaneo**
- $q_1 = E_1 \eta / (E_1 + E_2)$
- $q_0 = E_\infty = E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ **modulo di rilassamento**
- $p_1 = \tau_R = \eta / (E_1 + E_2)$ **tempo di rilassamento**
- $q_1/q_0 = \tau_C = \eta / E_2$ **tempo di creep** ($\tau_C = \tau_R E_0 / E_\infty > \tau_R$)

La **funzione di creep** risulta:

$$J(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau_C}}}{E_0} + \frac{1}{E_\infty} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_C}} \right) \quad (20)$$

mentre la **funzione di rilassamento** è

$$Y(t) = E_\infty + (E_0 - E_\infty) e^{-\frac{t}{\tau_R}} \quad (21)$$

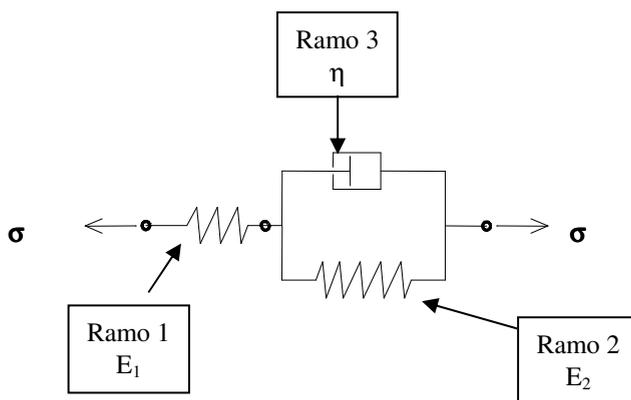


Figura 1. Modello di Zener.

Applicando una sollecitazione a gradino in deformazione per il tempo t_1 si ha (se $t > t_1$):

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 [Y(t) - Y(t-t_1)] = \varepsilon_0 (E_\infty - E_0) \left(e^{\frac{t-t_1}{\tau_R}} - 1 \right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau_R}} \quad (22)$$

dove si può notare che la tensione non si annulla immediatamente all'istante t_1 . Chiamata ${}^i\varepsilon$ (${}^i\sigma$) la componente della deformazione (tensione) del ramo i -esimo del modello di Zener si può scrivere

$$\begin{aligned} {}^1\varepsilon &= \sigma/E_1 = \sigma p_1/q_1 \\ {}^3\varepsilon &= {}^2\varepsilon = \varepsilon - {}^1\varepsilon \\ \sigma &= {}^1\sigma = {}^2\sigma + {}^3\sigma \\ {}^2\varepsilon &= {}^2\sigma/E_2 \\ {}^3\sigma &= \eta d({}^3\varepsilon)/dt \end{aligned} \quad (23)$$

L'Equazione (19), per mezzo delle Eqn. (23)_I e (23)_{II} diventa l'equazione del Solido di Kelvin "interno", Fig. (2),

$$\sigma(q_1 - q_0 p_1)/q_1 = {}^3\varepsilon q_0 + q_1 d({}^3\varepsilon)/dt \quad (24)$$

con $\eta = q_1^2/(q_1 - q_0 p_1)$ e $E_2 = q_1 q_0/(q_1 - q_0 p_1)$.

L'Equazione (24) permette di determinare ${}^3\varepsilon$ dato $\sigma(t)$ e ${}^3\sigma$ con Eqn. (23)_V. La potenza dissipativa si può determinare con Eqn. (17) espandendo in termini tridimensionali Eqn. (24). Supponendo in questo caso che il materiale sia incomprimibile (come accade virtualmente per gli elastomeri), Eqn. (24) diventa

$$s_{ij} {}^3(q_1 - q_0 p_1)/2q_1 = {}^3e_{ij} q_0 + q_1 d({}^3e_{ij})/dt \quad (24 \text{ bis})$$

cioè

$$s_{ij} = {}^3e_{ij} Q_0 + Q_1 d({}^3e_{ij})/dt \quad (24 \text{ ter})$$

dove

$$\begin{aligned} Q_0 &= 2q_1 q_0/3(q_1 - q_0 p_1) \\ Q_1 &= 2q_1^2/3(q_1 - q_0 p_1) \end{aligned} \quad (25)$$

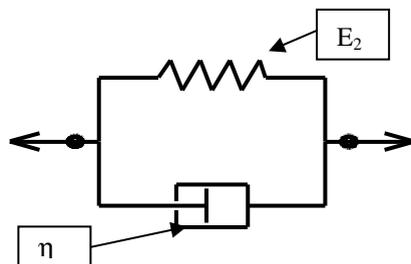


Figura 2. Modello di Kelvin (Voigt).

L'Equazione (23)_V diventa

$${}^3s_{ij} = [2q_1^2/3(q_1 - q_0p_1)]d({}^3e_{ij})/dt = Q_1d({}^3e_{ij})/dt \quad (26)$$

e quindi Eqn. (17) diventa [6]

$$W^*_D = {}^3s_{ij}d({}^3e_{ij})/dt = Q_1[d({}^3e_{ij})/dt][d({}^3e_{ij})/dt] \quad (27)$$

Per una forzante a gradino in tensione $s_{ij} = s_{0ij}H(t)$, si ha da Eqn. (24bis)

$$d({}^3e_{ij})/dt = s_{0ij}[3(q_1 - q_0p_1)/2q_1^2]\exp(-q_0t/q_1) \quad (28)$$

$$W^*_{D-ZENER-STEP} = [s_{0ij}{}^3s_{0ij}3(q_1 - q_0p_1)/2q_1^2]\exp(-2q_0t/q_1) \quad (27 \text{ bis})$$

Nel caso di una gomma si può trascurare la trasmissione del calore e (tenendo conto anche dell'incomprimibilità) localmente Eqn. (16) diventa con Eqn. (27 bis)

$$[dT/dt]_{GOMMA} = W^*_{D-ZENER-STEP}/\rho C_\epsilon = [s_{0ij}{}^3s_{0ij}3(q_1 - q_0p_1)/2q_1^2\rho C_\epsilon]\exp(-2q_0t/q_1) \quad (16 \text{ bis})$$

dove, per sensibili variazioni di T, va tenuto conto della dipendenza da T delle costanti del modello del materiale (*time-temperature shift*).

Per una sollecitazione ciclica forzante in tensione $s_{ij} = s_{0ij}\sin\omega t$ (**trascurando il transitorio**)

$${}^3e_{ij} = s_{0ij}(J_1\sin\omega t - J_2\cos\omega t) \quad (29)$$

dove, per Eqn. (24 bis) e (24 ter),

$$J_1 = Q_0/(Q_0^2 + \omega^2 Q_1^2) \quad (30)$$

$$J_2 = \omega Q_1/(Q_0^2 + \omega^2 Q_1^2)$$

Quindi, con Eqn. (29), (26) e (27) si può scrivere

$$d({}^3e_{ij})/dt = \omega s_{0ij}(J_1\cos\omega t + J_2\sin\omega t) \quad (31)$$

$$W^*_{D-ZENER-SIN} = Q_1 s_{0ij} s_{0ij} [\omega(J_1\cos\omega t + J_2\sin\omega t)]^2 \quad (27 \text{ ter})$$

5. CONCLUSIONI

L'Equazione (27) permette di determinare a) l'evoluzione della temperatura T nel corpo se inserita in adeguate equazioni di equilibrio termico (che tengano conto di: andamento spazio-temporale delle sollecitazioni, conduzione termica del materiale, *time-temperature shift* e condizioni termiche al contorno del corpo), e b) la potenza dissipativa e quindi l'energia assorbita (e non restituita) dalla struttura durante il servizio. I risultati presentati sono facilmente applicabili alle analisi su corpi realizzati con materiali modellati con serie di Solidi di Kelvin, sommando i contributi energetici di ogni singolo componente del modello.

REFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Booley B. A., Weiner J. H., 1960, Theory of Thermal Stresses, J. Wiley & Sons, New York.
- [2] Sarti G. C., Medri G., 1985, "Thermodynamic Basis for Viscoelastic and Non isothermal Fracture Mechanics". *Theoretical and Applied Fracture Mechanics Journal*, **4** (3), pp. 175 – 179.

- [3] Duhamel J. M. C., 1837. “Second mémoire sur le phénomènes thermomécaniques”. *Journal de l’Ecole Polytechnique*, **15** (25), pp. 1 – 57.
- [4] Biot M. A., 1954. “Theory of Stress-Strain Relaxations in Anisotropic Viscoelasticity and Relaxation Phenomena”. *Journal of Applied Physics*, **25** (11), pp. 1385 – 1391.
- [5] Flugge W., 1975, *Viscoelasticity*, Springer Verlag, New York.
- [6] Medri G., 1988. “Coupled Thermoviscoelasticity: a Way to the Stress-Strain Analysis of Polymeric Industrial Components?”. *Meccanica*, **23** (4), pp. 226 – 231.

EFFECT OF THE BOUNDARY CONDITIONS ON THE VIBRATIONS OF FUNCTIONALLY GRADED SHELLS

Angelo Oreste Andrisano
*Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: angelooreste.andrisano@unimore.it*

Francesco Pellicano
*Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: francesco.pellicano@unimore.it*

Matteo Strozzi
*Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: matteo.strozzi@unimore.it*

Abstract. *In this paper, the effect of the boundary conditions on the nonlinear vibrations of functionally graded (FGM) cylindrical shells is analyzed. The Sanders-Koiter theory is applied to model the nonlinear dynamics of the system in the case of finite amplitude of vibration. The shell deformation is described in terms of longitudinal, circumferential and radial displacement fields. Simply supported, clamped and free boundary conditions are considered. The displacement fields are expanded by means of a double mixed series based on Chebyshev polynomials for the longitudinal variable and harmonic functions for the circumferential variable. Numerical analyses are carried out in order to characterize the nonlinear response when the cylindrical shell is subjected to a harmonic external load; a convergence analysis is carried out by considering a different number of axisymmetric and asymmetric modes. The analysis is focused on determining the nonlinear character of the response as the geometry (thickness, radius) and boundary conditions of the shell vary.*

Keywords: *functionally graded, cylindrical shells, nonlinear vibrations*

1. INTRODUCTION

Functionally graded materials (FGMs) are composite materials obtained by combining and mixing two or more different constituent materials, which are distributed along the thickness in accordance with a volume fraction law. Most of the FGMs are employed in the high-temperature environments because of their heat shielding capacity.

The idea of FGMs was first introduced in 1984/87 by a group of Japanese material scientists [1]. They studied many different physical aspects such as temperature and thermal stress distributions, static and dynamic responses.

Loy et al. [2] analyzed the vibrations of the circular cylindrical shells made of FGM, considering simply supported boundary conditions. They found that the natural frequencies are affected by the constituent volume fractions and configurations of the materials.

Pradhan et al. [3] studied the vibration characteristics of FGM cylindrical shells made of stainless steel and zirconia, under different boundary conditions. They found that the natural frequencies depend on the material distributions and boundary conditions.

Leissa [4] analyzed the linear dynamics of shells having different topologies, materials and boundary conditions, considering the most important shell theories, such as Donnell, Flugge and Sanders-Koiter.

Yamaki [5] studied buckling and post-buckling of the shells in the linear and nonlinear field, reporting the solution methods, numerical and experimental results.

A modern treatise on the shells dynamics and stability can be found in Ref. [6], where also FGMs are considered.

Pellicano et al. [7] considered the effect of the geometry on the nonlinear vibrations of homogeneous isotropic shells, leading to similar conclusions of the present work.

The method of solution used in the present work was presented in Ref. [8].

In Refs. [9-10] the effect of the boundary conditions on the vibrations of circular cylindrical shells is considered.

In this paper, the effect of the boundary conditions on the nonlinear vibrations of FGM cylindrical shells is analyzed.

The Sanders-Koiter theory is applied to model the nonlinear dynamics of the system in the case of finite amplitude of vibration.

The shell deformation is described in terms of longitudinal, circumferential and radial displacement fields.

The theory considers geometric nonlinearities due to large amplitude of vibration.

Simply supported, clamped and free boundary conditions are considered.

The FGM is made of a uniform distribution of stainless steel and nickel, and the material properties are graded in the thickness direction, according to a volume fraction power-law distribution.

The solution method consists of two steps:

- 1) linear analysis and eigenfunctions evaluation;
- 2) nonlinear analysis, using an eigenfunction based expansion.

In the linear analysis, the displacement fields are expanded by means of a double series based on harmonic functions for the circumferential variable and Chebyshev polynomials for the longitudinal variable.

A Ritz based method allows to obtain the approximate natural frequencies and mode shapes (eigenvalues and eigenvectors).

In the nonlinear analysis, the three displacement fields are re-expanded by using the approximate eigenfunctions.

An energy approach based on the Lagrange equations is then considered, in order to reduce the nonlinear partial differential equations to a set of nonlinear ordinary differential equations.

Numerical analyses are carried out in order to characterize the nonlinear response when the shell is subjected to a harmonic external load.

A convergence analysis is carried out to obtain the correct number of axisymmetric and asymmetric modes able to describe the actual nonlinear behaviour of the shells.

The effect of the geometry on the nonlinear vibrations of the shells is analyzed, and a comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the FGM cylindrical shells with different geometries is carried out.

The influence of the boundary conditions on the natural frequencies and nonlinear responses of the shells is analyzed.

2. EQUATIONS OF FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS

A generic material property P_{fgm} of an FGM depends on the material properties and the volume fractions of the constituent materials, and it is expressed in the form [2]

$$P_{fgm}(T, z) = \sum_{i=1}^k \tilde{P}_i(T) V_{fi}(z) \quad (1)$$

where \tilde{P}_i and V_{fi} are the material property and volume fraction of the constituent material i , respectively.

The material property \tilde{P}_i of a constituent material can be described as a function of the environmental temperature $T(K)$ by Touloukian's relation [2] (the index i is dropped for the sake of simplicity)

$$\tilde{P}(T) = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (2)$$

where P_0, P_{-1}, P_1, P_2 and P_3 are the coefficients of temperature of the constituent material.

In the case of an FGM thin cylindrical shell with a uniform thickness h and a reference surface at its middle surface, the volume fraction V_f of a constituent material can be written as [2]

$$V_f(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p \quad (3)$$

where the power-law exponent p is a positive real number, ($0 \leq p \leq \infty$), and z describes the radial distance measured from the middle surface of the shell, ($-h/2 \leq z \leq h/2$), see Fig. 1.

For an FGM thin cylindrical shell made of two different constituent materials 1 and 2, the volume fractions V_{f1} and V_{f2} can be written in the following form [3]

$$V_{f1}(z) = 1 - \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p \quad V_{f2}(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p \quad V_{f1}(z) + V_{f2}(z) = 1 \quad (4)$$

where the sum of the volume fractions of the constituent materials is equal to unity.

Young's modulus E , Poisson's ratio ν and mass density ρ are expressed as [3]

$$E_{fgm}(T, z) = (E_2(T) - E_1(T)) \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p + E_1(T) \quad (5)$$

$$\nu_{fgm}(T, z) = (\nu_2(T) - \nu_1(T)) \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p + \nu_1(T) \quad (6)$$

$$\rho_{fgm}(T, z) = (\rho_2(T) - \rho_1(T)) \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p + \rho_1(T) \quad (7)$$

3. SANDERS-KOITER THEORY OF CIRCULAR CYLINDRICAL SHELLS

In Figure 1, an FGM circular cylindrical shell having radius R , length L and thickness h is represented; a cylindrical coordinate system $(O; x, \theta, z)$ is considered in order to take advantage from the axial symmetry of the structure, the origin O of the reference system is located at the centre of one end of the shell. Three displacement fields are represented in Fig. 1: longitudinal $u(x, \theta, t)$, circumferential $v(x, \theta, t)$ and radial $w(x, \theta, t)$.

Elastic Strain Energy, Kinetic Energy, Virtual Work, Damping Forces

The Sanders-Koiter nonlinear theory of circular cylindrical shells, which is an eight-order shell theory, is based on the Love's "first approximation" [4]. The strain components $(\varepsilon_x, \varepsilon_\theta, \gamma_{x\theta})$ at an arbitrary point of the shell are related to the middle surface strains $(\varepsilon_{x,0}, \varepsilon_{\theta,0}, \gamma_{x\theta,0})$ and to the changes in the curvature and torsion $(k_x, k_\theta, k_{x\theta})$ of the middle surface of the shell by the following relationships [5]

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x,0} + zk_x \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_{\theta,0} + zk_\theta \quad \gamma_{x\theta} = \gamma_{x\theta,0} + zk_{x\theta} \quad (8)$$

where z is the distance of the arbitrary point of the cylindrical shell from the middle surface and (x, θ) are the longitudinal and angular coordinates of the shell, see Fig. 1.

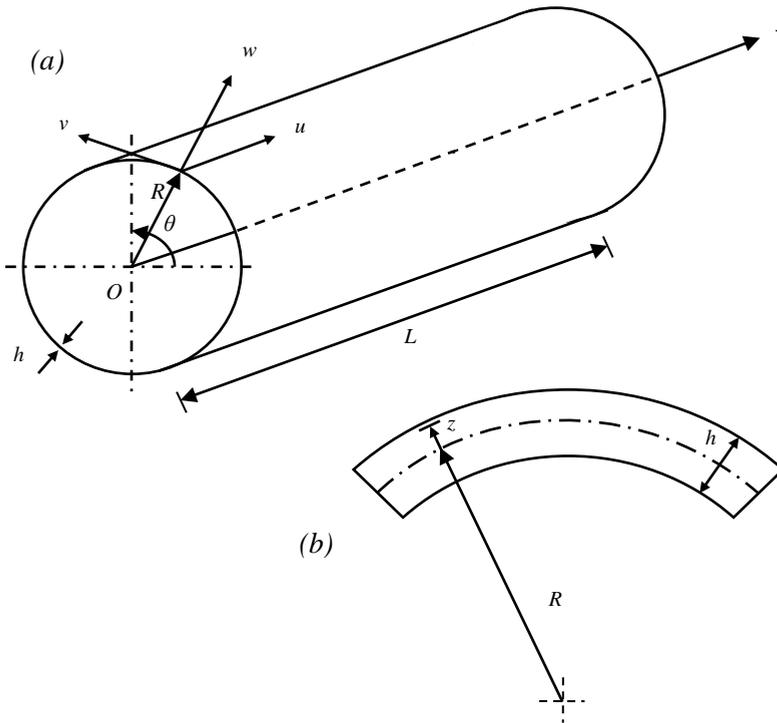


Figure 1. Geometry of the functionally graded cylindrical shell.
(a) Complete shell; (b) cross-section of the shell surface.

The middle surface strains and changes in curvature and torsion are given by [5]

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{x,0} &= \frac{\partial u}{L\partial\eta} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{L\partial\eta}\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{\partial v}{L\partial\eta} - \frac{\partial u}{R\partial\theta}\right)^2 + \frac{\partial w}{L\partial\eta} \frac{\partial w_0}{L\partial\eta} \\
\varepsilon_{\theta,0} &= \frac{\partial v}{R\partial\theta} + \frac{w}{R} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{R\partial\theta} - \frac{v}{R}\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{\partial u}{R\partial\theta} - \frac{\partial v}{L\partial\eta}\right)^2 + \frac{\partial w_0}{R\partial\theta}\left(\frac{\partial w}{R\partial\theta} - \frac{v}{R}\right) \\
\gamma_{x\theta,0} &= \frac{\partial u}{R\partial\theta} + \frac{\partial v}{L\partial\eta} + \frac{\partial w}{L\partial\eta}\left(\frac{\partial w}{R\partial\theta} - \frac{v}{R}\right) + \frac{\partial w_0}{L\partial\eta}\left(\frac{\partial w}{R\partial\theta} - \frac{v}{R}\right) + \frac{\partial w}{L\partial\eta} \frac{\partial w_0}{R\partial\theta} \\
k_x &= -\frac{\partial^2 w}{L^2\partial\eta^2} \quad k_\theta = \frac{\partial v}{R^2\partial\theta} - \frac{\partial^2 w}{R^2\partial\theta^2} \quad k_{x\theta} = -2\frac{\partial^2 w}{LR\partial\eta\partial\theta} + \frac{1}{2R}\left(3\frac{\partial v}{L\partial\eta} - \frac{\partial u}{R\partial\theta}\right) \quad (9)
\end{aligned}$$

where $(\eta = x/L)$ is the nondimensional longitudinal coordinate.

In the case of FGMs, the stresses are related to the strains as follows [6]

$$\sigma_x = \frac{E(z)}{1-\nu^2(z)}(\varepsilon_x + \nu(z)\varepsilon_\theta) \quad \sigma_\theta = \frac{E(z)}{1-\nu^2(z)}(\varepsilon_\theta + \nu(z)\varepsilon_x) \quad \tau_{x\theta} = \frac{E(z)}{2(1+\nu(z))}\gamma_{x\theta} \quad (10)$$

where $E(z)$ is the Young's modulus and $\nu(z)$ is the Poisson's ratio ($\sigma_z = 0$, plane stress).

The elastic strain energy U_s of a cylindrical shell is given by [6]

$$U_s = \frac{1}{2}LR \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_\theta \varepsilon_\theta + \tau_{x\theta} \gamma_{x\theta}) d\eta d\theta dz \quad (11)$$

The kinetic energy T_s of a cylindrical shell (rotary inertia effect is neglected) is given by [6]

$$T_s = \frac{1}{2}LR \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) d\eta d\theta dz \quad (12)$$

where $\rho(z)$ is the mass density of the shell.

The virtual work W done by the external forces is written as [6]

$$W = LR \int_0^1 \int_0^{2\pi} (q_x u + q_\theta v + q_z w) d\eta d\theta \quad (13)$$

with (q_x, q_θ, q_z) as distributed forces in longitudinal, circumferential and radial direction.

The nonconservative damping forces are assumed to be of viscous type and are taken into account by using Rayleigh's dissipation function (viscous damping coefficient c) [6]

$$F = \frac{1}{2}cLR \int_0^1 \int_0^{2\pi} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) d\eta d\theta \quad (14)$$

4. VIBRATION ANALYSIS

In order to carry out the dynamic analysis of the shell a two-steps procedure is considered [8]: *i*) the Rayleigh-Ritz method is applied to the linearized formulation of the problem, in order to obtain an approximation of the eigenfunctions; *ii*) the displacement fields are re-expanded using the approximate eigenfunctions, the Lagrange equations are considered in conjunction with the fully nonlinear expression of the potential energy, in order to obtain a set of nonlinear ordinary differential equations in modal coordinates.

Linear Vibration Analysis: Discretization Approach

In order to carry out a linear vibration analysis only the quadratic terms are retained in Eqn. (11). A modal vibration, i.e. a synchronous motion, is obtained in the form [8]

$$u(\eta, \theta, t) = U(\eta, \theta)f(t) \quad v(\eta, \theta, t) = V(\eta, \theta)f(t) \quad w(\eta, \theta, t) = W(\eta, \theta)f(t) \quad (15)$$

where $u(\eta, \theta, t)$, $v(\eta, \theta, t)$, $w(\eta, \theta, t)$ are the displacement fields, $U(\eta, \theta)$, $V(\eta, \theta)$, $W(\eta, \theta)$ represent the modal shape, $f(t)$ describes the time law, which is supposed to be the same for each displacement field (synchronous motion hypothesis).

The components of the modal shape are expanded by means of a double mixed series: the periodicity of deformation in the circumferential direction suggests the use of harmonic functions ($\cos n\theta$, $\sin n\theta$), while Chebyshev orthogonal polynomials are considered in the longitudinal direction $T_m^*(\eta)$ [8]

$$U(\eta, \theta) = \sum_{m=0}^{M_u} \sum_{n=0}^N \tilde{U}_{m,n} T_m^*(\eta) \cos n\theta \quad V(\eta, \theta) = \sum_{m=0}^{M_v} \sum_{n=0}^N \tilde{V}_{m,n} T_m^*(\eta) \sin n\theta$$

$$W(\eta, \theta) = \sum_{m=0}^{M_w} \sum_{n=0}^N \tilde{W}_{m,n} T_m^*(\eta) \cos n\theta \quad (16)$$

where $T_m^*(\eta) = T_m(2\eta - 1)$, m is the number of longitudinal half-waves, n is the number of nodal diameters and $(\tilde{U}_{m,n}, \tilde{V}_{m,n}, \tilde{W}_{m,n})$ are the generalized coordinates.

Simply Supported – Simply Supported Boundary Conditions

Simply supported – simply supported (S – S) boundary conditions are given by [4]

$$w = 0 \quad v = 0 \quad M_x = 0 \quad N_x = 0 \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (17)$$

The previous conditions imply the following equations [8]

$$\sum_{m=0}^{M_w} \tilde{W}_{m,n} T_m^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (18)$$

$$\sum_{m=0}^{M_v} \tilde{V}_{m,n} T_m^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (19)$$

$$\sum_{m=0}^{M_w} \tilde{W}_{m,n} T_{m,\eta}^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (20)$$

$$\sum_{m=0}^{M_u} \tilde{U}_{m,n} T_{m,\eta}^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (21)$$

The linear algebraic system given by Eqns. (17) can be solved analytically in terms of the coefficients $(\tilde{U}_{1,n}, \tilde{U}_{2,n}, \tilde{V}_{0,n}, \tilde{V}_{1,n}, \tilde{W}_{0,n}, \tilde{W}_{1,n}, \tilde{W}_{2,n}, \tilde{W}_{3,n})$, for $n \in [0, N]$.

