Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Marco Gentilini

Ottimizzazione economica degli scambiatori di recupero.

Quaderni del Dipartimento

MARCO GENTILINI

OTTIMIZZAZIONE ECONOMICA DEGLI SCAMBIATORI DI RECUPERO.

1 – GENERALITA'.

Per qualunque valutazione di merito ed eventuale ottimizzazione riferita a un certo criterio di paragone, occorre assegnare ai beni o servizi prodotti, recuperati, o trasferiti, un valore della corrispondente natura.
In caso di scambiatori installati allo scopo di recuperare calore altrimenti disperso, l'energia termica trasmessa risulta un utile conseguente a un investimento, (il sistema di recupero).
Definito il costo dell'energia termica, il dimensionamento delle apparecchiature assume quindi caratteristiche economiche passibili delle conseguenti valutazioni e ottimizzazioni.

Il **VAN** dell'investimento vale: $\mathbf{VAN(S) = Q(S)\frac{uTc_q}{t_{eq}} - I(S)}$,

con: **T** periodo di riferimento, (o periodo rateale);
- **u** fattore di carico;
- $\mathbf{c_q}$ costo specifico dell'energia termica;
- $\mathbf{t_{eq}}$ tasso di ammortamento effettivo dell'energia termica;
- **I(S)** costo del sistema di recupero, funzione delle dimensioni, (**S**), dello scambiatore.

La funzione **I(S)**, è approssimabile con sufficiente precisione tramite una relazione lineare con la superficie di scambio: $\mathbf{I(S) = b_o + bS}$, da cui nota la funzione **Q(S)**, è possibile valutare, in ogni condizione di impianto e di funzionamento, (**Fig.1**), l'eventuale intervallo/i, ($\mathbf{S_1 < S < S_2}$), di convenienza economica al recupero, [**VAN(S) > 0**].
In tale intervallo/i, tracciando la tangente alla curva degli utili, ($\mathbf{uTQ(S)c_q/t_{eq}}$), parallela alla retta degli oneri, ($\mathbf{b_o + bS}$), si determina il massimo scostamento fra li due termini del **VAN**, ovvero le condizioni, ($\mathbf{S = S_{ec}}$), di massima economia.
La tangente, **T(S)**, alla curva: $\mathbf{uTQ(S)c_q/t_{eq}}$, nel generico punto: $\mathbf{S = S_o}$,

ha equazione: $$\mathbf{T(S) = uTQ(S_o)\frac{c_q}{t_{eq}} + \frac{uTc_q}{t_{eq}}\left[\frac{dQ(S)}{dS}\right]_{S=S_o}(S - S_o)},$$

pertanto la superficie di massima economia si ottiene eguagliando la pendenza a quella del retta degli oneri: $\frac{uTc_q}{t_{eq}} \frac{dQ(S)}{dS} = b$,

o impiegando direttamente l'equazione di ottimizzazione economica:

$$\frac{dVAN(S)}{dS} = \frac{uTc_q}{t_{eq}} \frac{dQ(S)}{dS} - \frac{dI(S)}{dS} = 0,$$

ovvero: $\frac{uTc_q}{t_{eq}} \frac{dQ(S)}{dS} = b$, verificando che l'intervallo di convenienza, [**VAN(S) > 0**], e il suo massimo, (**S = S$_{ec}$**), abbiano significato fisico, (superficie reali e positive), ed economico, ovvero che risulti:

$$\left[\frac{d^2VAN(S)}{dS^2}\right]_{S=S_{ec}} < 0,$$

e che l'estremante sia di massima economia, [**VAN(S$_{ec}$) > 0**], e non di minima perdita, [**VAN(S$_{ec}$) < 0**].

