Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Marco Gentilini

Limitazioni termiche delle strutture Valutazione delle temperature di parete.

Quaderni del Dipartimento

MARCO GENTILINI

LIMITAZIONI TERMICHE DELLE STRUTTURE. VALUTAZIONE DELLE TEMPERATURE DI PARETE.

1 – GENERALITA'.

Le temperature delle pareti interposte fra fluidi a diversa temperatura, risultano intermedie fra queste in funzione delle resistenze termiche parziali.
Per qualunque geometria, indicando con: $\mathbf{T_c}$, $\mathbf{T_f}$, $\mathbf{T_p}$, le temperature del fluido più caldo, più freddo e della parete interposta e con $\mathbf{R_{tc}}$, $\mathbf{R_{tf}}$, $\mathbf{R_{tm}}$, le corrispondenti resistenze termiche alla convezione, (fluido caldo–parete, parete–fluido freddo), e alla conduzione nella parete, posta la temperatura di parete da considerare sul lato caldo, si ha:

$$Q = \frac{T_c - T_p}{R_{tc}} = \frac{T_p - T_f}{R_{tm} + R_{tf}}, \text{ da cui: } \frac{T_c - T_p}{T_p - T_f} = \frac{R_{tc}}{R_{tm} + R_{tf}};$$

$$T_p = \frac{T_c(R_{tm} + R_{tf}) + T_f R_{tc}}{R_{tc} + R_{tm} + R_{tf}} = \frac{T_c\left(\frac{R_{tm}}{R_{tc}} + \frac{R_{tf}}{R_{tc}}\right) + T_f}{1 + \frac{R_{tm}}{R_{tc}} + \frac{R_{tf}}{R_{tc}}},$$

ovvero salti termici parziali inversamente proporzionali alle rispettive resistenze termiche, (nel caso la temperatura di parete sia sul lato freddo nell'espressione risultano invertite le temperature dei fluidi).
Poichè nella comune ipotesi in cui la resistenza della parete sia trascurabile rispetto a quella dei fluidi, ($\mathbf{R_{tm} << R_{tc}}$), risulta:

$$\lim_{\frac{R_{tf}}{R_{tc}} \to 0} T_p = \frac{T_c \frac{R_{tm}}{R_{tc}} + T_f}{1 + \frac{R_{tm}}{R_{tc}}} \approx T_f; \qquad \lim_{\frac{R_{tf}}{R_{tc}} \to \infty} T_p \approx T_c,$$

bilanciando le resistenze termiche dei fluidi, (con opportune alettature e/o prevedendo circolazione forzata), è possibile avvicinare i valori della temperatura di parete a quella di uno dei due fluidi allontanandola da limiti potenzialmente non sopportabili dai materiali, (in tali casi è generalmente impossibile intervenire con isolamenti in quanto i limiti per le pareti lo sono vieppiù per i materiali costituenti gli isolanti).

Qualora invece siano imposti limiti, (inferiori o superiori), per le temperature dei fluidi a evitare fenomeni di saturazione con liberazione

di condensa, (aeriformi), o di vapore, (liquidi), o fenomeni di stillicidio dell'aria sulle superficie delle strutture, (potenzialmente dannose per le pareti stesse e/o per le apparecchiature successive), conseguono limitazioni termiche per le pareti a contatto con i fluidi stessi, ovvero tenuto conto del valore costante della resistenza termica della parete nuda, valori imposti di isolamento.
E' quindi necessario determinare l'andamento delle temperature di parete, ($\mathbf{T_p}$), in funzione delle temperature dei fluidi e del grado di isolamento.

2 – STILLICIDIO.

Se aria umida incontra una superficie a temperatura $\mathbf{T_p}$ inferiore al limite di rugiada $\mathbf{T_r}$, (**Fig. 1**), corrispondente al suo stato fisico, (**a**), sulla parete si ha formazione di una quantità di condensa pari a:
$(\mathbf{x_a - x_p})$, per unità di massa di aria secca, con possibili infiltrazioni sempre dannose per le strutture specie in caso di solidificazione dell'acqua con aumento di volume, mentre per gli isolanti si ha anche una conseguente diminuzione delle capacità resistive.