Clamped – Clamped Boundary Conditions

Clamped – clamped boundary conditions are given by [4]

$$u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0 \quad w_{,\eta} = 0 \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (22)$$

The previous conditions imply the following equations [8]

$$\sum_{m=0}^{M_u} \tilde{U}_{m,n} T_m^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (23)$$

$$\sum_{m=0}^{M_v} \tilde{V}_{m,n} T_m^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (24)$$

$$\sum_{m=0}^{M_w} \tilde{W}_{m,n} T_m^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (25)$$

$$\sum_{m=0}^{M_w} \tilde{W}_{m,n} T_{m,\eta}^*(\eta) = 0 \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad n \in [0, N] \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (26)$$

The linear algebraic system given by Eqns. (22) can be solved analytically in terms of the coefficients $(\tilde{U}_{0,n}, \tilde{U}_{1,n}, \tilde{V}_{0,n}, \tilde{V}_{1,n}, \tilde{W}_{0,n}, \tilde{W}_{1,n}, \tilde{W}_{2,n}, \tilde{W}_{3,n})$, for $n \in [0, N]$.

Free – Free Boundary Conditions

Free – free (F – F) boundary conditions are given by [4]

$$N_x = 0 \quad N_{x\theta} + \frac{M_{x\theta}}{R} = 0 \quad M_x = 0 \quad Q_x + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{for } \eta = 0, 1 \quad (27)$$

where forces and moments are given by [4]

$$\begin{aligned}
 N_x &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{x,0} + \nu\varepsilon_{\theta,0}) & N_{x\theta} &= \frac{Eh}{2(1+\nu)} \gamma_{x\theta,0} & M_x &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (k_x + \nu k_\theta) \\
 M_{x\theta} &= \frac{Eh^3}{24(1+\nu)} k_{x\theta} & Q_x &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (k_{x,x} + \nu k_{\theta,x}) + \frac{Eh^3}{24(1+\nu)} k_{x\theta,\theta} & & (28)
 \end{aligned}$$

In this case, all the boundary conditions are “natural”, i.e., they involve essentially “forces”. In such a case, it is well known that the Ritz procedure can be applied even if the natural boundary conditions are not respected; therefore, here no boundary conditions are imposed for the free-free case.

Linear Vibration Analysis: Rayleigh-Ritz Procedure

The maximum number of variables needed for describing a generic vibration mode can be calculated by the following relation ($N_p = M_u + M_v + M_w + 3 - r$), with ($M_u = M_v = M_w$) as maximum degree of the Chebyshev polynomials and r as number of equations for the boundary conditions considered.

For a multi-mode analysis including different nodal diameters, the number of degrees of freedom of the system is computed by the relation ($N_{max} = N_p \times (N + 1)$), where N describes the maximum number of nodal diameters considered.

Equations (15) are inserted in the expressions of U_s and T_s (Eqns. (11 – 12)).

Consider now the Rayleigh quotient $R(\tilde{\mathbf{q}}) = \frac{V_{max}}{T^*}$, where V_{max} is the maximum of the potential energy, $T^* = \frac{T_{max}}{\omega^2}$, T_{max} is the maximum of the kinetic energy, ω is the circular frequency of the harmonic motion, $\tilde{\mathbf{q}} = [\dots, \tilde{U}_{m,n}, \tilde{V}_{m,n}, \tilde{W}_{m,n}, \dots]^T$ is a vector containing all the unknowns.

After imposing the stationarity to the Rayleigh quotient, one obtains the eigenvalue problem [8]

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (29)$$

which furnishes natural frequencies and modes of vibration (eigenvalues and eigenvectors) of the system.

The modal shape is given by the Eqns. (16), where coefficients ($\tilde{U}_{m,n}, \tilde{V}_{m,n}, \tilde{W}_{m,n}$) are substituted with ($\tilde{U}_{m,n}^{(j)}, \tilde{V}_{m,n}^{(j)}, \tilde{W}_{m,n}^{(j)}$), which are the components of the j -th eigenvector $\tilde{\mathbf{q}}_j$ of the Eqn. (29).

The vector function $\mathbf{U}^{(j)}(\eta, \theta) = [U^{(j)}(\eta, \theta), V^{(j)}(\eta, \theta), W^{(j)}(\eta, \theta)]^T$ represents an approximation of the j -th mode of the original problem; the eigenfunctions obtained are normalized by imposing $\max[\max[U^{(j)}(\eta, \theta)], \max[V^{(j)}(\eta, \theta)], \max[W^{(j)}(\eta, \theta)]] = 1$, see Ref. [8] for explanation.

Nonlinear Vibration Analysis: Lagrange Equations

In the nonlinear vibration analysis, the full expression of the elastic strain energy (11), containing terms up to the fourth order (cubic nonlinearity), is considered.

The displacement fields $u(\eta, \theta, t)$, $v(\eta, \theta, t)$, $w(\eta, \theta, t)$ are then expanded by using the linear mode shapes $U(\eta, \theta)$, $V(\eta, \theta)$, $W(\eta, \theta)$ obtained in the previous section [8]

$$\begin{aligned} u(\eta, \theta, t) &= \sum_{j=1}^{N_u} U^{(j)}(\eta, \theta) f_{u,j}(t) \\ v(\eta, \theta, t) &= \sum_{j=1}^{N_v} V^{(j)}(\eta, \theta) f_{v,j}(t) \\ w(\eta, \theta, t) &= \sum_{j=1}^{N_w} W^{(j)}(\eta, \theta) f_{w,j}(t) \end{aligned} \quad (30)$$

These expansions respect exactly the boundary conditions except for the free case; the synchronicity is relaxed as for each mode and each component (u, v, w) different time laws are allowed.

Mode shapes $U^{(j)}(\eta, \theta)$, $V^{(j)}(\eta, \theta)$, $W^{(j)}(\eta, \theta)$ are known functions expressed in terms of polynomials and harmonic functions.

The Lagrange equations for forced vibrations are expressed in the following form [8]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad \text{for } i \in [1, N_{max}] \quad (L = T_s - U_s) \quad (31)$$

where the modal coordinates are now ordered in a vector $\mathbf{q}(t) = [f_{u,j}, f_{v,j}, f_{w,j}, \dots]$, N_{max} depends on the number of modes considered in the expansions (30).

The generalized forces Q_i are obtained by differentiation of the Rayleigh's dissipation function F (14) and the virtual work done by external forces W (13), in the form [8]

$$Q_i = -\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial W}{\partial q_i} \quad (32)$$

Expansions (30) are inserted into strain energy (11), kinetic energy (12), virtual work of the external forces (13) and damping forces (14).

Using Lagrange Eqns. (31), a set of nonlinear ordinary differential equations (ODE) is then obtained.

5. NUMERICAL RESULTS

In this section, the nonlinear vibrations of functionally graded circular cylindrical shells with different modal shape expansions, geometries and boundary conditions are analyzed.

Analyses are carried out on an FGM made of stainless steel and nickel.

FGM properties are graded in the thickness direction according to a volume fraction distribution, where p is the power-law exponent.

The material properties against coefficients of temperature at $T = 300\text{K}$ are reported in Tab. 1 [2].

Table 1. Properties of stainless steel and nickel against coefficients of temperature.

	stainless steel			nickel		
	E	ν	ρ	E	ν	ρ
P_0	$2.0 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$	0.326	8166 kgm^{-3}	$2.2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$	0.310	8900 kgm^{-3}
P_{-1}	0 K	0 K	0 K	0 K	0 K	0 K
P_1	$3.1 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$	$-2.0 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$	0 K^{-1}	$-2.8 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$	0 K^{-1}	0 K^{-1}
P_2	$-6.5 \times 10^{-7} \text{ K}^{-2}$	$3.8 \times 10^{-7} \text{ K}^{-2}$	0 K^{-2}	$-4.0 \times 10^{-9} \text{ K}^{-2}$	0 K^{-2}	0 K^{-2}
P_3	0 K^{-3}	0 K^{-3}	0 K^{-3}	0 K^{-3}	0 K^{-3}	0 K^{-3}
P	$2.1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$	0.318	8166 kgm^{-3}	$2.0 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$	0.310	8900 kgm^{-3}

Nonlinear Response Convergence Analysis

The convergence analysis is carried out on a simply supported cylindrical shell excited with an harmonic force; the excitation frequency is close to the mode (m, n) .

The convergence is checked by adding suitable modes to the resonant one: asymmetric modes $(k \times m, j \times n)$ $k = 1,3$ $j = 1,2,3$ due to the presence both of quadratic and cubic nonlinearities;

axisymmetric modes $(k, 0)$ $k = 1,3,5,7$ due to the quadratic nonlinearities.

The convergence analysis is then developed by introducing a different number of asymmetric and axisymmetric modes in the expansions of the displacement fields u, v, w , see Tab. 2.

The FGM cylindrical shell is excited by means of an external modally distributed radial force $q_z = f_{1,6} \sin \eta \cos 6\theta \cos \Omega t$; the amplitude of excitation is $f_{1,6} = 0.0012h^2 \rho \omega_{1,6}^2$ and the frequency of excitation Ω is close to the mode $(1,6)$, $\Omega \cong \omega_{1,6}$.

The external forcing $f_{1,6}$ is normalized with respect to mass, acceleration and thickness; the damping ratio is equal to $\xi_{1,6} = 0.0005$.

The nonlinear amplitudes $f_{u,1}, f_{v,1}, f_{w,1}$ of expansions (30) refer to the displacement fields u, v, w of the mode $(1,6)$, respectively.

In Figure 2, a comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell $(h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1)$ with different nonlinear expansions is shown; the shell is very thin and long.

The nonlinear 6 dof model describes a wrong softening nonlinear behaviour, while the higher-order nonlinear expansions converge to a hardening nonlinear behaviour.

Higher- order models (dof from 9 to 18) behave quite similarly, this means that in this case the accuracy is acceptable for the 9 dof model.

Table 2. Asymmetric and axisymmetric modes inserted in the different nonlinear models.

6 dof model	9 dof model	12 dof model	15 dof model	18 dof model
mode (1,6) u, v, w				
mode (1,12) v	mode (1,12) v	mode (3,6) u, v, w	mode (3,6) u, v, w	mode (3,6) u, v, w
mode (1,0) u, w	mode (3,12) v	mode (1,12) v	mode (1,12) v	mode (1,12) v
	mode (1,0) u, w	mode (3,12) v	mode (3,12) v	mode (3,12) v
	mode (3,0) u, w	mode (1,0) u, w	mode (1,18) v	mode (1,18) v
		mode (3,0) u, w	mode (1,0) u, w	mode (3,18) v
			mode (3,0) u, w	mode (1,0) u, w
			mode (5,0) u, w	mode (3,0) u, w
				mode (5,0) u, w
				mode (7,0) u, w

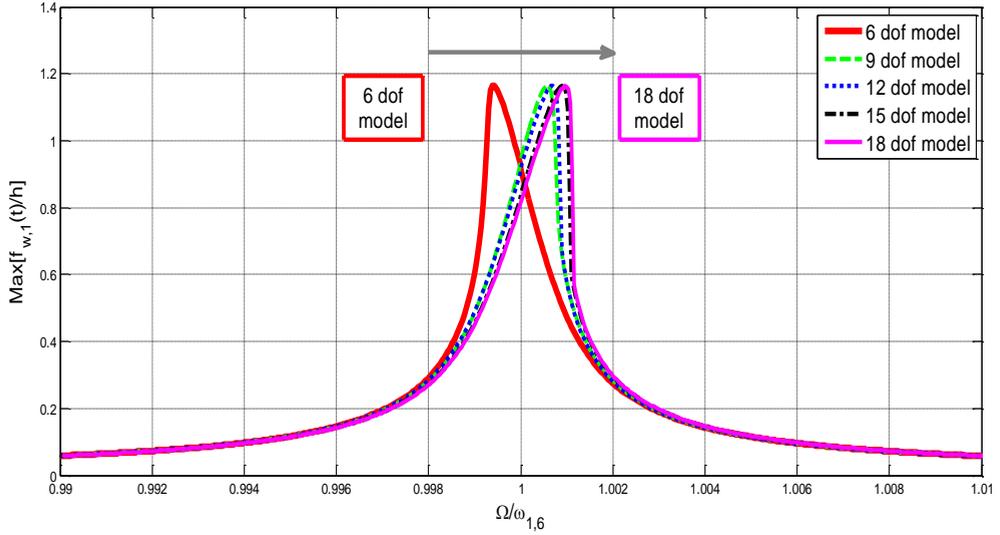


Figure 2. Comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell ($h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1$). “—■—”, 6 dof model; “— — —”, 9 dof model; “...”, 12 dof model; “- · - ·”, 15 dof model; “—”, 18 dof model.

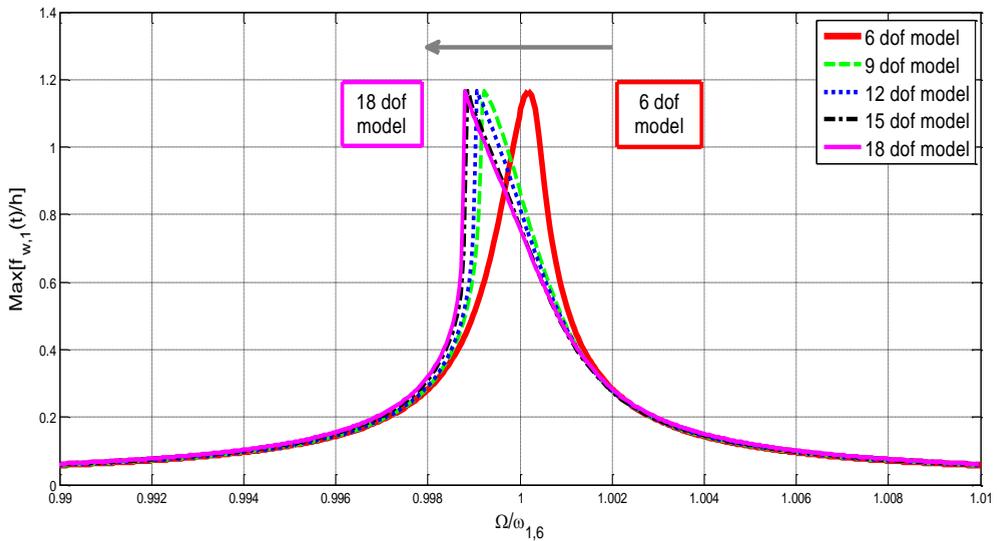


Figure 3. Comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell ($h/R = 0.025, L/R = 20, p = 1$). “—■—”, 6 dof model; “— — —”, 9 dof model; “...”, 12 dof model; “- · - ·”, 15 dof model; “—”, 18 dof model.

In Figure 3, a comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell ($h/R = 0.025, L/R = 20, p = 1$) with different nonlinear expansions is shown; the shell is moderately thick and long.

The nonlinear 6 dof model describes a wrong slightly hardening nonlinear behaviour, the higher-order nonlinear expansions converge to a softening nonlinear behaviour.

Also in this case, the models having 9-18 dof behave quite similarly.

In Figure 4, a comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell ($h/R = 0.050, L/R = 20, p = 1$) with different nonlinear expansions is shown: the nonlinear 6 dof model describes a wrong softening nonlinear behaviour, the higher-order nonlinear expansions converge to a hardening nonlinear behaviour.

The shell is slightly thicker than that of Fig. 3, but now the behaviour is hardening.

From these convergence analyses, one can say that the 9 dof model gives satisfactory results with the minimal computational effort; therefore, in the following, the 9 dof model will be used.

Considering a generic resonant mode (m, n) , the expansion is:

- modes $(m, n), (1, 0), (3, 0)$ in the longitudinal displacement field u
- modes $(m, n), (m, 2n), (3m, 2n)$ in the circumferential displacement field v
- modes $(m, n), (1, 0), (3, 0)$ in the radial displacement field w

After selecting such modes, each expansion present in the Eqns. (30) is reduced to a three-terms modal expansion; the resulting nonlinear system has 9 dof.

It is to note that the present convergence analysis confirms the results available in the literature: in the nonlinear field, axisymmetric modes play a role of primary importance.

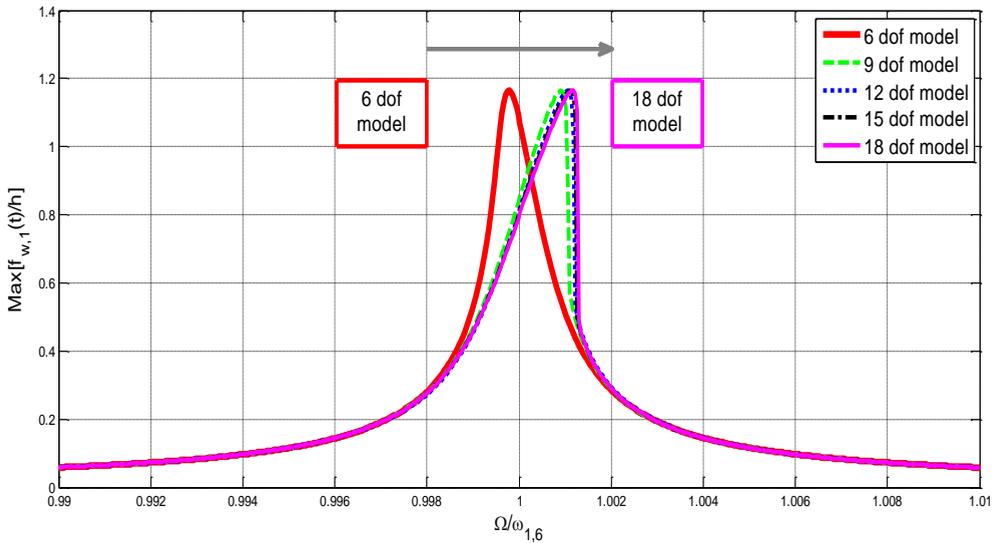


Figure 4. Comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell ($h/R = 0.050, L/R = 20, p = 1$). “—■—”, 6 dof model; “—■—”, 9 dof model; “...”, 12 dof model; “- · -”, 15 dof model; “—■—”, 18 dof model.

Effect of the Geometry

The goal of the present section is to clarify the role of the geometric parameters h, L, R and in particular their ratios h/R and L/R on the nonlinear response of FGM shells.

In Figure 5, a comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of simply supported shells with different geometries is shown.

This figure represents the maximum of the modal amplitude $f_{w,1}(t)$ of the mode (1,6) (normalized by the thickness h of the shell) versus the frequency of the external excitation Ω (normalized by the frequency $\omega_{1,6}$ of the driven mode).

The nonlinear response is:

- hardening in the case ($h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1$)
- softening in the case ($h/R = 0.025, L/R = 20, p = 1$)
- hardening in the case ($h/R = 0.050, L/R = 20, p = 1$)

The nonlinear response of the thicker shell ($h/R = 0.050$) is more hardening than the thinner one ($h/R = 0.002$).

A wide intermediate interval of thicknesses gives rise to softening type behaviour.

Effect of the Boundary Conditions on the Nonlinear Response

In the present section, the effect of the boundary conditions on the natural frequencies and nonlinear responses of the shells is analyzed. Simply supported – simply supported (S – S), clamped – clamped (C – C), clamped – simply supported (C – S), clamped – free (C – F), simply supported – free (S – F) and free – free (F – F) boundary conditions are considered.

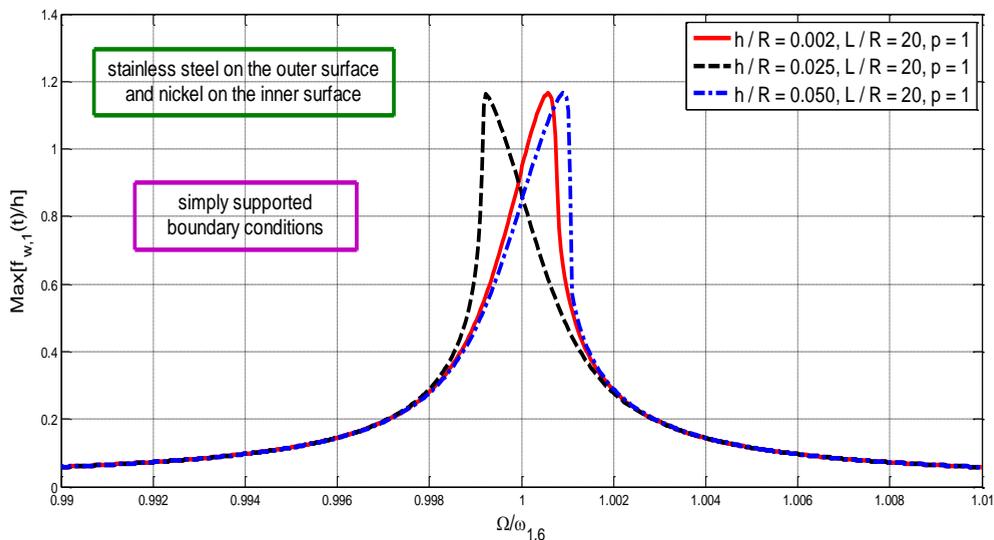


Figure 5. Comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of simply supported shells with different geometries, 9 dof model. “—”, ($h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1$); “- -”, ($h/R = 0.025, L/R = 20, p = 1$); “- · -”, ($h/R = 0.050, L/R = 20, p = 1$).

In Figure 6, the natural frequencies of the FGM shell ($h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1$) under various boundary conditions are shown.

For all the six boundary conditions, the frequencies initially decrease and then increase as the circumferential wavenumber n increases (number of longitudinal half-waves $m = 1$).

For all the boundary conditions, the minimum frequency occurs in between $n = 2$ and $n = 4$ (note that the minimum is also influenced by the ratios h/R and L/R); the natural frequencies converge for $n > 6$, i.e., the effect of the boundary conditions on the natural frequencies is prominent for low circumferential wavenumbers $n \in [1,5]$ and disappears for higher circumferential wavenumbers, when the corresponding six natural frequency curves merge into a single curve.

In particular, for $n \in [1,5]$, the value of the natural frequency for the F – F shell is the highest one, followed by the C – F, C – C, S – F, C – S and S – S values, in that order.

In Figure 7, a comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell ($h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1$) for the driven mode (1,6) is shown; six different boundary conditions are analyzed: the S – S and C – S behave similarly, the S – F, C – C and C – F behave similarly, the F – F gives the strongest nonlinearity.

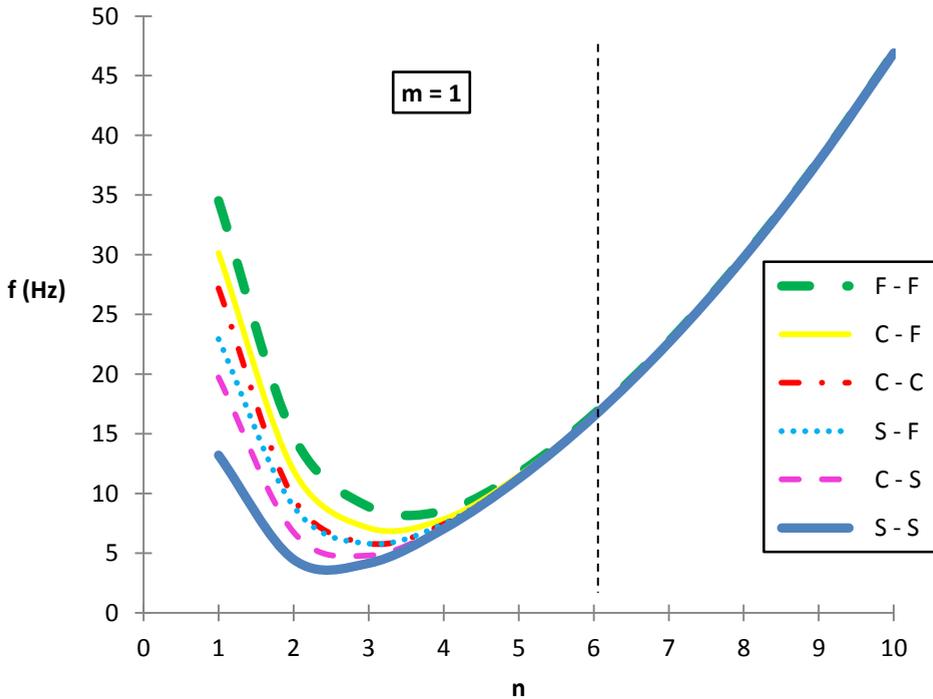


Figure 6. Variation of natural frequencies of the shell ($h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1$). “■ ■”, Free – Free; “—”, Clamped – Free; “- · -”, Clamped – Clamped; “···”, Simply – Free; “- - -”, Clamped – Simply; “■”, Simply – Simply.

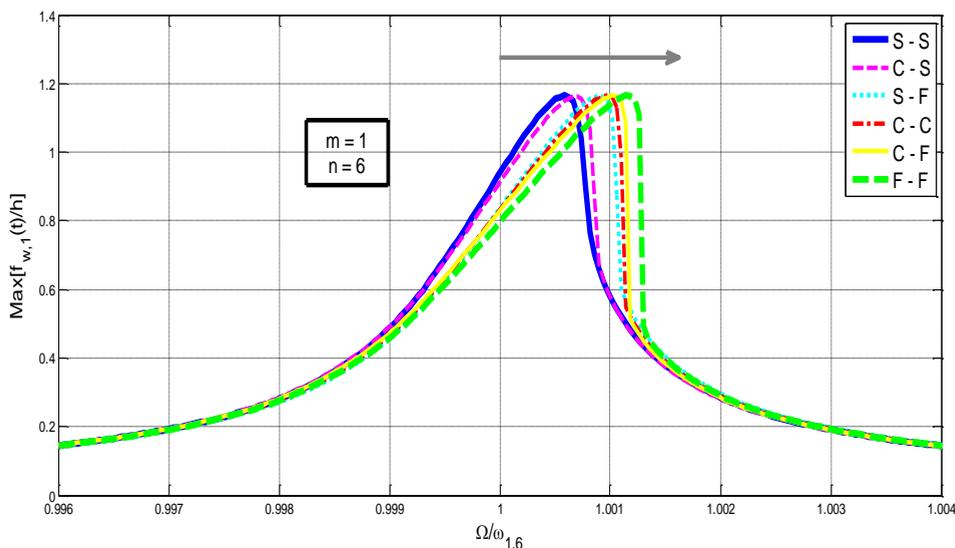


Figure 7. Comparison of nonlinear amplitude-frequency curves of the cylindrical shell ($h/R = 0.002, L/R = 20, p = 1$). “■”, Simply – Simply; “- · -”, Clamped – Clamped; “■ ■”, Free – Free; “- -”, Clamped – Simply; “—”, Clamped – Free; “···”, Simply – Free.