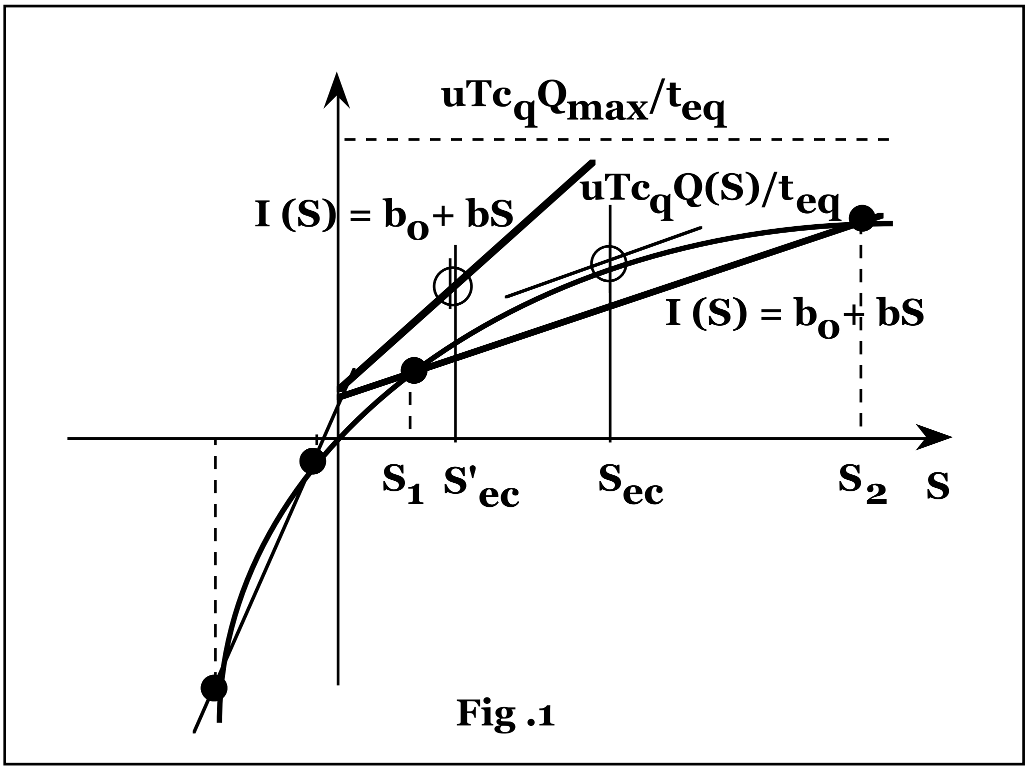

Fig .1

2 – CONDENSATORI.

Indicando con:

G_1	portata del fluido bifase in fase di condensazione alla temperatura costante T_c;
G_2, c_{p2}	portata e calore specifico del fluido monofase in fase di riscaldamento;
T_e, T_u	temperatura di ingresso e uscita del fluido monofase;
R_t	resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

si ottiene: $$Q(S) = G_2 c_{p2}(T_c - T_e)\left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}}\right),$$

da cui: $$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_c - T_e}{R_t} e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}};$$

e l'equazione di ottimizzazione economica, essendo: $\frac{dI(S)}{dS} = b$, risulta:

$$\frac{uTc_q(T_c - T_e)}{t_{eq}R_t} e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} - b = 0,$$

da cui: $$S_{ec} = G_2 c_{p2} R_t \ln \frac{uTc_q(T_c - T_e)}{bt_{eq}R_t}.$$

3 – EVAPORATORI.

Indicando con:

G_1, c_{p1}	portata e calore specifico del fluido monofase in fase di raffreddamento;
G_2	portata del fluido bifase in fase di evaporazione alla temperatura costante T_v;
T_e, T_u	temperatura di ingresso e uscita del fluido monofase;
R_t	resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

si ottiene: $$Q(S) = G_1 c_{p1}(T_e - T_v)\left(1 - e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}}\right),$$

da cui: $$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - T_v}{R_t} e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}},$$

e l'equazione di ottimizzazione economica, essendo: $\frac{dI(S)}{dS} = \mathbf{b}$, risulta:

$$\frac{uTc_q(T_e - T_v)}{t_{eq} R_t} e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} - b = 0,$$

da cui: $$S_{ec} = G_1 c_{p1} R_t \ln \frac{uTc_q(T_e - T_v)}{bt_{eq} R_t}.$$

4 – SCAMBIATORI EQUICORRENTE.

Indicando con:

G_1, c_{p1} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di raffreddamento;;

G_2, c_{p2} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di riscaldamento;

T_e, T_u temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di raffreddamento;

t_e, t_u temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di riscaldamento;

R_t resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

si ottiene: $$Q(S) = \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \left[1 - e^{-\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)} \right],$$

da cui: $$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t} e^{-\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)},$$

e l'equazione di ottimizzazione economica, essendo: $\frac{dI(S)}{dS} = \mathbf{b}$, risulta:

$$\frac{uTc_q T_e - t_e}{t_{eq} R_t} e^{-\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)} - b = 0,$$

da cui: $$S_{ec} = \frac{R_t}{\dfrac{1}{G_1 c_{p1}} + \dfrac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{uTc_q(T_e - t_e)}{bt_{eq}R_t}.$$

In tutti i casi la condizione di esistenza di una superficie economica avente significato fisico, ($S_{ec} > 0$), risulta comunque: $\dfrac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} > 1$, con **DT** salto termico fra le temperature di ingresso dei fluidi.

