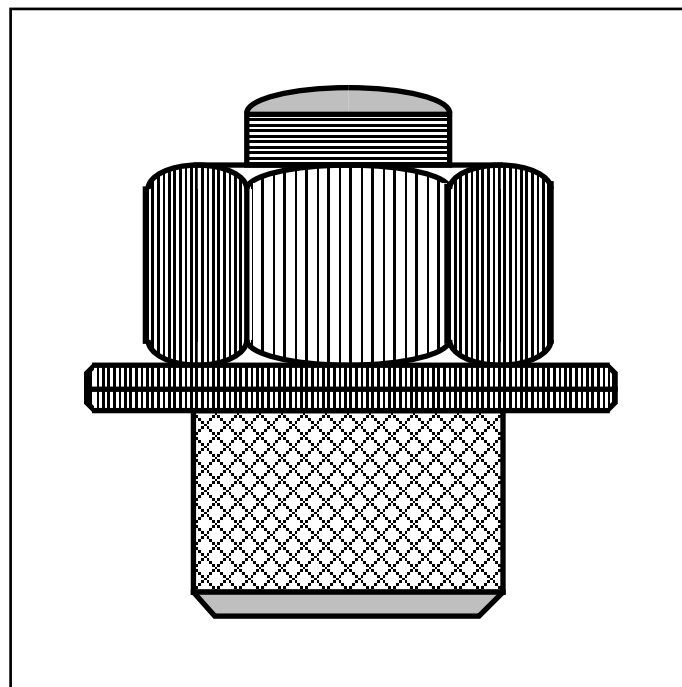
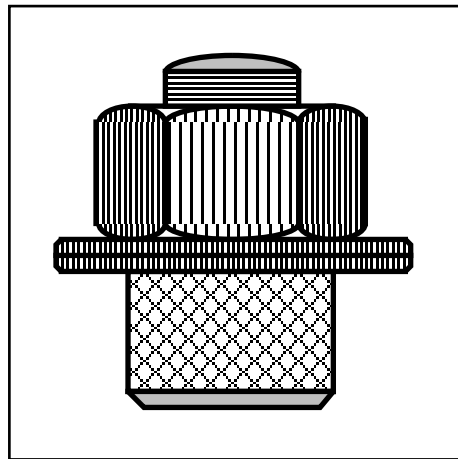


MARCO GENTILINI

IMPIANTI MECCANICI





INDICE

Premessa.

PARTE PRIMA – FONDAMENTI DI IMPIANTISTICA MECCANICA

CAP.I°1 – ANALISI DEGLI IMPIANTI

- § I°.1.1 – Definizione degli impianti.**
- § I°.1.2 – La progettazione degli impianti.**
- § I°.1.3 – Unità di misura.**

CAP.I°.2 – ELEMENTI DI ECONOMIA E ANALISI DEGLI INVESTIMENTI

- § I°.2.1 – Valutazione economica degli investimenti.**
- § I°.2.2 – Costo di un impianto.**
- § I°.2.3 – Il costo capitale.**
- § I°.2.4 – Modello discreto. Piano di ammortamento.**
- § I°.2.5 – Il costo di esercizio. Bilancio a periodo rateale.**
- § I°.2.6 – Metodo del valore attuale netto.**
- § I°.2.7 – Redditività di un investimento.**
- § I°.2.8 – Investimenti a diverso periodo di ammortamento.**
- § I°.2.9 – Valutazione del flusso di cassa.**
- § I°.2.10 – Metodo del tasso di rendimento interno.**
- § I°.2.11 – Potenza produttiva economica.**
- § I°.2.12 – Tempo di recupero.**
- § I°.2.13 – Costo e prezzo di un bene o servizio prodotto.**
- § I°.2.14 – Ritorno dell'investimento.**
- § I°.2.15 – Il tasso di ammortamento effettivo.**
- § I°.2.16 – L'equazione di economia.**
- § I°.2.17 – L'equazione di ottimizzazione economica.**
- § I°.2.18 – Analisi economica delle soluzioni impiantistiche.**
- § I°.2.19 – Limite di convenienza alla sostituzione di impianto.**
- § I°.2.20 – Frazionamento economico della potenzialità dei sistemi.**
- § I°.2.21 – Vita economica dei sistemi.**
- § I°.2.22 – Il modello continuo.**

CAP.I° 3 – LEGGI DI SCAMBIO ENERGETICO.

- § I° 3.1 – Equazioni energetiche.**
- § I° 3.2 – Equazioni energetiche per fluidi incomprimibili.**
- § I° 3.3 – Equazioni energetiche per fluidi comprimibili.**
- § I° 3.4 – Trasmissione del calore.**
- § I° 3.5 – Resistenze termiche.**
- § I° 3.6 – Irraggiamento.**
- § I° 3.7 – Dimensioni critiche degli isolanti.**
- § I° 3.8 – Isolanti termici.**

CAP.I° 4 – APPARECCHIATURE PER LO SCAMBIO DI ENERGIA MECCANICA

- § I° 4.1 – Apparecchiature di scambio di energia meccanica.**
- § I° 4.2 – Macchine operatrici per fluidi incomprimibili.**
- § I° 4.3 – Analisi delle curve caratteristiche.**
- § I° 4.4 – Funzionamento regolare.**
- § I° 4.5 – Funzionamento anomalo. Portata centripeta.**
- § I° 4.6 – Funzionamento anomalo. Rotazione invertita.**
- § I° 4.7 – Accoppiamenti di pompe.**
- § I° 4.8 – Indice di cavitazione.**
- § I° 4.9 – Curva caratteristica del circuito.**
- § I° 4.10 – Il transitorio dei gruppi di pompaggio.**
- § I° 4.11 – Stabilità di funzionamento.**
- § I° 4.12 – Fenomeno del pompaggio.**
- § I° 4.13 – Pompe assiali.**
- § I° 4.14 – Macchine operatrici per fluidi comprimibili.**
- § I° 4.15 – Soffianti o ventilatori.**
- § I° 4.16 – Compressori.**
- § I° 4.17 – Curve caratteristiche dei circuiti.
Stabilità di funzionamento.**
- § I° 4.18 – Curve caratteristiche per macchine volumetriche.**

