Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Marco Gentilini

Cenni sul transitorio dei gruppi di pompaggio.

Quaderni del Dipartimento

CENNI SUL TRANSITORIO DEI GRUPPI DI POMPAGGIO.

1 – GENERALITA'.

Qualora il regime di funzionamento di un circuito fluidodinamico venga perturbato anche solo per parzializzazione o chiusura di una valvola a valle del gruppo di pompaggio o per variazione di impedenza di un organo di intercettazione sulla linea, si verificano squilibri fra la prevalenza fornita dal gruppo di pompaggio e quella richiesta dal circuito con innesco di transitori di funzionamento con variazioni di portata e di altre grandezze. Tali variazioni possono anche risultare di tipo oscillatorio tendenti a nuove, (o alle precedenti), condizioni di regime o al contrario a divergere inducendo sollecitazioni dannose per le condotte, riscaldamento del fluido, malfunzionamento delle pompe, dissipazioni di energia e fino a compromettere l'integrità del gruppo con impossibilità di mantenere attivo il sistema.

2 – ANALISI DEL FENOMENO.

Il bilancio energetico in condizioni di transitorio risulta:

$$d_s Q\,(H - H_c) = dE_c/dt,$$

con: d_s densità del fluido;

Q portata volumetrica del fluido;

H prevalenza del gruppo di pompaggio;

H_c impedenza del circuito;

$$E_c = \sum_{i=1}^{n} d_s \frac{\pi D_i^2}{4} L_i \frac{c_i^2}{2} = d_s Q^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{2L_i}{\pi D_i^2}$$

energia cinetica totale di un fluido di densità d_s circolante con portata Q in una condotta composta da n tratti di lunghezza L_i e diametro D_i.

Si ottiene quindi: $d_s Q(H - H_c) = \dfrac{dE_c}{dt} = d_s Q \dfrac{dQ}{dt} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{4L_i}{\pi D_i^2} = b d_s Q \dfrac{dQ}{dt}$,

con: $b = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{4L_i}{\pi D_i^2}$,

costante dipendente solo dalle caratteristiche costruttive del circuito.
L'equazione generale di bilancio in transitorio, diviene quindi:

$\mathbf{H - H_c = b\ dQ/dt}$, ovvero: $\mathbf{H - g(z_b - z_a) - (p_b - p_a)/d_s - KQ^2 = b\ dQ/dt}$, mentre in caso di circuito chiuso, si ha: $\mathbf{H - KQ^2 = b\ dQ/dt}$, con: $\mathbf{z_b}$, $\mathbf{z_a}$, $\mathbf{p_b}$, $\mathbf{p_a}$, quote e pressioni delle sezioni estreme del circuito, (**a** e **b**), e:

$$K = \frac{8}{\pi^2}\left(\frac{1}{D_b^4} - \frac{1}{D_a^4}\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{8}{\pi^2 D_i^4}\sum_{j=1}^{m_i} k_{cij}\right) + \sum_{i=1}^{n}\frac{8 k_a L_i}{\pi^2 D_i^5},$$

costante comprensiva dei termini proporzionali al quadrato della portata, (perdite di carico distribuite e concentrate, termine cinetico della portata), dipendente solo dalle caratteristiche costruttive del circuito.

