

Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Marco Gentilini

Ottimizzazione economica dei cicli frigoriferi a bassa, alta temperatura e a due temperature di utilizzazione.

Quaderni del Dipartimento

OTTIMIZZAZIONE ECONOMICA DEI CICLI FRIGORIFERI A BASSA, ALTA TEMPERATURA E A DUE TEMPERATURE DI UTILIZZAZIONE.

1 - DEFINIZIONE DEI CICLI FRIGORIFERI.

Impianto frigorifero ad alta temperatura, (Fig. 1).

Per gli impianti frigoriferi ad alta temperatura, il ciclo termodinamico risulta a singolo stadio di compressione.

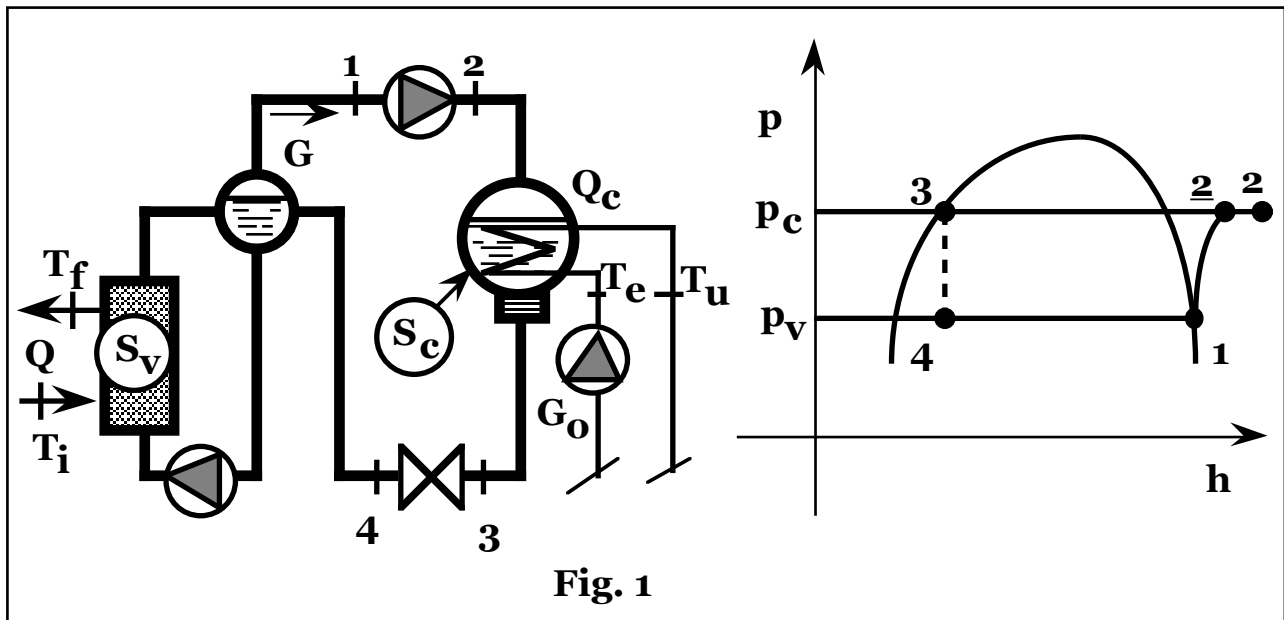


Fig. 1

Indicando con:

- Q** potenza frigorifera;
- P** potenza elettrica motrice dei gruppi di compressione
- G** portata di fluido frigorifero;
- G_o** portata di acqua di refrigerazione al condensatore;
- G_v** portata di aria all'evaporatore;
- h_f = Q/P** coefficiente di effetto frigorifero del ciclo;
- h_i, h_m, h_a, h_e** rendimento rispetto all'isoentropica di compressione
meccanico, relativo agli ausiliari ed elettrico;
- T_e, T_u** temperatura di ingresso ed uscita dell'acqua di refrigerazione al condensatore;

T_i, T_f temperatura di ingresso ed uscita dell'aria all'evaporatore;

si ottiene:

$$G = Q / (h_1 - h_4);$$

$$P = \frac{G(h_2 - h_1)}{h_i h_m h_a h_e} = \frac{G(h_2 - h_1)}{h_m h_a h_e} = \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_4} \frac{Q}{h_c};$$

$$h_f = \frac{Q}{P} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} h_i h_m h_a h_e = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} h_c;$$

$$G_o = \frac{G(h_2 - h_3)}{c_1(T_u - T_e)} = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} \frac{Q}{c_1(T_u - T_e)};$$