CAP.I° 5 – APPARECCHIATURE PER LO SCAMBIO DI ENERGIA TERMICA

- § I° 5.1 – Le apparecchiature di scambio di energia termica.**
- § I° 5.2 – Scambiatori di calore a miscela.**
- § I° 5.3 – Scambiatori di calore a superficie.**
- § I° 5.4 – Dimensionamento degli scambiatori di calore a superficie. Condensatori.**

- § I°.5.5 – Evaporatori .
- § I°.5.6 – Scambiatori equicorrente.
- § I°.5.7 – Scambiatori controcorrente
- § I°.5.8 – Prestazioni ed efficienza degli scambiatori di calore.
- § I°.5.9 – Ottimizzazione economica degli scambiatori di recupero.
- § I°.5.10 – Scambiatori a irraggiamento.
- § I°.5.11 – Economia di utilizzo di beni o servizi disponibili.

CAP.I°.6 – IL CIRCUITO TERMOFLUIDODINAMICO

- § I°.6.1 – Dimensionamento fluidodinamico delle condotte.
- § I°.6.2 – Fluidi incomprimibili.
- § I°.6.3 – Fluidi comprimibili.
- § I°.6.4 – Perdite di carico concentrate.
- § I°.6.5 – Tubazione aperta semplice e a più rami in parallelo.
- § I°.6.6 – Diametro economico di una tubazione.
- § I°.6.7 – Dimensionamento di reti fluidodinamiche aperte. Metodo del ramo principale.
- § I°.6.8 – Temperature di parete. Limitazioni termiche.
- § I°.6.9 – Dimensionamento economico dell'isolamento termico.
- § I°.6.10 – Variazioni termiche lungo le tubazioni.
- § I°.6.11 – Equilibrio termico e fluidodinamico di fluidi saturi.
- § I°.6.12 – Condotte percorse da vapore saturo.
- § I°.6.13 – Condotte percorse da liquido saturo.
- § I°.6.14 – Linee di trasmissione energetica.

PARTE SECONDA – SERVIZI GENERALI DI IMPIANTO

CAP.II°.1 – IL SERVIZIO ACQUA

- § II°.1.1 – Reti idriche a portata costante.
- § II°.1.2 – Reti idriche a portata variabile.
- § II°.1.3 – Serbatoio di compenso.
- § II°.1.4 – Il problema generale dell'accumulo.
- § II°.1.5 – Autoclave.
- § II°.1.6 – Recupero di energia di pressione da fluidi incomprimibili.
- § II°.1.7 – Isolamento termico di recipienti e serbatoi.
- § II°.1.8 – Utenze termiche intermittenti.

CAP.II°.2 – IL SERVIZIO ARIA COMPRESSA

- § II°.2.1 – Impianti ad aria compressa.**
- § II°.2.2 – Rendimento degli impianti ad aria compressa.**
- § II°.2.3 – Schemi di impianti ad aria compressa.**
- § II°.2.4 – Compressori d'aria.**
- § II°.2.5 – Gruppo di refrigerazione e drenaggio dell'aria.**
- § II°.2.6 – Serbatoio di accumulo.**
- § II°.2.7 – Rete di distribuzione.**
- § II°.2.8 – Collaudo delle reti.**
- § II°.2.9 – Recupero di energia di pressione da fluidi comprimibili.**
- § II°.2.10 – Motori ad aria compressa.**

CAP.II°.3 – IL SERVIZIO VAPORE

- § II°.3.1 – Impianti per la produzione e distribuzione di vapore**
- § II°.3.2 – Dimensionamento di un impianto a vapore.**
- § II°.3.3 – Impianti a vapore a più pressioni.**
- § II°.3.4 – Il transitorio degli impianti a vapore.**
- § II°.3.5 – Concentratori e distillatori.**
- § II°.3.6 – Efficienza di scambio termico nei concentratori e distillatori.**
- § II°.3.7 – Curve di pressione e temperatura in funzione della quota.**
- § II°.3.8 – Potenza termica reale.**
- § II°.3.9 – Ottimizzazione del sistema.**
- § II°.3.10 – Dimensionamento di un impianto di concentrazione o distillazione.**
- § II°.3.11 – Il condensatore barometrico.**
- § II°.3.12 – Impianti a termocompressione.**
- § II°.3.13 – Ottimizzazione economica degli impianti a termocompressione.**
- § II°.3.14 – Impianti di dissalazione di acqua marina.**

PARTE TERZA – IMPIANTI PER LA PRODUZIONE E TRATTAMENTO DI ENERGIA TERMICA, FRIGORIFERA, MECCANICA E DI COGENERAZIONE

CAP.III°.1 – IMPIANTI DI RISCALDAMENTO

- § III°.1.1 – **Gli impianti di riscaldamento.**
- § III°.1.2 – **Prestazioni dei fluidi termovettori.**
- § III°.1.3 – **Impianti ad aria calda.**
- § III°.1.4 – **Impianti ad acqua calda.**
Analisi economica dei sistemi di circolazione.
- § III°.1.5 – **Controllo della pressione negli impianti di riscaldamento.**
- § III°.1.6 – **Diagrammi di pressione negli impianti a circolazione forzata.**
- § III°.1.7 – **Il vaso di espansione**
- § III°.1.8 – **La regolazione degli impianti di riscaldamento.**
- § III°.1.9 – **Impianti ad acqua surriscaldata.**
- § III°.1.10 – **Impianti a fluidi organici.**
- § III°.1.11 – **Normative legali.**
- § III°.1.12 – **Isolamento termico legale ed economico.**
- § III°.1.13 – **Costo dell'energia termica.**
- § III°.1.14 – **Il transitorio negli impianti di riscaldamento.**
- § III°.1.15 – **Analisi di convenienza economica.**
- § III°.1.16 – **Ottimizzazione di funzionamento.**
- § III°.1.17 – **Interruzione parziale e separazione di utenze termiche da impianti di riscaldamento centralizzati**
- § III°.1.18 – **Impianti di essiccamento.**
- § III°.1.19 – **Dimensionamento degli essiccatoi.**
- § III°.1.20 – **Forni industriali.**