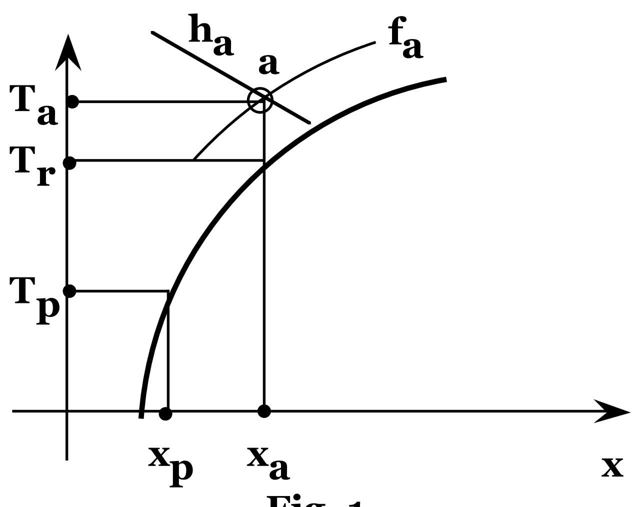

Fig. 1

L'isolamento limite che impedisce il fenomeno dello stillicidio, risulta pertanto, quello che porta la temperatura di parete a temperatura $\mathbf{T_r}$.

3 – GEOMETRIA PIANA.

Fra due regioni a temperatura $\mathbf{T_a}$ e $\mathbf{T_b}$, separate da una parete di spessore $\mathbf{s_m}$ e conducibilità termica $\mathbf{c_{tm}}$, isolata con uno spessore $\mathbf{s}$ di isolante di conducibilità termica $\mathbf{c_{ti}}$, (**Fig. 2**), qualora l'isolante sia posto sulla superficie a contatto col fluido a temperatura $\mathbf{T_a}$, la potenza termica trasmessa per unità di superficie, (**Q**), vale:

$$Q = \frac{T_a - T_b}{\frac{1}{c_{sa}} + \frac{s}{c_{ti}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb}}} = \frac{T_p - T_b}{\frac{s}{c_{ti}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb}}} = \frac{T_a - T_p}{\frac{1}{c_{sa}}},$$

con $\mathbf{c_{sa}}$, $\mathbf{c_{sb}}$, coefficienti di convezione ai due lati della parete.

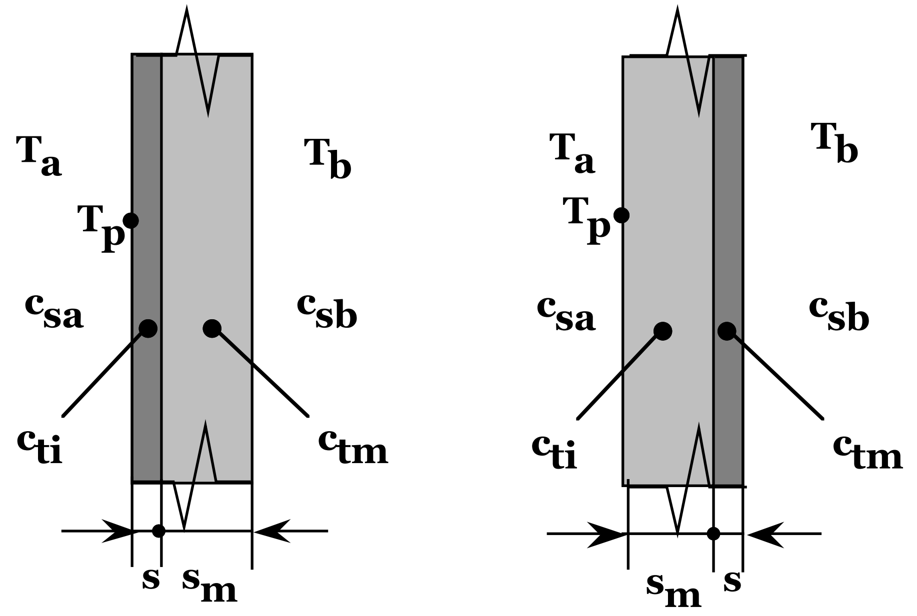

Fig. 2 Fig. 3

Dall'ultima uguaglianza si ottiene:

$$T_p = \frac{T_a\left(\frac{1}{c_{sb}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{s}{c_{ti}}\right) + \frac{T_b}{c_{sa}}}{\frac{1}{c_{sb}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{s}{c_{ti}} + \frac{1}{c_{sa}}},$$

ovvero:
$$s(T_p) = c_{ti}\left(\frac{1}{c_{sa}}\frac{T_p - T_b}{T_a - T_p} - \frac{s_m}{c_{tm}} - \frac{1}{c_{sb}}\right).$$

Indicando con $\mathbf{T_l}$ la temperatura limite di parete, (di saturazione o di stillicidio), lo spessore di isolante termico che porta la temperatura di parete al valore limite $\mathbf{T_l}$, vale pertanto:

$$s(T_l) = c_{ti}\left(\frac{1}{c_{sa}}\frac{T_l - T_b}{T_a - T_l} - \frac{s_m}{c_{tm}} - \frac{1}{c_{sb}}\right).$$

Per: $\mathbf{s(T_l) = 0}$, si ottiene: $\dfrac{\dfrac{s_m}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb}}}{\dfrac{1}{c_{sa}}} = \dfrac{T_l - T_b}{T_a - T_l}$,

che coincide con la relazione di bilancio fra il rapporto delle resistenze termiche parziali e i corrispondenti salti termici della parete nuda,

ovvero: $T_p = \dfrac{T_a c_{sa}\left(\dfrac{s_m}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb}}\right) + T_b}{c_{sa}\left(\dfrac{s_m}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb}}\right) + 1} = T_l$, per cui non è richiesto isolamento per limitare la temperatura di parete.

La temperatura limite $\mathbf{T_l}$ di stillicidio risulta dipendente dalle condizioni dell'aria e al limite di umidità relativa unitaria, ($\mathbf{T_a = T_l}$), qualunque raffraddamento della parete comporta liberazione di condensa, per cui lo spessore di isolamento tende a valori illimitati.

Parimenti in caso di fluidi saturi qualunque raffreddamento in caso di vapore saturo, o riscaldamento in caso di liquido saturo porta alla liberazione di condensa o vapore con spessore di isolamento che tende a infinito.

Qualora l'isolante sia posto sulla superficie a contatto con il fluido a temperatura $\mathbf{T_b}$, (**Fig. 3**), e quindi la temperatura di parete da considerare sia quella della struttura, le resistenze termiche in serie risultano le stesse e parimenti quindi i salti termici, per cui si ottengono i medesimi risultati.

4 – GEOMETRIA CILINDRICA.

In geometria cilindrica con temperatura di parete limite all'esterno della condotta, (**Fig. 4**), per unità di lunghezza di corpo cilindrico, si ha:

$$Q = \frac{T_a - T_b}{\dfrac{1}{2\pi c_{sa} r} + \dfrac{\ln\dfrac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \dfrac{\ln\dfrac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \dfrac{1}{2\pi c_{sb} r_i}} =$$

$$= \frac{T_p - T_b}{\dfrac{\ln\frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \dfrac{\ln\frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \dfrac{1}{2\pi c_{sb} r_i}} = \frac{T_a - T_p}{\dfrac{1}{2\pi c_{sa} r}},$$