$$G_v = \frac{G(h_1 - h_4)}{c_{pa}(T_i - T_f)} = \frac{Q}{c_{pa}(T_i - T_f)}.$$

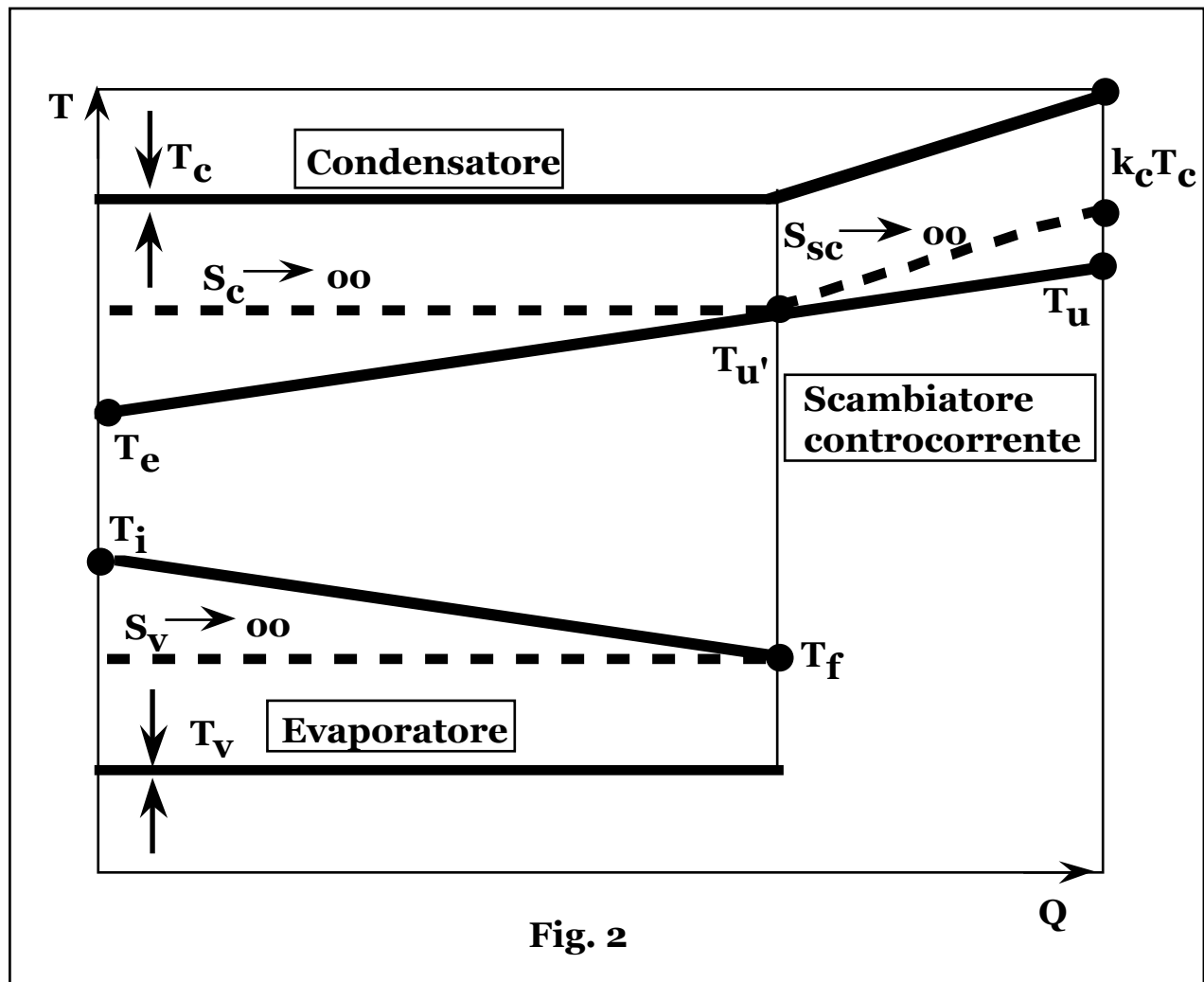


Fig. 2

Lungo l'isobara di condensazione a T_c , la temperatura di fine

compressione isoentropica, ($T_{c'}$), risulta pari a: $T_{c'} = T_c e^{\frac{s(T_c) - s(T_v)}{c_p}}$.

Supposto l'esponente non troppo variabile con le modeste variazioni

delle pressioni: $e^{\frac{s(T_c) - s(T_v)}{c_p}} \approx k_c = \text{costante}$, si ottiene: $T_{c'} = k_c T_c$, da cui: $P = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{k_p(k_c T_c - T_v)}{h_c}$.

La sezione di condensazione, (**Fig. 2**), è composta da un condensatore con acqua di refrigerazione a temperatura variabile fra T_e e $T_{u'}$, con:

$\frac{Q}{h_1 - h_4} r_v = G_o c_l (T_{u'} - T_e)$, (r_v calore latente di condensazione), da

cui: $T_{u'} = T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3}$, unita a uno scambiatore in controcorrente fra il vapore surriscaldato a fine compressione, (a temperatura $k_c T_c$), fino alla saturazione, (T_c), e acqua di refrigerazione, a temperatura variabile fra $T_{u'}$ e T_u .

La superficie di scambio della sezione in controcorrente, (S_{sc}), risulta quindi:

$$S_{sc} = \frac{Q}{h_1 - h_4} \left[\frac{1}{c_{pf}} - \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3} \right] \ln \frac{k_c T_c - T_u}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3} \right)},$$

(c_f calore specifico del vapore surriscaldato), mentre quella del condensatore, (S_c):

$$\begin{aligned} S_c &= G_o c_l R_t \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_{u'}} = R_t Q \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} \frac{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_{u'}}}{(T_{u'} - T_e)} = \\ &= \frac{R_t Q}{r_v} \frac{(h_2 - h_3)^2}{(h_1 - h_4)(T_u - T_e)} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3} \right)}. \end{aligned}$$

La superficie di scambio dell'evaporatore, (S_v), risulta:

$$S_v = G_v c_{pa} R_t \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v} = \frac{R_t Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}.$$

Ottimizzazione economica del ciclo frigorifero.

