Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Marco Gentilini

Economia di utilizzo di beni o servizi disponibili.

Quaderni del Dipartimento

MARCO GENTILINI

ECONOMIA DI UTILIZZO DI BENI O SERVIZI DISPONIBILI.

1 – POTENZE UNIFORMEMENTE DISTRIBUITE.

Qualora si disponga, (come nel caso di utilizzo di fonti rinnovabili di energia o di recupero di energia di scarto), di una potenza termica o meccanica, (o più in generale di di una potenzialità in beni o servizi disponibili), l'entità di tale potenza, (**P**), risulta in ogni caso una funzione delle dimensioni delle apparecchiature impiegate per utilizzarla.
Qualora detta potenza sia uniformemente distribuita o comunque di entità proporzionale alle dimensioni delle apparecchiature, è lecito supporre una dipendenza lineare del costo impianto dalla potenza installata, ($I_o = qP$), e di conseguenza il **VAN** dell'investimento risulta:

$$VAN = PuT\frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)qP = \left[uT\frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)q\right]P.$$

Il termine c_e nell'espressione, è il valore del costo specifico di produzione o acquisto convenzionale di mercato dell'energia ottenuta, (o più in generale del bene o servizio), pertanto l'equazione di economia, (**VAN > 0**), risulta verificata per: $uT\frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)q > 0$, ovvero per: $c_e > \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)\frac{qt_e}{uT}$, essendo il termine: $\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)\frac{qt_e}{uT}$, il costo specifico di recupero dell'energia, (o del bene o servizio).
Infatti, posto $VAN(c_e) = 0$, si ottiene il costo specifico dell'energia disponibile, (c_e^*): $c_e^* = \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)\frac{qt_e}{uT}$, che risulta costante e quindi l'utile totale attualizzato appare proporzionale alla potenza installata:

$$\frac{(c_e - c_e^*)PuT}{t_e} = \left[c_e - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)\frac{qt_e}{uT}\right]\frac{PuT}{t_e} =$$

$$= PuT\frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)qP = VAN.$$

In presenza di dipendenze funzionali dei costi e dellla potenza installata, qualora le due grandezze risultino ancora proporzionali, il costo specifico di utilizzo dell'energia, (o del bene o servizio), disponibile, (c_e^*). rimane comunque costante, mentre l'utile totale attualizzato, (**VAN**), essendo lineare con la potenza, (**P**), ne segue l'eventuale massimizzazione.

2 – POTENZE LIMITATE A VALORI ASINTOTICI.

Nel caso generale in cui non risulti costante il rapporto fra le dimensioni delle apparecchiature, (e quindi il costo impianto), e la potenza captata, ovvero non vi sia semplice proporzionalità fra l'onere di impianto e la potenzialità installata, nell'espressione del **VAN** e del costo specifico, tali funzioni mantengono la loro individualità e l'utile non appare linearmente crescente con la potenza captata, ma in presenza di intervalli con: **VAN > 0**, possono esistere estremanti della funzione in corrispondenza quindi, di una potenza captata economica.

Le eventuali condizioni di ottimizzazione riferite rispettivamente al **VAN**, (massimo utile, ovvero massimo valore del **VAN**), e al costo specifico, $\mathbf{c_e}$*, (minimo costo specifico del bene o servizio ottenuto), non hanno alcuna correalazione in quanto il minimo costo specifico si riferisce alle condizioni di massima efficienza di captazione, produzione o recupero, ma non tiene conto della quantità di beni o servizi utilizzati, che concorre a formare il reale utile globale, quantificabile come differenza fra il costo specifico convenzionale e ottenibile, rispettivamente, per l'entità dei beni o servizi utilizzati e corrispondentemente l'analisi funzionale porta a risultati diversi.
Per funzioni di una sola variabile, (**x**), si ha:

$$\mathbf{VAN(x) = \frac{c_e - c_e * (x)}{t_e} P(x)uT},$$

che tenuto conto dell'espressione del costo proprio del bene o servizio captato: $\mathbf{c_e * (x) = \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{I(x)t_e}{P(x)uT}}$,
funzione della variabile **x** non essendo più proporzionali i costi delle apparecchiature alla potenza installata, coincide con quella generale:

$$\mathbf{VAN(x) = \frac{P(x)uTc_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) I(x)}.$$

L'equazione di ottimizzazione economica: $\mathbf{\frac{dVAN(x)}{dx} = 0}$, per il calcolo del valore ottimale della variabile, (e quindi della potenza captata economica), risulta, quindi: $\mathbf{\frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} = \frac{uTc_e}{t_e\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)}}$.