6. CONCLUSIONS

In this paper, the nonlinear vibrations of FGM circular cylindrical shells are analyzed; the Sanders-Koiter theory is applied to model the nonlinear dynamics of the system in the case of finite amplitude of vibration.

The functionally graded material is made of a uniform distribution of stainless steel and nickel, and the material properties are graded in the thickness direction, according to a volume fraction power-law distribution.

Numerical analyses are carried out in order to characterize the nonlinear response when the shell is subjected to a harmonic external load.

A convergence analysis is carried out by introducing in longitudinal, circumferential and radial displacement fields a different number of asymmetric and axisymmetric modes; the fundamental role of the axisymmetric modes is confirmed, and the role of the higher-order asymmetric modes is clarified in order to obtain the actual character of nonlinearity.

The effect of the geometry on the nonlinear vibrations of the FGM shells is analyzed: very thin and thick shells show a hardening nonlinear behaviour, conversely, a softening nonlinearity is found in a wide range of the shell geometries. This confirms the results available in literature concerning homogeneous shells.

The effect of the boundary conditions on the natural frequencies and nonlinear responses of the shells is analyzed. The effect of the boundary conditions on the natural frequencies is prominent for the low circumferential wave numbers, and disappears for high circumferential wave numbers. The boundary conditions strongly influence the nonlinear character of the shell response.

REFERENCES

- [1] Technical Report, Japanese Government, 1987. Research on the Basic Technology for the Development of Functionally Gradient Materials for Relaxation of Thermal-stress. Science and Technology Agency of Japanese Government.
- [2] Loy CT, Lam KY, and Reddy JN, 1999. "Vibration of functionally graded cylindrical shells". *International Journal of Mechanical Sciences*, **41**, pp. 309–324.
- [3] Pradhan SC, Loy CT, Lam KY, and Reddy JN, 2000. "Vibration characteristics of functionally graded cylindrical shells under various boundary conditions". *Applied Acoustics*, **61**, pp. 111–129.
- [4] Leissa AW, 1973. *Vibrations of Shells*. Government Printing Office, Washington DC.
- [5] Yamaki N, 1984. *Elastic Stability of Circular Cylindrical Shells*. North-Holland, Amsterdam.
- [6] Amabili M, 2008. *Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates*. Cambridge University Press, New York.
- [7] Pellicano F, Amabili M, and Paidoussis MP, 2002. "Effect of the geometry on the non-linear vibration of circular cylindrical shells". *International Journal of Nonlinear Mechanics*, **37**, pp. 1181–1198.
- [8] Pellicano F, 2007. "Vibrations of circular cylindrical shells: Theory and experiments". *Journal of Sound and Vibration*, **303**, pp. 154–170.
- [9] Kurylov Y, Amabili M, 2010. "Polynomial versus trigonometric expansions for nonlinear vibrations of circular cylindrical shells with different boundary conditions". *Journal of Sound and Vibration*, **329**, pp. 1435–1449.
- [10] Zhang L, Xiang Y, and Wei GW, 2006. "Local adaptive differential quadrature for free vibration analysis of cylindrical shells with various boundary conditions". *International Journal of Mechanical Sciences*, **48**, pp. 1126–1138.

ANALYSIS OF FRICTION IN TRANSIENT PIPE FLOW USING NON-CONVENTIONAL MODELS

Giuseppe Catania
DIEM, Department of Mechanical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: giuseppe.catania@unibo.it

Silvio Sorrentino
DIMEC, Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: silvio.sorrentino@unimore.it

Abstract. *The design of hydraulic transmission lines for control and actuation requires accurate knowledge of their dynamic response. Some standard techniques are known to obtain a consistent dynamic model of a fluid line, including the contribution of inertia, compressibility and friction.*

In this paper an efficient procedure is developed for simulating frequency-dependent friction in transient laminar liquid flow. This is investigated by means of a bi-dimensional approach and the laminar flow frequency-dependent friction is modelled using non-integer order derivatives, which may improve the accuracy of the simulated line response in comparison with more traditional newtonian models.

The results of the theoretical analysis are compared with experimental data obtained from frequency-response tests, and discussed in detail.

Keywords: *friction, transient flow, fractional derivative.*

1. INTRODUCTION

Fluid transmission lines are employed in both hydraulic control and actuation of mechanical devices in several industrial applications. For high speed running conditions as well as fast transient operations, an accurate model of the dynamical response of the fluid transmission line is generally required, in order to know the system critical behaviour and its functionality limitations in advance.

Fluid transmission lines have been extensively studied by several authors taking into account attenuation phenomena. These models range from the simplest approach, which assumes a one dimensional uniformly distributed flow [1, 2], to more complex ones, in which the effects of compressibility and frequency-dependent friction are considered as well [3, 4].

A relevant problem consists of properly modelling the effects of fluid frequency-dependent friction. In several applications the fluids consist of mixtures including particles affecting the properties of the resulting liquids, which may be treated as non-newtonian viscoelastic fluids [5]. For this purpose, several analogical models or constitutive equations have been proposed, most of them empirical or semiempirical. Attempts were made to fit the properties of the fluid with conventional models, like the integer order Maxwell

viscoelastic model, but it was not possible to achieve satisfactory fittings of the experimental data over a wide range of frequencies [6].

Recently, fractional calculus was successfully used to model the viscoelastic behaviour [6, 7, 8]. The starting point of a non integer derivative model of a non-newtonian fluid is usually a classical differential equation modified by replacing the integer order time derivatives by fractional calculus differential operators (i.e. non-integer order derivatives, commonly called fractional derivatives).

In this study the effects of fluid viscosity and compressibility are included to derive transfer functions and frequency response functions relating the average pressure and displacement or velocity variables at two cross-sections of a fluid line. The transient laminar flow in a circular, constant section pipe-line is investigated by means of a bi-dimensional approach [9, 10, 11], modelling the flow frequency-dependent friction using a non-integer order derivative constitutive law [7, 12], according to the Scott-Blair and the fractional Maxwell models. The results of the theoretical analysis are compared with experimental data obtained from frequency-response tests.

2. LINEAR MODEL OF A VISCOELASTIC FLUID

The constitutive equation of a viscoelastic fluid according to the linear fractional Maxwell model is [5, 6, 7]:

$$\tau + \lambda_f \frac{\partial^{\alpha_1}}{\partial t^{\alpha_1}} (\tau) = \mu_f \frac{\partial^{\alpha_2}}{\partial t^{\alpha_2}} (\gamma) = \mu_f \frac{\partial^{\alpha_2-1}}{\partial t^{\alpha_2-1}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \gamma \right) \quad (1)$$

where τ is the shear stress, γ is the shear strain, its first derivative with respect to time t is the shear rate, λ_f is a fractional relaxation time, μ_f is a fractional viscosity coefficient, α_1 and α_2 are non-integer derivative orders, with $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 1$ [5].

If $\lambda_f = 0$ and $\alpha_2 = 1$, Eq. (1) reduces to the classical Newton model, in which case $\mu_f = \mu$ has the dimension of an absolute viscosity coefficient. If $\lambda_f = 0$ and $\alpha_2 < 1$, Eq. (1) gives the fractional Newton or Scott-Blair model [7]. If $\lambda_f \neq 0$ and $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, Eq. (1) yields the integer order Maxwell model, in which case $\lambda_f = \lambda$ has the dimension of a relaxation time. Laplace transforming Eq. (1) yields:

$$\mathcal{L}(\tau) = \mu(s) \mathcal{L} \left(\frac{\partial}{\partial t} \gamma \right) , \quad \mu(s) = \frac{\mu_f}{s^{1-\alpha_2}(1+\lambda_f s^{\alpha_1})} \quad (2)$$

in which $\mu(s)$ represents the complex viscosity of the fluid [6]. It is worth noting that the modulus of $\mu(s)$ has the dimension of an absolute viscosity.

3. TRANSIENT FLOW EQUATIONS

The transient flow in the pipe-line is modelled using linearized Navier-Stokes' equations in cylindrical coordinates. Assuming that:

- 1) the flow is laminar;
- 2) the elasticity of the pipe walls is negligible if compared with the fluid compressibility;
- 3) the temperature and pressure variations are small enough so that both the fluid viscosity and density may be considered to be constant;
- 4) the body forces are null;
- 5) the mean fluid velocity is less than the acoustic velocity in the fluid;

- 6) the fluid velocity in the circumferential direction is null, due to rotational symmetry;
- 7) the pressure is constant across the cross-section.

Consequently, referring to Fig.1, the Navier-Stokes' equations can be simplified in the following form [9]:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}(u) + \frac{\partial}{\partial x}(p_a) - \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial^2}{\partial r \partial t}(u) \right] = 0 \\ \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial t}(p_a) + \frac{\partial^2}{\partial r \partial t}(w) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t}(w) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t}(u) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

where ρ is the density of the fluid, x is the spatial coordinate in axial direction, r is the coordinate in radial direction, t is time, u and w are the deviations from the steady state displacement of the fluid in the axial and radial directions respectively, p_a is the deviation of the fluid pressure (constant across the section, hence depending on x and t only), μ and β are the absolute (dynamic) viscosity and the bulk modulus of the fluid respectively.

Equations (3) can be applied to pipe-lines of finite length with arbitrary boundary conditions, and also to lines with slightly flexible walls after introducing small modifications to the bulk modulus of the fluid [4].

4. SOLUTION IN THE LAPLACE DOMAIN

Laplace-transforming the first of Eqs. (3), and introducing the notation:

$$U(x, r, s) = \mathcal{L}[u(x, r, t)] \quad , \quad P_a(x, s) = \mathcal{L}[p_a(x, t)] \quad (4)$$

yields a Bessel equation:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(V) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(V) - \frac{\rho s}{\mu(s)} V = 0 \quad , \quad V = U + \frac{1}{\rho s^2} \frac{\partial}{\partial x}(P_a) \quad (5)$$

In Eq. (5) the complex expression of the absolute viscosity in the Laplace domain Eq. (2) replaces the real-valued μ .

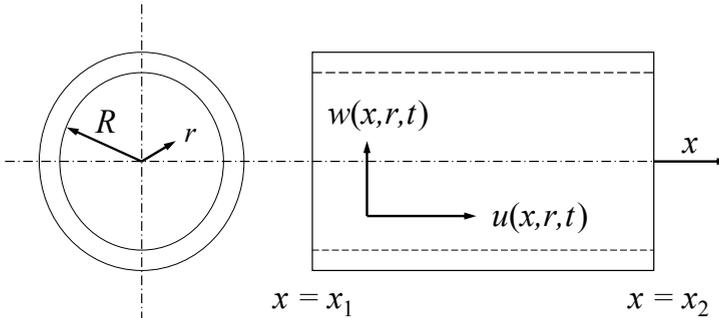


Figure 1. Pipe coordinates.

After introducing the notation:

$$\xi_r = ir \sqrt{\frac{\rho s}{\mu(s)}} \quad (6)$$

the solution of Eq. (5) can be expressed in terms of the Bessel function of first kind and order 0, say J_0 :

$$V = F(x, s)J_0(\xi_r) \implies U = F(x, s)J_0(\xi_r) - \frac{1}{\rho s^2} \frac{\partial}{\partial x}(P_a) \quad (7)$$

where F is an unknown function of x and s . Equation (7) must satisfy the boundary conditions $U = 0$ at $r = R$ (radius of the cross-section), so that:

$$\frac{\partial}{\partial x}(P_a) = \rho s^2 F(x, s)J_0(\xi_{r=R}) \implies U = F(x, s)[J_0(\xi_r) - J_0(\xi_R)] \quad (8)$$

Defining the average value of U across the cross-section as:

$$U_a(x, s) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r U(x, r, s) dr \quad (9)$$

after multiplying both sides of the second of Eqs. (8) by $2\pi r$ and integrating with respect to r from 0 to R the following expression for U_a can be obtained:

$$U_a(x, s) = F(x, s) \left[\frac{2J_1(\xi_R) - \xi_R J_0(\xi_R)}{\xi_R} \right] \quad (10)$$

Similarly, multiplying both sides of the second of Eqs. (3) by $2\pi r$ and integrating with respect to r from 0 to R (the terms depending on w vanish after integrating by parts [9]) yields:

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial t}(p_a) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t}(u_a) = 0 \quad (11)$$

Laplace-transforming Eq. (11) with zero initial condition, i.e. $p(x, 0) = 0$ gives:

$$P_a = -\beta \frac{\partial}{\partial x}(U_a) \implies \frac{\partial}{\partial x}(P_a) = -\beta \frac{\partial^2}{\partial x^2}(U_a) \quad (12)$$

Substituting the second of Eqs. (12) in the first of Eqs. (8) and recalling Eq. (10) yields:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(U_a) + \Psi^2 U_a = 0 \quad , \quad \Psi = \frac{s\Theta_s}{c} \quad , \quad \Theta_s = \sqrt{\frac{\xi_R J_0(\xi_R)}{2J_1(\xi_R) - \xi_R J_0(\xi_R)}} \quad , \quad c = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}} \quad (13)$$

where c is the non-viscous fluid speed of sound.

Finally, the solutions of Eqs. (12) and (13) can be expressed in the form:

$$\begin{cases} U_a = A \sin(\Psi x) + B \cos(\Psi x) \\ P_a = \beta \Psi [-A \cos(\Psi x) + B \sin(\Psi x)] \end{cases} \quad (14)$$

where $A(s)$ and $B(s)$ are constants of integration, which can be obtained from two boundary conditions.

5. FREQUENCY RESPONSE FUNCTION

A transfer matrix equation can be obtained directly from Eqs. (14), connecting the average pressures P_a and the average displacements U_a at two different sections of the fluid line, say x_1 and x_2 [10]:

$$\begin{Bmatrix} P_{a1} \\ P_{a2} \end{Bmatrix} = \beta \Psi \begin{bmatrix} \tan^{-1}[\Psi(x_2 - x_1)] & -\sin^{-1}[\Psi(x_2 - x_1)] \\ \sin^{-1}[\Psi(x_2 - x_1)] & -\tan^{-1}[\Psi(x_2 - x_1)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{a1} \\ U_{a2} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Equation (15) models the dynamic characteristic of the fluid line. Considering for example a harmonic average displacement in $x = x_1$ and $U_a = 0$ in $x = x_2$, Eq. (15) gives an analytical frequency response function (Frf) of the fluid line in the form:

$$H(\omega) = \frac{p_{a2}}{p_{a1}} = \frac{1}{\cos[i\omega\Theta_{i\omega}\frac{x_2-x_1}{c}]} \quad (16)$$

where $\Theta_{i\omega}$ is obtained from Θ_s simply by substituting $s = i\omega$:

$$\Theta_{i\omega} = \sqrt{\frac{\xi_{Ri\omega}J_0(\xi_{Ri\omega})}{2J_1(\xi_{Ri\omega}) - \xi_{Ri\omega}J_0(\xi_{Ri\omega})}} \quad , \quad \xi_{Ri\omega} = iR \sqrt{\frac{\rho i\omega}{\mu_f} \{(\omega)^{1-\alpha_2} [1 + \lambda_f(\omega)^{\alpha_1}]\}} \quad (17)$$

The expression of ξ in Eq. (17) is valid for the fractional Maxwell model. For the classic Newton, Scott-Blair and integer order Maxwell models it takes the form:

Newton	Scott – Blair	integer order Maxwell
$\xi_{Ri\omega} = iR \sqrt{\frac{\rho i\omega}{\mu}}$	$\xi_{Ri\omega} = iR \sqrt{\frac{\rho(i\omega)^{2-\alpha_2}}{\mu_f}}$	$\xi_{Ri\omega} = iR \sqrt{\frac{\rho i\omega}{\mu} [1 + \lambda(i\omega)]}$

while the expression of $\Theta_{i\omega}$ as well as Eq. (16) do not change.

6. EXPERIMENTAL APPLICATION AND DISCUSSION

The analytical tools for the frequency response analysis developed in section 5 are applied by considering the first generalization of the Newton model, i.e. the Scott Blair model. According to reference [10], experimental tests were performed on a pipe line (Fig. 2, with $x_2 - x_1 = 12.25$ m; $R = 3.5$ mm; $\rho = \text{Kg m}^{-3}$; $\nu = \mu/\rho = 160$ cSt; $\beta = 1500$ Mpa). In $x = x_2$ the line was closed ($U_a = 0$), while in $x = x_1$ a harmonic displacement was imposed:

$$U_{a1} = \varepsilon \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \sin(\omega t) \quad (18)$$

by means of a moving cylinder with radius $R_0 = 16$ mm driven by a cylindrical cam with eccentricity $\varepsilon = 0.25$ mm, rotating at a fixed speed $n = 30\omega/\pi$ ranging from 0 to 5000 rpm. Two piezoelectric pressure transducers were disposed at the ends of the line, and the Frf defined in Eq. (16) was experimentally estimated in $\omega_k = k\Delta n\pi/30$, $k \in N$, with $\Delta n = 200$ rpm.

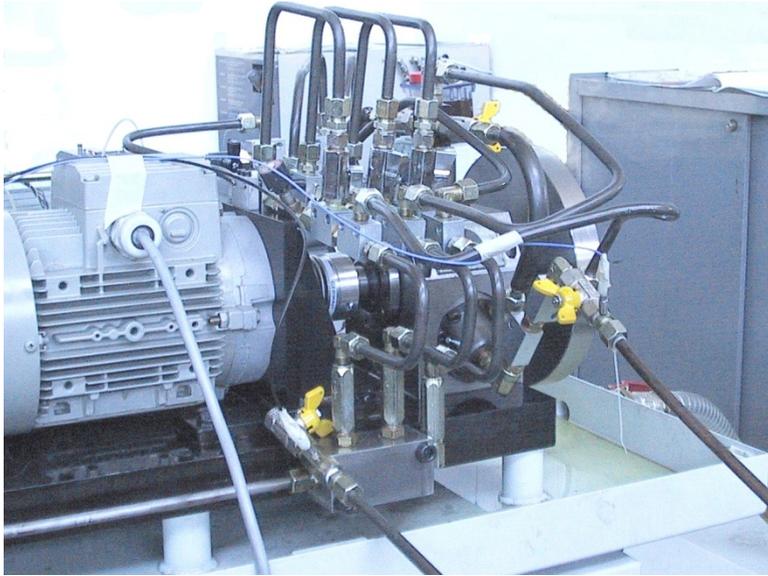


Figure 2. Experimental test setup.

The experimentally estimated Frf was compared with the analytical one, computed according to Eq. (16) considering the Newton model, as shown in Fig. 3. Even though a very good match can be observed between the analytical and experimental Frfs up to 5000 rpm, due to limitations in the experimental test devices it was not possible to prove the effectiveness of the Newton model on a wide frequency range, including higher order modes. Since at higher frequencies the analytical Frf computed according to the Newton model may fail in fitting the experimental data, numerical simulations were performed in order to investigate the effects on the frequency response behaviour of a more general model, i.e. the Scott-Blair model.

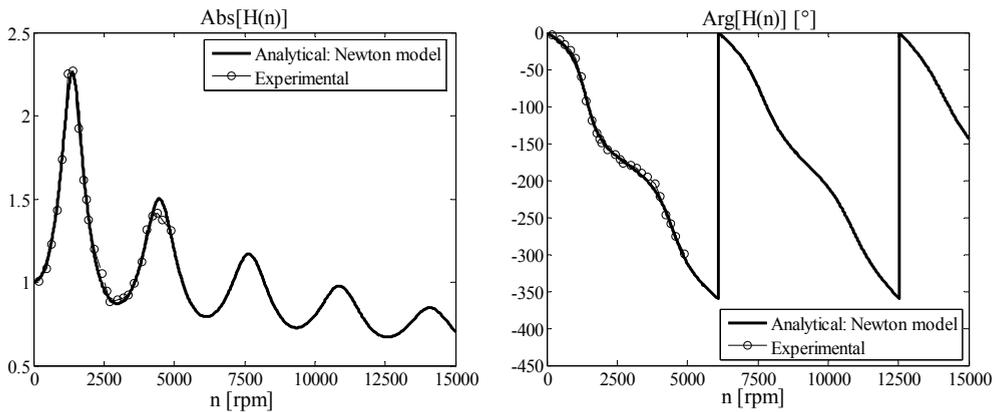


Figure 3. Modulus (left) and phase (right) of the fluid line Frf (analytical vs. experimental).

Two different approaches were adopted for comparing the newtonian Frfs of Fig. 3 with those computed according to the Scott-Blair model by varying the fractional derivative order α_2 . First, the amplitude of the first mode was assumed to be constant with respect to α_2 (selecting appropriate values for the fractional viscosity coefficient μ_f). The results are shown in Figs. 4 and 5, where α_2 ranges from 1 down to 0.3. Then, an equivalent fractional viscosity coefficient was adopted, according to the following definition:

$$\mu_f = \mu \left| (i\omega_{ref})^{1-\alpha_2} \right| \quad (19)$$

where μ is the absolute viscosity of the Newton model and ω_{ref} is a reference frequency selected to obtain a good fit among the Frfs over the first mode. The results obtained taking $\omega_{ref} = 100$ rad/s are shown in Fig. 6 for α_2 ranging from 1 (Newton model) to 0.8.

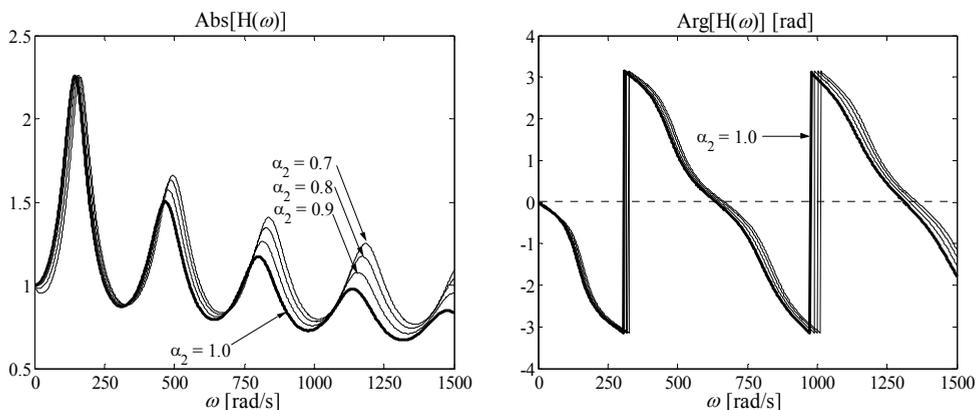


Figure 4. Modulus (left) and phase (right) of the fluid line Frf. Comparison of analytical plots for the Newton and Scott-Blair models (same amplitude of the first mode).

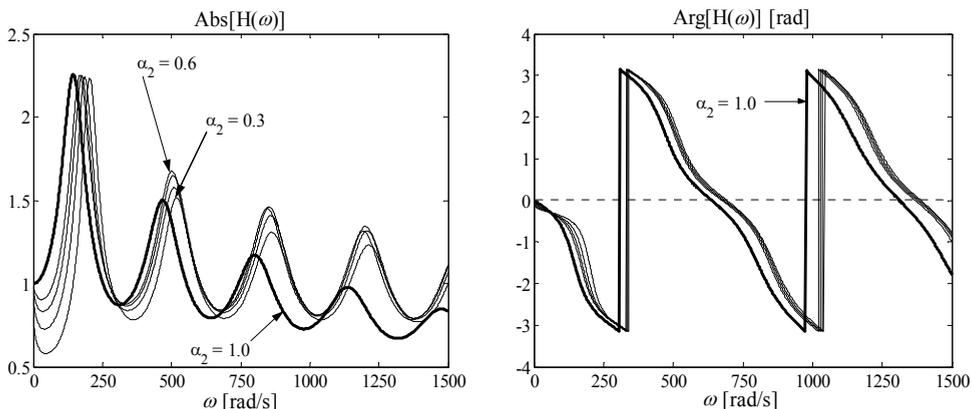


Figure 5. Modulus (left) and phase (right) of the fluid line Frf. Comparison of analytical plots for the Newton and Scott-Blair models (same amplitude of the first mode).