Nota le temperature di ingresso del fluido di refrigerazione nella sezione di condensazione, (T_e), e dell'aria nella sezione di evaporazione, (T_i , pari alla temperatura all'interno della cella/e frigorifera/e), fissate le temperature di uscita del fluido refrigerante dal condensatore, (T_u), e dell'aria dagli evaporatori, (T_f), fissate le temperature di condensazione, (T_c), e di vaporizzazione, (T_v), rimane fissato il ciclo frigorifero da cui tutti gli stati fisici del fluido in ogni sezione dell'impianto per ogni bilancio di dimensionamento.

Il sistema presenta due gradi di libertà relativi alla scelta delle temperature, (e quindi pressioni), estreme del ciclo, (T_c , T_v).

A parità di potenza frigorifera generata, fissate le temperature di uscita del fluido di refrigerazione dalla sezione di condensazione, (T_u), e dell'aria dalla sezione di vaporizzazione, (T_f), al variare delle pressioni e quindi temperature estreme del ciclo, (T_c , T_v), variano i salti termici logaritmici medi e quindi le superficie di scambio e i corrispondenti costi di installazione dei gruppi evaporativi e di condensazione, mentre la variazione del salto di pressione, varia la potenza della sezione di compressione, ovvero il coefficiente di effetto frigorifero del ciclo, (h_f), e corrispondentemente i costi di installazione ed esercizio della sala macchine, (eventuali variazioni delle temperature di uscita del fluido di refrigerazione al condensatore e dell'aria dagli evaporatori, peraltro fissata anche da esigenze di uniformità termica e umidità nelle celle, comporterebbero minime variazioni delle portate e quindi degli oneri correlati).

Al diminuire della pressione di condensazione e al crescere della temperatura di evaporazione, diminuiscono i salti termici logaritmici medi e quindi aumentano le superficie di scambio del condensatore ed evaporatore con i relativi costi di installazione, mentre diminuisce il rapporto di compressione e quindi la potenza installata e i corrispondenti oneri di impianto ed esercizio del gruppo compressori.

Le opposte esigenze di economia di installazione ed esercizio della sala macchine e dell'insieme degli scambiatori di condensazione ed evaporazione, (tenuto conto del conseguente grado di umidità relativa ottenibile nelle celle che richiede i minimi valori dei salti termici), permettono quindi l'ottimizzazione economica del sistema, ovvero la definizione del ciclo frigorifero di minimo costo totale attualizzato, nell'ambito dei gradi di libertà esistenti.

Il dimensionamento può essere ottimizzato numericamente valutando il costo totale attualizzato per valori finiti del salto di pressione.

Esprimendo l'entalpia in funzione dell'entropia e della temperatura:

$h = h(s, T)$, ovvero: $dh = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_T ds + \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_s dT$, lungo una isoentropica,

essendo: $\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right) = 0$, risulta: $dh = \left(\frac{dh}{dT}\right)_s dT = k_p dT$.

Per valori non troppo variabili del ciclo, ovvero ridotte variazioni delle grandezze, supponendo costante il parametro k_p , (ovvero considerando

un valore medio), si ottiene: $P = \frac{k_p DT}{h_c} \frac{Q}{h_1 - h_4}$.

Supposto il costo impianto della sezione di compressione proporzionale alla potenza installata:

$$q_f P = q_f \frac{k_p (k_c T_c - T_v)}{h_c} \frac{Q}{h_1 - h_4},$$

e i costi dei corpi scambiatori di calore, linearmente dipendenti dalle dimensioni, ovvero dalle rispettive superficie di scambio:

$c_{so} + c_{si} S_{sc}$ (scambiatore controcorrente);

$c_{co} + c_{ci} S_c$ (condensatore);

$c_{vo} + c_{vi} S_v$ (evaporatore),

il costo totale attualizzato del sistema, (C_{ta}) , vale:

$$\begin{aligned} C_{ta}(T_c, T_v) &= \frac{P u T_c k}{t_{ek}} + q_f P + c_{vo} + c_{vi} S_v + c_{so} + c_{si} S_{sc} + c_{co} + c_{ci} S_c = \\ &= \frac{Q}{h_c (h_1 - h_4)} \left(\frac{u T_c k}{t_{ek}} + q_f \right) k_p (k_c T_c - T_v) + \\ &\quad + c_{so} + c_{si} \frac{Q}{h_1 - h_4} \left[\frac{1}{c_{pf}} - \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3} \right] \ln \frac{k_c T_c - T_u}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3} \right)} + \\ &\quad + c_{co} + c_{ci} \frac{R_t Q}{r_v} \frac{(h_2 - h_3)^2}{(h_1 - h_4)(T_u - T_e)} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3} \right)} + \\ &\quad + c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv} Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}. \end{aligned}$$

La relazione, in funzione di T_c , per valori significativi della variabile, ($T_c > T_u$), risulta una retta a pendenza positiva aumentata di due termini che dall'infinito, ($T_c = T_u$), si annullano per $T_c \rightarrow \infty$, portando a un andamento asintotico alla retta e presenta quindi un minimo.