CAP.III°.2 – IMPIANTI FRIGORIFERI

- § III°.2.1 – **Gli impianti frigoriferi.**
- § III°.2.2 – **Atmosfera controllata.**
- § III°.2.3 – **Impianti frigoriferi a compressione.**
Schemi di funzionamento.
- § III°.2.4 – **Fluidi frigoriferi.**
- § III°.2.5 – **Impianti frigoriferi industriali.**
- § III°.2.6 – **Impianti frigoriferi a espansione secca.**
- § III°.2.7 – **Impianti frigoriferi con separatore di liquido.**
- § III°.2.8 – **Impianti frigoriferi ad assorbimento.**
- § III°.2.9 – **Effetto frigorifero degli impianti ad assorbimento.**
- § III°.2.10 – **Diagrammi termodinamici di stato delle soluzioni binarie.**
- § III°.2.11 – **Impianti ad assorbimento in soluzione acqua-ammoniaca.**
- § III°.2.12 – **Impianti ad assorbimento a due temperature di**

utilizzazione.

- § III°.2.13 – Effetto frigorifero in cicli bistadio.**
- § III°.2.14 – Impianti ad assorbimento a doppio stadio di generazione.**
- § III°.2.15 – Impianti ad assorbimento in soluzione acqua – bromuro di litio.**
- § III°.2.16 – La condensazione.**
- § III°.2.17 – Costo dell'energia frigorifera.**
- § III°.2.18 – Magazzini frigoriferi.**
- § III°.2.19 – Potenza frigorifera della cella.**
- § III°.2.20 – Potenza frigorifera della sala macchine.**

CAP.III°.3 – IMPIANTI DI CONDIZIONAMENTO.

- § III°.3.1 – Il condizionamento dell'aria.**
- § III°.3.2 – Aria atmosferica.**
- § III°.3.3 – Diagramma di stato dell'aria umida.**
- § III°.3.4 – Trasformazioni elementari dell'aria umida.**
- § III°.3.5 – Impianti di condizionamento dell'aria.**
- § III°.3.6 – Impianti misti di condizionamento, riscaldamento e refrigerazione.**
- § III°.3.7 – Recuperi energetici negli impianti di condizionamento.**

CAP.III°.4 – IMPIANTI A POMPA DI CALORE.

- § III°.4.1 – Pompe di calore a compressione.**
- § III°.4.2 – Cicli a pompa di calore.**
- § III°.4.3 – Generazione di energia termica con impianti a pompa di calore.**
- § III°.4.4 – Pompe di calore ad assorbimento.**
- § III°.4.5 – Rendimento energetico dei cicli termici.**

CAP.III°.5 – IMPIANTI DI POTENZA MECCANICA.

- § III°.5.1 – Cicli motori.**
- § III°.5.2 – Generazione di energia meccanica.**
- § III°.5.3 – Impianti motori a vapore. Ciclo termodinamico.**
- § III°.5.4 – Costo dell'energia elettrica prodotta.**
- § III°.5.5 – Impianti motori a gas.**
- § III°.5.6 – Costo dell'energia prodotta.**
- § III°.5.7 – Limite di convenienza economica al recupero.**

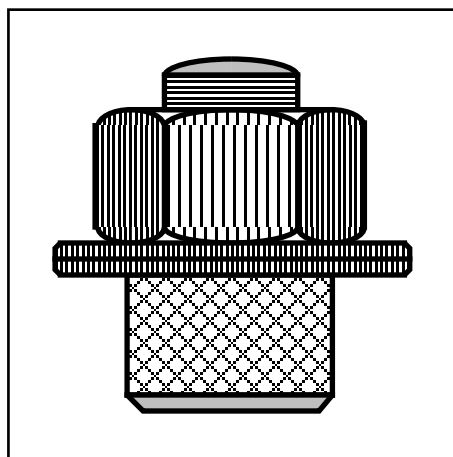
- § III°.5.8 – Impianti misti gas-vapore.
- § III°.5.9 – Prestazioni degli impianti misti gas-vapore.
- § III°.5.10 – Impianti misti per la copertura di carichi variabili.
Ripotenziamento delle centrali.

CAP.III°.6 – IMPIANTI DI COGENERAZIONE DI POTENZA MECCANICA E TERMICA.

- § III°.6.1 – La cogenerazione.
- § III°.6.2 – Exergia e energia.
- § III°.6.3 – Rendimento energetico.
- § III°.6.4 – Impianti di cogenerazione.
- § III°.6.5 – Dimensionamento degli impianti di cogenerazione a vapore.
- § III°.6.6 – Costo dell'energia elettrica autoprodotta.
- § III°.6.7 – Generazione isoentropica di calore.

CAP.III°.7 – IMPIANTI DI TRIGENERAZIONE.

- § III°.7.1 – Cogenerazione di potenza meccanica e frigorifera.
- § III°.7.2 – Impianti combinati per generazione di potenza elettrica termica e frigorifera.
- § III°.7.3 – Impianti frigoriferi bistadio misti.



PREMESSA

Ogni invenzione o applicazione tecnologica avviene inizialmente per intuizione e solo successivamente viene compresa e definita in un razionale sistema scientifico che ne rende possibile il progressivo perfezionamento.

