Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Marco Gentilini

Vita economica dei sistemi impiantistici.

Quaderni del Dipartimento

MARCO GENTILINI

VITA ECONOMICA DEI SISTEMI IMPIANTISTICI.

1 – DETERMINAZIONE DEL PERIOCO ECONOMICO DEI SISTEMI.

A utili e costi di esercizio e gestione variabili nel tempo solo per effetto dell'interesse capitale e dei caratteristici indici di variazione prezzi, il valore attuale netto, (**VAN**), di un investimento impiantistico in funzione della vita del sistema: **VAN = VAN(n)**, mostra un andamento monotono crescente da un valore negativo pari al costo impianto, (I_o), per vita nulla, (non vi sono ancora nè utili nè oneri di esercizio): $VAN(0) = - I_o$, a un valore asintotico, (positivo per investimenti utili), per **n** tendente a infinito, azzerandosi per quel valore corretamente definito come tempo di ritorno attualizzato: $n = TR_a$, [$VAN(TR_a) = 0$], e pertanto la vita economica di un sistema è la massima tecnica o tecnologica possibile, (n_o).

Tuttavia qualora la potenza produttiva tenda a calare per diminuzione di efficienza del sistema e i costi di esercizio e manutenzione tendano a crescere con l'invecchiamento del sistema stesso, la funzione **VAN(n)**, può presentare un massimo, oltre il quale decresce tendendo a un nuovo valore asintotico che a seconda dell'entità della diminuzione di efficienza e dell'aumento dei costi di esercizio e manutenzione, può essere anche negativo con, quindi, un secondo zero della funzione, ovvero mantenersi costantemente negativa.

Se il massimo della funzione risulta all'interno dell'intervallo in cui si ha: $VAN(n) > 0$, può, cioè, esistere un periodo di utilizzo economico che massimizza il **VAN** dell'investimento, ovvero una vita economica del sistema eventualmente inferiore alla vita tecnica del sistema stesso.

Suddividendo il **CFN** in un utile complessivo globale, (**U**), e un onere complessivo globale, (**C**), e indicando con h_u, h_c, gli indici medi globali di variazione prezzi e costi relativi rispettivamente agli utili e agli oneri nel loro complesso, si ha:

$$U_j = U_o(1 + h_u)^j; \; C_j = C_o(1 + h_c)^j,$$

con U_o, C_o, utile e costo di esercizio iniziali globali a periodo rateale del sistema, da cui: $VAN = U_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 + h_u)^j}{(1 + i)^j} - C_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 + h_c)^j}{(1 + i)^j} - I_o$.

Ipotizzando una diminuzione di efficienza produttiva e un aumento dei costi di esercizio e manutenzione nel tempo, (compresi negli oneri globali in quanto non più proporzionali al costo impianto e crescenti solo secondo gli indici di aumento prezzi nel tempo), la conseguente diminuzione degli utili e aumento dei costi di esercizio, complessivi, possono esprimersi con leggi esponenziali nella forma:

$$\mathbf{U_j = U_o(1 - b_u)^j(1 + h_u)^j; \quad C_j = C_o(1 + b_c)^j(1 + h_c)^j},$$

ove i coefficienti $\mathbf{b_u}$ e $\mathbf{b_c}$ possono essere calcolati imponendo che al termine del periodo di funzionamento dell'impianto gli utili e i costi siano diminuiti/aumentati, (in valore attuale), rispettivamente dei fattori: $\mathbf{f_u < 1}$ e $\mathbf{f_c > 1}$: $\mathbf{(1 - b_u)^n = f_u}$; $\mathbf{(1 + b_c)^n = f_c}$,

da cui: $\mathbf{b_u = 1 - \sqrt[n]{f_u}}$; $\mathbf{b_c = \sqrt[n]{f_c} - 1}$.