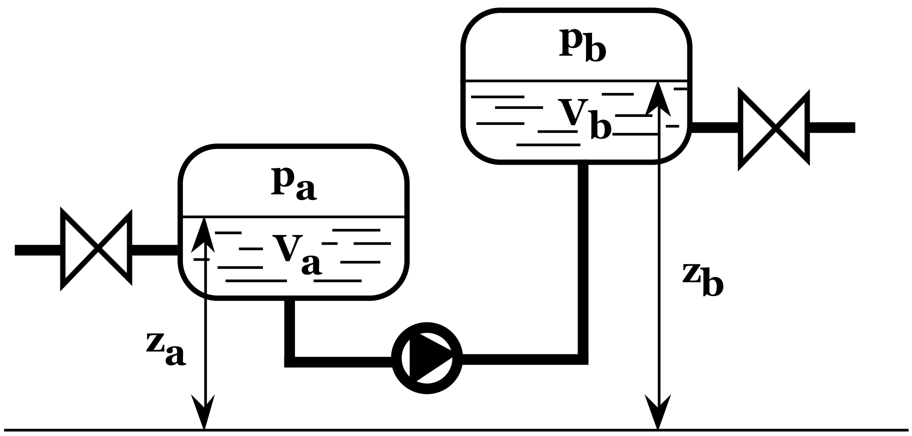

Fig .1

Qualora le quote delle sezioni **a** e **b** possano variare durante il transitorio come nel caso di un circuito composto da due serbatoi collegati da una tubazione, (**Fig. 1**), indicando con $\mathbf{Q_o}$ la portata di regime, $\mathbf{V_a}$ e $\mathbf{V_b}$ i volumi di liquido contenuti nei serbatoi e con $\mathbf{S_a}$ e $\mathbf{S_b}$ le corrispondenti sezioni orizzontali, si ottiene:

$$Q(t) - Q_o = -\, dV_a/dt = dV_b/dt = -\, S_a dz_a/dt = S_b dz_b/dt$$

e quindi: $V_a = V_{ao} - \int_o^t [Q(t) - Q_o]dt$; $V_b = V_{bo} + \int_o^t [Q(t) - Q_o]dt$;

$z_a = z_{ao} - 1/S_a \int_o^t [Q(t) - Q_o]dt$; $z_b = z_{bo} + 1/S_b \int_o^t [Q(t) - Q_o]dt$, con: V_{ao}, V_{bo}, z_{ao}, z_{bo}, volumi di fluido contenuto nei serbatoi e quote dei peli liberi dei serbatoi all'istante iniziale, $(t = 0)$. Risulta, pertanto:

$$(z_b - z_a) = (1/S_b + 1/S_a)\int_o^t [Q(t) - Q_o]dt + (z_{bo} - z_{ao}).$$

Qualora la pressione delle sezioni **a** e **b** possa variare durante il transitorio come nel caso di un circuito di collegamento di due serbatoi chiusi, (**Fig. 1**), indicando con V_{ta} e V_{tb} i volumi totali dei serbatoi e con p_{ao} e p_{bo} le pressioni presenti nei serbatoi all'istante iniziale, $(t = 0)$, supponendo che la trasformazione del gas che sovrasta il liquido sia isoterma, si ha:

$p_a(V_{ta} - V_a) = p_{ao}(V_{ta} - V_{ao})$; $p_b(V_{tb} - V_b) = p_{bo}(V_{tb} - V_{bo})$, da cui:

$$p_a = p_{ao}\frac{V_{ta} - V_{ao}}{V_{ta} - V_a} = p_{ao}\frac{V_{ta} - V_{ao}}{V_{ta} - \left(V_{ao} - \int_o^t [Q(t) - Q_o]dt\right)} =$$

$$= \frac{p_{ao}}{1 + \dfrac{\int_o^t [Q(t) - Q_o]dt}{V_{ta} - V_{ao}}};$$

$$p_b = p_{bo}\frac{V_{tb} - V_{bo}}{V_{tb} - V_b} = p_{bo}\frac{V_{tb} - V_{bo}}{V_{tb} - \left(V_{bo} + \int_o^t [Q(t) - Q_o]dt\right)} =$$

$$= \frac{p_{bo}}{1 - \dfrac{\int_o^t [Q(t) - Q_o]dt}{V_{tb} - V_{bo}}}.$$

Nota, pertanto, la funzione $H = H(Q)$, l'equazione di bilancio:

$$H(Q) - g(z_b - z_a) - (p_b - p_a)/d_s - KQ^2 = b\, dQ/dt \text{ , ovvero:}$$

$$H(Q) - g\left(\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}\right)\int_o^t [Q(t) - Q_o]dt + g(z_{bo} - z_{ao}) +$$

$$+ \frac{1}{d_s}\left[\frac{p_b}{1 - \dfrac{\int_o^t [Q(t) - Q_o]dt}{V_{tb} - V_{bo}}} - \frac{p_a}{1 + \dfrac{\int_o^t [Q(t) - Q_o]dt}{V_{ta} - V_{ao}}}\right] - KQ^2(t) = b\frac{dQ(t)}{dt}$$

risulta definita e la sua soluzione: $Q = Q(t)$, descrive il completo comportamento in transitorio del circuito.