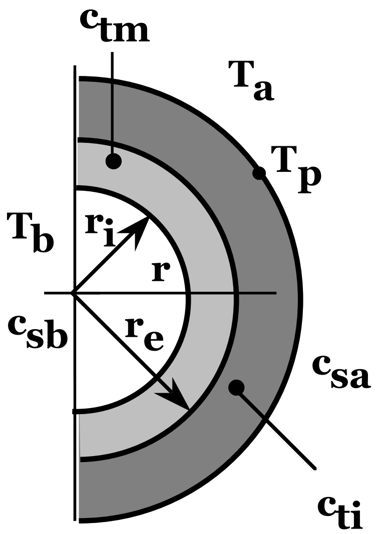

Fig. 4

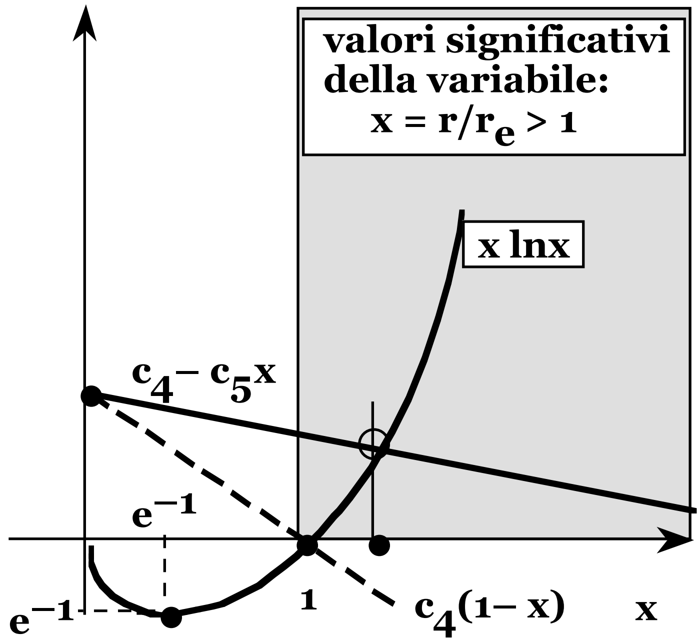

Fig. 5

ovvero: $$\frac{T_p - T_b}{T_a - T_p} = c_{sa} r \left(\frac{\ln\frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln\frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right),$$

e quindi: $$T_p = \frac{T_a \left(\dfrac{\ln\frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \dfrac{\ln\frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb} r_i} \right) + \dfrac{T_b}{c_{sa} r}}{\dfrac{1}{c_{sa} r} + \dfrac{\ln\frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \dfrac{\ln\frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb} r_i}},$$

mentre l'equazione risolvente per il calcolo del raggio, (**r**), di isolamento limite, (per: $\mathbf{T_p = T_l}$), da cui lo spessore dell'isolante: $\mathbf{s = r - r_e}$, risulta:

$$\frac{T_l - T_b}{T_a - T_l} = c_{sa} r \left[\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right],$$

ovvero:
$$\frac{r}{r_e} \ln \frac{r}{r_e} = \frac{c_{ti}}{c_{sa} r_e} \frac{T_l - T_b}{T_a - T_l} - \frac{r}{r_e} c_{ti} \left(\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right).$$

Posto: $\mathbf{x = r/r_e}$, si ottiene l'equazione adimensionale: $\mathbf{x \ln x = c_4 - c_5\, x}$, che risolta graficamente, (**Fig.. 5**), mostra una sola soluzione significativa, ($\mathbf{x = r/r_e > 1}$), per valori del modulo della pendenza della retta superiore a quella della retta limite che si annulla per

$\mathbf{x = 1}$, ($\mathbf{c_4 = c_5}$), ovvero: $\dfrac{1}{c_{sa} r_e} \dfrac{T_l - T_b}{T_a - T_l} = \dfrac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb} r_i}$, che coincide con la relazione di equilibrio fra il rapporto delle resistenze termiche parziali e i corrispondenti salti termici della parete nuda:

$$\frac{\dfrac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \dfrac{1}{2\pi c_{sb} r_i}}{\dfrac{1}{2\pi c_{sa} r_e}} = \frac{T_p - T_b}{T_a - T_p},$$

ovvero:
$$T_p = \frac{T_a c_{sa} r_e \left(\dfrac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb} r_i} \right) + T_b}{c_{sa} r_e \left(\dfrac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb} r_i} \right) + 1} = T_l$$

per cui non è richiesto isolamento per evitare superamenti dei limiti.