In funzione di T_v , per valori significativi della variabile, ($T_v < T_f$), risulta una retta a pendenza negativa, aumentata di un termine che tende all'infinito, per $T_v = T_f$, presentando quindi ancora un minimo.

La soluzione analitica di ottimizzazione economica, (T_{vec} , T_{cec}), si ottiene pertanto, ricercando gli estremanti di minimo assoluto della funzione: $C_{ta} = C_{ta}(T_v, T_c)$, radici del sistema:

$$\begin{cases} \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0 \\ \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_c} = 0 \end{cases}.$$

Trascurando le minime variazioni del salto entalpico del fluido frigorifero al condensatore, ($h_2 - h_3$), e all'evaporatore, ($h_1 - h_4$), al variare della pressione, (e quindi temperatura), rispettivamente di condensazione e vaporizzazione, le relazioni risultano indipendenti, permettendo la determinazione diretta delle radici.

Qualora si trascuri la sezione di desurriscaldamento, il gruppo può essere assimilato a un semplice condensatore di superficie:

$$S_c = G_o c_l R_t \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} = R_t Q \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} \frac{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}}{(T_u - T_e)}$$

da cui il costo totale attualizzato del sistema, (C_{ta}):

$$\begin{aligned} C_{ta} &= \frac{P u T_{ck}}{t_{ek}} + q_f P + c_{vo} + c_{vi} S_v + c_{co} + c_{ci} S_v = \\ &= \frac{Q}{h_c (h_1 - h_4)} \left(\frac{u T_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) k_p (k_c T_c - T_v) + \\ &+ c_{co} + c_{ci} \frac{R_{tc} Q}{T_u - T_e} \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} + \\ &+ c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv} Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}. \end{aligned}$$

da cui, escludendo le soluzioni fisicamente non accettabili, ovvero tenendo conto che deve risultare: $T_c > T_u$,

si ottiene:
$$T_{cec} = \frac{T_e + T_u}{2} + \frac{\sqrt{(T_u - T_e)^2 + \frac{4 c_{ci} R_{tc} (h_2 - h_3)}{k_p k_c \left(\frac{u T_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2},$$

(qualora si trascurasse il costo del condensatore, ($c_{ci} = 0$), il secondo addendo all'interno del radicale risulterebbe nullo e si otterrebbe:

$T_{cec} = T_u$, ovvero superficie di scambio infinita conseguentemente all'influenza del suo onere economico, mentre al crescere di c_{ci} aumenta la temperatura ottimale risultando quindi sempre verificata la condizione: $T_c > T_u$).

L'equazione: $\frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0$, escludendo le soluzioni fisicamente non accettabili, ovvero tenendo conto che deve risultare: $T_v < T_f$, porge la soluzione:

$$T_{vec} = \frac{T_i + T_f}{2} - \frac{\sqrt{(T_i - T_f)^2 + \frac{4c_{vi}R_{tv}(h_1 - h_4)}{\frac{1}{h_c} \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2},$$

(qualora si trascurasse il costo dell'evaporatore, ($c_{vi} = 0$), il secondo addendo all'interno del radicale risulterebbe nullo e si otterrebbe:

$T_{vec} = T_f$, ovvero superficie di scambio infinita conseguentemente all'influenza del suo onere economico, mentre al crescere di c_{vi} diminuisce la temperatura ottimale risultando quindi sempre verificata la condizione: $T_{vec} < T_f$).

I salti entalpici di evaporazione e condensazione che compaiono nelle espressioni, parimenti al coefficienti di proporzionalità fra entalpia e temperatura, (k_p), e fra temperature di fine compressione e condensazione, (k_c), ritenuti costanti nei processi di derivazione, risultano in realtà, (seppure debolmente tenuto anche conto della ridotta variazione delle temperature), variabili in funzione delle pressioni e temperature stesse, richiedendo a rigore, un procedimento iterativo di convergenza.

Impianto frigorifero a bassa temperatura, (Fig. 3).

Per gli impianti frigoriferi a bassa temperatura il ciclo termodinamico risulta a due stadi di compressione.

Indicando con:

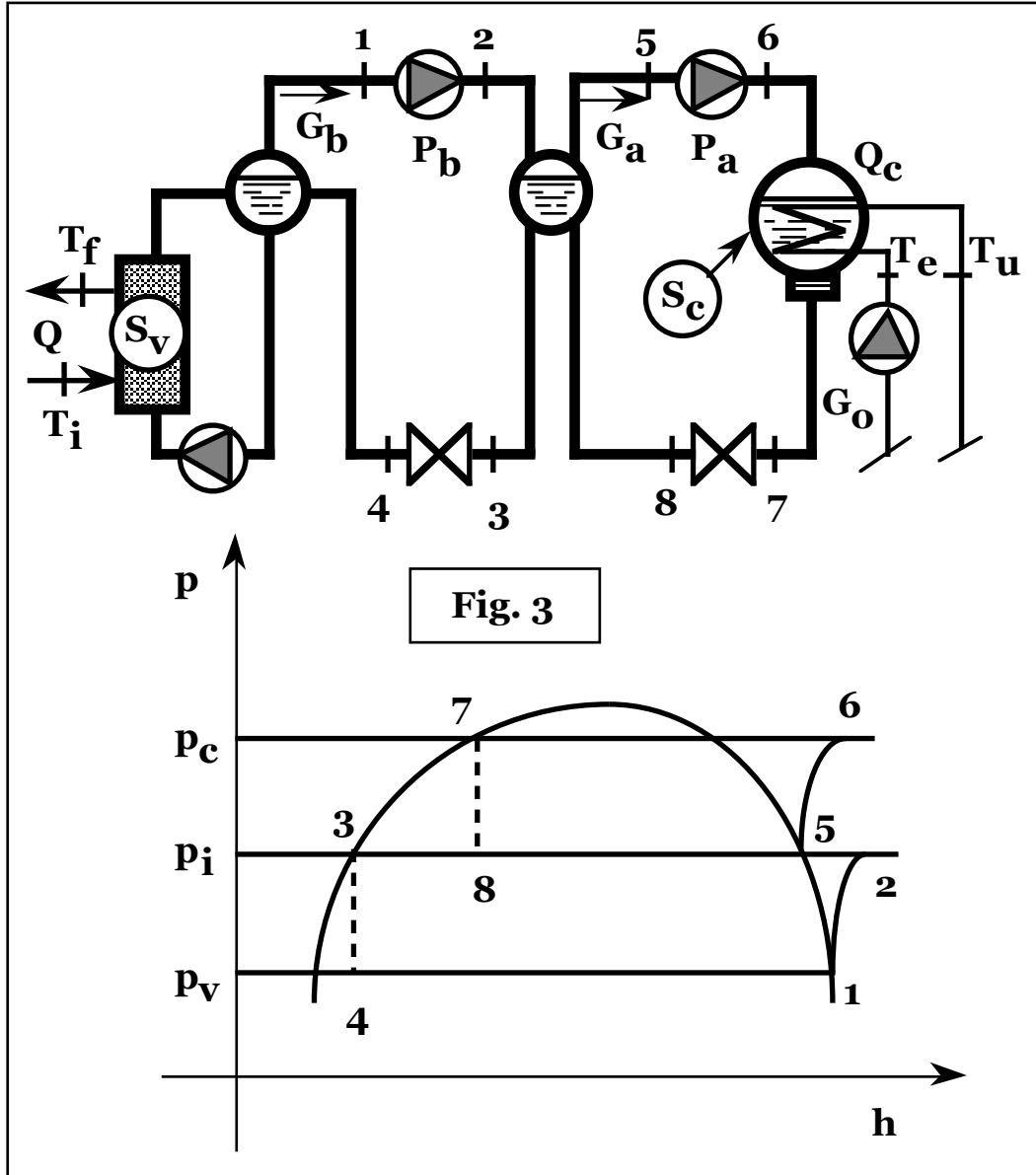
G_a, G_b portata di fluido frigorifero nella sezione di alta e bassa pressione, rispettivamente;

P_a, P_b potenza elettrica motrice nei gruppi di compressione nella sezione di alta e bassa pressione, rispettivamente, si ottiene:

$$G_b = Q/(h_1 - h_4);$$

$$P_b = \frac{G_b(h_2 - h_1)}{h_m h_a h_e} = \frac{Q}{h_c} \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_4} = \frac{Q}{h_c} \frac{k_p(k_c T_m - T_v)}{h_1 - h_4},$$

con T_m temperatura di saturazione alla pressione intermedia del ciclo.



Le portate di fluido refrigerante di alta e bassa pressione, risultano legate dal bilancio energetico al separatore intermedio:

$$G_b(h_2 - h_3) = G_a(h_5 - h_8), \text{ da cui: } G_a = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8}, \text{ e quindi:}$$

$$P_a = \frac{G_a(h_6 - h_5)}{h_m h_a h_e} = \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{h_6 - h_5}{h_1 - h_4} \frac{Q}{h_c} = \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q}{h_c} \frac{k_p(k_c T_c - T_m)}{h_1 - h_4}$$

$$h_f = \frac{Q}{P_b + P_a} = \frac{h_1 - h_4}{(h_2 - h_1) + \frac{(h_6 - h_5)(h_2 - h_3)}{(h_5 - h_8)}} h_c;$$

$$G_o = \frac{G_a(h_6 - h_7)}{c_l(T_u - T_e)} = \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q}{c_l(T_u - T_e)};$$

$$G_v = \frac{G_b(h_1 - h_4)}{c_{pa}(T_i - T_f)} = \frac{Q}{c_{pa}(T_i - T_f)};$$

La superficie di scambio della sezione controcorrente, (S_{sc}):

$$S_{sc} = \frac{R_t}{\left[\frac{1}{G_o c_l} - \frac{1}{G_a c_f} \right]} \ln \frac{k_c T_c - T_u}{T_c - T_{u'}}, \text{ essendo: } G_a r_v = G_o c_l (T_{u'} - T_e),$$

da cui: $T_{u'} = T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7}$, risulta:

$$S_{sc} = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_t}{\left(\frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7} - \frac{1}{c_f} \right)} \ln \frac{k_c T_c - T_u}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7} \right)},$$

mentre quella del condensatore, (S_c):

$$S_c = G_o c_l R_t \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_{u'}} = \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q R_t}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7} \right)}$$

e dell'evaporatore, (S_v):

$$S_v = G_v c_{pa} R_t \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v} = \frac{R_t Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v},$$

Ottimizzazione economica del ciclo frigorifero.