3 – STABILITA' DI FUNZIONAMENTO.

Dalle condizioni di regime in cui si ha, (**Fig. 2**):

$$Q = Q_o; \quad H = H_c = H_o = H_{co},$$

una perturbazione di portata, **DQ**, modifica il valore delle funzioni:

$$H = H(Q); \quad H_c = H(Q).$$

Se la perturbazione è sufficientemente limitata da permettere lo sviluppo in serie troncato al primo termine delle funzioni da essa dipendenti, risulta: $H = H_o + (dH/dQ)_o DQ$; $H_c = H_{co} + (dH_c/dQ)_o DQ$, con: $(H - H_c) = b\, dQ/dt$.

Essendo: $dH/dQ < 0$, $dH_c/dQ > 0$ e $H_o = H_{co}$, si ottiene, quindi:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{DQ}{b}\left(\left|\frac{dH}{dQ}\right| + \left|\frac{dH_c}{dQ}\right|\right).$$

Il punto di funzionamento risulta, quindi, stabile in quanto il sistema reagisce con effetto contrario alla perturbazione che lo ha provocato, ($dQ/dt < 0$, per $DQ > 0$; $dQ/dt > 0$, per $DQ < 0$), con ripristino delle condizioni di regime.

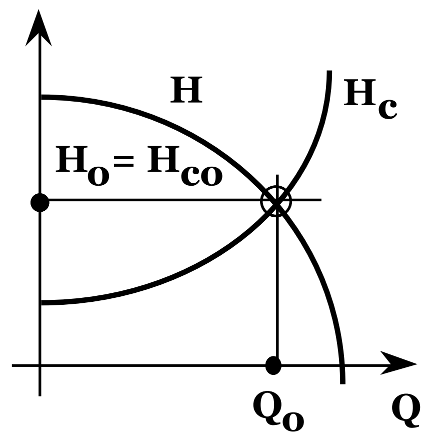

Fig. 2

Dalla relazione generale: $dQ/dt = - DQ/b\,(dH_c/dQ - dH/dQ)$, si ottiene infine la condizione di stabilità del punto di funzionamento per curve di qualunque tipo: $dH_c/dQ > dH/dQ$.

4 – FENOMENO DEL POMPAGGIO.

Il ciclo di pompaggio risulta un particolare caso di instabilità che si innesca in circuiti composti da due serbatoi aperti all'atmosfera, posti a quote diverse e collegati da una tubazione alla chiusura, (o più in generale per variazione di impedenza), di un organo di intercettazione posto sulla tubazione di collegamento, (**Fig. 3**).

