

Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

***Dipartimento di Ingegneria Industriale***

---

**Marco Gentilini**

**Sistemi di circolazione nei corpi concentratori e  
distillatori.**

---

Quaderni del Dipartimento

**MARCO GENTILINI**

**SISTEMI DI CIRCOLAZIONE NEI CORPI  
CONCENTRATORI E DISTILLATORI.**

**1 - GENERALITA'.**

Le utenze di vapore saturo risultano scambiatori di calore tipo condensatore, semplici o collegati in maniera più complessa come nel caso dei sistemi per la concentrazione o separazione di una sostanza, (soluto), contenuta in una soluzione, (concentratori), o per l'estrazione del solvente dalla soluzione stessa, (distillatori).

La separazione parziale o totale di solvente e soluto in una soluzione si ottiene sfruttando la natura solida del soluto che non può quindi evaporare, o la diversa temperatura di ebollizione delle diverse componenti liquide della soluzione, (distillazione frazionata).

In caso di concentrazione di un soluto la separazione del solvente liquido, (generalmente vapore d'acqua), ne richiede l'evaporazione per cui al termine dell'operazione, l'effetto della condensazione del vapore primario, vettore di calore, è la liberazione di una portata di vapore a pressione e temperatura minore che può essere riutilizzata in stadi a temperatura inferiore.

Parimenti in caso di distillazione, il solvente ottenuto deve essere portato allo stato liquido, con cessione del relativo calore latente di condensazione.

Gli impianti pertanto, pur variando il prodotto utile, risultano dello stesso tipo.

Qualunque liquido presenta una tensione di vapore, ( $p_v$ ), che tende a portare il fluido completamente allo stato gassoso.

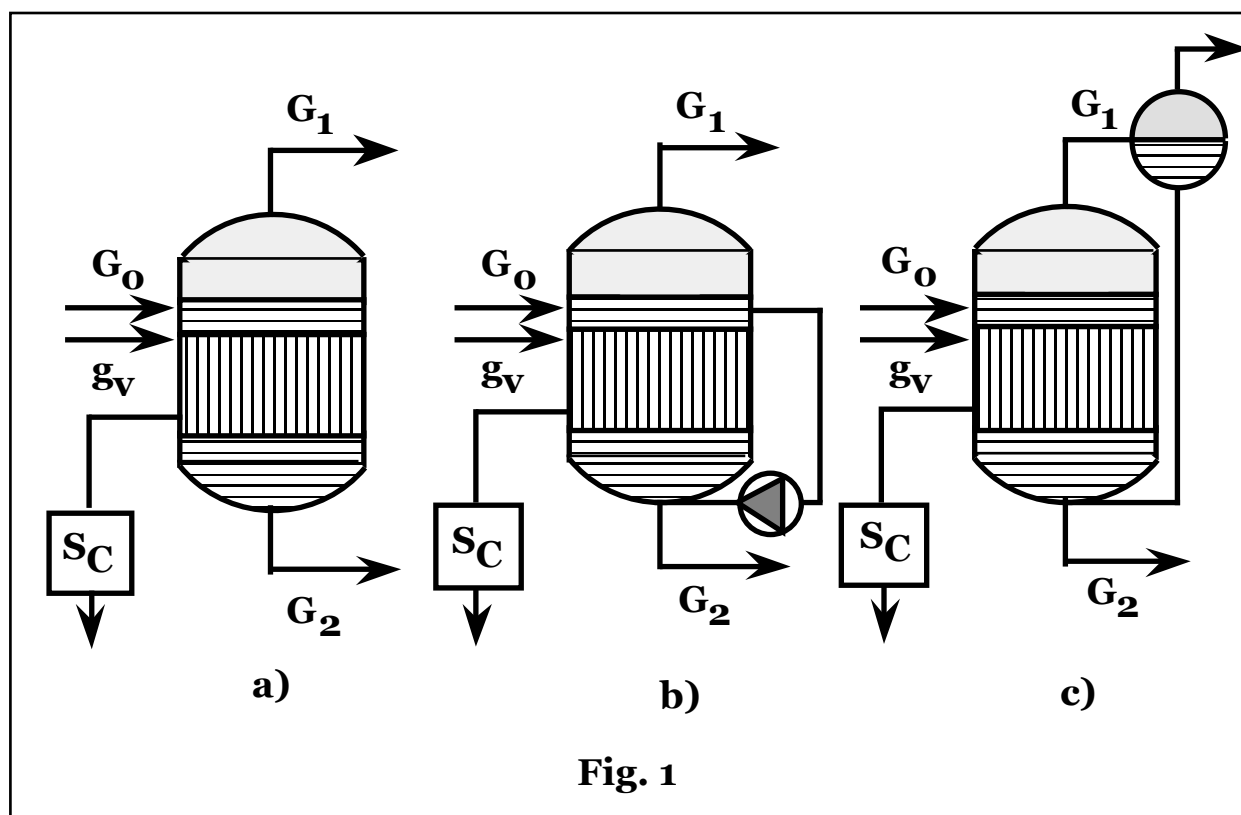
Alla tensione di vapore si oppone unicamente la pressione parziale del vapore della stessa sostanza presente nell'ambiente circostante, ( $p_a$ ).