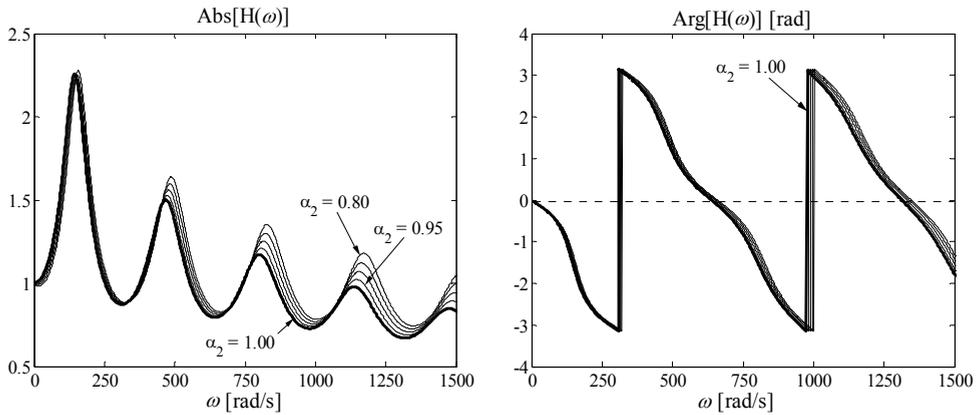


Figure 6. Modulus (left) and phase (right) of the fluid line Frf. Comparison of analytical plots for the Newton and Scott-Blair models computed by means of the equivalent fractional viscosity coefficient.

It is worth noting that the non-integer derivative order α_2 influences both the frequency dependent attenuation and the mode frequencies. Similar effects can be outlined with respect to the fluid absolute viscosity μ [10, 11]. The effects of reducing α_2 are more evident on the modulus than on the phase behaviour. In both cases, for $\alpha_2 > 0.7$ approximately, the effect of the non-integer derivative order is almost negligible on the first mode. For higher order modes, a reduction of α_2 reduces the attenuation (primary effect) and increases the mode frequencies (secondary effect). For $\alpha_2 < 0.7$ the non-integer derivative order has a strong influence even on the first mode, as shown in Fig. 4.

7. CONCLUSIONS

In this study a methodology for the frequency response analysis of fluid transmission lines with linear viscoelastic fluids is presented and discussed. By means of the basic Navier Stokes' equations, a transfer matrix is derived relating the dynamic pressure and displacement (or velocity) at two different points of a fluid line, adopting a general fractional derivative constitutive law.

The effects on the frequency response behaviour of a non-newtonian constitutive model, namely the Scott-Blair model, are investigated and discussed by comparing experimentally estimated and theoretical frequency response functions. The proposed procedure may be used for modelling the frequency response behaviour of lines with non-newtonian fluids over wide frequency ranges.

Acknowledgments

This study was developed within the laboratory INTERMECH with the contribution of the Regione Emilia Romagna - Assessorato Attività Produttive, Sviluppo Economico, Piano telematico, PRRIIT misura 3.4 azione A Obiettivo 2.

REFERENCES

- [1] Iberall, A.S., 1950. "Attenuation of oscillatory pressures in instrument lines". *Journal of Research. National Bureau of Standards* **45**, pp. 85-108.
- [2] Achard, J.L., Lespinaud, G.M., 1981. "Structure of the transient wall-friction law in one-dimensional models of laminar pipe flows". *Journal of Fluid Mechanics* **113**, pp. 283-298.
- [3] Zielke, W., 1968. "Frequency-dependent friction in transient pipe flow". *Journal of basic engineering. Transactions of the ASME*, pp. 109-115.
- [4] Trikha, A.K., 1975. "An efficient method for simulating frequency-dependent friction in transient liquid flow". *Journal of Fluids Engineering*, pp. 97-105.
- [5] Wenchang, T., Wenxiao, P., Mingyu, X., 2003. "A note on unsteady flows of a viscoelastic fluid with fractional Maxwell model between two parallel plates". *International Journal of non-linear Mechanics* **38**, pp. 645-650.
- [6] Makris, N., Dargush, G.F., Costantinou, M.C., 1993. "Dynamic analysis of generalized viscoelastic fluids". *Journal of Engineering Mechanics* **119** (8), pp. 1663-1679.
- [7] Mainardi, F., 1997. "Fractional calculus: some basic problems in continuum and statistical mechanics". In *Fractals and fractional calculus in continuum mechanics*. Springer Verlag.
- [8] Catania, G., Sorrentino, S., 2005. "Experimental identification of a fractional derivative linear model for viscoelastic materials". In *Proceedings of the 2005 ASME International conference IDETC/CIE*.
- [9] D'Souza, A.F., Oldenburger, R., 1964. "Dynamic response of fluid lines". *Journal of basic engineering. Transactions of the ASME*, pp. 589-598.
- [10] Catania, G., Naldi, G., 2003. "Dynamic modelling of a mechanical system including fluid lines: a theoretical and experimental approach". In *Proceedings of the XVI AIMETA Conference on Theoretical and Applied Mechanics*.
- [11] Catania, G., Naldi, G., 2003. "Numerical modelling of a mechanical structure coupled to a fluid line subsystem". In *Proceedings of the 2003 ASME International Conference IMECE*.
- [12] Catania G., Sorrentino S., 2007. "Analysis of frequency-dependent friction in transient pipe-flow using non-integer order derivative models". In *Proceedings of IMAC XXV, 2007*.

FLEXIBLE MULTIBODY MODELLING OF A MOTORBIKE TIMING SYSTEM AS A TOOL FOR THE ENGINE DESIGN OPTIMIZATION.

Roberto Cipollini

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy*

E-mail: roberto.cipollini3@unibo.it

Alessandro Rivola

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy*

E-mail: alessandro.rivola@unibo.it

Abstract. *This paper describes a flexible multibody model of the Ducati Moto GP timing system. The model is developed by means of the Ricardo's commercial software Valdyn. The aim of the work is to provide the designers and the analysts of the Ducati company with a useful tool for the optimization of the engine dynamic behaviour. The predictive model of the system was developed and validated by means of experimental tests. The comparison between the simulation results and the experimental data proves the effectiveness of the model. Several examples of model applications are presented.*

Keywords: *Elastodynamic modelling, Motorbike engine, Crankshaft dynamics.*

1. INTRODUCTION

This work is part of a research program involving the DIEM of the University of Bologna and the Ducati Corse Division of Ducati Motor Holding S.p.A., which have been long collaborating on the engineering development in the field of competitive race [1, 2]. In particular, this paper focuses on an elastodynamic model of the engine timing system of the Ducati Moto GP motorbike. A proper functioning of the engine valve train is decisive to achieve high overall performance; if the vibratory characteristics of the system lead to undesirable dynamic phenomena – such as excessive forces, high fatigue stress levels, or gear rattle – performance and/or durability of the engine may be compromised. The model simulation results can be employed to guide the design refinement of the mechanical system.

The time spent in each stage of the engine design process is determinant for the competitiveness and leads to employ advanced CAE methods for the engine design. In fact, the use of proper CAE tools provides an understanding of the dynamic behaviour of the system and detailed information that would either be prohibitively expensive or impossible to obtain by experimental testing. In order to create a model of such a complex mechanical system, that allows the designer to easily and quickly evaluate different design solutions, it is necessary to use software that enables a modular model development (so as

to facilitate design modifications), and that allows the handling of simulation results as efficiently as possible. To this end, the modelling of the timing system is carried out by using the commercial software VALDYN (by Ricardo), long used in Formula 1.

To help the development and the validation of the numerical model, numerous experimental tests were carried out at the Ducati laboratory. The comparison between the numerical results and the experimental data shows that the effectiveness of the model is satisfactorily achieved for a wide range of operating conditions. The paper provides some possible applications of the model in order to show how it can be employed to conduct the engine design optimization.

Section 2 describes the mechanical system; the model and the validation process are presented in Section 3; finally, Section 4 deals with the results of some predictive and comparative analyses.

2. MECHANICAL SYSTEM AND EXPERIMENTAL TESTS

The Ducati motorbike is equipped with a four-cylinder 800cc V-engine and a desmodromic valve train moving sixteen valves, four per cylinder (Fig. (1)). The motion is transmitted from the crankshaft to the double overhead camshafts, by means of a geartrain consisting of twelve spur gears with involute tooth profile (Fig. (1b)). In particular, the crankshaft pinion – not reported in Fig. (1b) – moves a gear-wheel and two pinions fitted to the same shaft (the so called *triple gear*); these two pinions drive the horizontal and the vertical banks where, by means of a couple of idler gears, the motion is transferred to the gears fitted to the camshafts [2]. Concerning the valve train, each valve – either intake or exhaust – is driven by a mechanism made up of two conjugate cams and two rockers (i.e. the desmodromic cam-valve mechanism): one cam and its related rocker give valve positive acceleration, the others give negative acceleration [1].

As mentioned in the Introduction, in order to help the timing system modelling, several experimental tests were performed at the Ducati Laboratory by means of the test bench schematically depicted in Fig. (2). Several engine configurations were tested, each one being a combination of the crankshaft throw arrangement and the engine firing order.

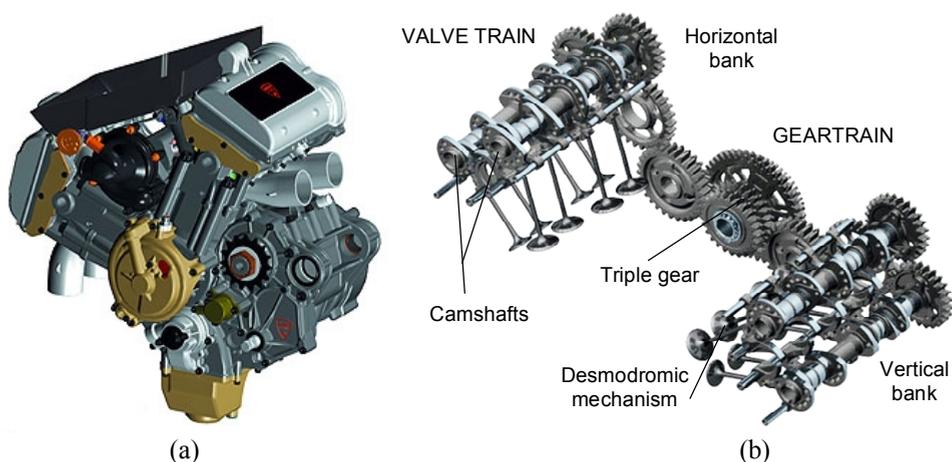


Figure 1. Schematic of the system: a) CAD model of engine; b) the timing system.

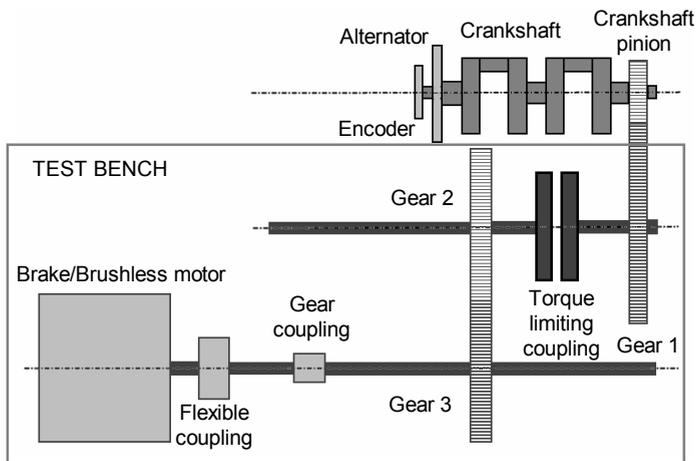


Figure 2. Schematic of the test bench.

On the test bench the engine can operate both in *firing* and *motoring* conditions. During *firing* condition the combustion inside cylinders provides the mechanical power, while a brake dissipates it. Conversely, in the case of *motoring* condition a brushless motor provides power to the engine, while there is no combustion inside the cylinders.

The bench consists of a brake (which acts as brushless motor in the *motoring* condition), two flexible couplings, a first gear stage (Gear 2 and Gear 3), a torque limiting coupling, and a second gear stage (Gear 1 meshing with the crankshaft pinion).

As shown in the following Section, the crankshaft angular velocity measurements are employed for the comparison with the results of numerical simulations. The crankshaft speed is obtained by means of an encoder with 360 notches that is mounted close to the alternator fitted on the crankshaft as shown in Fig. (2).

3. MODEL DESCRIPTION AND VALIDATION

In order to easily build the model of the mechanical system, the commercial software VALDYN was used [3]. VALDYN is a multibody elastodynamic simulation package which is specifically developed for the analysis of valve trains and drive systems. It enables complex models to be built through the use of a wide range of “building block” models of engine components that can be linked together. The VALDYN solver is particularly efficient, so that the software allows parametric analysis of the model response. The complete engine timing system is included in the model, together with the test bench driveline and the crankshaft, as critical dynamic effects are likely to be overlooked without this level of modelling.

The comparison between numerical results and experimental data is mainly based on the order analysis (the 1st order refers to one crankshaft revolution) of the crankshaft angular velocity as a function of the engine rotation speed. For the sake of confidentiality, the results that will be presented hereafter are normalized with respect to a reference value.

The model description

The system was modelled with a combination of lumped-parameter (LP) elastodynamic model and finite element (FE) blocks, that encompasses both the test bench and the engine timing system. Indeed, VALDYN allows FE models to be connected to other elements to form a fully coupled system. In particular, the software uses reduced FE models which are derived from the full ones by means of the Craig-Bampton method [4].

A constant angular velocity is imposed to the brushless motor (to the brake) in order to simulate the *motoring* (*firing*) condition and the model takes into account both the torsional and the bending motion of the system mechanical components. In particular, a LP three-dimensional (3D) model accounts for both the flexural and torsional behaviour of the test bench shafts. The crankshaft is modelled by a FE model and it is coupled with the connecting rods and the crankcase through hydrodynamically lubricated journal bearings, which are modelled as in [5]. A simple 4-dof plane model of the pistons and connecting rods is employed; the pressure acting on pistons is evaluated with a commercial software for engine and gas dynamics simulation. As regards the geartrain, only transversal plane dynamics is taken into account, because it consists of spur gears. The meshing stiffness and the gear backlash are taken into account, as well as the compliance of the needle roller bearings that support the gears (by the non linear model presented in [6]). Each camshaft is modelled with LP 3D elements, leading to a 48-dof camshaft model, and it is coupled with the casing through hydrodynamic journal bearings. Each cam-valve mechanism is modelled with a transversal plane LP model having 8 dof. As regards the damping, for the LP model parts it is globally taken into account by means of a viscous damping model that is evaluated as suggested in [3], whereas the crankshaft structural damping is taken into account by means of damping ratios – one for each crankshaft vibrational mode – derived from an experimental modal analysis carried out on the crankshaft.

The model validation

Numerical simulations were performed in the case of an engine configuration which is conventionally denoted as “V4”, both in *firing* and *motoring* conditions. The numerical results were compared to the experimental measurements by means of the order tracks of the crankshaft angular velocity. Only the orders which are of the main interest, or that exhibit the higher amplitude in the experimental case, were considered: namely the orders 1 and 3. In addition, it was observed that the experimental measurement of the crankshaft angular velocity could be affected by the flexural vibrations of the shaft. Therefore, in order to correctly compare the numerical and the experimental results, the first ones are obtained by properly combining the velocity of torsional and flexural dof of the element block that models the crankshaft encoder.

In order to reach a good agreement between numerical and experimental results, it was necessary to adjust the structural damping coefficients of the crankshaft. Figure (3) shows the numerical results (solid lines) compared to the experimental ones (dashed lines): the comparison proves that the model is suitable in predicting the dynamic behaviour of the timing system. In particular, the 3rd order amplitude of the crankshaft angular velocity is accurately simulated both in *firing* and *motoring* conditions, even though the order 1 is slightly overestimated.

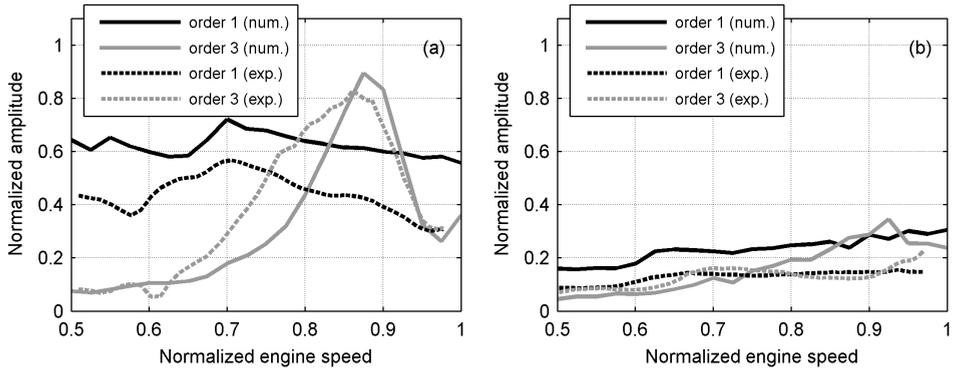


Figure 3. Order analysis of the crankshaft angular velocity; engine configuration *V4*. Numerical results (solid line) and experimental measures (dashed line): a) *firing*; b) *motoring*.

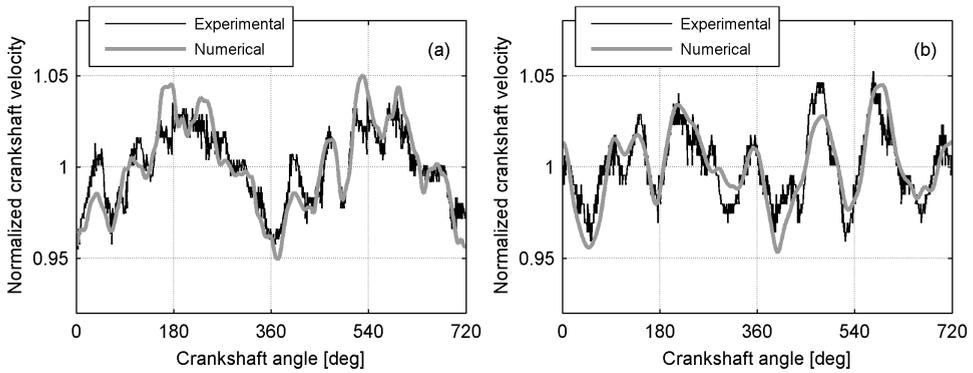


Figure 4. Crankshaft angular velocity (engine configuration *V4*, *firing* condition): a) low regime; b) high regime.

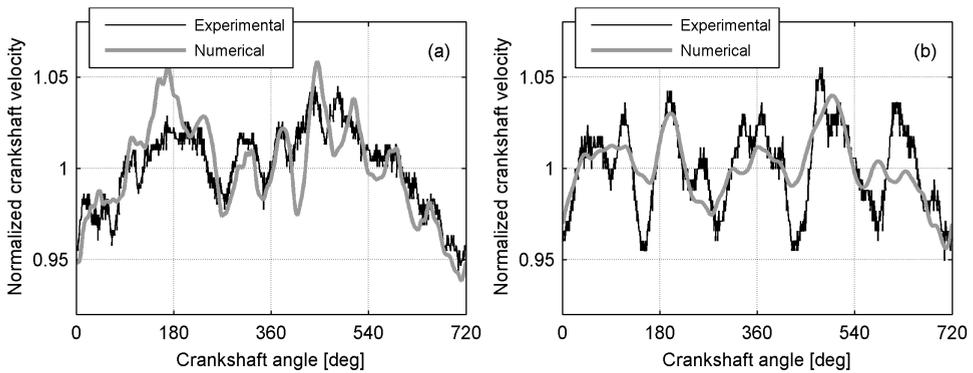


Figure 5. Crankshaft angular velocity (engine configuration *VT*, *firing* condition): a) low regime; b) high regime.

Figure (4) makes it possible to recognize the quality of the model simulations by comparing the numerical and the experimental crankshaft angular velocity over one engine cycle, at low and high engine regimes, in the *firing* condition. In addition, Figure (5) shows the same comparison for a different engine configuration, conventionally called *VT*, which differs from *V4* by both the crankshaft throw arrangement and the engine firing order. Also in this case, the model generally shows a good reliability even though it underestimates the oscillation amplitude of the crankshaft angular velocity at high engine regimes.

It can be concluded that the model is able to simulate the dynamic behaviour of the engine timing system in a wide range of operating conditions and for different engine configurations; it can therefore be employed as a tool for the engine optimization, as shown in the following Section.

4. MODEL APPLICATION

Once the model has been validated and its effectiveness satisfactorily proved, it is useful to gain knowledge on the dynamics of the motorbike timing system, to calculate the transmitted loads in order to properly design the links so as to avoid excessive stresses or early fatigue failures, and to predict the effects of variations of some parameters so as to be used as a tool for design optimization. With regard to this, some examples are shown hereafter.

Comparison of different engine configurations

The aim of this analysis is to compare six engine configurations resulting from three crankshaft throw arrangements and several cylinder firing orders. In particular, starting from the configuration *V4*, another crankshaft throw arrangement leads to the engine configurations *VT* and *VT2*, and a further one gives the configurations denoted as *A*, *B*, and *C* (depending on the firing order).

In order to identify the best engine configuration among the inspected ones, the comparison is carried out at the maximum engine regime by analyzing a set of loads acting on the timing system, together with the crankshaft angular velocity.

The peak value is considered when dealing with crankshaft bearing forces and geartrain meshing forces, and the irregularity degree is computed for the crankshaft angular velocity. An assessment is given to each of these dynamic characteristics, by calculating the percentage difference respect to the corresponding feature of the engine configuration *V4*, which is taken as reference. In particular, the score is 0 if the percentage difference is within $\pm 5\%$, +1 for percentage difference between +5% and +10%, and +2 for percentage difference greater than +10% (-1 and -2 in the case of negative percentage differences, respectively).

The results of the comparative analysis are shown in Tab. (1), where a single score for each engine configuration is obtained by averaging the assessments under the hypothesis of giving the same importance to each dynamic feature. As a result, the engine configuration *C* gets the best score, whilst *VT2* and *A* configurations obtain the worst scores. Obviously, instead of simply taking the arithmetic mean of the assessments, they could be weighted according to their importance within the overall group (due to specific requirements). Analogously, different statistical operators may be used to measure the loads and the crankshaft speed fluctuations.

Table 1. Assessment of different engine configurations.

		Engine configuration					
		<i>V4</i>	<i>VT</i>	<i>VT2</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Magnitude of the crankshaft bearing transversal force	Bearing 1	0	1	2	2	2	-1
	Bearing 2	0	0	2	1	-2	-1
	Bearing 3	0	0	-2	-2	-1	-2
Geartrain meshing force	Gear1-R0	0	0	1	1	1	1
	R0-R1	0	-1	-1	-1	2	0
	R1 _H -R2 _H	0	2	1	2	2	2
	R2 _H -R3 _H	0	2	2	2	2	2
	R3 _H -R4 _{H-INTAKE}	0	1	1	2	2	2
	R3 _H -R4 _{H-EXHAUST}	0	1	1	2	2	1
	R1 _V -R2 _V	0	-2	-1	-1	-2	-2
	R2 _V -R3 _V	0	-2	-1	-1	-2	-2
	R3 _V -R4 _{V-INTAKE}	0	-1	0	0	-1	0
	R3 _V -R4 _{V-EXHAUST}	0	1	2	1	0	0
Crankshaft speed regularity		0	-1	0	0	-1	-2
Averaged assessment		0	0.1	0.5	0.6	0.3	-0.1

Analysis of the piston-to-valve clearance

Racing motorbike engines need for a substantial power increase at high regimes. Higher valve lift at top dead centre, as well as larger valve opening duration and inlet/outlet valve overlap, improve the cylinder filling at high engine regimes, so that they are desirable features. However, it is important to evaluate the minimum distance between valve and piston (i.e. the piston to valve clearance), as an insufficient distance might cause a collision between valve and piston, especially at high engine speeds. This quantity is estimated through dynamic simulations at the maximum engine regime for a crankshaft throw arrangement in the case of two different firing orders, namely the engine configurations *VT* and *VT2*. Figure (6) shows the results both for intake and exhaust valves (the scale is made dimensionless with reference to the maximum computed value). The firing order *VT* has lower values than *VT2* for six intake valves; however, *VT2* exhibits the most critical values (see the intake valves 1 and 3 of the vertical bank, and exhaust valves 2 and 4 of the horizontal bank).

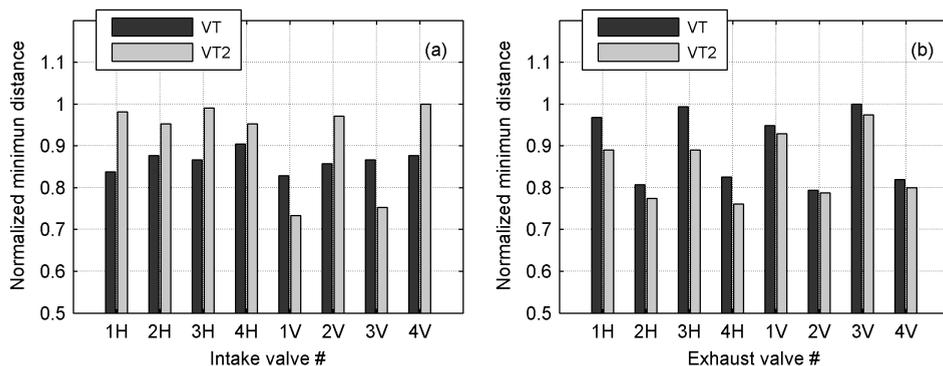


Figure 6. Piston-to-valve minimum distance (normalized):
a) intake valves; b) exhaust valves.

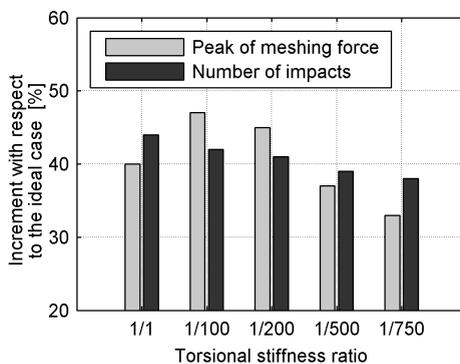


Figure 7. Peak of meshing force and number of impacts in the geartrain.