Così la prima rivoluzione industriale del 17°, 18° e prima metà del 19° secolo, non fu il prodotto dell'applicazione sistematica di rigorosi principi scientifici, ma piuttosto dell'immaginazione e dell'inventiva, spesso dilettantesca, di artigiani e imprenditori di approssimativa preparazione teorica, mentre la scienza, coltivata da aristocratici e ricchi borghesi nelle accademie universitarie, era ancora lontana dalle applicazioni pratiche.

Solo alla fine del 19° secolo con l'avvio della seconda rivoluzione industriale, si iniziò ad applicare direttamente e sistematicamente le nuove scienze e tecnologie, all'alba dei loro stupefacenti progressi, nella produzione industriale e apparve una nuova figura professionale, precursore del moderno ingegnere, dotato di una approfondita istruzione fisico-matematica di tipo applicativo, orientata cioè, allo sviluppo di scienze e tecnologie di pratico utilizzo, ben lontana quindi da quella dello scienziato spinto alla pura ricerca del sapere e di conseguenza, dal punto di vista professionale, non alle dipendenze di università o istituti di ricerca, ma di clienti privati e aziende industriali.

Gli appartenenti a questa nuova professione acquisirono il titolo di **ingegnere**, termine che assunse un nuovo significato dalla precedente definizione di meccanici specializzati, macchinisti di locomotive a vapore e addirittura ufficiali di accademia e crearono nell'opinione collettiva l'immagine del moderno ingegnere come realizzatore del sogno illuminista e positivista, ovvero di un mondo retto dalla scienza che da strumento di pura speculazione diveniva in grado di piegare la natura ai fini umani risolvendone ogni problema, affrancando la società da ogni onere per un miglior tenore di vita e creando le condizioni per il raggiungimento di qualunque obiettivo sociale ed economico.

La sua formazione, basata sull'algoritmo ingegneristico, ovvero sulla metodologia relativa all'ipotesi di applicare la scienza alla risoluzione di problemi reali, si dimostrò una delle idee più rivoluzionarie e creative della storia umana che consentì in un secolo un progresso molto maggiore di quello avvenuto in tutta la precedente storia dell'umanità.

Attualmente tuttavia, la tecnologia in grado di assoggettare l'ambiente per il benessere di tutti, ha mostrato anche tutta la sua pericolosità e i suoi limiti, fino alla consapevolezza della sua capacità di fornire all'uomo armi di autodistruzione e di definitivo deterioramento dell'ambiente. Da parte dell'opinione pubblica si è quindi assistito a un mutato atteggiamento e a un crescente declino di fiducia nei confronti di questo strumento, che ha messo in crisi anche la sua personificazione, ovvero l'immagine dell'ingegnere, che da figura di conquistatore della natura per il benessere della società, si è addirittura trasformato nel responsabile del pericolo e del degrado tecnologico e ambientale e imputato di non essere più in grado di risolvere ogni problema eliminando gli aspetti dannosi della tecnologia stessa e/o inventandone di nuove e più valide, nonchè di non riuscire a ottenere l'impossibile contemporanea ottimizzazione di fattori in evidente contrasto fra loro.

Inoltre nell'attuale mondo produttivo e nell'intera società, gli ingegneri come operatori di essenziale formazione tecnica, da ruoli centrali in tutta la fase di industrializzazione, tendono a occupare posizioni subordinate a esperti di materie finanziarie e legali ritenuti di mentalità più aperta e idonea della rigida logica matematica, alla complessità del sistema sociale e talvolta di minore prestigio anche rispetto a figure ibride di tecnici amministrativi o gestionali, per cui l'originale figura dell'ingegnere, (e in particolare dell'ingegnere impiantista meccanico), e la formazione impartita nelle facoltà di ingegneria, è stata messa in discussione più in base cioè, al livello di carriera e di potere raggiungibile dagli ingegneri in campo industriale, sociale, intellettuale e persino politico, che al reale valore della cultura proposta.

Il ruolo dell'ingegnere è invece e comunque, quello di progettista e costruttore di apparecchiature, impianti, direttore di cantieri, di formazione fondamentale tecnica e di preparazione in campo economico relativa all'ottimizzazione dei costi di investimento ed esercizio di ogni sua realizzazione, come parte integrante del progetto. I suoi campi di intervento sono quindi quelli risolvibili con le tecniche scientifiche, mentre quelli incommensurabili che non possono, cioè, essere quantificati, tradotti e risolti in termini matematici, (psicologici, politici, legali, etici, culturali, organizzativi), o che risultano in conflitto fra di loro, (sicurezza, affidabilità, costi, prestazioni, riproducibilità, accettazione del mercato, concorrenza), non possono essere appannaggio solo degli ingegneri, ma richiedono l'apporto di specialisti di natura non tecnica, (finanziari, esperti di ricerche di mercato, venditori, addetti alle pubbliche relazioni, politici, legali).

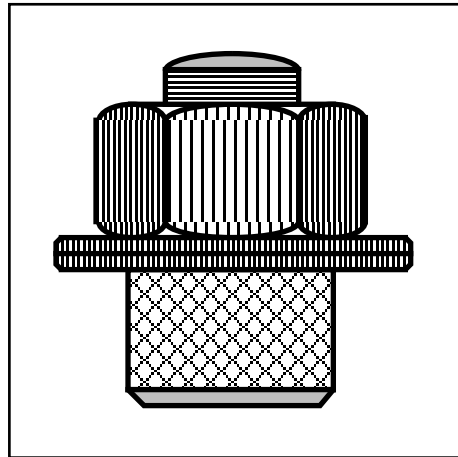
Ora nel sistema attuale le realizzazioni tecniche non sono più separate dal mondo in cui si inseriscono, ma interconnesse all'intero sistema sociale con tutte le sue variabili, che a sua volta non è più esterno al gruppo di lavoro, ma vi fa parte divenendo, anzi, esso stesso l'ambiente di lavoro, mentre i sistemi tecnologici, da realizzazioni di livello locale, hanno interconnessioni e ripercussioni sempre più ampie fino a un impatto mondiale.