5 – SCAMBIATORI CONTROCORRENTE.

Indicando con:

- G_1, c_{p1} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di raffreddamento;;
- G_2, c_{p2} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di riscaldamento;
- T_e, T_u temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di raffreddamento;
- t_e, t_u temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di riscaldamento;
- R_t resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

si ottiene: $$Q(S) = (T_e - t_e)\frac{e^{-\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)} - 1}{\dfrac{e^{-\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)}}{G_2 c_{p2}} - \dfrac{1}{G_1 c_{p1}}};$$

da cui:

$$\frac{dQ(S)}{dS}=\frac{T_e-t_e}{R_t}\frac{e^{\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right)}\left(\frac{1}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right)^2}{\left[\frac{e^{\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right)}}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right]^2}$$

e l'equazione di ottimizzazione economica, essendo: $\frac{dI(S)}{dS}=\mathbf{b}$, risulta:

$$\frac{uTc_q(T_e-t_e)}{t_{eq}R_t}\frac{e^{\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right)}\left(\frac{1}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right)^2}{\left[\frac{e^{\frac{S}{R_t}\left(\frac{1}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right)}}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right]^2}-b=0,$$

da cui: $$S_{ec}=\frac{R_t}{\left|\frac{1}{G_1c_{p1}}-\frac{1}{G_2c_{p2}}\right|}\,x$$

$$x\left\{\mathrm{ar\,cosh}\left[1+\frac{uTc_q(T_e-t_e)}{2bt_{eq}R_t}\frac{(G_1c_{p1}-G_2c_{p2})^2}{G_1c_{p1}G_2c_{p2}}\right]-\right.$$

$$\left.-\mathrm{ar\,cosh}\left(\frac{G_1^2c_{p1}^2+G_2^2c_{p2}^2}{2G_1c_{p1}G_2c_{p2}}\right)\right\}.$$

Per le proprietà delle funzioni iperboliche la condizione di esistenza di una superficie economica avente significato fisico, $(S_{ec}>0)$, risulta, ancora: $\frac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t}>1$.

Nel caso in cui si abbia: $G_1c_{p1} = G_2c_{p2} = Gc_p$, si ottiene:

$$Q(S) = \frac{\frac{S}{R_t}(T_e - t_e)}{1 + \frac{S}{Gc_pR_t}} = \frac{Gc_p(T_e - t_e)}{1 + \frac{Gc_pR_t}{S}},$$

da cui: $$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t\left(1 + \frac{S}{Gc_pR_t}\right)^2},$$

e l'equazione di ottimizzazione economica, essendo: $\frac{dI(S)}{dS} = b$, risulta:

$$\frac{uTc_q(T_e - t_e)}{t_{eq}R_t\left(1 + \frac{S}{Gc_pR_t}\right)^2} - b = 0,$$

da cui: $$S_{ec} = Gc_pR_t\left[\sqrt{\frac{uTc_q(T_e - t_e)}{bt_{eq}R_t}} - 1\right],$$

e si ha: $S_{ec} > 0$, ancora per: $\frac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} > 1$.

La funzione $dQ(S)/dS$, risulta monotona decrescente per tutte le disposizioni di scambio essendo: $DT/R_t \geq dQ(S)/dS > 0$, per: $0 \leq S < oo$, con DT/R_t, che risulta, quindi, il suo valore massimo per: $S = 0$.

Il massimo valore della pendenza della curva degli utili vale dunque:
$$\frac{uTc_q}{t_{eq}}\left(\frac{dQ(S}{dS}\right)_{S=0} = \frac{uTc_qDT}{t_{eq}R_t}.$$