Si ottiene, quindi:

$$\mathbf{VAN(n) = U_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 - b_u)^j (1 + h_u)^j}{(1 + i)^j} - C_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 + b_c)^j (1 + h_c)^j}{(1 + i)^j} - I_o =}$$

$$\mathbf{= U_o \frac{1}{1 - \dfrac{(1 + i)}{(1 - b_u)(1 + h_u)}} \left\{ \left[\frac{(1 - b_u)(1 + h_u)}{(1 + i)} \right]^n - 1 \right\} -}$$

$$\mathbf{- C_o \frac{1}{1 - \dfrac{(1 + i)}{(1 + b_c)(1 + h_c)}} \left\{ \left[\frac{(1 + b_c)(1 + h_c)}{(1 + i)} \right]^n - 1 \right\} - I_o.}$$

La funzione **VAN = VAN(n)**, continua evidentemente, a crescere con la vita del sistema, finchè i successivi contributi:

$$\mathbf{U_o[(1 - b_u)(1 + h_u)]^j - C_o[(1 + b_c)(1 + h_c)]^j},$$

mantengono segno positivo, ovvero per: $\mathbf{j < \dfrac{\ln \dfrac{U_o}{C_o}}{\ln \dfrac{(1 + b_c)(1 + h_c)}{(1 - b_u)(1 + h_u)}}}$, (in caso di uguaglianza il contributo è nullo e il periodo è influente).

La vita economica del sistema, ($\mathbf{n_{ec}}$), risulta quindi il numero di periodi rateali pari al l'intero per difetto del valore.

Evidentemente, qualora l'aumento netto degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $\mathbf{(1 + h_u)(1 - b_u) \geq (1 + h_c)(1 + b_c)}$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).

Affinchè la condizione sia di massimo utile e non di minima perdita deve comunque risultare: $\mathbf{VAN(n_{ec}) > 0}$, e poichè si ha: $\mathbf{VAN(n) < 0}$, per: $\mathbf{n < TR_a}$, la vita economica del sistema deve essere maggiore del tempo di ritorno attualizzato, ($\mathbf{n_{ec} > TR_a}$), che tende ad aumentare in presenza di diminuzione di efficienza e di aumento dei costi di esercizio

e manutenzione del sistema, fino eventualmente a superare la vita tecnica o tecnologica del sistema stesso.
Il tali condizioni il tempo di ritorno attualizzato del sistema, risultando radice dell'equazione: $\mathbf{VAN(TR_a) = 0}$, si ottiene dalla relazione:

$$U_o \frac{1}{\dfrac{(1+i)}{(1-b_u)(1+h_u)} - 1}\left\{1 - \left[\frac{(1-b_u)(1+h_u)}{(1+i)}\right]^{TR_a}\right\} -$$

$$-C_o \frac{1}{\dfrac{(1+i)}{(1+b_c)(1+h_c)} - 1}\left\{1 - \left[\frac{(1+b_c)(1+h_c)}{(1+i)}\right]^{TR_a}\right\} - I_o = 0.$$

I valori limite per gli indici $\mathbf{b_u}$ e $\mathbf{b_c}$, affinchè possa ottenersi $\mathbf{VAN > 0}$, risultano dalla relazione: $\lim_{TR_a \to oo} VAN(TR_a) =$

$$= U_o \frac{(1-b_u)(1+h_u)}{(1+i)-(1-b_u)(1+h_u)} - C_o \frac{(1+b_c)(1+h_c)}{(1+i)-(1+b_c)(1+h_c)} - I_o = 0$$

da cui i corrispondenti valori limite per i parametri: $\mathbf{f_u}$ e $\mathbf{f_c}$, mentre affinchè possa ottenersi una vita realmente economica: $\mathbf{VAN(n_{ec}) > 0}$, deve risultare: $\mathbf{n_{ec} \geq TR_a(b_u, b_c)}$, che assume significato fisico qualora sia inferiore alla vita tecnica del sistema.
La condizione di esistenza di una vita economica dei sistemi potrebbe verificarsi anche in assenza dei termini: $\mathbf{b_u}$ e $\mathbf{b_c}$, qualora essendo: $\mathbf{h_u < h_c}$, si giunga alla condizione: $\mathbf{U_o(1 + h_u)^n - C_o(1 + h_c)^n < 0}$, con quindi vita economica pari all'intero per difetto del valore: $\dfrac{\ln \dfrac{U_o}{C_o}}{\ln \dfrac{1+h_c}{1+h_u}}$.