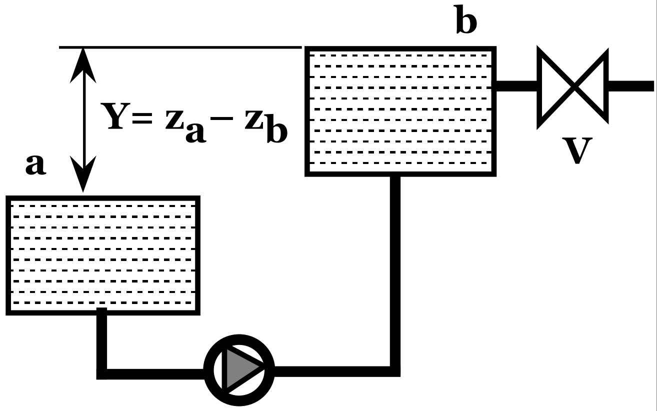

Fig. 3

Indicando con: $\mathbf{Y = z_b - z_a}$ la differenza di quota dei peli liberi dei due serbatoi e con **R** le perdite fluidodinamiche, risulta, [$\mathbf{p_a = p_b}$ ed essendo trascurabile la variazione di energia cinetica:
$\mathbf{1/2(c_b^2 - c_a^2)}$]: $\mathbf{H_c = Y + R}$.
A regime si ha, pertanto: $\mathbf{H_c - H_{co} = H_o - Y_o - R_o}$, mentre in transitorio vale la relazione: $\mathbf{H - H_c = H - Y - R = b\ dQ/dt}$.
Alla chiusura della valvola, (**V**), si ha: $\mathbf{Y > Y_o}$ e quindi: $\mathbf{H - Y - R < 0}$, da cui: $\mathbf{dQ/dt < 0}$.
In tali condizioni l'equazione di bilancio in transitorio risulta, (**Fig. 4**): $\mathbf{H + b|dQ/dt| = Y + R}$, ovvero alla prevalenza statica, (**H**), si somma il termine dinamico di diminuzione di energia cinetica, ($\mathbf{b|dQ/dt|}$), a bilanciare il salto di quota **Y** e le perdite **R** e il punto di funzionamento si sposta lungo la curva, (dinamica), **P–1**, rimanendo crescente il termine **Y** e quindi negativa la variazione di portata, ($\mathbf{dQ/dt < 0}$).
Nel punto **1**, la portata si annulla e poichè in tali condizioni il salto di quota **Y**, (che risulta pari al segmento **1–0** essendo nulle le perdite), risulta maggiore della prevalenza della pompa a portata nulla, (**H***), la porta diviene centripeta, ($\mathbf{Q < 0}$).
In tali condizioni risulta: $\mathbf{Y = H + R + b|dQ/dt|}$, ovvero la differenza di quota deve bilanciare la prevalenza della pompa, le perdite fluidodinamiche e l'aumento di energia cinetica del fluido.

Essendo **$Q < 0$**, il salto di quota **Y** diminuisce progressivamente, mentre la prevalenza della pompa, (**H**), e le perdite fluidodinamiche, (**R**), risultano crescenti. Si giunge, pertanto, alla condizione, (punto **2**):

$Y = H + R$, e quindi con: **$dQ/dt = 0$**.