Damping element: a feasibility study

In order to reduce the gear meshing forces and to obtain a more stable dynamic behaviour of the geartrain (so as to improve the durability and stability of the system), the introduction of damping elements may lead benefits. The possibility of inserting a damping element between the gear-wheel and the first pinion of the *triple gear* is thus examined, with the aim of reducing the dynamic coupling between the geartrain and the crankshaft, so as to ideally filter out the effects of the crankshaft speed irregularity.

The model of the damping element is very simple: it is a LP model consisting of a torsional spring and a viscous damper (the damper coefficient being proportional to the spring stiffness). Several values of damping element stiffness are considered, each one being a fraction of that of the same *triple gear* part in the case of damping element absence (that is, the stiffness reference value). Obviously, the damping element has to be stiff enough to keep its relative rotation very low (in order to assure a proper thermodynamic cycle). By limiting the relative rotation to a maximum of 1 degree, the minimum allowed value of the stiffness is 1/750 of the reference one.

The simulation is performed for several engine regimes and the peak value of the meshing force and the number of impacts (over one engine cycle) are computed for each

meshing gear of the geartrain. These features are averaged over the ensemble of both the simulated engine speeds and the meshing gears, and compared to those obtained from a simulation where a constant angular velocity is imposed to the crankshaft. The latter stands for an *ideal case* where no damping element is needed. The results of the comparative analysis are shown in Fig. (7). The damping element with stiffness ratio equal to 1/750 gives the best performances; in fact, with respect to the *ideal case*, it provides the lowest meshing force as well as the minimum number of impacts.

5. CONCLUSION

This paper presents a flexible multibody model of the Ducati Moto GP timing system. The numerical results show a good agreement with the experimental measurements in a wide range of operating conditions. The model is thus suitable to investigate and understand the dynamic behaviour of the system. In addition, it can be employed as a tool for the engine optimization, as shown in the paper by means of some examples of its application.

REFERENCES

- [1] Rivola A., Troncossi M., Dalpiaz G. and Carlini A., 2007. “Elastodynamic Analysis of the Desmodromic Valve Train of a Racing Motorbike Engine by Means of a Combined Lumped/Finite Element Model”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **21**(2), pp. 735–760.
- [2] Milandri M., Mucchi E. and Rivola A., 2008. “A Model for the Elastodynamic Analysis of the Geared Timing System of a Motorbike Engine”. In *Proceedings of ISMA 2008*, Leuven, Belgium, September 15–17, 2008.
- [3] Valdyn 4.4 user manual, Ricardo Consulting Engineers.
- [4] Craig R.R. JR., 2000. “Coupling of substructures for dynamic analysis: an overview”. In *Proceedings of AIAA Dynamics Specialists Conference*, Atlanta, GA, April 5, 2000. AIAA Paper number 2000–1573.
- [5] Childs D., Moes H., van Leeuwen H., 1977. “Journal bearing impedance descriptions for rotordynamic applications”. *ASME Journal of Lubrication Technology*, **99**(2), pp. 198–214.
- [6] Brändlein J., Eschmann P., Hasbargen L., Weigand K., 1985. *Ball and roller bearings: theory, design and applications*, Wiley.

EXPERIMENTAL CHARACTERIZATION OF THE DYNAMIC RESPONSE OF ACCELEROMETERS MOUNTED WITH STRUCTURAL ADHESIVES

Marco Cocconcelli

*Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: marco.cocconcelli@unimore.it*

Andrea Spaggiari

*Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: andrea.spaggiari@unimore.it*

Riccardo Rubini

*Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: riccardo.rubini@unimore.it*

Eugenio Dragoni

*Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: eugenio.dragoni @unimore.it*

Abstract. *The use of accelerometers to monitor the vibrations of either complex machinery or simple component involves some considerations about the mounting of the sensor to the structure. Different types of mounting solutions are commonly used but in all cases they can be classified in one of these categories: stud mounting, screw mounting, adhesive mounting, magnetic mounting and probe sensing. Indeed each of them has a specific field of application depending on e.g. the mounting surface conditions, the temperature, the accessibility to the specific mounting point, etc. The choice of the mounting solution has a important effect on the accuracy of the usable frequency response of the accelerometer, since the higher the stiffness of the fixing, the higher the low-pass frequency limit of the mounting. This paper specifically focuses on adhesive mounting of accelerometers, which includes a great number of different products from the temporary adhesives like the beeswax to the permanent ones like cyanoacrylate polymers. Among the variety of commercial adhesives, three specific products have been experimentally compared to assess their transmissivity and the results are reported in this paper. A two component methylmethacrylate (HBM X60), a modified silane (Terostat 737) and a cyanoacrylate (Loctite 401) adhesives have been used to joint two aluminium bases, one connected to an accelerometer and the other to the head of electromagnetic shaker. A design of experiments (DOE) approach was used to test the system at several levels of amplitude and frequency of the external sinusoidal excitation supplied by the shaker.*

Sommario. *L'uso di accelerometri per monitorare le vibrazioni delle macchine complesse o semplici componenti comporta alcune considerazioni sul montaggio del sensore sulla struttura. Diverse tipologie di montaggio sono usate nella pratica, esse si possono classificare in una delle seguenti categorie: montaggio con basetta, montaggio con collegamento filettato, montaggio tramite adesivo, montaggio magnetico e misura a sonda. Ognuno di essi ha uno specifico campo di applicazione in base, ad esempio alle condizioni della superficie da monitorare, alla temperatura di esercizio, all'accessibilità al punto specifico di misura, etc. La scelta della tipologia di montaggio ha una grande rilevanza sulla precisione della risposta in frequenza fornita dall'accelerometro, dato che, più è alta è la rigidità del montaggio, maggiore è la frequenza limite che il sistema di misura è in grado di cogliere. Questo lavoro riguarda specificamente il montaggio di accelerometri tramite adesivo, molto usato nella pratica, che comprende un gran numero di prodotti diversi dagli adesivi temporanei come la cera d'api a quelli permanenti come colle cianoacriliche. Tra gli adesivi commerciali, tre colle diverse tra loro per caratteristiche meccaniche e chimiche sono state testate sperimentalmente per valutarne la trasmissività. Gli adesivi considerati sono: un metilmetacrilato bi-componente (HBM X60) tipicamente usate in applicazioni estensimetriche, un silano modificato (Terostat 737) comunemente applicato come adesivo sigillante e un cianoacrilato (Loctite 401) a presa ultrarapida per applicazioni generali. Gli adesivi sono stati applicati per incollare due basette di alluminio, una collegata alla testa di un mini-shaker e l'altra ad un accelerometro, in ambo i casi con collegamenti filettati. Le prove sperimentali, affrontate tramite metodo del Design of Experiment (DoE) sono state effettuate considerando diversi valori di frequenza e ampiezza di eccitazione della base, per valutare la risposta in frequenza dei differenti adesivi in un campo di applicazione sufficientemente ampio.*

Keywords: *structural adhesive, accelerometers mounting, dynamic response, vibration transmissivity.*

1. INTRODUCTION

The vibration monitoring activity is the most used technique to assess the working condition of a machinery. The aim of this activity could be monitoring the noise level of a component, monitoring the vibration transmitted to closed components, increasing the precision of an end-effector, reducing the health risk for a user, and determining the health condition of specific components like bearing and gears. Regardless the specific aim, all the vibration measurements are normally performed by means of a piezoelectric accelerometer or based on Micro Electro-Mechanical Systems (MEMS) technology. The development of both piezoelectric and MEMS technology leads to robust products, resistant to hostile environments, with small dimensions and a wide frequency response. Since the introduction of the first piezoelectric accelerometer was in the '50s (MEMS come lately), a relevant amount of papers on signal processing can be traced in literature, defining the know-how on vibration analysis so far. It is interesting to observe that despite the thousands of papers describing how to treat the vibration signal, only few papers focuses on a correct setup of the vibration sensors [1],[2]. This practical aspect is demanded to the university courses on vibrations analysis, personal experience or to information given by the accelerometer suppliers [3], [4] and [5]. This paper focuses on a specific aspects of the accelerometer setup, the mounting between the sensor and the surface of the component. The most

frequent solutions adopted can be classified in few categories: stud mounting, screw mounting, adhesive mounting, magnetic mounting and probe mounting. Each of them has a specific field of application depending on e.g. the mounting surface conditions, the temperature, the accessibility to the specific mounting point, etc. A detailed description of all the mounting techniques is not the purpose of the paper, but in the classic handbook on shock and vibration [6] all details are provided. Among the several techniques, the stud/screw and adhesive mounting are the most used. These types of mounting results in a rigid connection with high stiffness and wide frequency range response. The higher the stiffness of the fixture, the higher the low-pass frequency limit of the mounting. While an high stiffness is always provided through the screw coupling, the stiffness of the adhesive bond depends on the physical characteristics of the adhesive, which are not always supplied by the vendor. The aim of this paper is to assess experimentally the dynamic response of three different adhesives which cover the different type of structural adhesive used in on-field applications.

The use of structural adhesives in mechanical fastening is becoming more and more popular nowadays. This is because it leads to many advantages over other methods like bolts, rivets and welds. It is simple, reasonably fast and mostly important, no machining is needed which represents a great advantage in the mounting of accelerometers on a chassis. Moreover adhesives allow the spreading of the load and ease of joining thin or dissimilar materials which would have been not possible with welding. Although adhesive bonding is not as easy to disassemble as the bolting, in case of vibration monitoring the adhesive stud bonded to the chassis of the machine under monitoring is quite simple to be broken using a hammer. The aim of the paper is to assess which is the effect of the adhesive film used to bond the stud in terms of vibration monitoring and signal transmission. Despite the wealth of information about static mechanical properties of adhesive, like elastic modulus and strength, often supplied directly from the manufacturer, technical literature reports less information about the dynamic of adhesives and mainly in case of high strain rate loading [7] and viscoelastic properties [8]. This work investigates the effects of different adhesives on the vibration monitoring commonly used in industry. The adhesives are used to join two aluminium bases, the first one connected with a threaded coupling to an accelerometer and the second one coupled with the head of electromagnetic shaker. The design of experiment approach used considers three variables in the experimental plan: adhesive type, frequency of the signal and amplitude. The adhesive choice is led by a practical consideration: typically the adhesive mounting of an accelerometer is performed with a commercial, general purpose adhesive which can be found in every industrial site. Thus a superglue, a modified silane adhesive and a strain gauge adhesive are considered in the experimental plan. The frequency and the amplitude are chosen in order to span the entire range of the electromagnetic shaker used. The vibrator signal is post-processed to extract two significant output parameters: the amplitude of the main frequency and its weight percent over the energy of the signal. These data are elaborated with a statistical software to evaluate which variable affects the system response and which is the adhesive effect on the vibration monitoring. The experimental tests highlight that the higher the elastic modulus of the adhesive the better the signal transmission in terms of amplitude, but the signal shape is not affected by the adhesive type. The main conclusion which can be drawn is that stiff adhesive performs better in terms of absolute vibration response, but since the shape of the signal do not change, standard adhesives like superglue and modified silane may be used as well to mount the threaded stud.

2. MATERIALS AND METHOD

2.1 Design of Experimental plan

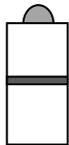
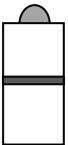
The concept of Design of Experiments (DoE) was developed to optimize the experimental effort for multiple variables involved in a problem [9]. The same principles can be also applied to numerical studies, treating each numerical analysis with a different set of problem parameters as a ‘virtual experiment’ [10]. In this work the DoE technique was used to estimate the factors with the strongest influence on the dynamic mechanical response of adhesive for mounting accelerometers. Three factors were considered in the analysis namely:

- a) Excitation frequency, f
- b) Excitation amplitude, A
- c) Adhesive type, G

Four values of excitation frequency, f , are examined viz. 5 Hz, 2500 Hz, 5000 Hz and 7500 Hz, in order to span the entire range of the accelerometer. (Using the DoE notation, f is varied over four levels). The values chosen for the excitation amplitude are expressed as a percent of the maximum amplitude, $A=50\%$ and $A=100\%$. The adhesive type are four, G1 is the commercial superglue (Loctite 401), the G2 is an elastic adhesive modified silane (Terostat 937), the G3 is a very stiff two component methylmethacrialte adhesive (HBM X60), G4 is a reference configuration in which there is no adhesive but continuum material.

A summary of the variable levels is reported in Table 1 with a schematic of the mounting configuration. The two aluminium blocks (white squares in the schematics of Table 1) are connected with a thin layer of adhesive (in black), the lower one is connected to the shaker, the upper one has a threaded connection for the accelerometer (grey semicircles). The only difference for the reference configuration with respect to the other cases, is the mass of the single block which is double weighted in order to keep the same nominal natural frequency.

Table 1. Levels of the variables considered in the problem

Variables	Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
f (Hz)	5	2500	5000	7500
A (%)	50		100	
G	Loctite 454	Terostat 737	HBM X-60	None
Mount				

Among the several DoE techniques available, a full factorial plan is adopted, with three replicates for each experimental plan. This approach is combined with a blocking procedure to take into account the different bonding of the adherents. The total amount of 72 computational experiments is used to estimate the influence of the primary variables and the interactions. The statistical software Design Expert [19] was used to build the set of experimental test to be run and to randomize the order of the experiment. The software was also used to post process the results of the analysis by means of the analysis of variance analyses (ANOVA).

2.2 System response

The statistical influence of the variables is evaluated in terms of two system responses. Since the shaker excitation is a sine wave at given frequency, the amplitude of the corresponding spectral component is the base of output choice. In particular the outputs of the experiments are:

- i. Spectral amplitude at excitation frequency (SA for brevity)
- ii. Percentage of signal energy stored at excitation frequency (SE for brevity)

The SA is obtained after the FFT of the measured signal, considering the amplitude of the vibratory signal at the excitation frequency, the SE is the energy of the signal at the excitation frequency over the total energy of the system.

Since one of the level of the adhesive is a reference level obtained with a block with double mass and no adhesive, it is possible to add two other system response, by dividing the values of the experimental points by the value of the reference configuration (on average). The other two outputs are not dependent on the system configuration and allow the adhesive effect to be compared more efficiently.

- iii. $SAR = SA/SA_{no\ adhesive}$ Spectral amplitude ratio (SAR for brevity)
- iv. $SER = SE/SE_{no\ adhesive}$ Stored energy ratio (SAR for brevity)

2.3 Experimental set-up

The experimental set-up consists in a small electrodynamic shaker, a monoaxial accelerometer, an input and an output boards of National Instruments. Table 2 summarizes the model and the characteristics of the components. The shaker is provided with an embedded amplifier, open-chain controlled with 0-1 VRMS signal supplied by the NI myDAQ board. The shaker has three different amplitude gain which can be selected by the user, but which are kept constant for all the tests. The accelerometer is connected to the NI-9233 board which is specifically designed for IEPE devices. The aluminium blocks have a 1cmx1cm square base and 1.2cm height. The reference block has the same square base but a 2.4 height, simulating two single blocks connected together. All the block have been tapped in order to fix it with the shaker head and the accelerometer by means of threads. The resulting setup is showed in Figure 1a and b.

Table 2. Specifications of the components used in the experiment

Component	Model	Specifications
Shaker	ModalShop K2004E01	20N peak sine force, frequency range up to 11kHz
Accelerometer	PCB353B18	Monoaxial, frequency range 1-10kHz and sensitivity 10mV/g
Output board	NI myDAQ	Analogue output, 200 kS/s, 16-bit
Input board	NI cDAQ with NI-9233	51,2 kS/s per Channel, 24-Bit IEPE

In each test the head of shaker moves harmonically with characteristics listed in Table 1. The amplitude is not measured in absolute “g” value, but as percentage of the maximum control voltage. The sampling frequency is 50kHz and the acquisition time is 2 seconds. The acquisition systems waits a couple of seconds before starting to avoid acquisition of transient effects of the shaker.

3. RESULTS AND DISCUSSION

3.1 Post Processing of the data

Vibration data are post-processed in National Instruments’ LabVIEW environment. The two seconds of acquisition are split in three contiguous parts of 0.5, 1 and 0.5 seconds respectively, and only the central part of the signal is used (1 second), in order to avoid transient effect on the acquisition. The resulting spectrum resolution – 1Hz – is still sufficient to clearly match the excitation frequencies.

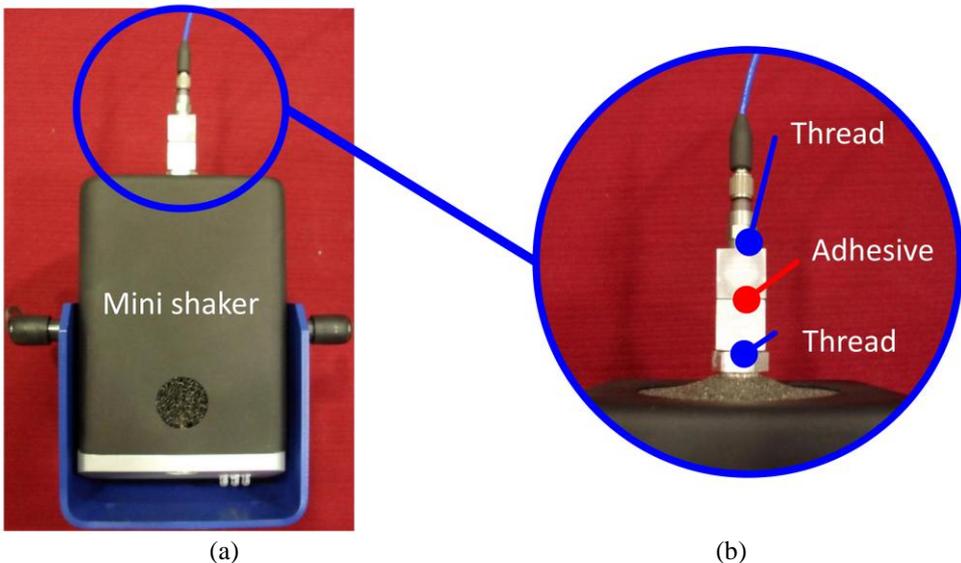


Figure 1. Experimental setup (a) and detailed picture of the adhesive mounting (b)

In order to obtain the system response, the power spectrum of the vibration data is computed as reported in (1)

$$PS(f) = \frac{FFT^*(\bar{x}) \cdot FFT(\bar{x})}{n^2} \quad (1)$$

where FFT^* denotes the complex conjugate of the Fast Fourier Transform (FFT) of vibration data (\bar{x}) and n is the number of elements of samples. In an ideal condition the sine excitation signal of the shaker – measured by the accelerometer – generates a single peak in the frequency domain at the excitation frequency f_{ex} . On equal terms except the adhesive used, an interesting comparison among different adhesive type is made on two outputs (despite connected):

- the amplitude of the power spectrum at the excitation frequency. (SA)
- The ratio between the amplitude of the spectrum at the excitation frequency and the sum of all the power spectrum components, i.e. the total energy of the acquired vibration signal. (SE)

The choice of these parameters follows a simple consideration: SA is what is usually measured in experimental activity, i.e. it's an absolute value depending of the energy of input source, while SE returns the quality of the acquired signal independently of the energy of input source. The Parseval's theorem gives a further consideration regarding the choice of the power spectrum instead of a simple spectrum. In fact the Parseval's theorem states that the total energy contained in a time domain waveform is equal to the total energy of the waveform's Fourier Transform along the frequency domain. The equality is reported in equation (2)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad (2)$$

It follows that the total energy of the signal can be computed as a simple sum of power spectrum components. As mentioned in paragraph 2.2 further parameters are obtained from SA and SE dividing by the corresponding values computed in the case of the reference configuration (SAR and SER respectively).

3.2 ANOVA analyses

Multivariable problems can be approached following a statistical method. The Design of Experiment procedure, a powerful statistical technique based on the analysis of variance analyses can be conveniently applied to these class of problems. ANOVA calculates the variance (standard deviation) of a response considering a specific variable and the global variance of the responses. The ratio between these two variances is called the F-Test value.

In a stochastic (random) process F-value equals one, which means that the considered variable has no effect on the response, because it cannot be distinguished from experimental noise (or numerical error). Conversely the larger the F-Test value the more the variable influences the process. There are a number of approaches to represent the results graphically to demonstrate the effects of the variables on the system outputs. One of the most popular is the normal plot, used to estimate whether a certain set of data follows a Gaussian distribution or not. If the data approximates a straight line the phenomenon is

statistically "normal" i.e. follows a stochastic law. The variables affecting the system response will then fall outside the normal distribution line, thus their effect cannot be ascribed to a stochastic process. The greater the deviation of the point from the normal line the larger the confidence interval (i.e. the probability that the variables are significant is higher). The half normal plot, used in this paper is interpreted in the same way as the normal plot but allows absolute values of the effects to be considered. The replicates of the system are important because they are used to build the error line because they are ruled by a stochastic law by definition.

3.2.1 Half Normal plot of the responses

Figure 2 shows the half-normal probability plots from an ANOVA following [9]. The analysis was performed on two outputs of the problem (system response) described in Section 3.1. Figure 2a shows the SA, Figure 2b the SE.

In Figure 2 the X-axis represents the standardized effect associated with each factor considered. The greater the standardized effect, the higher the influence of the variable on the response. The Y-axis represents the half-normal probability associated with each effect.

These values represent the probability that the effect of the variable is significant. The solid line interpolating the points represents the error of the test (given by the replicates and the non influent interactions between the variables). The points that fall off the error line represent the factors that mainly affect each response. Thus, Figure 2 shows that f and A have the strongest influence both on SA and SE. The effect of the frequency is more relevant for SA (note the logarithmic transformation applied) while the interaction of amplitude and frequency is important for the SE only. As can be noticed by the labels of the axes in Figure 2 a transformation is applied to SA and SE in order to normalize the data. This transformation, called Box-Cox transformation, is strongly recommended [10] in dealing with experimental set of data by means of ANOVA technique.

Thus in Figure 2a the effect of the variables are reported on the natural logarithm of the SA and on the SE raised to the power of 1.5. The half normal plots of the SAR and SER is reported in Figure 3a-b respectively. The Figure shows that dividing SA and SE by the reference configuration causes the adhesive type to be important in the system response, in terms of peak frequency (Figure 3a) but not in terms of percent energy of the signal (Figure 3b). The effect of the amplitude, relevant for the absolute measurement, obviously vanish in Figure 3, because the signal is normalized over the reference.

3.2.2 Variables interactions and relevance

The effect of the variables in case of interaction is reported in Figure 4a for SA and in Figure 4b for SE. The same graphs are reported in Figure 5 for SAR (a) and for SER (b). These plots are interesting especially in case of variable interactions (Figure 4b) and in case of multiple variables involved in the problem (Figure 4a - Figure 5a), while in Figure 5b the experimental point collapse on a single line because only the excitation frequency affects the system response. The error bars in Figure 4 and Figure 5 are due to the standard deviation of the experiments in the three replicates for each configuration tested.

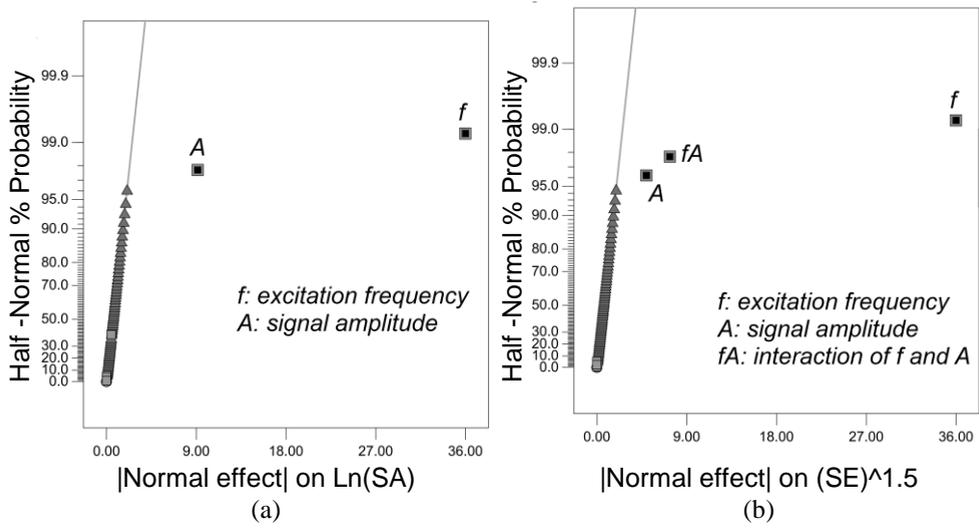


Figure 2. Half normal plots of SA (a) and SE (b) with the proper Box-Cox transformation

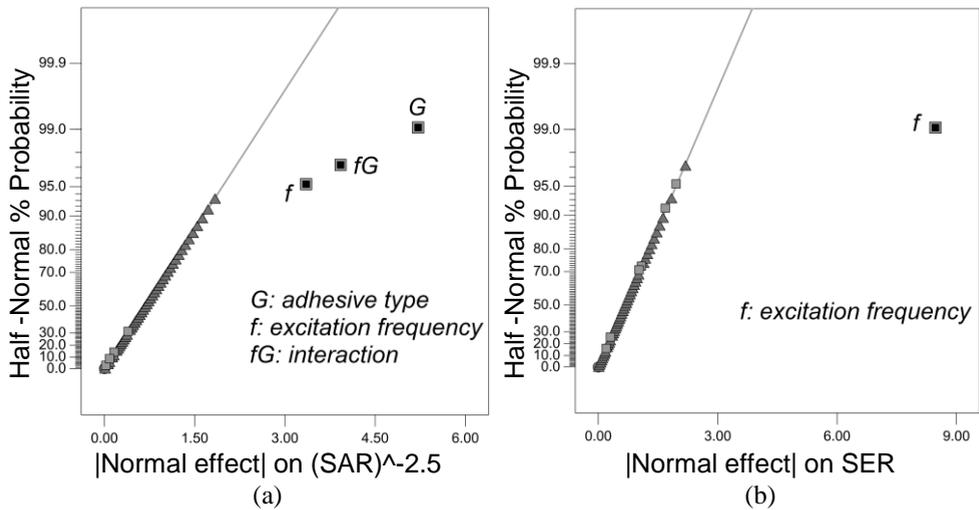


Figure 3. Half normal plots of SAR (a) and SER (b)

Figure 4a shows that the amplitude of signal produce an increase in the SA, which is more pronounced at some specific frequencies (2500 Hz and 7500 Hz), while is not evident at the lowest frequency. This behaviour is probably due to the dynamics (e.g. resonance) of the shaker foundation. This is consistent with the subsequent Figure 5a (despite the different ordinate), showing that a normalization with respect to the reference condition removes the variability highlighted in Figure 4a. The adhesive influence is quite evident in Figure 5a, in which it is shown that there is an influence of the adhesive in terms of amplitude of the

signal, but the shape of three curves is the same, both for very stiff adhesive like the HBM X60 and very flexible polymers like the silano-modified Terostat 937.