Si impone pertanto un gruppo di lavoro misto con l'originale ingegnere solista, professionista indipendente o alle dipendenze di piccole imprese o nei reparti di ricerca e sviluppo di grandi aziende, già sostituito da gruppi coordinati e interattivi di ingegneri specialisti essendo i prodotti da realizzare sempre più complessi e interdisciplinari, affiancato da esperti di altri campi non tecnici, mentre è ingiusta e insensata, (nonchè curiosa essendo rivolta solo agli ingegneri), l'attuale imposizione di funzioni e responsabilità in tutti i campi collaterali allo sviluppo tecnologico della società di cui si occupa e un di ruolo omnicomprensivo che travalica il suo peculiare compito tecnico-economico.

Anche se sarebbe banalmente auspicabile che ogni tecnico avesse approfondite conoscenze anche del mondo extrascientifico, ovvero dei contesti umani, sociali, politici, legali del sistema tecnologico ingegneristico in cui opera, (così come ovviamente l'opposto), non è la formazione dell'ingegnere che non è più appropriata al mondo produttivo e quindi da rivedere, (il problema è semmai l'aggiornamento alla costante esplosione delle conoscenze), ma è del termine stesso di ingegnere, attualmente così di moda, che si fa un grande abuso attribuendogli specifiche estranee al suo ruolo tecnico o storpiandone il significato fino al controsenso di definire ingegneri esperti di materie, (come l'informatica o le discipline gestionali), assolutamente estranee alle sue caratteristiche peculiari.

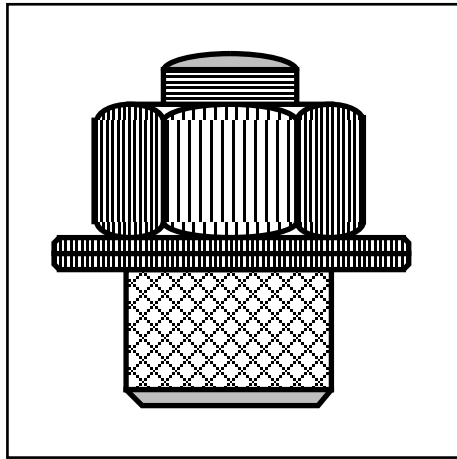
In sostanza escludendo la pessima scelta delle figure ibride, alle quali è poi comunque richiesta una successiva specializzazione in uno dei campi affrontati sommariamente con ulteriore spreco del già critico tempo formativo, una nuova figura professionale responsabile delle valutazioni relative alla convenienza, ubicazione, dimensione, interconnessione, impatto umano, sociale, politico, legale di un certo sistema tecnologico produttivo, necessità più di una formazione in scienze umanistiche e sociali che di conoscenze scientifiche.

Pertanto anche se è certamente utile, certamente non è un ingegnere.



Parte I°

Fondamenti di impiantistica meccanica



CAP.I° 1 – ANALISI DEGLI IMPIANTI.

§ I° 1.1 – DEFINIZIONE DEGLI IMPIANTI.

Nel campo delle attività scientifiche è sempre possibile distinguere un'area a carattere speculativo da una a carattere realizzativo.

In campo tecnico, appartengono alla prima gli elaboratori di linguaggio, (matematici, logici, analisti, programmatori, ecc.), che in maniera del tutto ideale costruiscono regole di procedimento logico o metodologie di processo, nonché gli studiosi di leggi fisiche, (fisici, chimici, fisici tecnici, ecc.), che esaminano il comportamento e la struttura naturale, astraendone leggi di carattere generale.

Le teorie elaborate, in grado di descrivere il comportamento del mondo fisico espresso in linguaggio matematico, costituiscono gli strumenti di valutazione ed elaborazione quantitativa e dimensionale degli appartenenti alla seconda area, (realizzativa), intesi come "ingegneri" in senso lato, ovvero realizzatori di apparecchiature, macchine, impianti o costruzioni in generale, volte all'ottenimento di prodotti o servizi, o di un qualche effetto utile.

Nell'ambito dell'ingegneria meccanica, (che nella sua più generale denominazione di industriale può ritenersi comprensiva anche delle sezioni nucleare, aeronautica, navale, trasporti, ecc.), è d'uso distinguere una sezione "fredda" relativa alla progettazione e costruzione di apparecchiature intese come insiemi di elementi statici o cinematici in condizioni di carico dinamico, dalla sezione "calda" relativa alla progettazione e costruzione di macchine intese nella loro complessità funzionale e nelle quali operano generalmente fluidi che realizzano trasformazioni e scambi di energia in forma termica e/o meccanica.

Si definiscono impianti meccanici, (e analogamente impianti di altra natura: elettrici, chimici, nucleari, ecc), gli insiemi discreti di macchine, apparecchiature e circuiti, volti alla produzione, o trasformazione, o distruzione, di beni o servizi con impiego di materie prime, energia, manodopera, eventualmente semilavorati.

L'impiantistica meccanica pertanto, risulta una disciplina trasversale, come insieme di tutte quelle relative alla progettazione, realizzazione e gestione dei relativi sistemi.

L'attributo industriale che spesso accompagna le definizioni, lungi dal assumere significati sostantivali, si contrappone unicamente agli attributi domestico o artigianale, identificando sistemi generalmente di significativa taglia o potenzialità, definiti, progettati, realizzati e ottimizzati in senso tecnico ed economico in ogni loro sezione da

operatori specializzati in base a modelli matematici rigorosi, a differenza degli impianti di piccola taglia per utilizzo personale, (domestico o artigianale), di tipica progettazione e costruzione approssimativa, realizzata in genere da semplici artigiani installatori.

§ I°.1.2 – LA PROGETTAZIONE DEGLI IMPIANTI.

Essendo ogni sistema impiantistico un particolare insieme complesso la cui analisi comprende discipline diverse, il relativo studio richiede una specifica trattazione, mentre, al contrario, la definizione di una disciplina di carattere generale, richiede l'impostazione di criteri generali di analisi e progettazione.