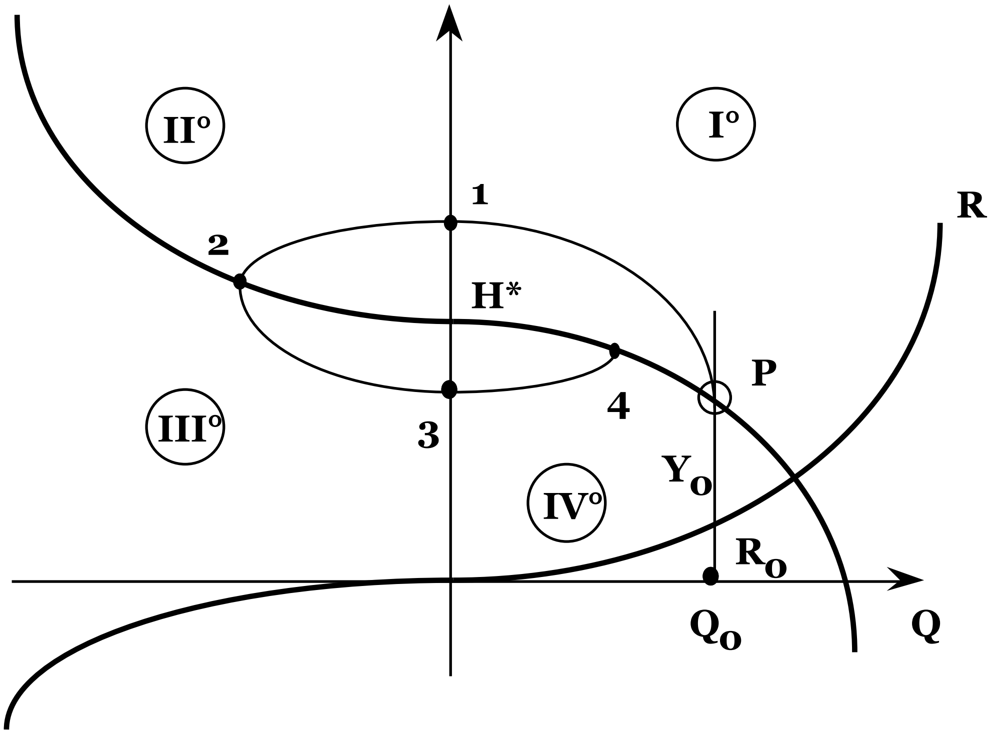

Fig. 4

Poichè, tuttavia, il salto di quota **Y** continua a diminuire, (**$Q < 0$**), e l'equazione dinamica è: **$Y = H + R - b\ dQ/dt$**, deve risultare **$dQ/dt > 0$**, e quindi **$Y = H + R - b|dQ/dt|$**, ovvero il termine dinamico di diminuzione di energia cinetica, (**$b|dQ/dt|$**), si somma alla differenza di quota a bilanciare la prevalenza della pompa, (**H**), e le perdite fluidodinamiche, (**R**), con curva di prevalenza dinamica, (**$H - b|dQ/dt|$**), che risulta minore, (tratto **2–3**), della curva di prevalenza statica, (**H**).

Nel punto **3** la portata torna ad annullarsi e poichè la prevalenza **H^*** risulta maggiore della differenza di quota **Y**, (che risulta pari al segmento **3–0** essendo nulle le perdite), e la portata diviene centrifuga, (**$Q > 0$**), con: **$dQ/dt > 0$**.

L'equazione dinamica risulta, pertanto: **$H = Y + R + b|dQ/dt|$**, ovvero la prevalenza della pompa bilancia il salto di quota, le perdite fluidodinamiche e l'aumento di energia cinetica del fluido.

Risultando crescenti il salto di quota, (**Q > 0**), e le perdite, (**dQ/dt > 0**), e decrescente la prevalenza della pompa all'aumentare della portata, si giunge, (punto 4), alla condizione **H = Y + R**, con, quindi: **dQ/dt = 0**.
Da questo punto il fenomeno tende a ripetersi con oscillazioni delle quote di pelo libero dei serbatoi stabili o tendenti a smorzarsi nel punto, **(H* , 0)**, a meno di fenomeni di risonanza.
Per la valutazione quantitativa del fenomeno, si ha:

$$Y = z_b - z_a = (1/S_b + 1/S_a)\int_o^t Q(t)dt + (z_{bo} - z_{ao}),$$

e tenuto conto che le perdite vanno computate a diverso membro a seconda che la portata sia positiva o negativa: $R = KQ|Q|$, da cui :

$$H - g(1/S_b + 1/S_a)\int_o^t Q(t)dt + g(z_{bo} - z_{ao}) - KQ|Q| = b\, dQ/dt.$$

In assenza di gruppi di pompaggio e con perdite trascurabili, si ha: **H(Q) = R(Q) = 0**, derivando la relazione si ottiene, quindi:

$$Q(t) + \frac{b}{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}} \frac{d^2Q(t)}{dt^2} = 0,$$ ed essendo: $$Q(t) = \frac{1}{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}} \frac{dY(t)}{dt},$$

$$Y(t) + \frac{b}{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}} \frac{d^2Y(t)}{dt^2} = 0.$$

Il moto risulta, quindi, armonico con le funzioni: **Q(t)** e **Y(t)**, che assumono un andamento sinusoidale di pulsazione:

$$w_t = \sqrt{\frac{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}}{b}}:$$

$$Q(t) = Q_o \cos w_t\, t = (Y_o/w_t) \sin w_t\, t;$$

$$Y(t) \quad = Y_o \cos w_t\, t = (Q_o/w_t) \sin w_t\, t + Y_o.$$

La frequenza di pompaggio propria del circuito vale, pertanto: $w_t/2\pi$, che risulta, quindi, la frequenza di risonanza per oscillazioni indotte da fenomeni di pompaggio o da macchine operatrici di tipo pulsante.
Il fenomeno del pompaggio, (che può verificarsi non solo alla chiusura, ma anche per variazione di impedenza di un organo di intercettazione sulla linea che collega i serbatoi), induce sollecitazioni dannose per le condotte, riscaldamento del fluido, malfunzionamento del gruppo di pompaggio e dissipazione di energia. Pertanto, nei casi in cui sia prevedibile, viene impedito con l'inserzione di una valvola di non ritorno a valle della pompa.

****