La tensione di vapore risulta crescente con la temperatura, per cui l'evaporazione, a parità di pressione parziale del vapore della stessa sostanza presente, aumenta con la temperatura fino a giungere alla condizione in cui la tensione di vapore del liquido eguaglia la pressione totale dell'ambiente ed è quindi in ogni caso superiore alla pressione parziale del vapore presente, (ebollizione), mentre l'evaporazione richiedendo energia termica, (calore latente di evaporazione), in un processo adiabatico porta il liquido a raffreddarsi fino a che, raggiunto l'equilibrio fra la tensione di vapore e la pressione parziale del vapore presente nell'ambiente, l'evaporazione cessa.

Un processo continuo di evaporazione richiede, pertanto, la cessione di potenza termica al liquido e l'asportazione del relativo vapore liberato. I concentratori, (o distillatori), sono generalmente costituiti da scambiatori a fascio tubiero, (**Fig. 1**), in cui la portata di vapore primario, ( $g_v$ ), lambisce le tubazioni esternamente, mentre nella parte superiore del concentratore, (o distillatore), viene evacuata la portata di vapore liberato, ( $G_1$ ), e in quella inferiore la portata di soluzione concentrata, ( $G_2$ ), con portata di alimento di soluzione, ( $G_0$ ), pari a:

$$G_0 = G_1 + G_2.$$

Per aumentare il coefficiente di scambio termico globale, viene innescata la circolazione della soluzione all'interno del concentratore, (o distillatore), tramite un ricircolo esterno, a termosifone o forzato da un gruppo di pompaggio, (**Fig. 1b**), mentre per evitare il trascinarsi di gocce di liquido o schiume può disporsi all'esterno del corpo concentratore, (o distillatore), un separatore di vapore a quota superiore, (**Fig. 1c**), nel quale il liquido trascinato genera un battente superiore alla colonna di liquido interna, incrementando il carico termomotore.



## 2 - CALCOLO DEL CARICO TERMOMOTORE.

Può realizzarsi anche un carico termomotore naturale con alcune tubazioni a diametro maggiore che fungono da linee di discesa e altre, a diametro inferiore, che fungono da linee di risalita, (**Fig. 1a**).

In una tubazione di diametro  $D$  e lunghezza  $L$  contenente liquido saturo alla temperatura  $T_s$ , lambito esternamente da vapore saturo alla temperatura  $T_c$ , ( $T_s < T_c$ ), la potenza termica ceduta per unità di

lunghezza di tubazione, ( $W/m$ ), vale:  $\frac{T_c - T_s}{R_t} \approx \frac{\pi(T_c - T_s)Dc_s}{2}$ , avendo

trascurato il contributo resistivo della parete rispetto a quella dei fluidi e assunto un pari valore, (medio), per i diametri interno ed esterno:

$$R_t = \frac{1}{\pi c_{si} D_i} + \frac{\ln \frac{D_e}{D_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{\pi c_{se} D_e} \approx \frac{2}{\pi c_s D}, \text{ (} c_s \text{ coefficiente di convezione medio dei fluidi bifase).}$$

Nell'unità di lunghezza di tubazione è presente una massa di fluido pari a:  $d_{sm}\pi D^2/4$ , ( $d_{sm}$  densità media del fluido), e pertanto la

potenza termica specifica, ( $W/kg$ ), risulta:  $\frac{2(T_c - T_s)c_s}{Dd_{sm}}$ .