Il modello con costo totale attualizzato del sistema:

$$C_{ta} = (P_b + P_a) \left(q_f + \frac{u T_c k}{t_{ek}} \right) + (c_{so} + c_{si} S_{sc}) + (c_{sc} + c_{ci} S_c) + (c_{vo} + c_{vi} S_v)$$

risulta qualitativamente coincidente con quello relativo agli schemi ad alta temperatura, risultando la funzione: $C_{ta} = C_{ta}(T_v, T_c)$, in funzione di T_c , per valori significativi della variabile, ($T_c > T_{u'}$), una retta a pendenza positiva aumentata di due termini che dall'infinito, ($T_c = T_{u'}$), si annullano per $T_c \rightarrow \infty$, portando a un andamento asintotico alla retta e presenta quindi un minimo, mentre in funzione di T_v , per

valori significativi della variabile, ($T_v < T_f$), risulta una retta a pendenza negativa, aumentata di un termine che tende all'infinito, per: $T_v = T_f$, presentando quindi ancora un minimo.

Le relazioni di ottimizzazione:
$$\begin{cases} \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0 \\ \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_c} = 0 \end{cases},$$
 risultano ancora

indipendenti, permettendo la determinazione diretta delle radici.

Trascurando la sezione di desurriscaldamento, (dati i minori rapporti di compressione parziali), si ha:

$$S_c = \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc}Q}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u};$$

$$S_v = \frac{R_{tv}Q}{(T_i - T_f)} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v},$$

e quindi il costo totale attualizzato:

$$\begin{aligned} C_{ta} = & \left(\frac{uT_c k}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} k_p (k_c T_c - T_m) + \right. \\ & \left. + k_p (k_c T_m - T_v) \right] \frac{Q}{(h_1 - h_4) h_c} + \\ & + c_{co} + c_{ci} \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc}Q}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} + \\ & + c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv}Q}{(T_i - T_f)} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}, \end{aligned}$$

da cui risolvendo il sistema di ottimizzazione:
$$\begin{cases} \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0 \\ \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_c} = 0 \end{cases},$$

nelle medesime ipotesi di trascurare le minime variazioni dei salti entalpici di condesazione, ($h_6 - h_7$), vaporizzazione, ($h_1 - h_4$), e alla pressione intermedia, ($h_5 - h_8$), con la pressione, si ottiene per valori significativi delle variabili:

$$T_{cec} = \frac{T_e + T_u}{2} + \frac{\sqrt{(T_u - T_e)^2 + \frac{4c_{ci}R_{tc}(h_6 - h_7)}{k_p k_c} \left(\frac{uT_c k}{t_{ek}} + q_f \right)}}{2},$$

$$T_{vec} = \frac{T_i + T_f}{2} - \frac{\sqrt{(T_i - T_f)^2 + \frac{4c_{vi}R_{tv}(h_1 - h_4)}{\frac{1}{h_c} \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2}.$$

Nei sistemi a doppia compressione, per esigenze di economia di impianto, risulta generalmente vantaggioso impiegare compressori di pari rapporto di compressione, ovvero: $p_a/p_i = p_i/p_b$, da cui:

$p_i = \sqrt{p_c p_v}$. Si ottiene quindi la temperatura di condensazione a pressione intermedia pari a: $\sqrt{T_c T_v}$, da cui:

$$\begin{aligned} C_{ta} = & \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} k_p (k_c T_c - \sqrt{T_c T_v}) + \right. \\ & \left. + k_p k_c \sqrt{T_c T_v} - T_v \right] \frac{Q}{(h_1 - h_4) h_c} + \\ & + c_{co} + c_{ci} \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc} Q}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} + \\ & + c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv} Q}{(T_i - T_f)} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}. \end{aligned}$$

In tal caso le due relazioni di ottimizzazione:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{ta}}{\partial T_c} = & \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) \left[k_p k_c \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_v}{T_c}} \left(\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} - 1 \right) \right] \frac{Q}{(h_1 - h_4) h_c} + \\ & + c_{ci} \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc} Q}{(T_c - T_e)(T_c - T_u)} = 0; \\ \frac{\partial C_{ta}}{\partial T_v} = & \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{1}{2} k_p k_c \sqrt{\frac{T_c}{T_v}} \left(\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + 1 \right) - 1 \right] \frac{Q}{(h_1 - h_4) h_c} + \\ & + c_{vi} \frac{R_{tv} Q}{(T_f - T_v)(T_i - T_v)} = 0, \end{aligned}$$