La condizione di minimizzazione del costo specifico del bene o servizio captato: $\frac{\mathbf{dc_e * (x)}}{\mathbf{dx}} = \mathbf{0}$, invece, risulta: $\frac{\frac{\mathbf{dI(x)}}{\mathbf{dx}}}{\frac{\mathbf{dP(x)}}{\mathbf{dx}}} = \frac{\mathbf{I(x)}}{\mathbf{P(x)}}$, che non coincide con la relazione: $\frac{\mathbf{dVAN(x)}}{\mathbf{dx}} = \mathbf{0}$, a meno che non risulti:

$$\frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} \left[= \frac{I(x)}{P(x)} \right] = \frac{uTc_e}{t_e\left(f_f + \frac{a}{t_{em}}\right)},$$

nel qual caso poichè le condizioni di annullamento e di massimo del **VAN(x)**, sono rispettivamente:

$$VAN(x) = 0, \qquad \text{per: } \frac{I(x)}{P(x)} = \frac{uTc_e}{t_e\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)};$$

$$\frac{dVAN(x)}{dx} = 0, \qquad \text{per: } \frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} = \frac{uTc_e}{t_e\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)},$$

la condizione: $\frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} = \frac{I(x)}{P(x)} = \frac{uTc_e}{t_e\left(f_f + \frac{a}{t_{em}}\right)}$, risulta il sistema delle due e cioè la condizione di massimo della funzione **VAN(x)**, con: **VAN(x) = 0**, [$\mathbf{VAN(x_{ec}) = 0}$], ovvero la condizione di tangenza delle curve degli utili e degli oneri in un punto doppio.

Nell'ipotesi: **I(x) = qP(x)**, essendo il costo specifico comunque costante, la condizione: $\frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} = \frac{I(x)}{P(x)}$, si riduce a un'identità, (**q = q**), mentre la condizione: $\frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} = \frac{uTc_e}{t_e\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)}$, risultando il **VAN** linearmente

crescente con la potenza installata, si riduce alla condizione di annullamento del **VAN** stesso: $\mathbf{uT\frac{c_e}{t_e} = \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)q}$.
Si conclude, pertanto, che l'equazione di ottimizzazione economica risulta in ogni caso: **dVAN(x)/dx = 0**.
Qualora anche il fattore di carico sia dipendente dalla variabile **x**: **u = u(x)**, (o comunque in generale), la quantità di beni o servizi generati a periodo rateale vale: **E(x) = P(x)u(x)T**, e le relazioni risultano:

$\mathbf{VAN(x) = E(x)\frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)I(x)}$, da cui l'equazione di ottimizzazione

$\mathbf{\frac{dVAN(x)}{dx} = 0}$, diviene: $\mathbf{\frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dE(x)}{dx}} = \frac{c_e}{t_e\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)}}$;

$\mathbf{c_e * (x) = \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)\frac{I(x)t_e}{E(x)}}$, da cui l'equazione di ottimizzazione:

$\mathbf{\frac{dc_e * (x)}{dx} = 0}$, diviene: $\mathbf{\frac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dE(x)}{dx}} = \frac{I(x)}{E(x)}}$.

3 – RECUPERI ENERGETICI.

Un caso tipico di non linearità fra gli oneri di impianto e la potenzialità installata, è relativo ai sistemi di captazione, produzione o recupero, in cui si presentino fenomeni di saturazione, ovvero potenze limitate superiormente che richiedono, cioè, dimensioni specifiche delle apparecchiature crescenti all'aumentare della potenza utilizzata.
Conseguentemente indicando con la variabile **x** la dimensione delle apparecchiature, il **VAN** passa dal valore nullo per **x = 0**, (o in pratica negativo per la presenza di un costo di estrapolazione a potenza zero), a meno infinito per dimensioni delle apparecchiature illimitate essendo, in tal caso, finito l'utile, (proporzionale alla potenza utilizzabile, limitata superiormente), e illimitato l'onere di impianto.
Nel caso di scambiatori di calore, (o di ogni altra apparecchiatura o impianto di pari comportamento), la potenza captata in funzione della superficie di scambio, (**x**), tende a un valore asintotico finito esprimibile con relazioni del tipo: $\mathbf{P(x) = c_1(1 - e^{-c_2x})}$, con potenza per unità