L'energia specifica ricevuta dal fluido, ( $J/kg$ ), risulta invece pari alla potenza termica globale, diviso la portata di fluido:

$$\frac{\pi(T_c - T_s)Dc_sL}{2} = \frac{2(T_c - T_s)c_sL}{Dvd_{sm} \frac{\pi D^2}{4} v}$$

Ne consegue la generazione di una portata di vapore per unità di

massa circolante all'interno della tubazione, pari a:  $\frac{2(T_c - T_s)c_sL}{Dvd_{sm}r_v}$ , ( $r_v$

calore latente di vaporizzazione), coincidente col titolo di vapore di regime della portata circolante stessa nel caso il vapore prodotto sia evacuato e una pari portata di liquido saturo sia immessa.

Il modello è valido per valori del parametro inferiore all'unità, mentre oltre detto limite tutto il fluido verrebbe vaporizzato e il vapore surriscaldato mentre lo scambio in parte del distillatore, avverrebbe fra il vettore termico primario e vapore surriscaldato, con variazione del salto termico, della resistenza termica e della temperatura.

Indicando con  $d_{sl}$  e  $d_{sv}$ , le densità del liquido e del vapore, la densità della miscela, ( $d_m$ ), risulta quindi pari a:

$$d_{sm} = d_{sl} \left[ 1 - \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D v d_{sm} r_v} \right] + d_{sv} \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D v d_{sm} r_v} =$$

$$= d_{sl} - (d_{sl} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D v d_{sm} r_v}.$$

Al variare del valore del titolo o frazione di vaporizzazione fra i limiti:

$$0 < \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D v d_{sm} r_v} < 1, \text{ ovvero: } 0 < \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D v r_v} < d_{sm}, \text{ si ottiene:}$$

$$d_{sl} > d_{sm} > d_{sv}.$$

La relazione di calcolo della densità media risulta:

$$d_{sm}^2 - d_{sl} d_{sm} + (d_{sl} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D v r_v} = 0,$$

e quindi:

$$d_{sm} = \frac{d_{sl}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d_{sl}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{sl} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{D v r_v}}.$$

All'annullarsi del fenomeno, ( $L \rightarrow 0$ ,  $v \rightarrow \infty$ ), la seconda soluzione porta a un valore nullo, mentre la densità deve rimanere quella del liquido come previsto dalla prima soluzione, che pertanto appare l'unica fisicamente valida.

### Carico termomotore.

Collegando in circuito due tubazioni verticali a diametro diverso, ( $D_1$  e  $D_2$ ), si ottiene un carico termomotore che eguaglia le perdite di carico nel circuito.

Supponendo un valore omogeneo della densità lungo le due tubazioni, si ottiene:  $\int g d_s(L) dL \approx gL(d_{sm1} - d_{sm2}) =$

$$= \frac{2gL^2 c_s}{r_v} (d_{sl} - d_{sv})(T_c - T_s) \left( \frac{1}{D_2 v_2 d_{sm2}} - \frac{1}{D_1 v_1 d_{sm1}} \right).$$

Inoltre per continuità deve risultare:

$$\frac{\pi}{4} D_1^2 \left[ d_{sl} - (d_{sl} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D_1 v_1 d_{sm1} r_v} \right] v_1 =$$

$$= \frac{\pi}{4} D_2^2 \left[ d_{sl} - (d_{sl} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D_2 v_2 d_{sm2} r_v} \right] v_2,$$

ovvero:

$$\frac{D_1^2 v_1}{D_2^2 v_2} = \frac{d_{sl} - (d_{sl} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D_2 v_2 d_{sm2} r_v}}{d_{sl} - (d_{sl} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D_1 v_1 d_{sm1} r_v}}.$$

## Moto laminare.

In caso di moto laminare, si ha:

$$\begin{aligned}
 \oint g d_s(L) dL &\approx gL(d_{sm1} - d_{sm2}) = \\
 &= \frac{2gL^2 c_s}{r_v} (d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s) \left( \frac{1}{D_2 v_2 d_{sm2}} - \frac{1}{D_1 v_1 d_{sm1}} \right) = \\
 &= \frac{64}{Re} \frac{d_{s1} - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s) c_s L}{D_1 d_{sm1} v_1 r_v} \frac{v_1^2}{2}}{D_1} L + \\
 &+ \frac{64}{Re} \frac{d_{s1} - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s) c_s L}{D_2 d_{sm2} v_2 r_v} \frac{v_2^2}{2}}{D_2} L = \\
 &= 32v_c L \left[ d_{s1} \left( \frac{v_1}{D_1^2} + \frac{v_2}{D_2^2} \right) - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s) c_s L}{r_v} \left( \frac{1}{D_1^3 d_{sm1}} + \frac{1}{D_2^3 d_{sm2}} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Il dimensionamento risulta quindi determinato dal sistema delle quattro equazioni, (due equazioni risolventi per la densità, equazione di continuità e bilancio di circolazione), nelle quattro incognite:  $d_{sm1}$ ,  $d_{sm2}$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ , fra le cui soluzioni vanno individuate quelle significative, (reali, di segno coerente con il verso di percorrenza e di valore numerico coerente con il regime di moto ipotizzato).

Per una soluzione di prima approssimazione, posto:  $\frac{v_1}{v_2} \approx \frac{D_2^2}{D_1^2}$ , si ha:

$$d_{sm1} = \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{D_1 v_1 r_v}} = d_{sm1}(v_1);$$

$$d_{sm2} = \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{v_1 \frac{D_1^2}{D_2} r_v}} = d_{sm2}(v_1).$$

per cui l'equazione del moto:

$$\frac{1}{v_1} \frac{2gL^2 c_s}{r_v} (d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s) \left( \frac{1}{\frac{D_1^2}{D_2} \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{v_1 \frac{D_1^2}{D_2} r_v}} \right)} - \frac{1}{D_1 \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{D_1 v_1 r_v}} \right)} \right) =$$

$$- 32v_c L \left[ d_{s1} v_1 \left( \frac{1}{D_1^2} + \frac{D_1^2}{D_2^4} \right) - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{r_v} \left( \frac{1}{D_1^3 \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{D_1 v_1 r_v}} \right)} + \frac{1}{D_2^3 \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{v_1 \frac{D_1^2}{D_2} r_v}} \right)} \right) \right]$$

risulta una equazione nella sola incognita  $v_1$ , da cui si ricava il valore di tutte le altre grandezze.

### Moto turbolento.

In caso di moto turbolento, risulta mutata la sola equazione di bilancio motore:  $\oint g d_s(L) dL \approx gL(d_{sm1} - d_{sm2}) =$

$$= \frac{2gL^2 c_s}{r_v} (d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s) \left( \frac{1}{D_2 v_2 d_{sm2}} - \frac{1}{D_1 v_1 d_{sm1}} \right) =$$

$$= \frac{k_a v_1^2 L}{2D_1} \left[ d_{s1} - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D_1 d_{sm1} v_1 r_v} \right] +$$

$$+ \frac{k_a v_2^2 L}{2D_2} \left[ d_{s1} - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{D_2 d_{sm2} v_2 r_v} \right] =$$

$$= \frac{k_a L}{2} \left[ d_{s1} \left( \frac{v_1^2}{D_1} + \frac{v_2^2}{D_2} \right) - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2(T_c - T_s)c_s L}{r_v} \left( \frac{v_1}{D_1^2 d_{sm1}} + \frac{v_2}{D_2^2 d_{sm2}} \right) \right]$$

e il dimensionamento risulta parimenti determinato dal sistema delle quattro equazioni, (due equazioni risolventi per la densità, equazione di continuità e bilancio di circolazione), nelle quattro incognite:  $d_{sm1}$ ,  $d_{sm2}$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ , fra le cui soluzioni vanno individuate quelle significative, (reali, di segno coerente con il verso di percorrenza e di valore numerico coerente con il regime di moto ipotizzato).

Nelle medesime ipotesi approssimative, si ottiene l'equazione del moto:

$$\frac{1}{v_1} \frac{2gL^2 c_s}{r_v} (d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s) \left( \frac{1}{\frac{D_1^2}{D_2} \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{v_1 \frac{D_1^2}{D_2} r_v}} \right)} - \frac{1}{D_1 \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{D_1 v_1 r_v}} \right)} \right) =$$

$$= \frac{k_a L}{2} \left[ d_{s1} \left( \frac{v_1^2}{D_1} + \frac{v_1^2 D_1^4}{D_2^5} \right) - (d_{s1} - d_{sv}) \frac{2v_1(T_c - T_s)c_s L}{r_v} \left( \frac{1}{D_1^2 \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{D_1 v_1 r_v}} \right)} + \frac{D_1^2}{D_2^4 \left( \frac{d_{s1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{d_{s1}}{2}\right)^2 - \frac{2(d_{s1} - d_{sv})(T_c - T_s)c_s L}{v_1 \frac{D_1^2}{D_2} r_v}} \right)} \right) \right]$$

che risulta ancora una equazione nella sola incognita  $v_1$ , da cui si ricava il valore di tutte le altre grandezze.