La condizione geometrica di positività, (ovvero esistenza), della superficie di scambio economica: $\frac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} > 1$, è dunque che la pendenza della curva dei costi di impianto, (b), sia minore di quella massima della curva degli utili: $\frac{uTc_qDT}{t_{eq}R_t} > b$, rendendo possibile, (essendo b_o, costo limite di estrapolazione a superficie nulla, positivo e quindi $VAN(0) < 0$), l'incontro delle due curve e quindi l'esistenza di un intervallo in cui si abbia: $VAN(S) > 0$, per valori positivi della superficie

di scambio. In caso contrario la curva degli oneri risulta sempre maggiore di quella degli utili e si ha: **VAN(S) < 0** $\forall$ **S**.
Al variare del parametro $\mathbf{b_o}$, (che non compare nelle condizioni di ottimizzazione essendo analiticamente una costante in procedimenti di derivazione), la retta degli oneri si sposta parallelamente a sè stessa per cui mentre la condizione: $\mathbf{b < uTc_qDT/(t_{eq}R_t)}$, assicura che la funzione: **VAN(S)**, abbia comunque un massimo per **S > 0**, il valore della costante $\mathbf{b_o}$ fissa il segno della funzione, ovvero che l'estremante rappresenti condizioni di massimo utile, [$\mathbf{VAN(S_{ec}) > 0}$], o minima perdita, [$\mathbf{VAN(S_{ec}) <0}$].
La condizione limite si ha per intersezioni della curva degli utile e degli oneri, coincidenti in un punto di tangenza, (punto dopppio), sito nel semipiano positivo delle superficie di scambio e ottenibile quindi come soluzione del sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{uTQ(S)\dfrac{c_q}{t_{eq}} = I(S)} \\ \mathbf{\dfrac{d}{dS}\left[\dfrac{uTc_q}{t_{eq}}Q(S)\right] = \dfrac{dI(S)}{dS}} \end{cases}, \text{ ovvero: } \mathbf{\dfrac{\dfrac{dI(S)}{dS}}{\dfrac{dQ(S)}{dS}} = \dfrac{I(S)}{Q(S)}}.$$

Con riferimento alla funzione: **VAN(S)**, il sistema risulta:

$$\begin{cases} \mathbf{VAN(S) = uTQ(S)\dfrac{c_q}{t_{eq}} - I(S) = 0} \\ \mathbf{\dfrac{dVAN(S)}{dS} = \dfrac{uTc_q}{t_{eq}}\dfrac{dQ(S)}{dS} - \dfrac{dI(S)}{dS} = 0} \end{cases},$$

con: $\mathbf{d^2VAN(S)/dS^2 < 0}$ $\forall$ **S**, per ogni disposizione di scambio ed essendo, in tal caso: **VAN(S) < 0** $\forall$ **S**, diversa dal punto di tangenza.
Poichè la seconda relazione del sistema esprime le condizioni di ottimizzazione economica con soluzione: $\mathbf{S = S_{ec}}$, eliminando la superficie dal sistema si ottiene l'equazione: $\mathbf{VAN(S_{ec}) = 0}$, che fissa la condizione di tangenza delle due curve e quindi il limite di convenienza economica al recupero, per i parametri presenti.

Per $\mathbf{b_o = 0}$, l'equazione risulta: $\mathbf{\dfrac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} = 1}$, e le curve risultano tangenti nell'origine.

In ogni caso fissato il valore di tutti i parametri tranne due, assunti come coordinate del corrispondente piano, la curva: $\mathbf{VAN(S_{ec}) = 0}$, lo

divide, pertanto, in due semipiani rispettivamente di convenienza e non convenienza al recupero della potenza termica.
In particolare fissate le condizioni di impianto, (portate e caratteristiche dei fluidi, tipo e geometria dello scambiatore di recupero, costo specifico dell'energia termica, e condizioni di finanziamento), rimangono variabili i parametri di esercizio, (**u** e **DT**), e quelli di investimento, ($\mathbf{b_o}$ e **b**).
Fissati i costi di investimento, la funzione limite $\mathbf{VAN(S_{ec}) = 0}$, divide il piano **u–DT**, in due regioni permettendo di identificare quella relativa alle coppie di valori, (**u**, **DT**), ovvero le condizioni di esercizio, che rendono economico il recupero.
Viceversa fissate le condizioni di esercizio, le soluzioni, ($\mathbf{b_o}$, **b**), della funzione limite $\mathbf{VAN(S_{ec}) = 0}$, identificano la famiglia di rette tangenti alla curva degli utili $\mathbf{uTQ(S)c_q/t_{eq}}$, ovvero la famiglia di rette dei costi limite di convenienza all'installazione di scambiatori di calore di recupero.

Si nota, infine, come per qualunque tipo di scambiatore la superficie di scambio economica, ($\mathbf{S_{ec}}$), dipenda debolmente dal costo specifico dell'energia recuperata, ($\mathbf{c_q}$), essendo la relazione funzionale di tipo logaritmico, arco coseno iperbolico, o radice.

****