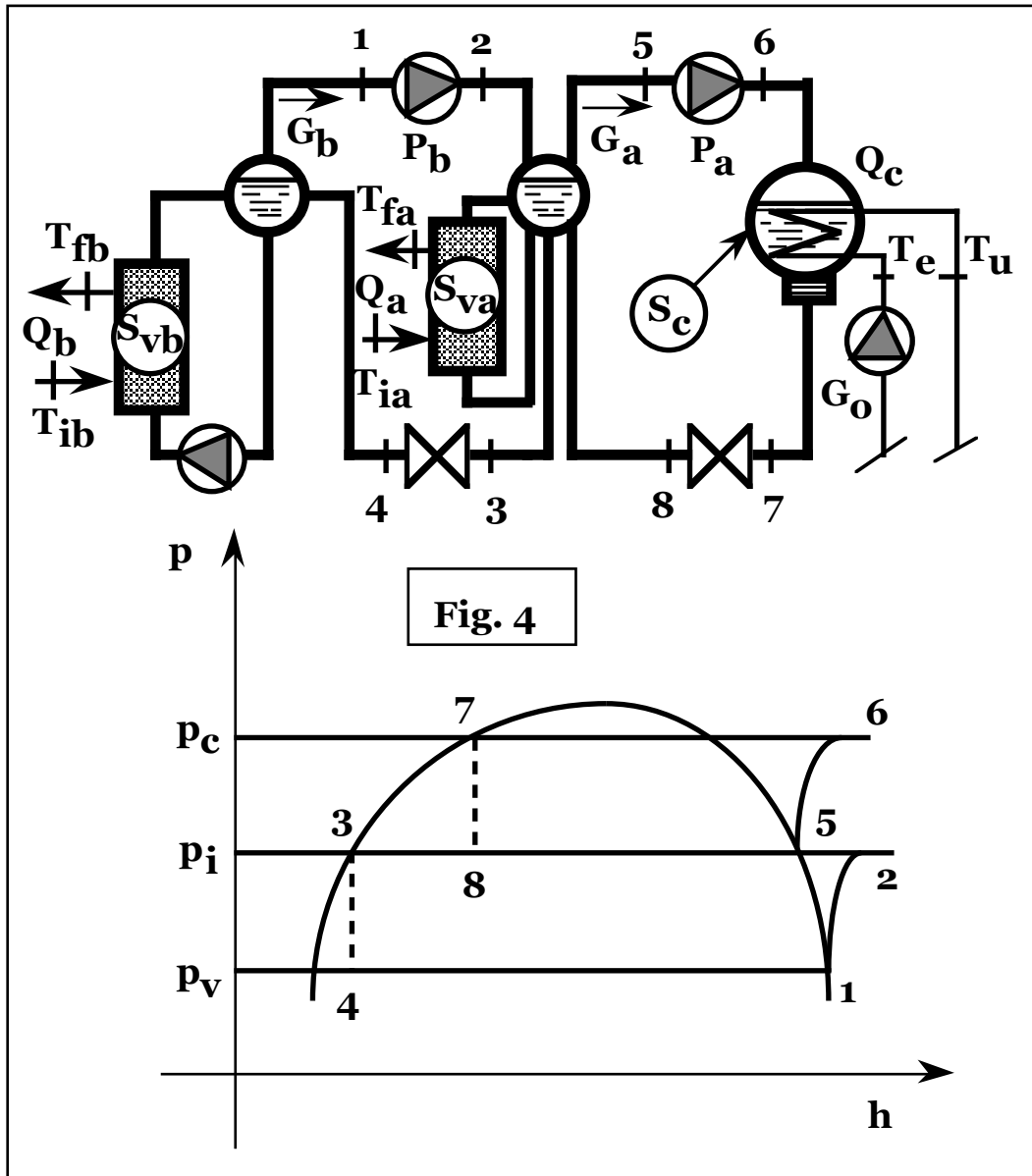
non forniscono indipendentemente i valori ottimali delle temperature e non sono risolvibili in termini finiti.

Dalla risoluzione grafica delle relazioni, si ottiene comunque una e una sola soluzione fisicamente significativa: $T_c > T_u$, $T_v < T_f$.

Impianto frigorifero a due temperature di utilizzazione, (Fig. 4).

Indicando con Q_a e Q_b la potenza frigorifera di alta e bassa pressione, rispettivamente, si ottiene:

$$G_b = Q_b / (h_1 - h_4);$$



$$P_b = \frac{G_b(h_2 - h_1)}{h_m h_a h_e} = \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_4} \frac{Q_b}{h_c}.$$

Il bilancio energetico allo scambiatore intermedio, risulta:

$$G_a(h_5 - h_8) = G_b(h_2 - h_3) + Q_a, \text{ da cui:}$$

$$G_a = G_b \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8} = \frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8};$$

$$P_a = \frac{G_a(h_6 - h_5)}{h_i h_m h_a h_e} = \frac{G_a(h_6 - h_5)}{h_m h_a h_e} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{h_6 - h_5}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q_b}{h_c} + \frac{h_6 - h_5}{h_5 - h_8} \frac{Q_a}{h_c}; \\
h_f &= \frac{Q_b + Q_a}{P_b + P_a} = \\
&= \frac{\left(\frac{Q_a}{Q_b} + 1 \right) (h_1 - h_4) (h_5 - h_8) h_c}{(h_2 - h_1) (h_5 - h_8) + (h_6 - h_5) \left[(h_2 - h_3) + \frac{Q_a}{Q_b} (h_1 - h_4) \right]},
\end{aligned}$$

che per: Q_a/Q_b tendente a zero, ($Q_a = 0$), diviene lo schema a bassa temperatura, mentre per: Q_a/Q_b tendente ad infinito, ($Q_b = 0$), diviene lo schema ad alta temperatura.