Qualora l'aumento degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $\mathbf{(1 + h_u) \geq (1 + h_c)}$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).
I valori limite per i parametri: $\mathbf{h_u}$ e $\mathbf{h_c}$, si ottengono parimenti dalla condizione: $\lim_{TR_a \to oo} VAN(TR_a) = U_o \dfrac{1+h_u}{i-h_u} - C_o \dfrac{1+h_c}{i-h_c} - I_o = 0.$

Assumendo un modello di ammortamento continuo riferendo i parametri all'unità di tempo, si ha:

$$\mathbf{VAN} = U_o\int_o^t e^{-b_u t}\, e^{h_u t}\, e^{-it}dt - C_o\int_o^t e^{b_c t}\, e^{h_c t}\, e^{-it}dt - I_o =$$

$$= U_o\int_o^t e^{(-b_u+h_u-i)t}dt - C_o\int_o^t e^{(b_c+h_c-i)t}dt - I_o.$$

Posto: **VAN(n)/dn = 0**, si ottiene:

$$\frac{dVAN(t)}{dt} = U_o e^{(-b_u+h_u-i)t} - C_o e^{(b_c+h_c-i)t} = 0,$$

da cui il tempo economico di funzionamento del sistema, (t_{ec}):

$$t_{ec} = \frac{\ln\frac{U_o}{C_o}}{(h_c + b_c) - (h_u - b_u)},$$

che coincide con la radice della relazione: $U_n = C_n$, ovvero:

$$U_o e^{(-b_u+h_u)t} = C_o e^{(b_c+h_c)t}.$$

Ancora qualora l'aumento netto degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $h_u - b_u \geq h_c + b_c$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).

Il tempo di ritorno attualizzato, (**TRa**), come radice della relazione: **VAN(t) = 0**,, si ottiene ponendo:

$$VAN(t) = \frac{U_o}{i + b_u - h_u}\left[1 - e^{-(i+b_u-h_u)t}\right] -$$
$$- \frac{C_o}{i - b_c - h_c}\left[1 - e^{-(i-b_c-h_c)t}\right] - I_o = 0,$$

da cui il valore limite per i parametri b_u e b_c, dalla condizione:

$$\lim_{TR_a \to oo} VAN(TR_a) = \frac{U_o}{i + b_u - h_u} - \frac{C_o}{i - b_c - h_c} - I_o = 0.$$

Anche in assenza dei termini: b_u e b_c, in caso sia: $h_u < h_c$, verificandosi la condizione: $U_o e^{h_u t} - C_o e^{h_c t} < 0$ risulta un tempo economico di funzionamento del sistema, (t_{ec}): $t_{ec} = \dfrac{\ln\frac{U_o}{C_o}}{h_c - h_u}$, che coincide con la radice della relazione: **U(t) = C(t)**, ovvero:

$$U_o e^{h_u t} = C_o e^{h_c t}.$$

In tal caso il tempo di ritorno risulta la radice della relazione:

$$VAN(TRa) = \frac{U_o}{i - h_u}\left[1 - e^{-(i-h_u)t}\right] - \frac{C_o}{i - h_c}\left[1 - e^{-(i-h_c)t}\right] - I_o = 0$$

da cui i valori limite per i parametri: $\mathbf{h_u}$ e $\mathbf{h_c}$, dalla condizione:

$$\lim_{TR_a \to \infty} VAN(TR_a) = \frac{U_o}{i - h_u} - \frac{C_o}{i - h_c} - I_o = 0.$$

Parimenti qualora l'aumento degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $\mathbf{h_u \geq h_c}$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).

Dal punto di vista finanziario, il modello continuo, rispetto al modello discreto, riduce il periodo medio di risarcimento debito, risultando quindi consevativo, da cui una riduzione del tempo di ritorno e un aumento della vita economica del sistema.

Per valori tipici delle grandezze presenti e nelle ipotesi assunte, la vita economica risulta paragonabile se non addirittura maggiore della vita tecnica del sistema. E tuttavia qualora risulti: $\mathbf{h_u << h_c}$, o in presenza di sensibili diminuzioni di efficienza, ($\mathbf{b_u}$ crescente), e/o aumento di costi di esercizio e manutenzione, ($\mathbf{b_c}$ crescente), può verificarsi il caso che risulti economicamente conveniente interrompere il funzionamento del sistema prima della sua naturale scadenza, ($\mathbf{n_{ec} < n_o}$), e addirittura che per sufficienti valori della vita del sistema il **VAN** dell'investimento divenga negativo.

2 – ESEMPI DI APPLICAZIONE NUMERICA.