### 3 - VALUTAZIONI NUMERICHE.

#### Moto laminare.

Posto:

$$\begin{aligned} d_{sv} &= 0,58 \text{ kg/m}^3; \\ d_{s1} &= 1.000 \text{ kg/m}^3; \\ L &= 3 \text{ m}; \\ T_c - T_s &= 20 \text{ K}; \\ c_s &= 2.000 \text{ J/s K m}^2; \\ v_c &= 0,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \\ r_v &= 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}; \\ D_1 &= 0,10 \text{ m}; \\ D_2 &= 0,01 \text{ m}, \end{aligned}$$

si ottiene:

– equazioni risolventi per la densità:

$$\begin{aligned} d_{sm1}^2 - 1.000d_{sm1} + \frac{1.061,33}{v_1} &= 0; \\ d_{sm2}^2 - 1.000d_{sm2} + \frac{10.613,31}{v_2} &= 0, \end{aligned}$$

con soluzioni fisicamente valide:



$$d_{sm1} = 500 \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{0,00424532}{v_1}} \right);$$

$$d_{sm2} = 500 \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{0,0424532}{v_2}} \right);$$

– equazione di continuità:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{10 - \frac{106,13}{v_2 d_{sm2}}}{10 - \frac{10,61}{v_1 d_{sm1}}};$$

– equazione del moto:

$$\frac{10}{v_2 d_{sm2}} - \frac{1}{v_1 d_{sm1}} = 8,9 \cdot 10^{-5} v_1 + 8,9 \cdot 10^{-3} v_2 - \frac{3,4}{d_{sm1}} - \frac{3.397,79}{d_{sm2}}$$

da cui:

$$v_1 =$$

$$v_2 =$$

$$d_{sm1} =$$

$$d_{sm2} =$$

cui corrisponde un portata:  $\frac{\pi D_1^2}{4} d_{sm1} v_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} d_{sm2} v_2 =$

Il numero di Reynolds nei due tratti risulta:

$$Re = v_1 D_1 / \nu_c = \quad ; \quad Re = v_2 D_2 / \nu_c = \quad ,$$

che giustifica, (?), la scelta del tipo di moto, (laminare).

La soluzione di prima approssimazione, risulta radice dell'equazione:

$$\frac{1}{v_1} \left( \frac{1}{500 + \sqrt{250.000 - \frac{106,13}{v_1}}} - \frac{10}{500 + \sqrt{250.000 - \frac{1.061,33}{v_1}}} \right) =$$

$$= 8,914 v_1 - 0,00096 \left( \frac{1}{500 + \sqrt{250.000 - \frac{1.061,33}{v_1}}} + \frac{1000}{500 + \sqrt{250.000 - \frac{106,13}{v_1}}} \right)$$

**Moto turbolento.**

Applicando il modello di moto turbolento, ( $k_a = 0,04$ ), rimangono immutate le prime tre equazioni, mentre per il bilancio di circolazione si ottiene:

– equazione del moto:

$$\frac{10}{v_2 d_{sm2}} - \frac{1}{v_1 d_{sm1}} = 1,92 \cdot 10^{-2} v_1^2 + 0,192 v_2^2 - 2,04 \cdot 10^{-2} \frac{v_1}{d_{sm1}} - 2,04 \frac{v_2}{d_{sm2}}$$

da cui:  $v_1 =$

$v_2 =$

$d_{sm1} =$

$d_{sm2} =$

cui corrisponde un portata:  $\frac{\pi D_1^2}{4} d_{sm1} v_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} d_{sm2} v_2 =$

Il numero di Reynolds nei due tratti risulta:

$$Re = v_1 D_1 / \nu_c = \quad ; \quad Re = v_2 D_2 / \nu_c = \quad ,$$

che giustifica, (?), la scelta del tipo di moto, (turbolento).

\*\*\*\*\*