Per l'impostazione di principi generali, o fondamenti di impiantistica meccanica, innanzitutto si ha che, nonostante la progettazione impiantistica si basi su nozioni di fisica, fluidodinamica, fisica tecnica, termodinamica, meccanica applicata, macchine, di enorme vastità e possibilità di approfondimento, è tuttavia generalmente sufficiente impiegare una serie basilare di relazioni e modelli che possono essere specificati e schematizzati preventivamente per tutto il successivo impiego.

Fissati questi criteri generali di progettazione si ha che qualunque impianto o servizio è comunque composto, nella sua essenza tecnica e a meno dello specifico fine globale e di ogni suo elemento, da uno o più circuiti comprendenti macchine e apparecchiature per lo scambio di energia termica e/o meccanica e da un insieme di collegamenti per la circolazione di fluidi, a formare un sistema "termofluidodinamico", ovvero di scambio di energia e di massa che costituisce, quindi, l'elemento di base per l'analisi generale dell'impiantistica meccanica, (il circuito termofluidodinamico si distingue dal circuito termodinamico per l'assenza di trasformazioni di conversione energetica che richiedono l'impiego di macchine motrici a fluido).

Infine risulta possibile considerare ogni impianto come costituito da sottoinsiemi passibili di analisi comune.

Infatti ogni impianto comunque complesso, è generalmente costituito da un centro di lavorazioni specifiche caratterizzanti l'impianto stesso e da diversi sottoinsiemi atti a creare un certo numero di servizi ausiliari al ciclo principale, detti servizi generali di impianto, che possono essere trattati in forma generale come elementi a sè stanti indipendentemente dal particolare utilizzo dei loro prodotti o servizi negli impianti in cui sono inseriti.

La tecnica tuttavia, non è generalmente in grado di definire univocamente nè il tipo di sistema, nè il valore dei relativi parametri, essendo possibile soddisfare le specifiche di progetto con diversi sistemi e per ogni sistema, con una infinità di insiemi di valori, (o in pratica con un insieme finito di valori commerciali), dei relativi parametri.

Poichè tuttavia il fine ultimo della progettazione impiantistica non è semplicemente la realizzazione di sistemi in grado di soddisfare le specifiche richieste, ma quello di ottenerle con il minimo impiego di risorse umane, di materie prime, di energia e con il minimo impatto e degrado ambientale, è necessaria una preventiva analisi comparativa dei diversi sistemi in grado di fornire i medesimi prodotti o servizi, nonchè l'ottimizzazione degli stessi con la scelta dell'insieme ottimale dei parametri costruttivi e di esercizio nell'ambito dei gradi di libertà sempre presenti in ogni realizzazione.

A seconda del particolare effetto conservativo richiesto però, sono possibili tanti diversi tipi di analisi comparative e ottimizzazioni che necessitano di una analisi particolare in ogni situazione.

Esiste, tuttavia, un parametro che a meno delle, (numerose), influenze politiche e commerciali, costituisce comunque una misura globale di tutti gli oneri umani, materiali, energetici e ambientali necessari alla realizzazione ed esercizio di un qualunque sistema impiantistico: il suo costo economico.

Risulta pertanto essenziale in ogni analisi impiantistica, la valutazione e l'ottimizzazione economica dei sistemi considerando l'onere economico come parametro di raffronto di sistemi diversi, ovvero la variabile da minimizzare in ogni progetto e l'economia dell'ingegneria come criterio suppletivo di dimensionamento relativo, (e limitato), al livello oltre il quale la tecnica non è in grado di proseguire fino a una scelta definita, per mancanza di criteri di merito fra soluzioni e parametri di effetto paritario.

Pertanto l'essenza di ogni progetto di un qualunque impianto o apparecchiatura, risulta l'eliminazione di ogni valore casuale o arbitrario di tutte le grandezze, che in assenza di gradi di libertà del sistema fisico, risultano definite da relazioni tecniche di dimensionamento, mentre in caso di presenza di gradi di libertà, i valori non imposti univocamente dalla tecnica, derivano dall'ottimizzazione economica, (o di eventuali altri specifici criteri), dei relativi parametri.

Una tale analisi razionale degli impianti comprende pertanto, una parte iniziale composta da sezioni volte alla definizione dei principi

tecniche ed economiche e degli strumenti di valutazione e ottimizzazione generale di ogni sistema.

Segue una seconda parte relativa al dimensionamento dell'intero circuito termofluidodinamico, comprendente le apparecchiature di scambio energetico.

Essendo tale struttura comune di ogni impianto, un insieme di linee fluidodinamiche per la circolazione di fluidi in ciclo aperto o chiuso con scambi di massa e di energia in forma termica e/o meccanica in apposite sezioni a meno delle inevitabili degradazioni energetiche di tipo dissipativo, può essere analizzata, a meno di ogni applicazione particolare e utilizzo, in forma generale nelle sue sezioni essenziali suddividendone l'analisi e il dimensionamento in:

- calcolo delle apparecchiature per lo scambio di energia meccanica;
- calcolo delle apparecchiature per lo scambio di energia termica;
- calcolo fluidodinamico del circuito per lo scambio di massa e di energia.

Sulla base comune di questi sistemi fondamentali, segue la trattazione dei principali servizi generali di impianto, (approvvigionamento e trattamento di acqua, produzione di aria compressa, vapore per uso tecnologico e relativi sistemi di accumulo e distribuzione), e una ultima parte, in cui si prendono in esame gli impianti meccanici di carattere più generale, (produzione di energia termica, frigorifera e meccanica/ elettrica, cogenerazione di potenza termica e meccanica/elettrica e di potenza frigorifera e meccanica/elettrica), che per la loro generalità risultano comuni alla maggior parte dei sistemi complessi.