From the point of view of an accelerometer user this behaviour is positive, because the adhesive do not disturb the signal but it only scale the amplitude. The absence of the adhesive influence in Figure 3b confirms that there is no effect of the adhesive in the shape of the measured signal. Moreover Figure 5b shows that only the frequency slightly affect SER.

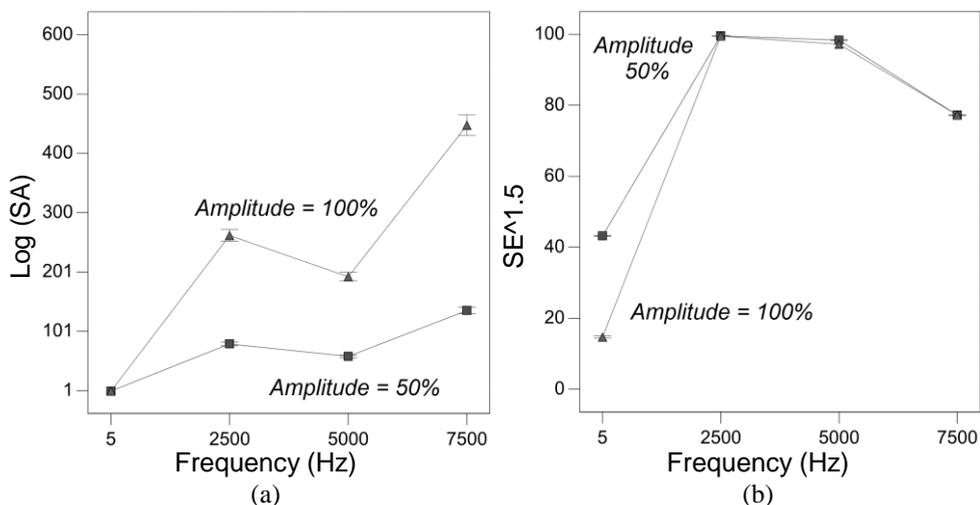


Figure 4. Variables interactions (*A, f*) for SA (a) and SE (b) parameters,

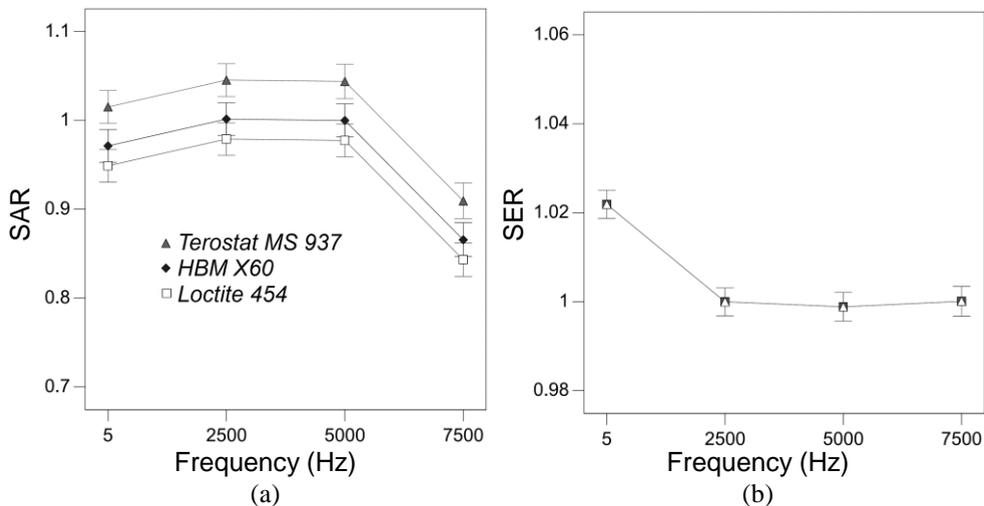


Figure 5. Variables interactions (*f, G*) for SAR (a) and SER (b) parameters

4. CONCLUSION

In this paper three structural adhesive have been experimentally compared to assess their transmissivity in terms of dynamic response. The chosen adhesives are usually used in accelerometers setup for diagnostics purposes in both laboratory and on-field environments. In particular, a two component methylmethacrylate (HBM X60), a modified silane (Terostat 737) and a cyanoacrylate (Loctite 401) adhesives have been used to joint two aluminium bases, one connected to an accelerometer and the other to the head of an electromagnetic shaker. A further test has been performed on a double-length aluminium base, i.e. a continuum block without any adhesive acting as reference condition. The shaker provides a sine wave vibration in terms of acceleration at different combinations of frequency and amplitude, as summarised in Table 2. A monoaxial accelerometer gave the feedback vibration signal which has been used to compute four different parameters assessing the dynamic response of the structure by hand. The output parameters are all based on the power spectrum of the vibration signal. In details they are the amplitude of the spectrum at the shaker excitation frequency (SA), the ratio between SA and the total energy of the signal (SE), and finally the values of SA and SE for a given adhesive compared to the corresponding values in the reference condition (SAR and SER respectively). A design of experiments (DOE) approach led to the salient results which are summarized in the following:

- Frequency and amplitude have the strongest influence both on SA and SE
- The effect of the frequency is more relevant for SA while the interaction of amplitude and frequency is important for the SE only
- SAR and SER shows the importance the adhesive type in the system response, in terms of peak frequency (SAR) but not in terms of percent energy of the signal (SER).
- The effect of the amplitude, relevant for the absolute measurement SA and SE, obviously vanish in both SAR and SER, because the signal is normalized over the reference.
- The adhesive influence is quite evident in SA, in which it is shown that there is an influence of the adhesive in terms of amplitude of the signal,
- The variable interaction for SAR and SER parameters is the same, both for very stiff adhesive like the HBM X60 and very flexible polymers like the silano-modified Terostat 937.

Above them two results are worth mentioning as design guidelines: the response amplitude depends on the structural characteristics of the adhesive and the transfer function of the adhesive layer doesn't distort the signal regardless of the type of adhesive.

5. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to thank the Inter Departmental Research Center INTERMECH MoRE of the University of Modena and Reggio Emilia for the financial support.

REFERENCES

- [1] Bowers, S.V., Piety, K.R., Piety, R.W., 1991, "Real-world mounting of accelerometers for machinery monitoring", *S V Sound and Vibration*, 25(2), , pp. 14-23
- [2] Tustin, W., 2005, "Accelerometer mounting techniques", *Test Engineering and Management*, 67(1), pp. 2-3
- [3] Metra Mess und Frequenztechnik in Radebeul, web publication, http://www.mmf.de/pdf/an8e-accelerometer_mounting.pdf
- [4] Dytran Instruments Inc., web publication, www.dytran.com/img/tech/a8.pdf
- [5] PCB Piezotronics, web publication, http://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.php
- [6] Harris, C.M. and Piersol, A.G., 2002, "Harris' Shock and Vibration Handbook, 5th ed.", McGraw-Hill.
- [7] L. Goglio, M. Peroni, M. Rossetto, 2007 "Effect of the Strain Rate on the Mechanical Behaviour of Epoxy Adhesives" *Key Engineering Materials*, 347 671-676.
- [8] D. J. O'Brien, P. T. Mather and S. R. White, 2001 "Viscoelastic Properties of an Epoxy Resin during Cure" *Journal of Composite Materials* Vol. 35(10), 883-904.
- [9] Montgomery, D.C., 1997, "Design and analysis of experiments", Wiley New York.
- [10] Mead, R., 1990, "The design of experiments: statistical principles for practical applications", Cambridge University Press.
- [11] Anderson M.J. and Whitcomb, P.J., 2007, "DOE Simplified", CRC Press.

STRUCTURAL DAMAGE IDENTIFICATION BY SENSITIVITY ANALYSIS

Antonio Carminelli

*DIEM - Dipartimento di Ingegneria meccanica
University of Bologna, Italy
e-mail: antonio.carminelli@unibo.it*

Umberto Meneghetti

*DIEM - Dipartimento di Ingegneria meccanica
University of Bologna, Italy
e-mail: umberto.meneghetti@unibo.it*

Alberto Maggiore

*DIEM - Dipartimento di Ingegneria meccanica
University of Bologna, Italy
e-mail: alberto.maggiore@unibo.it*

Abstract. *The measure of vibrations is well known in literature as a simple and efficient way for detecting structural damages of a vibrating system. Among the modal parameters, that can be estimated from experimental measurements, the eigenfrequencies are often used for crack detection issues, because they can be estimated in a quick, easy and accurate manner. A comparison of eigenfrequencies measured on the undamaged and damaged structure can reveal informations about the damage location. With reference to straight beams in flexural motion, a simple analytical expression, called Local Modal Stiffness Sensitivity (LMSS), has been previously introduced in order to relate the frequency shift with the bending stiffness variation due to a damage. In the present paper an extended expression of the LMSS is adopted in order to locate the crack position in a stepped beam with three varying sections. The stepped beam is partitioned into uniform spans with constant cross section. Each span is modelled by adopting the well known eigenfunctions of homogeneous beam with constant cross section. The needed coefficients of the mode shapes are calculated by imposing the boundary conditions at the edges of the beam and the continuity conditions on points where the cross section varies. A robust indicator of the crack location is proposed. The approach is experimentally tested and the effectiveness and usefulness of the method for crack localisation on stepped beam is assessed.*

1. INTRODUCTION

The problem of damage detection arises from the need to ensure the integrity of structures and machine elements by means of non-destructive testing. Vibration measurements can be used to detect fatigue cracks in structures. In fact, a crack in a structural element alters the dynamic characteristics of the structure, reducing the stiffness associated with decreases in eigenfrequencies and changes in mode shapes. Measurement of shifts of one or more of the above-

cies and changes in mode shapes. Measurement of shifts of one or more of the above-mentioned characteristics have therefore been used to identify a structural damage [1]–[12].

Many of the proposed methods choose to make use of changes in eigenfrequencies, because frequency measurement is usually quick, easy and accurate, even if only one or a few points of the structure are accessible. In crack detection from vibration frequency measurements, the basic idea is that the change, $d\omega_r$, in the natural frequency, ω_r , of the r -th mode of a vibrating system depends on the position, x^* , of the localized damage and on the stiffness reduction, dk_r , due to the fact that the damage is present:

$$d\omega_r = f(x^*, dk_r). \quad (1)$$

It has been observed [1] that, if the change in stiffness due to certain damage is independent of the eigenmode, the ratio of frequency changes of two modes, j and l , is only a function of the damage location, that is:

$$\frac{d\omega_j}{d\omega_l} = f(x^*). \quad (2)$$

It is therefore possible to use sensitivity analysis for crack localization.

In this paper, use of eigenfrequency shift measurement and local modal sensitivity for crack identification is shown. An analytical expression for local sensitivity is first obtained with reference to beams in flexural motion and use of local sensitivity for damage localization is illustrated. A general interpretation of sensitivity itself, as a measure of how much local stiffness variation affects each eigenfrequency, is also proposed. Experimental investigations on stepped beams are finally reported and the usefulness of frequency measurement and sensitivity analysis for crack identification is assessed.

Some limited tips about using local modal sensitivity for crack localization have been already exposed by the Authors in references [3] and [5]. In the present paper, the robustness of the approach is evaluated and a different crack indicator is proposed.

2. LOCAL MODAL STIFFNESS SENSITIVITY

2.1. Definition and evaluation of local modal stiffness sensitivity

In order to make the relation (2) between crack location and eigenfrequency shift explicit, we consider the equation of free transverse vibration of a beam, which for the r -th eigenmode can be written in the form:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) - \rho A \omega_r^2 \Phi_r = 0 \quad (3)$$

where A is the cross-sectional area of the beam, $D = D(x)$ the flexural rigidity, x the abscissa along beam longitudinal axis, ρ the mass density, Φ_r and ω_r , respectively, the mode shape and the angular frequency of the r -th eigenmode. We assume the normalization condition:

$$\int_0^l \rho A \Phi_r^2 dx = 1 \quad (4)$$

where l denotes the total length of the beam.

If the flexural rigidity undergoes a small variation $\delta D = \delta D(x)$, equation (3) becomes [13]:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left((D + \delta D) \frac{d^2 (\Phi_r + \varphi_r)}{dx^2} \right) - \rho A (\omega_r + \delta \omega_r)^2 (\Phi_r + \varphi_r) = 0 \quad (5)$$

where φ_r and $\delta \omega_r$ are the variation of the mode shape and of the angular frequency, respectively. The normalization condition is now:

$$\int_0^l \rho A (\Phi_r + \varphi_r)^2 dx = 1. \quad (6)$$

Developing equation (5) and taking into account only terms of first order in small variations δD , φ_r and $\delta \omega_r$, we obtain [14]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} \right) \\ - \rho A \omega_r^2 \Phi_r - \rho A \omega_r^2 \varphi_r - 2 \rho A \omega_r \delta \omega_r \Phi_r = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Taking into account equation (3) it results:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) - 2 \rho A \omega_r \delta \omega_r \Phi_r + \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} \right) - \rho A \omega_r^2 \varphi_r = 0. \quad (8)$$

In the same manner from equations (4) and (6) one deduces:

$$\int_0^l \rho A \Phi_r \varphi_r dx = 0. \quad (9)$$

After multiplying equation (8) by Φ_r , the integration from 0 to l , taking into account relations (4) and (9), leads to:

$$2\omega_r \delta\omega_r = \int_0^l \Phi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(\delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) dx + \int_0^l \Phi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \phi_r}{dx^2} \right) dx. \quad (10)$$

The first integral at second member of equation (10) can be evaluated integrating by parts:

$$\int_0^l \Phi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(\delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) dx = \left[\Phi_r \frac{d}{dx} \left(\delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) - \frac{d\Phi_r}{dx} \delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right]_0^l + \int_0^l \delta D \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)^2 dx. \quad (11)$$

Assuming that δD takes place for $x \neq 0, l$, that is, the damage is not at the ends of the beam, equation (11) simplifies as follows:

$$\int_0^l \Phi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(\delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) dx = \int_0^l \delta D \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)^2 dx. \quad (12)$$

Now we model the rigidity variation as due to damage like a crack of small width Δx at abscissa x^* ; therefore we can put:

$$\begin{aligned} & \int_0^l \Phi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(\delta D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) dx \\ &= \int_0^l \delta D \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)^2 dx \approx \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)^2_{x=x^*} \int_{x^*}^{x^*+\Delta x} \delta D dx \approx \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)^2_{x=x^*} \delta B \end{aligned} \quad (13)$$

where δB is representative of the damage intensity.

To evaluate the second integral of second member of equation (10), we first observe that it is:

$$\begin{aligned} & \int_0^l \Phi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \phi_r}{dx^2} \right) dx \\ &= \left[\Phi_r \frac{d}{dx} \left(D \frac{d^2 \phi_r}{dx^2} \right) - \frac{d\Phi_r}{dx} D \frac{d^2 \phi_r}{dx^2} \right]_0^l + \int_0^l D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \frac{d^2 \phi_r}{dx^2} dx. \end{aligned} \quad (14)$$

To evaluate the last integral of the second member, we consider equation (3): multiplying it by φ_r , integrating from 0 to l and taking into account relation (9) we find:

$$\int_0^l \varphi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) dx = 0. \quad (15)$$

Integrating by parts we obtain:

$$\begin{aligned} & \int_0^l \varphi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) dx \\ &= \left[\varphi_r \frac{d}{dx} \left(D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) - \frac{d\varphi_r}{dx} D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right]_0^l + \int_0^l D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} dx = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Substituting expression (16) in equation (14) we can write:

$$\begin{aligned} & \int_0^l \Phi_r \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} \right) dx \\ &= \left[\Phi_r \frac{d}{dx} \left(D \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} \right) - \frac{d\Phi_r}{dx} D \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} - \varphi_r \frac{d}{dx} \left(D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right) + \frac{d\varphi_r}{dx} D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right]_0^l. \end{aligned} \quad (17)$$

We are finally able to write the expression (10) in the general form:

$$2\omega_r \delta\omega_r = \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)_{x=x^*}^2 \delta B + \Psi \quad (18)$$

where:

$$\begin{aligned} \Psi = & \left[\Phi_r \frac{dD}{dx} \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} + \Phi_r D \frac{d^3 \varphi_r}{dx^3} - \frac{d\Phi_r}{dx} D \frac{d^2 \varphi_r}{dx^2} \right. \\ & \left. - \varphi_r \frac{dD}{dx} \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} - \varphi_r D \frac{d^3 \Phi_r}{dx^3} + \frac{d\varphi_r}{dx} D \frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right]_0^l. \end{aligned} \quad (19)$$

In case of homogeneous boundary conditions, that is if each end of the beam is free, pinned or clamped, Ψ is equal to zero, so it results:

$$2 \omega_r \delta \omega_r = \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)_{x=x^*}^2 \delta B. \quad (20)$$

As a conclusion, dividing both members of relation (20) by ω_r^2 and taking into account that due to the normalization condition (4) it is $k_r = \omega_r^2$, we obtain:

$$\frac{d\omega_r}{\omega_r} = \frac{1}{2k_r} \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)_{x=x^*}^2 \delta B. \quad (21)$$

In case of non homogeneous boundary conditions, general relations (18) and (19) are to be used to relate rigidity variation and eigenfrequency shift.

The coefficient of proportionality in equation (21) between the relative frequency shift, $d\omega_r / \omega_r$, and the bending stiffness variation can be called Local Modal Stiffness Sensitivity (LMSS). It is a measure of how much local damage affects each eigenfrequency of the undamaged beam, as a function of crack location. This concept can obviously be generalized for other cases besides that of a beam in bending. Moreover, it could be useful not only for diagnostic purposes, but also for other engineering applications.

2.2. LMSS patterns

From equation (21), the following expression of LMSS for a beam in bending can be deduced:

$$S_r = \frac{1}{2k_r} \left(\frac{d^2 \Phi_r}{dx^2} \right)^2. \quad (22)$$

Mode shape $\Phi_r(x)$ has the expression (see e. g. Shabana [14]):

$$\Phi_r(x) = A_r \sin(\beta_r x) + B_r \cos(\beta_r x) + C_r \sinh(\beta_r x) + D_r \cosh(\beta_r x) \quad (23)$$

where $A_r, B_r, C_r, D_r, \beta_r$ depend on boundary conditions. By introducing expression (23) in relation (22), expressions of $S_r(x)$ can be easily written for each case of different boundary conditions. These expressions are not explicitly reported here for the sake of brevity. As example, the patterns of LMSS for the first four modes of a straight uniform and homogeneous free-free beam are reported in Fig. 1.

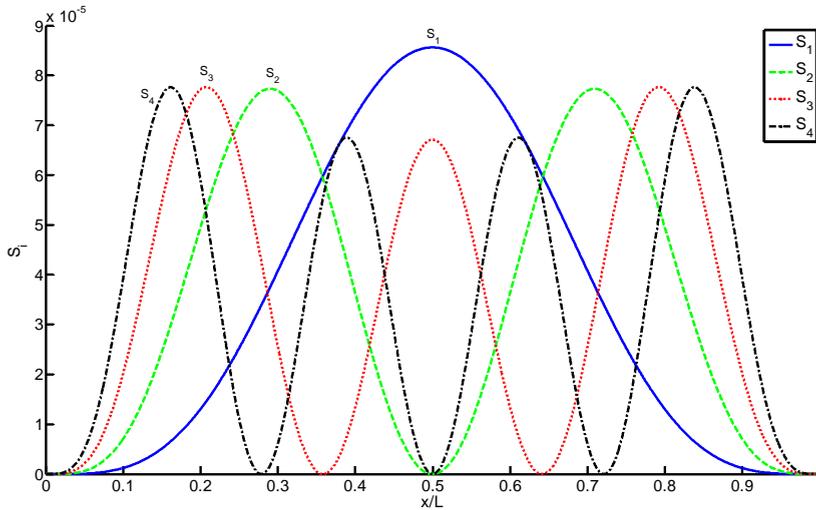


Figure 1. Patterns of LMSS for the first four modes of a straight uniform and homogeneous free-free beam.

The pattern of LMSS is closely associated with the second derivative of mode shape, that is with mode shape curvatures. It has already been observed that eigenfrequency shift of each eigenmode depends on mode shape curvature at damage location, see e. g. [10], [15]; here the general connection between eigenfrequency shift and local modal rigidity has been strongly illustrated.

As one can recognize by observing Fig. 1, there are points where LMSS is zero: this means that a crack at one of these points does not induce a change in the frequency of the corresponding mode. Points where a crack does not affect the eigenfrequency are generally different for each mode, so considering more than two modes it is possible to apply the method of LMSS, as suggested in the next sections, to identify damage at every point.

Practical cases are often more complex than uniform cross-section beam. In such cases, mode shapes can be obtained by the finite element method (FEM); LMSS can then still be evaluated as for uniform beam. More precisely, in each finite element, the element shape function must be used to find the different mode shapes. Mode shapes are then utilized to determine LMSS by the expression (22). However, stiffness sensitivity usually assumes different values at each node belonging to adjacent elements and high-order finite elements are necessary as well. In order to model beam with an arbitrary number of step changes in cross section, the present paper makes use of the approach already presented in [16], where each span, with constant cross section, is modelled by adopting the shape function (23) and the resulting constants are determined by four boundary conditions at the beam edges and four continuity conditions at each point where the cross-section varies.

3. CRACK IDENTIFICATION BY LOCAL MODAL SENSITIVITY

From expressions (21) and (22) one obtains:

$$\frac{d\omega_r}{\omega_r} = S_r(x) \delta B. \quad (24)$$

Equation (24) can also be written as:

$$\delta B = \frac{d\omega_r/\omega_r}{S_r(x^*)}. \quad (25)$$

Expression (25) suggests that modal stiffness sensitivity can be used for crack localization if two or more eigenmodes are considered and the stiffness variation δB is the same for all the considered eigenmodes. This is the case if, for example, only flexural vibrations in a given plane are considered. In this case, no matter what the eigenmode, the ratio at the second member of equation (25) has the same value at the abscissa x^* where the crack is localized, that is, for two generic eigenmodes j and l , we can write:

$$\delta B = \frac{d\omega_j/\omega_j}{S_j(x^*)} = \frac{d\omega_l/\omega_l}{S_l(x^*)}. \quad (26)$$

From this we immediately derive a means for crack detection and localization when mode shapes are analytically known. Consider, in fact, two eigenmodes j and l . First of all, the eigenfrequencies ω_j and ω_l of these modes are measured for the undamaged beam. After a crack has appeared in the beam, they experience little shifts $\delta\omega_j$ and $\delta\omega_l$, which are easily determined by measuring the eigenfrequencies for the damaged beam. Having found, by means of relation (22), the expressions of $S_j(x)$ and $S_l(x)$, we are able to plot the patterns of:

$$w_j(x) = \frac{\delta\omega_j/\omega_j}{S_j(x)} \quad (27)$$

and of:

$$w_l(x) = \frac{\delta\omega_l/\omega_l}{S_l(x)}. \quad (28)$$

At the abscissa x^* corresponding to the crack's location, w_j and w_l must have the same value, which is representative of the relative decrease in the bending stiffness of the beam. The intersection of two patterns like w_j and w_l gives the crack location. Of course, for better estimation of the intersection, one must use more than two modes, say modes j, l, \dots, r , to overcome effects of unavoidable experimental errors: all curves w_j, w_l, \dots, w_r intersect each other at abscissa x^* . However, only a few lower modes can be effectively utilized, because higher mode shapes and related w curves do change too abruptly from point to point, so a small experimental error in eigenfrequency measurement gives rise to a large error in crack identification.

In some cases, due to the structure symmetry, more than one intersection can be found, thus producing an inevitable amount of uncertainty.