$$\begin{aligned}
G_o &= \frac{G_a(h_6 - h_7)}{c_l(T_u - T_e)} = \frac{(h_6 - h_7)}{c_l(T_u - T_e)} \left[\frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8} \right]; \\
G_{vb} &= \frac{G_b(h_1 - h_4)}{c_{pa}(T_{ib} - T_{fb})} = \frac{Q_b}{c_{pa}(T_{ib} - T_{fb})}; \quad G_{va} = \frac{Q_a}{c_{pa}(T_{ia} - T_{fa})}; \\
S_c &= G_o c_l R_t \ln \frac{T_7 - T_e}{T_7 - T_u} =
\end{aligned}$$

$$= R_t \left[\frac{Q_b(h_6 - h_7)}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a(h_6 - h_7)}{h_5 - h_8} \right] \frac{\ln \frac{T_7 - T_e}{T_7 - T_u}}{T_u - T_e};$$

$$S_{vb} = G_{vb} c_{pa} R_t \ln \frac{T_{ib} - T_4}{T_{fb} - T_4} = \frac{R_t Q_b}{(T_{ib} - T_{fb})} \ln \frac{T_i - T_4}{T_f - T_4};$$

$$S_{va} = G_{va} c_{pa} R_t \ln \frac{T_{ia} - T_3}{T_{fa} - T_3} = \frac{R_t Q_a}{(T_{ia} - T_{fa})} \ln \frac{T_i - T_3}{T_f - T_3}.$$

Ottimizzazione economica del ciclo frigorifero.

Nei sistemi a due temperature di utilizzazione, il modello risulta coincidente con quello relativo agli schemi a bassa temperatura per

sostituzione del valore della portata: $G_a = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8}$, con:

$$G_a = \frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8}, \text{ e pertanto la sottrazione di una}$$

potenza termica ad alta temperatura non altera il ciclo ottimale bistadio.

Trascurando la sezione di desurriscaldamento, poiché la grandezza G_a non compare nelle soluzioni di ottimizzazione, i risultati appaiono coincidenti.

Si ha, infatti:

$$P_b = \frac{k_c(k_c T_m - T_v)}{h_1 - h_4} \frac{Q_b}{h_c};$$

$$P_a = \left(\frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8} \right) \frac{k_p(k_c T_c - T_m)}{h_c},$$

$$S_c = R_{tc} \left[\frac{Q_b(h_6 - h_7)}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a(h_6 - h_7)}{h_5 - h_8} \right] \frac{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}}{T_u - T_e};$$

$$S_{vb} = \frac{R_{tv} Q_b}{T_{ib} - T_{fb}} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}, \text{ (lo scambiatore intermedio non risulta}$$

variabile con le temperature estreme del ciclo).

Il costo totale attualizzato del sistema risulta, pertanto:

$$\begin{aligned} C_{ta} = & \left(\frac{u T_c k}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{k_p(k_c T_m - T_v)}{h_1 - h_4} \frac{Q_b}{h_c} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{Q_b(h_2 - h_3)}{h_1 - h_4} + Q_a \right) \frac{k_p(k_c T_c - T_m)}{h_c(h_5 - h_8)} \right] + \\ & + c_{co} + c_{ci} R_{tc} \left[\frac{Q_b(h_2 - h_3)}{h_1 - h_4} + Q_a \right] \frac{h_6 - h_7}{h_5 - h_8} \frac{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}}{T_u - T_e} + \\ & + c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv} Q_b}{T_{ib} - T_{fb}} \ln \frac{T_{ib} - T_v}{T_{fb} - T_v}, \end{aligned}$$

da cui risolvendo il sistema di ottimizzazione ancora nelle medesime ipotesi di trascurare le minime variazioni dei salti entalpici di condesazione, $(h_6 - h_7)$, vaporizzazione, $(h_1 - h_4)$, e alla pressione intermedia, $(h_5 - h_8)$, con la pressione, si ottiene per valori significativi delle variabili:

$$T_{cec} = \frac{T_e + T_u}{2} + \frac{\sqrt{(T_u - T_e)^2 + \frac{4c_{ci}R_{tc}(h_6 - h_7)}{k_p k_c} \left(\frac{u T_c k}{t_{ek}} + q_f \right)}}{2};$$

$$\mathbf{T_{vec}} = \frac{\mathbf{T_{ib}} + \mathbf{T_{fb}}}{2} - \frac{\sqrt{(\mathbf{T_{ib}} - \mathbf{T_{fb}})^2 + \frac{4\mathbf{c_{vi}R_{tv}(h_1 - h_4)}}{\frac{1}{h_c} \left(\frac{u\mathbf{T_{ck}}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2}.$$

Ancora si ottengono i medesimi risultati dello schema a doppia compressione e una sola temperatura di utilizzo, in caso di temperatura intermedia, media geometrica.