Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Marco Gentilini

Alcune considerazioni sulle valutazioni economiche basate sul tempo di recupero.

Quaderni del Dipartimento

MARCO GENTILINI

ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLE VALUTAZIONI ECONOMICHE BASATE SUL TEMPO DI RECUPERO.

1 – GENERALITA'.

Il tempo di recupero è un ben noto parametro di valutazione degli investimenti.
Si indica con tempo di recupero, (o ritorno), **TR**, il rapporto fra l'investimento $\mathbf{I_o}$ e il **CFN**, (flusso di cassa netto), medio a periodo rateale, come indicazione approssimativa, (non attualizzata), del numero di periodi rateali necessari a restituire l'investimento effettuato.

Si definisce, cioè: $\mathbf{TR = \dfrac{I_o}{\frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n} CFN_j}}$, da cui qualora sia:

$\mathbf{CFN_j = CFN_o}$ = costante, si ottiene: $\mathbf{TR = \dfrac{I_o}{CFN_o}}$.

In funzione di tale parametro l'espressione del **VAN** risulta:

$$\mathbf{VAN = CFN_o \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^j} - I_o = \frac{CFN_o}{t} - I_o =}$$

$$\mathbf{= I_o\left(\frac{CFN_o}{tI_o} - 1\right) = I_o\left(\frac{1}{TR}\frac{1}{t} - 1\right).}$$

La condizione di convenienza economica all'investimento, (**VAN > 0**), risulta in tal caso: **TR < 1/t**, ovvero tempo di recupero inferiore alla vita fittizia dell'investimento tenuto conto dell'effetto dell'interesse capitale, (**1/t**).
L'impiego di tale parametro riferito a valori non attualizzati porta tuttavia a valutazioni erronee.
Ben diversa è la sua valutazione in un sistema di attualizzazione di tutti gli oneri e utili presenti nell'investimento in esame che permette una conseguente correttezza dei calcoli.

2 – IL TEMPO DI RITORNO ATTUALIZZATO.

Nel modello attualizzato, che tiene conto degli effetti dell'interesse capitale e del valore variabile degli oneri e degli utili relativi all'investimento, il tempo necessario al recupero dell'investimento effettuato, risulta il tempo di ritorno attualizzato, (TR_a), che si ottiene annullando il valore attuale netto dell'investimento, (**VAN**), come radice dell'equazione, $VAN(n) = 0$, ovvero del **VAN** funzione, (fissati i rimanenti parametri), solo dalla vita, (**n**), del sistema.
Nell'ipotesi di trascurare l'effetto del prelievo fiscale e gli investimenti aggiuntivi, ($I_{pj} = 0$), eventualmente conglobati in quello iniziale, posto il flusso di cassa costante in valore attuale, (o pari al valor medio), e variabile quindi, solo per effetto della variazione dei prezzi e dei costi dei termini che lo compongono, definito un indice, (**h**), di variazione media pesata a periodo rateale di tali termini, si ha:

$$CFN_j = CFL_j = CFL_o(1+h)^j = CFN_o(1+h)^j, \text{ da cui:}$$

$$VAN = CFN_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1+h)^j}{(1+i)^j} - I_o = CFN_o \left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i}\right)^n\right] \frac{1+h}{i-h} - I_o.$$

Il tempo necessario a ripagare l'investimento effettuato tenuto conto degli effetti dell'interesse capitale e del valore variabile degli oneri e degli utili relativi all'investimento stesso, rappresenta il tempo di ritorno attualizzato, (TR_a), e si ottiene come radice dell'equazione, $VAN(n) = 0$, ovvero del **VAN** funzione, (fissati i rimanenti parametri), solo dalla vita, (**n**), del sistema.
Nella comune condizione: $h < i$, ($r > 0$), si ha: $\lim_{n \to 0} VAN(n) = -I_o$;

$$\lim_{n \to oo} VAN(n) = \lim_{n \to oo} CFN_o \left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i}\right)^n\right] \frac{1+h}{i-h} - I_o = CFN_o \frac{1+h}{i-h} - I_o$$

Essendo: $h < i$, la funzione $VAN(n)$, risulta monotona crescente per cui variando da: $-I_o$, ($n = 0$), a $CFN_o \frac{1+h}{i-h} - I_o$, ($n \to oo$), evidentemente positivo affinchè l'investimento risulti conveniente per qualche valore della vita del sistema, passa per un unico zero, ovvero il tempo di ritorno attualizzato, (TR_a), che si ottiene come radice dell'equazione:

$$VAN(n) = 0: \left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i}\right)^n\right] \frac{1+h}{i-h} = \frac{I_o}{CFN_o} = TR,$$

da cui: $\mathbf{TR_a} = \dfrac{\ln\left(1 - TR\,\dfrac{i-h}{1+h}\right)}{\ln\dfrac{1+h}{1+i}}$, e l'investimento appare dunque conveniente se risulta: $\mathbf{TR_a < n_o}$, con $\mathbf{n_o}$ vita presunta del sistema.