A more efficient way of crack localization is to consider the distance between some $w(x)$ curves. In fact, all these curves should intersect at crack location, consequently, the distance between two such curves should reach zero near the abscissa x^* . However, due to measuring errors, they do not usually intersect exactly at abscissa x^* , but at points lying near it. If we consider the normalized sum $\sigma(x)$ of the absolute values of the distances between the considered curves [17]:

$$\sigma(x) = \frac{|w_i(x) - w_j(x)| + |w_i(x) - w_k(x)| + \dots}{(n-1) \sum_{r=1}^n w_r(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |w_i(x) - w_j(x)|}{(n-1) \sum_{r=1}^n w_r(x)} \quad (29)$$

we can say that $\sigma(x)$ reaches its minimum value at the point where the crack is localized. In expression (29), n is the total number of considered eigenmodes, so the denominator at the second member of (29) normalizes $\sigma(x)$ between 0 and 1. If no error has affected either the experimental results or the analytical model, the minimum value of $\sigma(x)$ should be zero. However this kind of measure is not robust: a too small $S_i(x)$ sensitivity value tends to amplify experimental errors in eigenfrequencies so that incorrect $w_i(x)$ value may result (see Eq. 27). A slightly different measure $\gamma(x)$ is therefore proposed by taking into account, for each x value in Eq.(29), only terms $w_k(x)$ for which $S_k(x)$ is over a threshold value α . The proposed measure $\gamma(x)$ can be expressed as follows:

$$\gamma(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n C_{ij}(x)}{(m-1) \sum_{r \in R} w_r} \quad (30)$$

$$C_{ij}(x) = \begin{cases} |w_i(x) - w_j(x)| & \text{if } S_i(x) > \alpha \text{ and } S_j(x) > \alpha \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

where R is the set of indices for which $S_k(x)$ is over the threshold value α :

$$R = \{k = 1, \dots, n : S_k(x) > \alpha\}$$

and m is the number of elements in R .

4. EXPERIMENTAL TESTS AND RESULTS

Experimental tests were carried out on a set of two $l = 1$ m long straight stepped beams of circular cross section. Each beam, having two section variations as reported in Fig. 2, was suspended by means of very soft springs to simulate free-free conditions. The geometric dimension of the beams are reported in Fig. 2 in millimeters. Eigenfrequencies of each undamaged beam were first measured. A narrow slot $s = 1$ mm wide and $h = 5$ mm deep, was then milled at two different locations (see Fig. 3) to simulate structural damage. The beam having the slot next to a variation of the cross-section ($x^*/l = 0.8$) will be referred to as “CASE I”, the beam having the slot in the middle ($x^*/l = 0.5$) will be referred to as “CASE II”. The eigenfrequencies of the two damaged beams were subsequently measured to obtain frequency shifts for the first six eigenmodes, see Table 1; related ratios, $w(x)$, were then evaluated, making use of the analytical expressions of LMSS.

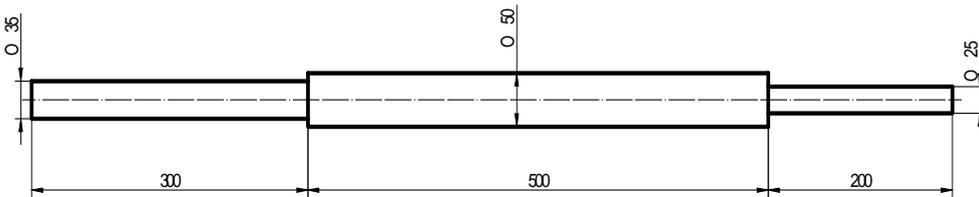


Figure 2. Geometry of tested rotor. Dimensions are in millimeters.

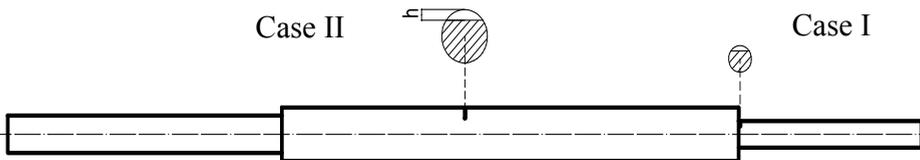


Figure 3. Positions of the cut milled to simulate a crack in Test Case I ($x^*/l = 0.8$) and Test Case II ($x^*/l = 0.5$).

Table 1. Measured eigenfrequencies of uncracked and one-crack beams.

Case	Mode No.	Eigenfrequencies of the uncracked beams, Hz	Eigenfrequencies of the cracked beams, Hz
I	1	257.81	256.84
	2	474.13	472.36
	3	874.02	869.33
	4	1579.06	1573.80
	5	2286.56	2285.79
	6	2950.77	2949.85
II	1	256.83	256.26
	2	472.01	471.87
	3	871.87	869.13
	4	1569.61	1569.17
	5	2285.36	2279.08
	6	2941.24	2941.10

Table 2. Crack localisation in one-crack beams.

Case	Actual crack location, x^*/l .	Crack localization by LMSS using function $\sigma(x)$.		Crack localization by LMSS using function $\gamma(x)$ ($\alpha = 10^{-7}$).	
		using 5 modes	using 6 modes	using 5 modes	using 6 modes
I	0.8	0.8006	0.7996	0.8005	0.7997
II	0.5	0.4654	0.4736	0.5157	0.4953

The eigenfrequencies were identified by means of Auto Power Spectra (APS) of free vibration, obtained by thirty averages. Impulse excitation and exponential window were used. Cubic Bezier interpolation of spectra near each eigenfrequency peak allowed high frequency resolution. Repeatability of results was checked and proved. Determination of eigenfrequencies by APS of free vibration is always much more accurate and repeatable than the use of Frequency Response Function, which involves unnecessary errors in excitation performing, response measurement and greater data manipulation.

A slot was used instead of a fatigue crack for the sake of simplicity and for more precise location and quantization. For the small vibration displacements imposed during the test, the non-linearity effect of the crack is negligible and the only practical difference between a crack and a slot having the same depth h is the amount of stiffness decrease and related eigenfrequency shifts; see for example reference [18].

To illustrate the fundamental concept used for damage localization, in Fig. 4 the patterns of ratios $w_i(x)$ are plotted for the first five eigenmodes and a particular crack depth and location, referred to as Case I, in Tables 1-2. As one can see, the curves representing the first five $w_i(x)$ ratios intersect at the correct slot location x^* . The use of distance $\sigma(x)$ adopting five eigenmodes is illustrated in Fig. 5: the damage is precisely located. The adoption of measure $\gamma(x)$ gives the same result (see Table 2). The use of a greater number of eigenmodes confirms the location detection (Fig. 6).

Figure 7 reports the pattern of the first five $w_i(x)$ referring to the case II: as can be seen, the function $w_2(x)$ does not intersect the others at the correct crack location. This is the main reason why the adoption of measure $\sigma(x)$, considering five eigenmodes, does not allow the precise crack location (Fig. 8). Although the adoption of six eigenmodes seems to ameliorate the crack location detection, the improvement is very small (Fig. 9). The use of the $\gamma(x)$ measure improves the crack location both with five eigenmodes (Fig. 10) and with six eigenmodes (Fig. 11). The little uncertainty shown in Fig. 10 is resolved by using six eigenmodes. The results reported in Table 2 show a very satisfactory agreement between evaluated and actual values of crack location by adopting the $\gamma(x)$ measure.

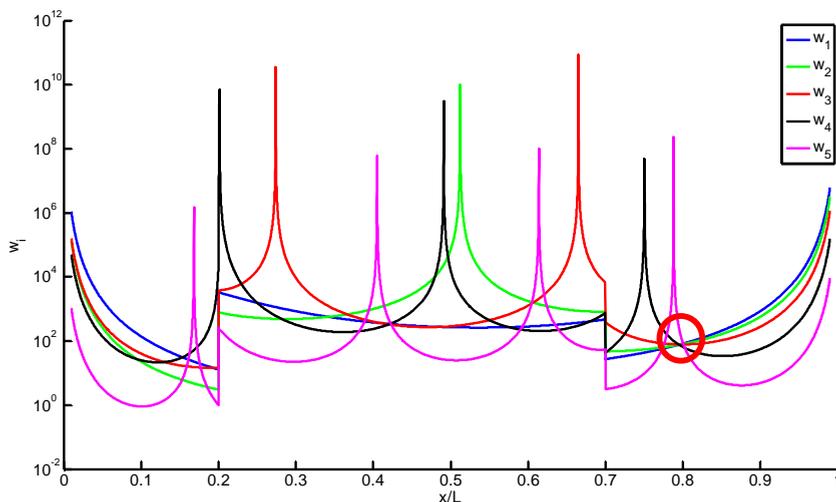


Figure 4. Plot of functions w_i : case I by using five modes.

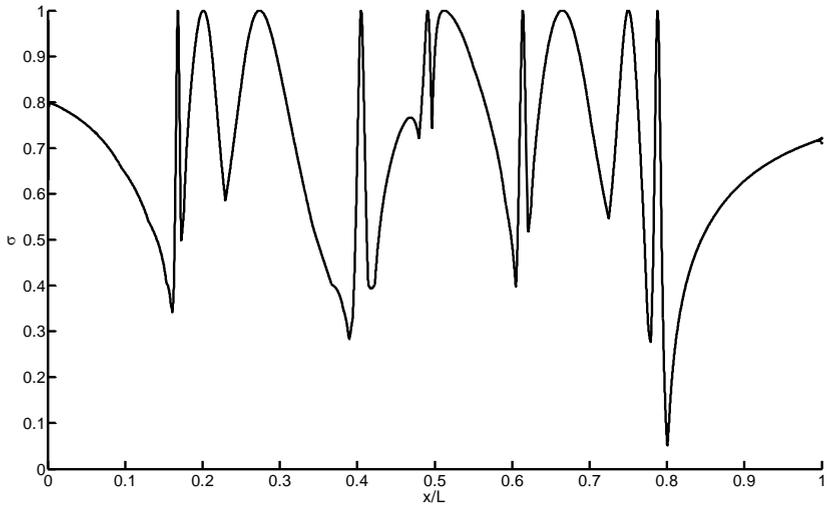


Figure 5. Plot of function $\sigma(x)$: case I by using five modes.

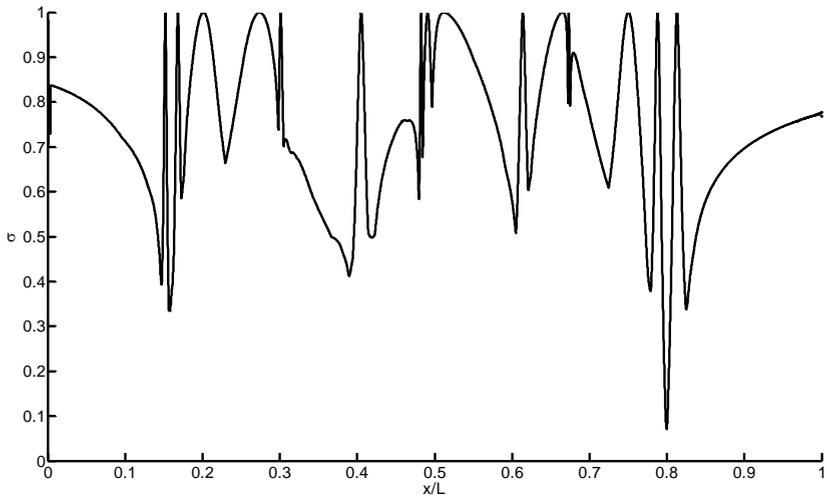


Figure 6. Plot of function $\sigma(x)$: case I by using six modes.

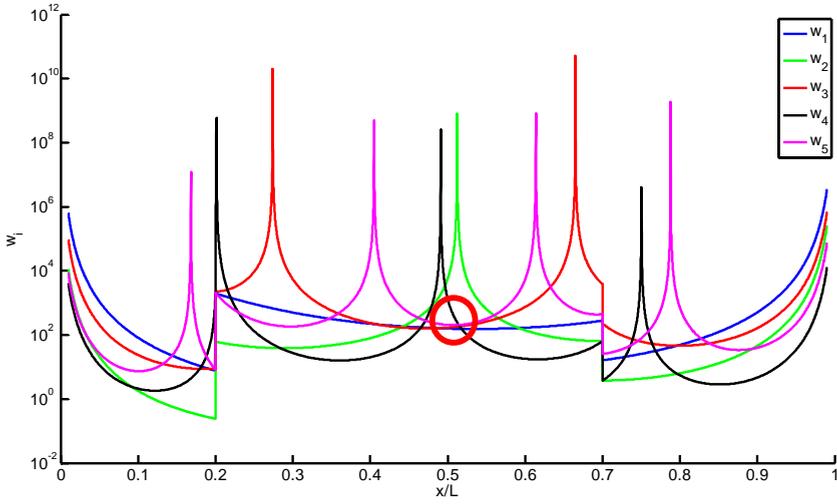


Figure 7. Plot of functions $w_i(x)$: case II by using five modes.

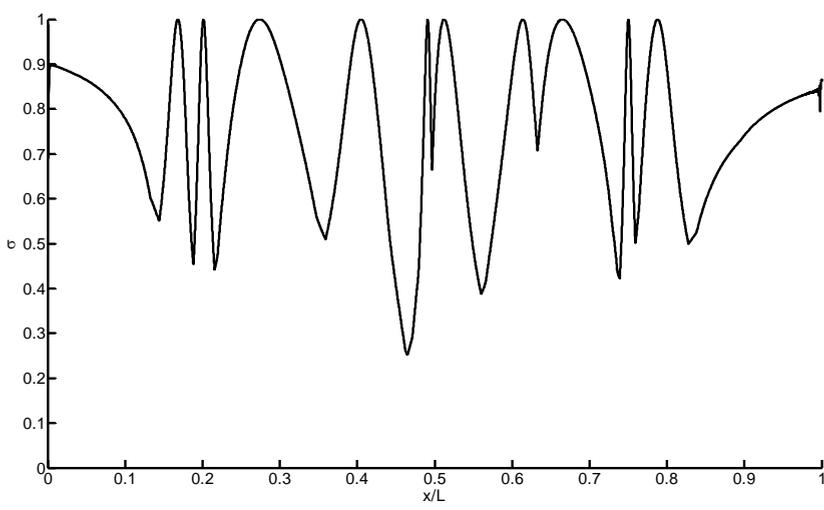


Figure 8. Plot of function $\sigma(x)$: case II by using five modes.

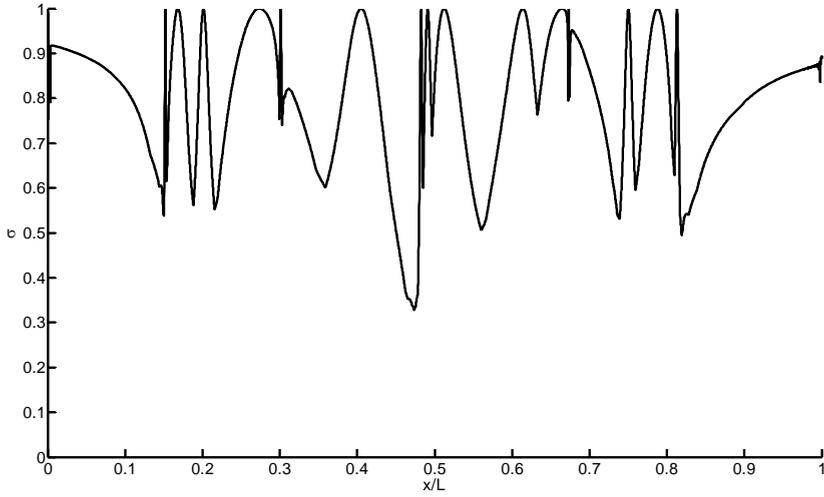


Figure 9. Plot of function $\sigma(x)$: case II by using six modes.

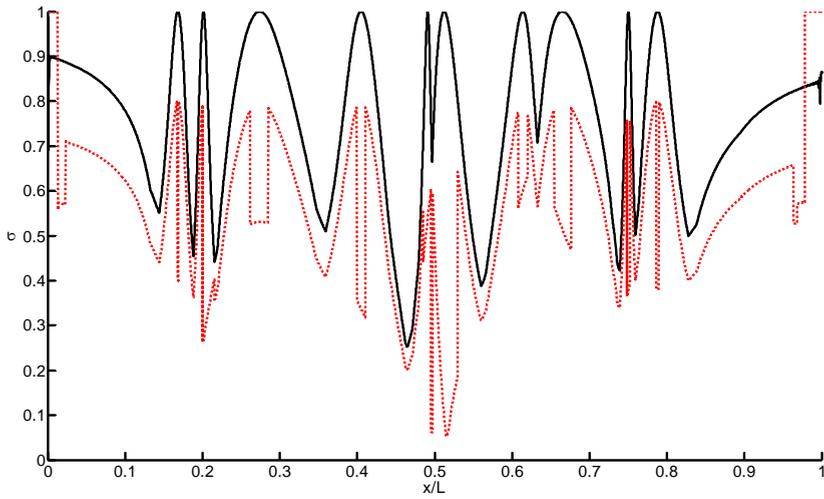


Figure 10. Plot of function $\sigma(x)$ (black continuous lines) and function $\gamma(x)$ (red dotted line): case II sigma by using five modes.

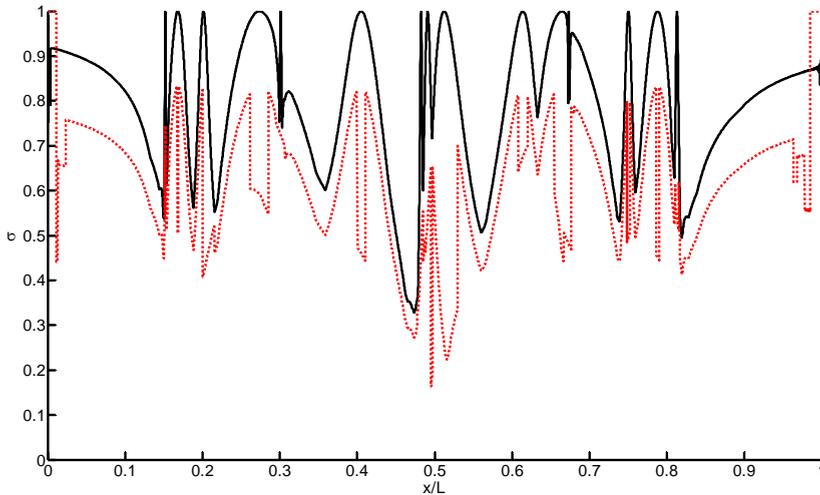


Figure 11. Plot of function $\sigma(x)$ (black continuous lines) and function $\gamma(x)$ (red dotted line): case II sigma by using six modes.

5. CONCLUSIONS

A parameter called Local Modal Stiffness Sensitivity (LMSS) has been proposed for crack identification. LMSS is a measure of the local stiffness alteration affecting each eigenfrequency of the structure, as a function of the location of the alteration itself. Its analytical expression can be easily written for a flexural vibrating beam of uniform cross section and other elementary cases where analytical expression of mode shapes is known. Stepped beams are modelled by adopting, for each span with constant cross section, the just mentioned analytical expression of mode shapes. The resulting constants are determined by four boundary conditions at the beam edges and four continuity conditions at each point where the cross-section varies. A previously introduced $\sigma(x)$ measure, that reaches its minimum value at the point where the crack is localized, is modified in order to improve its robustness. Experimental verifications proved that the newly introduced $\gamma(x)$ measure effectively locates the crack even when the $\sigma(x)$ measure fails. In future research, the optimal choice of the parameter α , needed to define the $\gamma(x)$ measure, will be investigated.

REFERENCES

- [1] Cawley P., Adams R. D., 1979. "The location of defects in structures from measurements of natural frequencies". *Journal of Strain Analysis* **14** (2), pp. 49-57.

- [2] Rizos P. F., Aspragathos N., Dimarogonas A. D., 1990. "Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes". *Journal of Sound and Vibration* **138** (3), pp. 381-388.
- [3] Maggiore A., Meneghetti U., 1992. "Crack monitoring by modal analysis techniques". *Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift* **137** (11), pp. 562-566.
- [4] Davini, F. Gatti and A. Morassi, 1993. "A damage analysis of steel beams". *Meccanica* **28**, pp. 27-37.
- [5] Meneghetti U., Maggiore A., 1994. "Crack detection by sensitivity analysis". *Proceedings of the XII International Modal Analysis Conference*, pp. 1292-1298.
- [6] Friswell M. I., Penny J. E. T., Wilson D. A. L., 1994. "Using Vibration Data and Statistical Measures to Locate Damage in Structures". *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis* **9** (4), pp. 239-254.
- [7] Davini, A. Morassi A., Rovere N., 1995. "Modal analysis of notched bars: tests and comments on the sensitivity of an identification technique". *Journal of Sound and Vibration* **179** (3), pp. 513-527.
- [8] Swamidass S. J., Chen Y., 1995. "Monitoring crack growth through change of modal parameters". *Journal of Sound and Vibration* **186** (2), pp. 325-343.
- [9] Friswell M. I., Penny J. E. T., Garvey S. D., 1996. "A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures". *Identification in Engineering Systems, Proceedings of the Conference held at Swansea* 357-367.
- [10] Tsai T. C., Wang Y. Z., 1996. "Vibration analysis and diagnosis of a cracked shaft". *Journal of Sound and Vibration* **192** (3), pp. 607-620.
- [11] Hjelmstad S., Shin S., 1996. "Crack identification in a cantilever beam from modal response". *Journal of Sound and Vibration* **198** (5), pp. 527-545.
- [12] Nandwana P., Maiti S. K., 1997. "Detection of the location and size of a crack in stepped cantilever beams based on measurements of natural frequencies". *Journal of Sound and Vibration* **203** (3), pp. 435-446.
- [13] Innocenti C., 1996. *Private communication*.
- [14] Shabana A., 1991. *Theory of Vibration. Vol II: Discrete and Continuous Systems*. Springer Verlag, New York.
- [15] Pandey K., Biswas M., Samman M.M., 1991. "Damage detection from changes in curvature mode shapes". *Journal of Sound and Vibration* **145** (2), pp. 321-332.
- [16] Bashash S., Salehi-Khojin A., Jalili N., 2008. "Forced vibration analysis of flexible Euler-Bernoulli beams with geometrical discontinuities". *Proceedings of 2008 American Control Conference*, Westin Seattle Hotel, Washington, USA, June 11-13, 2008.
- [17] Al-Qaisia A., Meneghetti U., 1997. "Crack Localization in Stepped Beams". *Meccanica* **32**, pp.315-325.
- [18] Ismail, A. Ibrahim, Martin H. R., 1990. "Identification of fatigue cracks from vibration testing". *Journal of Sound and Vibration* **140** (2), pp. 305-317.

A SURVEY ON THE PREDICTABILITY OF THE DIE DEFLECTION IN ALUMINUM EXTRUSION BY MEANS OF EXPERIMENTAL INVESTIGATION AND NUMERICAL ANALYSES

Barbara Reggiani

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: barbara.reggiani4@unibo.it*

Lorenzo Donati

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: l.donati@unibo.it*

Luca Tomesani

*Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: luca.tomesani@unibo.it*

Abstract. *The direction of the market demand in extrusion is to push towards higher quality products. With this aim, it nowadays is a common practice to make use of numerical methods, especially of the finite element simulations in order to get information on the material flow, temperature distribution, process load and other process related issues. Therefore, in parallel to the requirement of higher quality products there is the demand of more accurate, stable and reliable simulation codes. The International Conference on Extrusion and Benchmark (ICEB) works as a meeting point between finite element codes developers and extruders and die makers to assess and compare the capability of each code to predict the parameters of interest in the field of extrusion. The 2009 edition of the conference has been focused on the die deflection evaluation, also accounting for the experimental complexity to monitor this data for the high temperature involved in the process as well as for the reduced direct accessibility to the die. Aim of the present work is to present the results of this activity in which a controlled extrusion experiment has been carried out and to compare the recorded data with the prediction of three process simulation codes in terms of profiles exit velocity and temperature, die temperature, process load and die deflection in the extrusion direction. The codes are based on different approaches: ALTAIR HyperXtrude® based on the Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation, COMSOL® Multiphysics based on a pure Eulerian approach and finally DEFORM 3D based on a pure Lagrangian approach.*

Keywords: *tool deflection, Finite Element method, aluminum extrusion.*

1. INTRODUCTION

Hot aluminum extrusion is an high efficiency manufacturing process in which a workpiece (billet) is forced by means of a ram to flow through a die having an opening that resembles the desired shape of the profile. By this process, long profiles can be produced with a huge variety of cross-sections thus serving different markets such as transport, aerospace, building industries. Before the process starting, aluminum billet and tools are preheated at specified temperatures in order to reduce the required loads. Thus, during the extrusion, the die is subjected to complex working conditions due to the combination of high loads and high temperatures. The resulting stress-strain distributions and the amount of die deflection that occur during the process significantly affect the die lifetime [1]. In addition, accounting for the experimental observation that extrusion starts when the die is already deflected [2], its configuration during the extrusion process also have a great influences on the final profile tolerances and quality. Hence, a reliable prediction of these information is of crucial importance both for the prediction of the die lifetime and to guarantee reduced scraps and time-energy losses. Nowadays, manufacturing process can be considered in terms of material flow, temperature and profile speed distribution, load-stroke history and die deflection by means of finite element (FE) simulations [3,4]. This allow to avoid expensive and time-consuming experimental trial-and-error procedure. Different formulations have been proposed for the numerical simulation of manufacturing process as the Eulerian and updated Lagrangian approaches based on a fluid-dynamic and flow formulation respectively. However, an important role is still played by experimental investigations in the mean to form a basis for evaluating the numerical code predictability and capabilities. In order to verify and estimate the quality of simulations, with specific attention paid to the extrusion process, a periodical meeting between developers of FE codes and the users, industrial and university, has been set [5,6]. With specific reference to the die deflection or pressure on the die face measurement, it can be understood how challenging is this task especially in an industrial extrusion environment explaining why till 10 years ago their prediction was merely based on FE computation. After that different approaches have been proposed for the experimental measure of the pressure distribution on the die face and the deformation of the die [7,8,9]. The benchmark trials of the 2009 edition were specifically focused on the measurement of the die deflection during the process stroke: the extrusion of 2 U-shaped profiles made by AA6082-O aluminium alloy was investigated while two laser displacement sensors were used for monitoring the ‘tongues’ deflection (i.e. the part of the die internal to the U shape) [6]. The two tongues were differently supported, one fully and the other partially, thus leading to different die deflection and different material flows. In the present work, experimental set-up and results of the benchmark 2009 experimental activities are presented and discussed. The capability and reliability of commercial FE codes to predict the amount of die deflection was then tested. To this aim, the benchmark 2009 experiment was simulated by means of three FE codes: DEFORMTM 3D, COMSOL® Multiphysics and Altair® HyperXtrude. The first code is based on the flow-formulation in which the material is considered as an isotropic continuum while the other two FE codes are based on a fluid dynamic approach. Numerical results were firstly compared with experimental data in terms of profile exit temperatures and speed, maximum ram load and die temperature. Then, the tongues deflection and the stress distribution were predicted. The quality of the code was judged in term of percentage error of the predicted parameters with respect to the corresponding experimental values.