Qualora la temperatura di parete limite sia quella all'interno della condotta, (**Fig.. 6**), si ha:

$$Q = \frac{T_a - T_p}{\dfrac{1}{2\pi c_{sa} r} + \dfrac{\ln \dfrac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \dfrac{\ln \dfrac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}}} = \frac{T_p - T_b}{\dfrac{1}{2\pi c_{si} r_i}},$$

da cui:

$$\frac{\ln \dfrac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{1}{c_{sa} r} = \frac{1}{c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_p}{T_p - T_b} \pm \frac{\ln \dfrac{r_e}{r_i}}{c_{tm}},$$

e quindi:

$$T_p = \frac{\dfrac{T_a}{c_{sb} r_i} + T_b \left(\dfrac{1}{c_{sa} r} + \dfrac{\ln \dfrac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \dfrac{\ln \dfrac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} \right)}{\dfrac{1}{c_{sa} r} + \dfrac{\ln \dfrac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \dfrac{\ln \dfrac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \dfrac{1}{c_{sb} r_i}},$$

mentre l'equazione risolvente per il calcolo dello spessore di isolante limite, (per: $T_p = T_l$), risulta:

$$\frac{\ln \dfrac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{1}{c_{sa} r} = \frac{1}{c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_l}{T_l - T_b} - \frac{\ln \dfrac{r_e}{r_i}}{c_{tm}}.$$

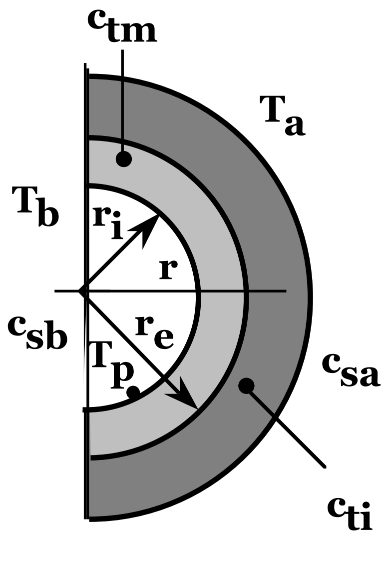

Fig. 6

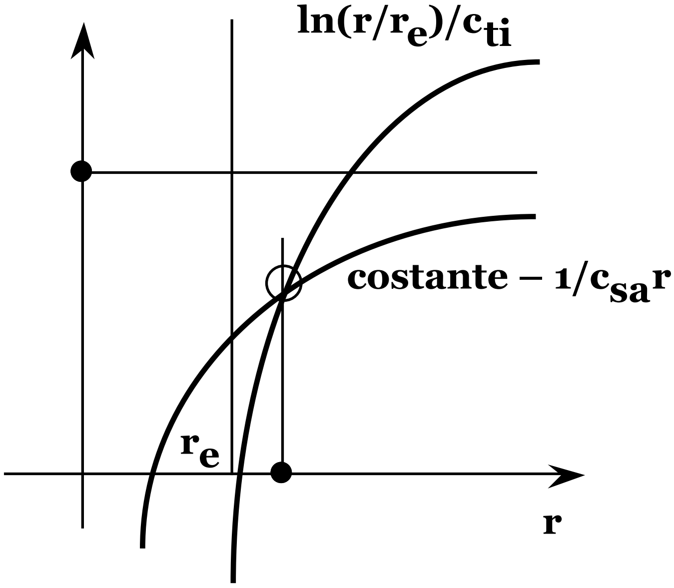

Fig. 7

La costante a secondo membro è comunque positiva essendo:

$$\frac{1}{2\pi c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_p}{T_p - T_b} - \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} = \frac{1}{2\pi c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}},$$

e al limite di assenza di isolamento:

$$\frac{1}{2\pi c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_p}{T_p - T_b} - \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} = \frac{1}{2\pi c_{sa} r_e},$$

per cui risolvendo graficamente l'equazione, (**Fig.. 7**), si ha una e una sola soluzione significativa, ($\mathbf{r > r_e}$), con condizione limite, ($\mathbf{r = r_e}$), che corrisponde a: $\dfrac{T_a - T_l}{\dfrac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \dfrac{1}{2\pi c_{sa} r_e}} = \dfrac{T_l - T_b}{\dfrac{1}{2\pi c_{sb} r_i}}$, ovvero temperatura di parete interna in assenza di isolamento, pari a $\mathbf{T_l}$.

****