Le grandezze **TR** e $\mathbf{TR_a}$, appaiono, quindi, legate dalla relazione:

$\mathbf{TR} = \left[1 - \left(\dfrac{1+h}{1+i}\right)^{TR_a}\right]\dfrac{1+h}{i-h}$, dalla quale essendo, $(\mathbf{h < i})$:

$$\lim_{TR_a \to 0} TR = \lim_{TR_a \to 0}\left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i}\right)^{TR_a}\right]\frac{1+h}{i-h} = 0;$$

$$\lim_{TR_a \to oo} TR = \lim_{TR_a \to oo}\left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i}\right)^{TR_a}\right]\frac{1+h}{i-h} = \frac{1+h}{i-h},$$

al variare di **TR** nell'intervallo: $\mathbf{0 \leq TR \leq \dfrac{1+h}{i-h}}$, si ha: $\mathbf{0 \leq TR_a \leq oo}$.

L'effetto delle condizioni economiche reali rispetto ai modelli non attualizzanti, comporta sempre un aumento del tempo di ritorno.

Infatti essendo: $\dfrac{dTR_a(TR)}{dTR} = \dfrac{1}{\ln\dfrac{1+i}{1+h}}\,\dfrac{\dfrac{i-h}{1+h}}{1 - TR\,\dfrac{i-h}{1+h}}$, ancora con: $\mathbf{i > h}$, $(\mathbf{r > 0})$, dall'origine degli assi in cui si ha: $\mathbf{TR_a = TR = 0}$, nell'intervallo: $\mathbf{0 \leq TR \leq (1+h)/(i-h)}$, risulta: $\dfrac{\dfrac{i-h}{1+h}}{\ln\dfrac{1+i}{1+h}} \leq \dfrac{dTR_a(TR)}{dTR} \leq \mathbf{oo}$.

E poichè il valore minimo della derivata: $\dfrac{\dfrac{i-h}{1+h}}{\ln\dfrac{1+i}{1+h}} = \dfrac{\dfrac{1+i}{1+h} - 1}{\ln\dfrac{1+i}{1+h}}$, della forma: $\mathbf{(x - 1)/\ln x}$, risulta maggiore di uno $\forall$ **x**, si ha: $\mathbf{TR_a > TR}$, $\forall$ **TR**.

Pertanto a fronte di valori eventualmente inferiori alla vita dei comuni sistemi in caso di assenza di attualizzazione, il reale tempo di ritorno può giungere al di fuori dei valori economicamente vantaggiosi, $(\mathbf{TR_a > n_o})$, fino all'infinito per: $\mathbf{TR = (1+h)/(i-h)}$.

E' evidente che qualora risulti: **h ~ i**, ovvero: **e = 0**, o più in generale:

$$\sum_{k=1}^{m} P_{ok} Q_{ok} \sum_{j=1}^{n} \frac{(1+h_k)^j}{(1+i)^j} = \sum_{k=1}^{m} \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t_{ek}} = n \sum_{k=1}^{m} P_{ok} Q_{ok},$$

(condizione finanziariamente assai improbabile), l'effetto dell'attualizzazione viene costantemente compensato dall'aumento degli utili e il modello attualizzato coincide con quello non attualizzato, come se gli utili rimanessero costanti nel tempo, ma non fossero penalizzati dal periodo in cui si rendono disponibili e si ha comunque:

$$VAN = CFN_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1+h)^j}{(1+i)^j} - I_o = \frac{CFN_o}{t_e} - I_o = n\, CFN_o - I_o,$$

ovvero: $$VAN = \sum_{k=1}^{m} P_{ok} Q_{ok} \sum_{j=1}^{n} \frac{(1+h_k)^j}{(1+i)^j} - I_o = n \sum_{k=1}^{m} P_{ok} Q_{ok} - I_o,$$

col fattore di annualità che tende alla vita del sistema, essendo:

$$\lim_{e \to 0} \frac{1}{t_e} = \lim_{e \to 0} \frac{(1+e)^n - 1}{(1+e)^n e} = n,$$

e il tempo di ritorno attualizzato che tende a quello non attualizzato essendo: $$\lim_{h \to i} TR = \lim_{h \to i} \left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i} \right)^{TR_a} \right] \frac{1+h}{i-h} = TR_a.$$

3 – ESEMPI DI APPLICAZIONE NUMERICA.

Nella tabella seguente si è valutato il valore del tempo di ritorno attualizzato per alcuni valori del tempo di ritorno non attualizzato, dell'interesse capitale e della variazione dell'utile totale.
Pur avendo eseguito il calcolào per valori del tutto arbitrari, si evince comunque che in diversi casi il tempo di ritorno attualizzato supera le tipiche durate della vita dei sistemi impiantistici e risulta addirittura illimitato per valori del tempo di ritorno inferiori alla vita media stessa.

TR anni	i (%)	h (%)	TRa anni
5	7,5	2	5,9822
5	7,5	4	5,5664

5	7,5	6	5,2223
5	10	2	6,5932
5	10	4	6,0678
5	10	6	5,6448
5	12,5	2	7,3790
5	12,5	4	6,6871
5	12,5	6	6,1524
10	7,5	2	14,7535
10	7,5	4	12,3953
10	7,5	6	10,8584
10	10	2	20,3149
10	10	4	15,3362
10	10	6	12,7907
10	12,5	2	illimitato: TR > (1 + h)/(i – h)
10	12,5	4	21,6383
10	12,5	6	15,9604
15	7,5	2	31,5046
15	7,5	4	21,2329
15	7,5	6	16,9796
15	10	2	illimitato: TR > (1 + h)/(i – h)
15	10	4	35,7524
15	10	6	22,5370
15	12,5	2	illimitato: TR > (1 + h)/(i – h)
15	12,5	4	illimitato: TR > (1 + h)/(i – h)
15	12,5	6	42,3996

****