Risulta inoltre evidente che non è compito dell'impiantistica in generale, (né sarebbe possibile per motivi di spazio e di tempo), prendere in esame i dettagli progettuali e costruttivi di ogni singolo elemento o sistema più complesso, se non nell'ambito della logica delle sue funzioni, anche tenuto conto della enorme varietà tipologica degli impianti e dei relativi campi professionali, mentre tali caratteristiche oltre a risultare costantemente variabili col progresso tecnico, non richiedono particolari conoscenze teoriche e possono essere immediatamente apprese e aggiornate nella pratica lavorativa di ogni operatore.

§ I° .1.3 – UNITA' DI MISURA.

Anticamente il possesso e la gestione dei campioni di misura e la loro unificazione era segno di potere per le case regnanti che in base a questi detenevano il controllo dei commerci, delle dogane, delle rotte intercontinentali e della nascente industria.

Gli ostacoli al progresso insiti nella diversità dei campioni nazionali furono denunciati per primi dagli illuministi del XVIII secolo e a partire dalla rivoluzione francese si avviò l'internazionalizzazione delle misure e l'istituzione del sistema metrico decimale, in linea con le nuove idee politiche di democrazia e uguaglianza, ovvero che potesse essere possibile per chiunque disporre dei campioni senza alcuna autorità costituita che li custodisse in regime di monopolio.

Per questo il metro, (che era stato definito anche come la lunghezza di un pendolo che dà una vibrazione al secondo, pari a 0,9939 m), fu definito, (1793), come la quarantamilionesima parte del meridiano terrestre passante per Barcellona e Dunkerque, quindi nel 1799 venne realizzato un prototipo di platino-iridio conservato al Bureau International des Poids et Mesures a Sèvres, munito di due facce piane distanti un metro alla temperatura di 0°C.

Nel 1960 il metro fu ridefinito come 1.650.763,63 lunghezze d'onda nel vuoto della radiazione corrispondente alla transizione fra i livelli 2p6 e 3d10 del cripto 86, (1s2 2s2 2p6 3s2 3p6 3d10 4s2 4p6), e infine nel 1983 come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in 1/299.792.485 s.

La data ufficiale dell'inizio della globalizzazione delle misure è il 20 maggio 1875 con la nascita della multinazionale delle misure, (Convenzione del Metro, il trattato col quale i membri si impegnano ad adottare il Sistema Metrico Decimale), cui dagli iniziali 16 paesi, (fra cui l'Italia), aderiscono attualmente 48 nazioni allo scopo di sviluppare i nuovi settori di misura e realizzare la metrologia globale al servizio del commercio globale, in modo che le caratteristiche di ogni prodotto, di precisione necessariamente crescente con il progresso delle tecnologie, possano essere misurate una sola volta con risultati validi come garanzia, in qualunque mercato mondiale.

Attualmente non vi è più alcun interesse al possesso e al controllo dei campioni di misura e il solo campione materiale è quello di massa, (un cilindro di platino-iridio conservato al Bureau International des Poids et Mesures a Sèvres, (Parigi), con copie ufficiali depositate presso gli Stati aderenti alla Convenzione del Metro, (che differiscono in realtà dal campione per alcune decine o centinaia di ng), mentre

tutte le altre unità di misura fondamentali sono ottenibili in rapporto a costanti naturali riproducibili in laboratorio con estrema precisione.

Un **sistema** di **unità** di **misura** è composto da un insieme di unità **fondamentali** dotate cioè, oltre che delle caratteristiche di accessibilità, universalità, uniformità e perennità, (ovvero reperibilità e costanza in ogni luogo e tempo), quelle di indipendenza, (non esprimibili in funzione di altre grandezze fondamentali), e completezza, (possibilità di espressione di tutte le altre grandezze in base a quelle fondamentali), valutabili direttamente solo per confronto con campioni materiali, o con relazioni funzioni di costanti fisiche, determinati e caratteristici del sistema stesso e da un insieme di unità **derivate**, ottenibili da definizioni ed espressioni di leggi fisiche che le legano alle unità fondamentali con relazioni del tipo:

$$D_{di} = k \prod_{j=1}^n D_{fj}^{a_{ij}},$$

ove: **D_{di}** **i**esima unità di misura derivata;
k costante di proporzionalità;
n numero di unità fondamentali del sistema;
D_{fj} **j**esima unità di misura fondamentale;
a_{ij} dimensione della **j**esima unità fondamentale nella espressione dell'**i**esima unità derivata.

Nel caso in cui sia: **k = 1**, il sistema si dice **coerente**.

Il numero di grandezze fondamentali necessario alla descrizione di tutti i fenomeni in ogni campo della scienza è **sette**: dimensioni, (o in pratica lunghezza), evoluzione dei fenomeni, (tempo), inerzia dei corpi, (massa o peso), energia interna o di agitazione termica della materia, (temperatura), grandezze elettromagnetiche, grandezze fotometriche quantità di materia, più **due** unità supplementari per la misura degli angoli, (piani e solidi), da cui possono ricavarsi più di un centinaio di unità derivate.

Storicamente si sono succeduti, (e sovrapposti fino a oggi), diversi sistemi di unità di misura, (mks, cgs, tecnico, britannico, simmetrico di Gauss), in diverse versioni e con presenza di varie unità di misura ibride per diverse unità derivate, fino alla razionalizzazione e unificazione globale compiuta nel 1960 con l'introduzione del Sistema Internazionale, (**SI**), che oltre a tutta una serie di regole formali, (i simboli delle unità di misura sono previsti solo dopo valori numerici senza punto di abbreviazione e in maiuscolo in caso derivino da nomi di studiosi e minuscolo in caso contrario, mentre in tutti gli altri casi

devono essere scritte per esteso in minuscolo, ecc.), prevede per le grandezze fondamentali:

Grandezza fondamentale Unità di misura

<i>Lunghezza</i>	<i>metro, (1)</i>
<i>Tempo</i>	<i>secondo, (2)</i>
<i>Massa</i>	<i>kilogrammo, (o bes), (3)</i>
<i>Temperatura</i>	<i>kelvin, (4)</i>
<i>Corrente elettrica</i>	<i>ampere, (5)</i>
<i>Intensità luminosa</i>	<i>candela, (6)</i>
<i>Quantità di materia</i>	<i>mole, (7)</i>
<i>Angolo piano</i>	<i>radiante</i>
<i>Angolo solido</i>	<i>steradiano</i>

(1) Distanza percorsa dalla luce nel vuoto in 1/299.792.458 s.