Si condideri un progetto di investimento previsto per una vita di **20** anni, che comporti un utile globale, ($\mathbf{U_o}$), crescente nel tempo al tasso: $\mathbf{h_u = 3{,}75\%}$, e un onere globale ($\mathbf{C_o}$), crescente nel tempo al tasso: $\mathbf{h_c = 3{,}25\%}$,

Supposto un tasso nominale di interesse: $\mathbf{i = 0{,}10\ anni^{-1}}$, un rapporto iniziale utili/oneri pari a: $\mathbf{U_o/C_o = 1{,}5}$, e un tempo di ritorno: $\mathbf{TR = I_o/(U_o - C_o) = 5}$ anni, si ottiene il tempo di ritorno attualizzato come radice dell'equazione:

$$VAN(n) = U_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 + h_u)^j}{(1 + i)^j} - C_o \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 + h_c)^j}{(1 + i)^j} - I_o =$$

$$= \frac{U_o}{1 - \dfrac{1+i}{1+h_u}} \left[\left(\frac{1+h_u}{1+i} \right)^n - 1 \right] - \frac{C_o}{1 - \dfrac{1+i}{1+h_c}} \left[\left(\frac{1+h_c}{1+i} \right)^n - 1 \right] - I_o = 0,$$

da cui: **TR $_a$ = 5,9155** anni.

Nel caso di diminuzione di efficienza produttiva, (b_u), e aumento dei costi di esercizio e manutenzione, (b_c), nel tempo, posto:

$f_u = 0{,}8$; e $f_c = 1{,}2$, in **20** anni, si ottiene: $b_c = 0{,}92$ %. $b_u = 1{,}11$ %.

Il tempo di ritorno attualizzato, (TR_a), radice dell'equazione:

$$U_o \frac{1}{\frac{(1+i)}{(1-b_u)(1+h_u)}-1}\left\{1-\left[\frac{(1-b_u)(1+h_u)}{(1+i)}\right]^{TR_a}\right\}-$$

$$-C_o \frac{1}{\frac{(1+i)}{(1+b_c)(1+h_c)}-1}\left\{1-\left[\frac{(1+b_c)(1+h_c)}{(1+i)}\right]^{TR_a}\right\}-I_o=0,$$

aumenta al valore: **TRa = 7,6539** anni, mentre la vita economica del sistema, (n_{ec}), pari all'intero per difetto del valore:

$$\frac{\ln\frac{U_o}{C_o}}{\ln\frac{(1+b_c)(1+h_c)}{(1-b_u)(1+h_u)}}$$, risulta: **26,1775** anni, ovvero superiore alla vita del sistema.

Il valore limite per gli indici b_u e b_c, radici dellla relazione:

$$\lim_{TR_a \to \infty} VAN(TR_a) =$$

$$= U_o \frac{(1-b_u)(1+h_u)}{(1+i)-(1-b_u)(1+h_u)} - C_o \frac{(1+b_c)(1+h_c)}{(1+i)-(1+b_c)(1+h_c)} - I_o = 0$$

non possono essere determinati se non come valore medio in un unico valore comune, (indice **b)**,

Risulta: **b = 1,06 %**, cui corrispondono indici f_u e f_c, dopo **20** anni, pari a: $f_u = 0{,}8080$ %; $f_c = 1{,}2348$, per cui è sufficiente un decremento di efficienza e un aumento di costi di esercizio di poco superiore all'**1%** all'anno per rendere costantemente negativo il **VAN**.

In assenza dei termini: b_u e b_c, essendo: $h_u > h_c$, il **VAN** non presenta estremanti.

Utilizzando un modello di calcolo continuo, il tempo di ritorno attualizzato, dalla relazione:

$$\mathbf{VAN(t)} = \frac{U_o}{i + b_u - h_u}\left[1 - e^{-(i+b_u-h_u)t}\right] - \frac{C_o}{i - b_c - h_c}\left[1 - e^{-(i-b_c-h_c)t}\right] - I_o = 0,$$

risulta pari a: **TRa = 7,1864** anni, mentre la vita economica del sistema: $t_{ec} = \dfrac{\ln \dfrac{U_o}{C_o}}{(h_c + b_c) - (h_u - b_u)}$, risulta: t_{ec} **= 26,5** anni, ovvero superiore alla vita del sistema.

In assenza dei termini: b_u e b_c, essendo comunque: $h_u > h_c$, il **VAN** non presenta estremanti.

****