2. EXPERIMENTAL INVESTIGATION

The benchmark 2009 experiment

The die for the experimental trials was flat with two orifices. Both profiles had the same thicknesses and U-shape but a different support length: 36.95 mm and 10 mm for the supported and less supported respectively (Figure 1). The deflection of the two tongues was monitored by means of two laser beam distance sensors all over the extrusion of each billet. Two thermocouples were used to control the die heating system, while the other two measured the die temperature during extrusion near the die bearings. Thermocouples were placed as close as possible near to the bearings. The temperature evolution of the upper (less supported) profile was monitored with a pyrometer placed at about 145 mm after the die external surface. In addition, the profile exit speeds were measured by means of two laser surface velocitymeters. A bolster was also introduced in order to assist the material flow into the die pockets (Figure 1).

The sensors operated on the basis of the triangulation method. Significant advantages emerged from the use of the laser sensor instead of strain gauges or tactile deflection sensors; in particular, the laser sensor did not required any direct contact with the die and any holes or joining procedure. This allowed to get a continuous measurement if the tool deflection. However, on the other side, the use of the laser sensor involved a correction of the measurement due to the beam moving along a complex path. The operating principle of the laser sensor is the triangulation method as described in detail in [6]. Billets made of aluminum alloy AA6082-O of 140 mm diameter and 302 mm length were used for the experiments. Experiments have been carried out on a 10 MN extrusion press at the laboratory of the IUL Department at TU Dortmund. The diameter of the container was 146 mm so that an upsetting of the billets takes place at the beginning of the extrusion process. The tool material was the AISI H-13 hot-working tool steel tempered to 45 HRC hardness. The billets were preheated at a temperature of 432°C in a resistance heated oven with air circulation. Due to only small changes of $\pm 5^\circ\text{C}$ before and after extrusion, temperature of the container was considered as constant 427°C over the entire process. The die and the bolster were heated by a surrounding die heating to 393°C. The extrusion experiments were performed at a ram

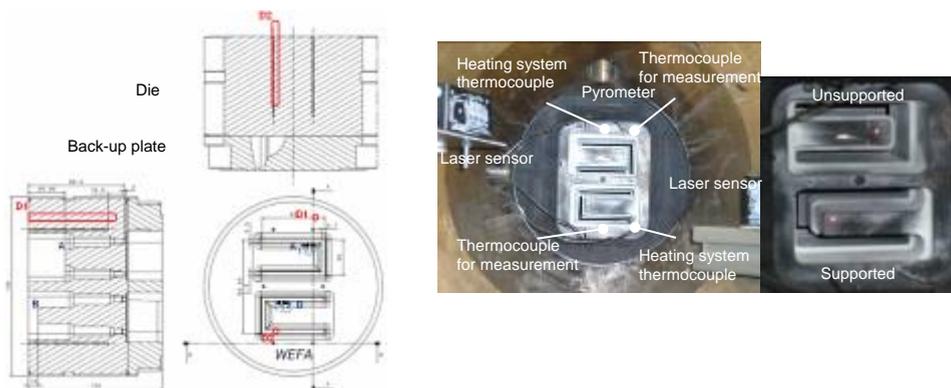


Figure 1. (left) Die design; (right) the laser sensors and pyrometer position.

speed of 10 mm/sec. Five billets were consecutively extruded one after the other: two of these were extruded before the beginning of the benchmark experiment in order to reach thermal steady-state conditions.

Thus, the other three billets were extruded at constant process parameters thus providing repetition of the process conditions

Experimental results

The first of the three repetitions was taken as the reference experimental condition. In Figure 2 are shown the load-stroke diagram and the upper profile temperature as measured by the pyrometer over the stroke.

As can be observed, the load history showed the trend typical of an extrusion process. The peak value reached during the extrusion was 8 MN. The temperature of the upper profile continuously increased during the extrusion process reaching a peak value of 490°C at the end of the process. The die temperature history of the upper (D1) thermocouple was unusual showing a decreasing trend during the process. This could be due to a detachment of the thermocouple tip and the housing hole bottom; alternatively, the reason can be searched in the reduction of friction caused by the die deflection of the upper tongue. Concerning the exit speed, the two profiles ran at a similar speed, even if the full supported always flowed a little slower than the unsupported profile. For a stroke range between 50 and 250 mm, the average velocities were 158 mm/s for the former and 156 mm/s for the latter. The selected die design thus produced a deflection ranging from 0.4 to 0.5 mm for the unsupported profile and no deflection for the supported one. At the end of the experimental trials, aluminum was removed from the die cavities by means of caustic soda bath and no appreciable permanent deformations of tongues were observed.

3. NUMERICAL ANALYSES

In Figure 3 are shown the CAD and FE models developed for each code. For the Eulerian and ALE codes, the CAD model of the billet copied the final configuration and all the components were meshed. For the Lagrangian code, the starting configuration of the workpiece was a cylinder, the only meshed components. The flow of aluminium at elevated temperature exhibits a viscoplastic behaviour.

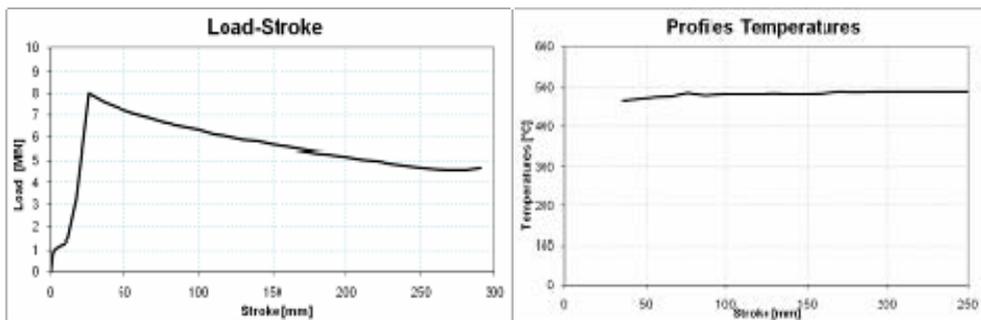


Figure 2. Experimental ram force and upper profile exit temperature over the ram stroke.



Figure 3. CAD and FE models developed in the present study: (a) HX (b) COMSOL and (c) DEFORM.

Thus, the generalized Zener-Hollomon function was used to express the effective flow stress in all three codes:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\alpha} \sinh^{-1} \left[\frac{1}{A} \cdot \dot{\epsilon} \cdot \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \right]^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{\alpha} \sinh^{-1} \left[\left[\left(\frac{Z}{A} \right) \right]^{\frac{1}{n}} \right] \quad (1)$$

in which $n=6.88$, $Q=199960\text{J/mol}$, $A=1.16099 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $R=8.314 \text{ J/(K}^\circ \times \text{mol)}$, $a=0.019 \text{ MPa}^{-1}$ for the AA6082-O alloy. All the tools were modelled as made of the AISI H13 steel by means of a linear elastic model with a Young modulus E equal to 189000 MPa (corresponding to the value at 393°C) and a Poisson coefficient of 0.3 . In the following the three numerical approaches are explained in more detail and numerical predictions compared to benchmark results.

COMSOL® Multiphysics

The aluminum billet was modelled as a Non-Newtonian fluid and studied adopting the Eulerian flow formulation. The procedure used to solve the extrusion problem consisted in subsequent steady-state solutions moving through the modules of fluid-dynamic and heat transfer. Five unknown variable (3 components of velocity, pressure and temperature) have to be predicted in order to determine the aluminium flow into the die. The first decoupled thermal analysis (Step 1) solved the energy equation via the convection and heat source term starting from the initial imposed temperature. Then mass-momentum set of equations was solved (Step 2) with the temperature distribution as derived by Step 1 to obtain the pressure and velocity fields under the simplified hypothesis of Newtonian and incompressible fluid to reduce the computing time. In Step 3, the energy equation was solved once more for the temperature field but now accounting also for the velocity field produced by the fluid-dynamic analysis in Step 2. These three steps were used to obtain a good initial guess of the velocity, pressure and thermal fields to be used as input for the final coupled fluid-dynamic and thermal analysis in which the fluid was set as Non-Newtonian. All the steps were carried out until the convergence criteria on the various field were satisfied. The die, container and the billet were modelled within the code and all the CAD components were meshed (Figure 3b). The final FE model consisted of 226908 linear

tetrahedral elements and 51243 nodes. An initial temperature of 393°C was imposed to the die while 427°C and 432°C were those imposed to the container and the billet respectively. Profiles over of the bearing length were set to the air temperature (25°C). The ram temperature (365°C) was defined as the boundary condition for the billet back in the heat transfer analysis. The ram speed has been imposed by applying the prescribed velocity at the billet back. The interface between billet and tools was set as wall-no-slip except in the bearing regions where the wall-slip condition was used. On the exit surfaces of the profiles the non traction boundary condition was imposed. The heat exchange between tools and billet was accounted for by imposing the proper thermal parameters. In Figure 4 are shown examples of output parameters as predicted by COMSOL.

The peak differences in terms of profiles exit temperature and velocities with respect to experimental data were 9% and 18%. Of the same order of magnitude was the error in the prediction of the die temperature with values of 9% and 8% for points D1 and D2. A good prediction of the peak extrusion load was found with a value of 8988 kN compared to experimental 8000 kN. On the contrary, the code showed a poor prevision of the absolute tongues deflection; the fully supported and unsupported profiles deformed 0.5 mm and 0.85 mm respectively in the extrusion direction compared to no deflection and 0.39 mm experimentally observed. However, the code correctly assessed a relative displacement of 0.35 mm of the two tongues. The simulation last after 2.5 hours

DEFORM™ 3D

The code is based on the flow formulation approach using an updated Lagrangian procedure. Opposite to an Eulerian code, DEFORM performs a rigid-plastic simulation in which the transitory phases of the extrusion process, i.e. the billet upsetting, the progressive die filling and profile exiting (Figure 5b), can be simulated. Concerning the benchmark 2009 experiment, the 3D CAD models of the ram, container and bolster were included in the simulation even if not meshed and considered as rigid bodies at a constant temperature (Figure 3). The initial configuration of the billet was a cylinder of 140 mm diameter and 302 mm length consisting of 27890 tetrahedral linear elements. The same boundary conditions applied in COMSOL were set in DEFORM. In particular, the tools-billet contact behaviour was described with a plastic shear friction model and a sticking condition was imposed. DEFORM solved the problem of the aluminum extrusion by means of a single coupled thermo-mechanical transient analysis. Then, the stress state analysis in the die was performed by means of a dedicated tool within the code.

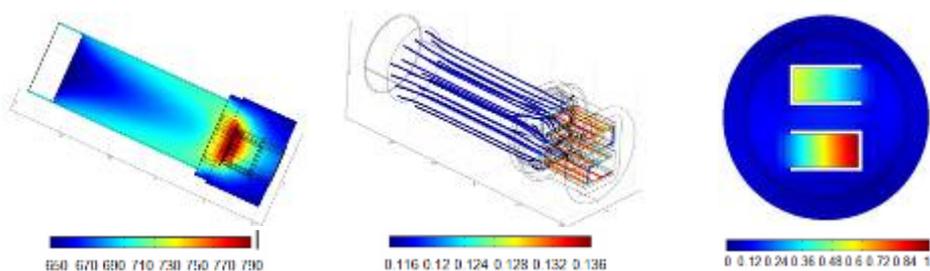


Figure 4. Output results of COMSOL: (from left to right) temperature distribution (°K), velocity fields (m/s) and deflection along the extrusion direction (mm).

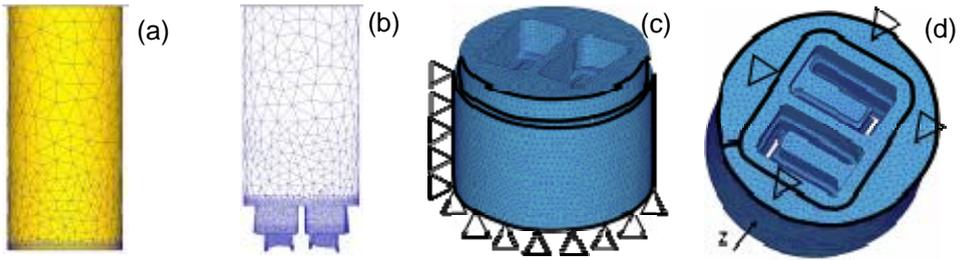


Figure 5. (a) Initial FE model of the billet; (b) final FE model of the billet; (c-d) 3D FE model of the die and bolster used for the die stress analysis.

The die and the bolster were modelled with 105204 four-node linear tetrahedral elements, the only type available in the code (Figure 5c). No volume constancy was imposed accounting for the high computational cost of a pure Lagrangian code.

The boundary conditions applied for the die stress analysis were the forces interpolated, automatically by the software, from the nodes of the billet to those of the die. In addition, the contact areas of the die with the die-holder were constrained except that in the extrusion (Z) direction (Figure 5c) while the opposite was for the exit surface (Figure 5d). Numerical results are reported in Figure 6.

DEFORM showed a reliable prediction of the peak extrusion load and unsupported profile temperature with percentage errors of 2.6% and 11% compared to experimental data. Profiles exit velocities, as computed by the code, were in each case lower than those measured by the velocimeters (0.098 m/s fully supported and 0.140 m/s unsupported). On the opposite, the tongues displacement were both higher than the experimental values (0.334 mm for the fully supported and 0.516 mm for the unsupported). The die temperature was not computed and kept as constant to the initial value all over the simulation. The simulation took more than 4 days for the extrusion of 12 mm of profiles.

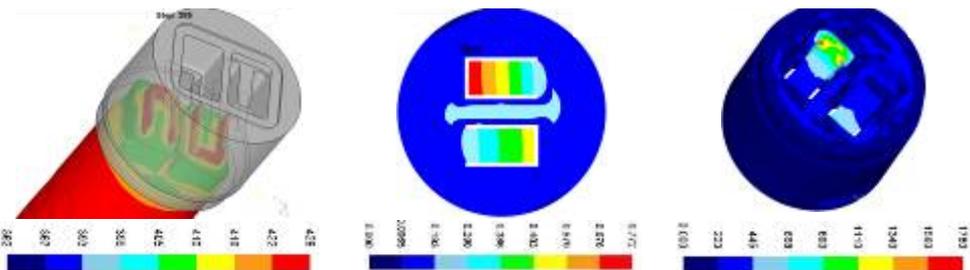


Figure 6. Output results of DEFORM: (from left to right), temperature distribution (°C), die deflection along the extrusion direction (mm) and Von Mises stress distribution (MPa).

ALTAIR HYPERXTRUDE® (HX)

As COMSOL, HX is an FE code based on the fluid-dynamic formulation. Hence, the 3D CAD model of the billet copied the steady-state configuration as showed in Figure 3a. However, if compared to the former code, HX uses a transient moving boundary technique to simulate the billet length decrease during the process thus adopting an ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) approach. Except for the initial billet upsetting that is not accounted for, this allows to simulate the load-stroke trend of the process. The die and bolster were included in the model and meshed resulting in a total number of 1542468 linear tetrahedral element and 484858 nodes. In a first step, a coupled transient thermal-fluid-dynamic simulation was performed to compute the profiles exit velocities and temperatures and the extrusion load. Multiple billets were used to reach steady-state conditions. The same boundary conditions used in DEFORM and COMSOL were adopted excluding optimized values of the heat exchange coefficients. In particular, an HTC value of $110000 \text{ W/m}^2\text{C}$ was imposed at the die-billet interface in the bearing region while a convection coefficient of $300 \text{ W/m}^2\text{C}$ was set at the billet surface in contact with the container. Afterwards, a static structural analysis was carried out including only the die and the bolster meshed with parabolic tetrahedral elements (406816 elements and 584564 nodes) by mapping the pressure acting on the die face as computed from the previous HX transient simulation. In Figure 7 are shown examples of output results as obtained from HX.

HX showed a good agreement with experimental data in terms of profile exit speed (peak error 5%), die temperature (peak error 1%) and die deflection of the unsupported tongue (0.3% of peak error). As COMSOL and DEFORM, a poor estimation of the fully supported tongue emerged (0.22 mm predicted by HX). The peak extrusion load assessed was 9468 kN, higher than that experimentally measured. Finally, also the computed profile exit temperature was 52 degrees more than the measure acquired with the pyrometer. The total simulation time was 49 hours for the transient analysis and 30 minutes for the static analysis.

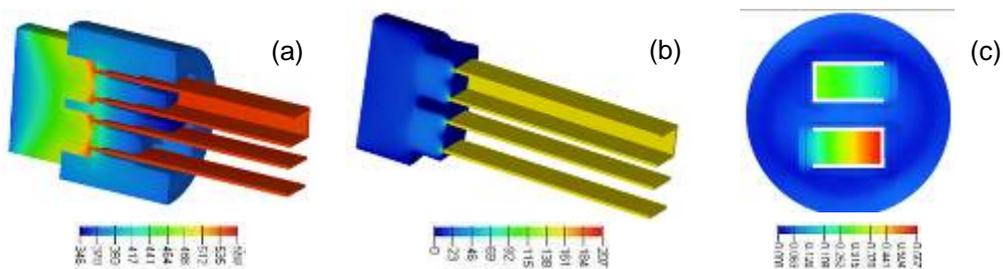


Figure 7. Example of HX results: (a) temperature distribution ($^{\circ}\text{C}$), (b) velocity fields (m/s) and (c) deflection along the extrusion direction (mm).

4. CONCLUSIONS

By experimental investigations it was found out a new system to monitor the die deflection that was tested on the extrusion benchmark 2009 die with two U-shaped profiles. The experimental trials were simulated by means of three FE codes, based on the Eulerian (COMSOL), Lagrangian (DEFORM) and ALE (HX) approaches respectively. As a first result, it was found out that an Eulerian and ALE description, avoiding the mesh

regeneration as in Lagrangian codes, significantly reduce the computational costs thus resulting more compatible to industrial time. In addition, extrusion is a steady-state process in which a reference domain can be easily identified thus further supporting the use of fluid-dynamic approaches. All the three codes showed a poor prediction of the profiles exit temperature. For COMSOL this was due to the fact that the control point used in the numerical simulation to evaluate the profile temperature was near the die exit instead of 145 mm from the die face. This justified the higher numerical than experimental value. For HX, the higher computed value was ascribable to the neglected heat exchanged with air. Instead, DEFORM, gave a poor comparison since the transient thermal state of the tools, not meshed, was not accounted for thus leading to lower numerical than experimental profile temperature. A better estimation was achieved in terms of profiles exit velocities for COMSOL and HX. For DEFORM, the profile exit velocities were in each case lower than the experimental value in relation to the volume reduction effect related to the frequent remeshing. In addition, all the three codes overpredicted the experimental peak extrusion. The adopted material model of aluminum was the Zener-Hollomon function in which the dependence of the flow stress from the deformation is neglected. In such a way the softening of the material was not considered resulting in a more hard material. Concerning the tongues deflection, the benchmark 2009 experiment showed a relative difference of 0.39 mm in the displacement of the fully supported and unsupported profiles, the former not deflecting over the extrusion time. Even if a more realistic prediction of the aluminum flow would require coupled simulation of the process and tool deflection, this significantly increases the total computational time. Thus, in the present work, aimed to understand to code potentiality for industrial application, the die stress analysis was computed in all the three codes by means of decoupled static structural analysis mapping the load on the die face as predicted by previous process simulations. While all the codes overestimated the fully profile deflection, the best agreement with experimental data of the unsupported profile displacement was achieved by HX. This can be ascribable both to a good estimation of the output velocities and temperatures and to the use of parabolic tetrahedral elements more suitable to model curved and complex geometries.

REFERENCES

- [1] Lemaitre. J. and Chaboche J.L., 1990. "Mechanics of solid materials". Cambridge University Press, U.K..
- [2] Assaad, W.A., 2010. Aluminum extrusion with a deformable die. PhD thesis, University of Twente, CTW.
- [3] Donati, L, Tomesani, L., 2004. "The prediction of seam welds quality in aluminum extrusion". *J. Mater. Proc. Techn.* 153-154, pp. 366-373.
- [4] Zhou, J., 2003. "3D FEM simulation of the while cycle of aluminium extrusion throughout the transient state and the steady state using the updated Lagrangian approach". *J. Mater. Proc. Techn.* 134, pp. 383-397.
- [5] Donati L., Tomesani L., Schikorra M., Tekkaya A.E., 2008. "Extrusion Benchmark 2007 – Benchmark Experiments: Study on Material Flow Extrusion of a Flat Die". *Proceedings of the Extrusion Workshop and Benchmark, Key Engineering Materials* 367, pp. 1-8.

- [6] D. Pietzka, N. Ben Khalifa, L. Donati, L. Tomesani and A. E. Tekkaya “Extrusion Benchmark 2009-Experimental analysis of deflection in extrusion dies”, *Proceedings of the Extrusion Workshop and Benchmark, Key Engineering Materials Vol. 424 (2009) pp. 19-26.*
- [7] Jowet, C.W., Hay, G., Parson, N., 2004. “Extrusion Technology”. Upset. Orlando, USA.
- [8] Bourqui, B., Huber, A., Moulin, C., Brunetti, A., Krhenbuhl, Y., 2002. “Improved weld seam quality using 3D FEM simulation in correlation with practice”. Brescia. The first EAA Extruders Division Congress.
- [9] Moe, P.T., Storen, S., 2002. “A technique for measuring pressure on the die face during extrusion”. Krakow. ESAFORM Conference.

INDICE DEGLI AUTORI

Agazzi Alessandro	39
Andrisano Angelo Oreste	97, 297
Angelini Guido	71
Ansaloni Matteo	97
Bagaria William J.	247
Baldini Andrea	275
Berselli Giovanni	217
Bertocchi Enrico	275
Bignami Stefano	71
Campioni Eleonora	275
Carli Andrea	165
Carminelli Antonio	345
Castagnetti Davide	233
Catania Giuseppe	313
Cavallini Andrea	23
Cenci Stefano	165
Cipollini Roberto	323
Cocconcelli Marco	333
Croccolo Dario	259
Dalpiaz Giorgio	39
De Agostinis Massimiliano	259
D'Elia Gianluca	39
Donati Lorenzo	363
Dragoni Eugenio	197, 247, 333
Faccio Maurizio	165
Finetto Christian	165
Freddi Alessandro	115
Gherardini Francesco	97
Giacopini Matteo	275
Leali Francesco	97
Lionello Giacomo	71
Maggiore Alberto	345
Mantovani Sara	275
Maraldi Mirko	71
Marin Tito	61
Medri Gianluca	289
Meneghetti Umberto	345
Molari Pier Gabriele	1, 71

Mucchi Emiliano	39
Olmi Giorgio	143
Parenti Castelli Vincenzo	181, 217
Pellicano Francesco	297
Pellicciari Marcello	97
Persona Alessandro	165
Pini Fabio	97
Prati Edzeario	61
Reggiani Barbara	363
Rivola Alessandro	323
Rosati Giulio	165
Rossi Aldo	165
Rubini Riccardo	333
Sancisi Nicola	181
Scirè Mammano Giovanni	197
Sorrentino Silvio	313
Spaggiari Andrea	233, 333
Strozzi Antonio	275
Strozzi Matteo	297
Tasora Alessandro	61
Tomesani Luca	363
Vassura Gabriele	217
Vergnano Alberto	97
Vertechy Rocco	217
Vincenzi Nicolò	259
Zanarini Alessandro	23
Zannoli Diego	181

In questo volume sono raccolte le memorie presentate in occasione della “Quinta Giornata di studio Ettore Funaioli”, che si è tenuta il 15 luglio 2011 presso la Facoltà di Ingegneria dell’Alma Mater Studiorum – Università di Bologna.

La giornata è stata organizzata dagli ex allievi del Prof. Funaioli con la collaborazione del DIEM – Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia dell’Alma Mater Studiorum – Università di Bologna e con il patrocinio del GMA – Gruppo di Meccanica Applicata.

Questo volume è stato stampato con il contributo di G.D S.p.A.

Alma-DL è la Biblioteca Digitale dell’Alma Mater Studiorum Università di Bologna. Gestita e coordinata dal CIB, Centro Interbibliotecario di Ateneo, Alma-DL ospita al suo interno gli archivi Open Access che rendono pubblicamente disponibili i contributi derivanti dalle attività di ricerca, didattiche e culturali dell’Ateneo bolognese. Alma-DL attua così i principi del movimento internazionale a sostegno dell’accesso aperto alla letteratura scientifica, sottoscritti dall’Università di Bologna assieme a molte altre istituzioni accademiche, di ricerca e di cultura, italiane e straniere.

<http://almadl.cib.unibo.it>