dimensionale: $\mathbf{dP(x)/dx = c_1 c_2 e^{-c_2 x}}$, decrescente all'aumentare della superficie di scambio.
Supposta una dipendenza lineare dei costi di investimento con le dimensioni: $\mathbf{I(x) = bx}$, (trascurando l'ordinata all'origine $\mathbf{b_o}$), il **VAN** dell'investimento risulta:

$$\mathbf{VAN = \frac{P(x)uTc_e}{t_e} - I(x) = \frac{c_1 uTc_e}{t_{eq}}\left(1 - e^{-c_2 x}\right) - bx},$$

da cui la condizione di ottimizzaizione economica: $\mathbf{\dfrac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} = \dfrac{uTc_e}{t_e}}$,

fornisce: $\mathbf{x_{ec} = \dfrac{1}{c_2} \ln \dfrac{uTc_1 c_2 c_e}{bt_e}}$.

Il costo specifico di produzione risulta:

$$\mathbf{c_e^*(x) = \frac{t_e}{uT}\frac{I(x)}{P(x)} = \frac{t_e b}{uTc_1}\frac{x}{(1 - e^{-c_2 x})}},$$

con: $\mathbf{\lim\limits_{x \to 0} c_e^*(x) = \dfrac{t_e b}{uTc_1 c_2}}$; $\mathbf{\lim\limits_{x \to oo} c_e^*(x) = oo}$;

$$\mathbf{\frac{dc_e^*(x)}{dx} = \frac{t_e b}{uTc_1}\frac{1 - (1 + c_2 x)e^{-c_2 x}}{(1 - e^{-c_2 x})^2} > 0 \qquad \forall\ x > 0};$$

$$\mathbf{\lim_{x \to 0} \frac{dc_e^*(x)}{dx} = 0}; \qquad \mathbf{\lim_{x \to oo} \frac{dc_e^*(x)}{dx} = \frac{t_e b}{uTc_1}},$$

ovvero costo specifico monotono crescente con le dimensioni.
Il costo specifico minimo si ottiene quindi per dimensioni nulle alle quali si verificano le più vantaggiose condizioni di captazione essendo massima l'efficienza dimensionale, (massimo salto termico), cui corrisponde tuttavia: **VAN(0) = 0**, (o negativo in presenza di un costo estrapolato a potenza zero).

Parimenti la relazione generale: $\mathbf{\dfrac{\frac{dI(x)}{dx}}{\frac{dP(x)}{dx}} = \dfrac{I(x)}{P(x)}}$, ovvero:

$\frac{b}{c_1 c_2 e^{-c_2 x}} = \frac{bx}{c_1\left(1 - e^{-c_2 x}\right)}$, è verificata solo per: $x = 0$, valore per cui si ha coincidenza di risultati con la condizione di ottimizzazione economica, essendo: $\lim_{x \to 0} c_e^*(x) = \frac{t_e b}{uTc_1 c_2}$;

$x_{ec} = \frac{1}{c_2} \ln \frac{uTc_1 c_2 c_e}{bt_e} = 0$, per: $c_e = \frac{t_e b}{uTc_1 c_2}$.

In presenza dell'ordinata all'origine b_o, si ha: $c_e^*(x) = \frac{t_e}{uTc_1} \frac{b_o + bx}{\left(1 - e^{-c_2 x}\right)}$

da cui la relazione di minimizzazione: $\frac{dc_e^*(x)}{dx} = 0$, risulta: $e^{-c_2 x} = \frac{1}{\frac{b_o}{b} c_2 + c_2 x + 1}$, che ammette una sola soluzione significativa, ($x > 0$), ovvero costo specifico minimo per potenzialità non nulla, essendo: $\left(e^{-c_2 x}\right)_{x=0} = 1$;

$\left(\frac{1}{\frac{b_o}{b} c_2 + c_2 x + 1}\right)_{x=0} = \frac{1}{\frac{b_o}{b} c_2 + 1} < 1$, mentre al crescere della variabile l'esponenziale tendendo a zero più rapidamente dell'iperbole, finisce con l'incontrarla.

Il risultato è imputabile all'anomalia analitica dell'espressione del costo di investimento: $I(x) = b_o + bx$, per il quale si ha: $\lim_{x \to 0} c_e^*(x) = oo$.

Infatti il costo specifico di investimento: $\frac{I(x)}{x} = \frac{b_o}{x} + b$, illimitato per x che tende a zero esclude tale valore dalla condizione di minimo costo di produzione spostandolo a valori finiti delle apparecchiature di captazione o recupero.

****