(2) 9.192.631.770 periodi fra due transizioni elettroniche del Cs 133.

(3) Massa del campione di platino iridio conservato presso L'Ufficio Internazionale dei Pesi e delle Misure di Sèvres, (Parigi).

Si tratta dell'unica unità di misura ottenibile soltanto per confronto con un campione materiale e quindi non invariabile e pertanto soggetta a diverse proposte per ottenerne una definizione funzione di una costante naturale..

(4) 1/273,16 della differenza di temperatura fra lo zero assoluto e il punto triplo dell'acqua.

(5) Corrente continua che, fra due conduttori posti a distanza di un metro nel vuoto, genera una forza di $2 \cdot 10^{-7}$ N per metro di conduttore.

(6) Intensità luminosa di una radiazione monocromatica di $540 \cdot 10^{12}$ Hz, pari a 1/683 W per steradiano,

(7) Atomi contenuti in 0,012 kg di carbonio 12.

In realtà l'ampere, la candela e la mole sono grandezze dipendenti potendo essere definite in base alle altre quattro, mentre quelle supplementari, (angolo piano e solido), sono unità derivate e quindi dal 1995 soppresse dall'elenco delle fondamentali.

Sono infine ammessi, (e codificati), solo multipli e sottomultipli decimali per disporre di cifre, (dall'astronomia alla fisica delle particelle), a "misura d'uomo", evitando cifre decimali ed esponenziali di meno immediata comprensione:

Multiplo	Fattore	Simbolo	Sottomultiplo	Fattore	Simbolo
deca	10^1	da	deci	10^{-1}	d
hecto	10^2	h	centi	10^{-2}	c
kilo	10^3	k	milli	10^{-3}	m
mega	10^6	M	micro	10^{-6}	m
giga	10^9	G	nano	10^{-9}	n
tera	10^{12}	T	pico	10^{-12}	p
peta	10^{15}		femto	10^{-15}	
exa	10^{18}		atto	10^{-18}	
zetta	10^{21}		zepto	10^{-21}	
yotta	10^{24}		yocto	10^{-24}	

(gli ultimi quattro dai nomi greci dei numeri: 5, 6 , 7 e 8).

Nel campo della meccanica risultano essenziali, (oltre la temperatura), sostanzialmente **tre** grandezze fondamentali, (dimensioni, tempo e inerzia).

A meno della razionalizzazione del **SI**, i vari sistemi di unità di misura che ancora sopravvivono e con cui è quindi inevitabile confrontarsi, hanno in comune come grandezze fondamentali la **lunghezza** e il **tempo**, con il metro, (o sottomultipli), e il secondo, campioni unitari adottati quasi universalmente, ovvero grandezze dell'ordine delle dimensioni corporee umane e dei relativi tempi, (il battito cardiaco), caratteristici, (più anticamente sono state adottate come unità di misura di lunghezza addirittura dimensioni specifiche nominali di parti corporee come le "braccia" e gli ancora attuali "piedi" e "pollici" dei sistemi britannici, così come la "yard" corrispondente alla distanza nominale fra la punta del dito del braccio teso e quella del naso).

Circa la definizione della terza grandezza fondamentale, (inerzia), si distinguono, invece, due categorie di sistemi:

- a)** sistemi che assumono come grandezza fondamentale la **forza**;
- b)** sistemi che assumono come grandezza fondamentale la **massa**.

Per la legge di gravitazione universale la massa del pianeta terra, (**$M_T = 5,972 \cdot 10^{24}$ kg**), crea, (come ogni massa), un campo di forze attrattive su ogni altro corpo massivo, (**m**), di intensità, al di fuori dei corpi, direttamente proporzionale alle masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza, (**R**), dei relativi baricentri:

$$G \frac{mM_T}{R^2}, \quad (G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}, \text{ costante di gravitazione universale}).$$

La forza gravitazionale risulta quindi costante su ogni superficie sferica di centro in quello di massa e in particolare sulla superficie esterna, in caso di corpo celeste perfettamente sferico e omogeneo e decrescente con l'inverso del quadrato della distanza, annullandosi solo all'infinito.

La seconda legge della dinamica fissa la proporzionalità fra ogni forza applicata su di un corpo e una corrispondente accelerazione impressa, pertanto alla forza gravitazionale attrattiva, (peso), sulla superficie terrestre: $G \frac{mM_T}{R_T^2}$, ($R_T = 6,373 \cdot 10^6 \text{ m}$, raggio terrestre

medio), corrisponde una accelerazione g , (di gravità), parimenti costante in ogni punto della superficie, ottenibile dalla relazione

$$G \frac{mM_T}{R_T^2} = mg, \quad \text{da cui: } g = G \frac{M_T}{R_T^2} = G \frac{\frac{4}{3} \pi d_{st} R_T^3}{R_T^2} = G \frac{4}{3} \pi d_{st} R_T =$$

$9,8066 \text{ m/s}^2$, che permette anche di calcolare la densità media della terra: $d_{st} = 5.507,57 \text{ kg/m}^3$.

Ne risulta pertanto, la possibilità di definire le caratteristiche di inerzia di ogni corpo riferendosi indifferentemente alla sua caratteristica inerziale intrinseca, (massa), o all'effetto derivato su tale massa dall'attrazione gravitazionale terrestre, (forza peso).

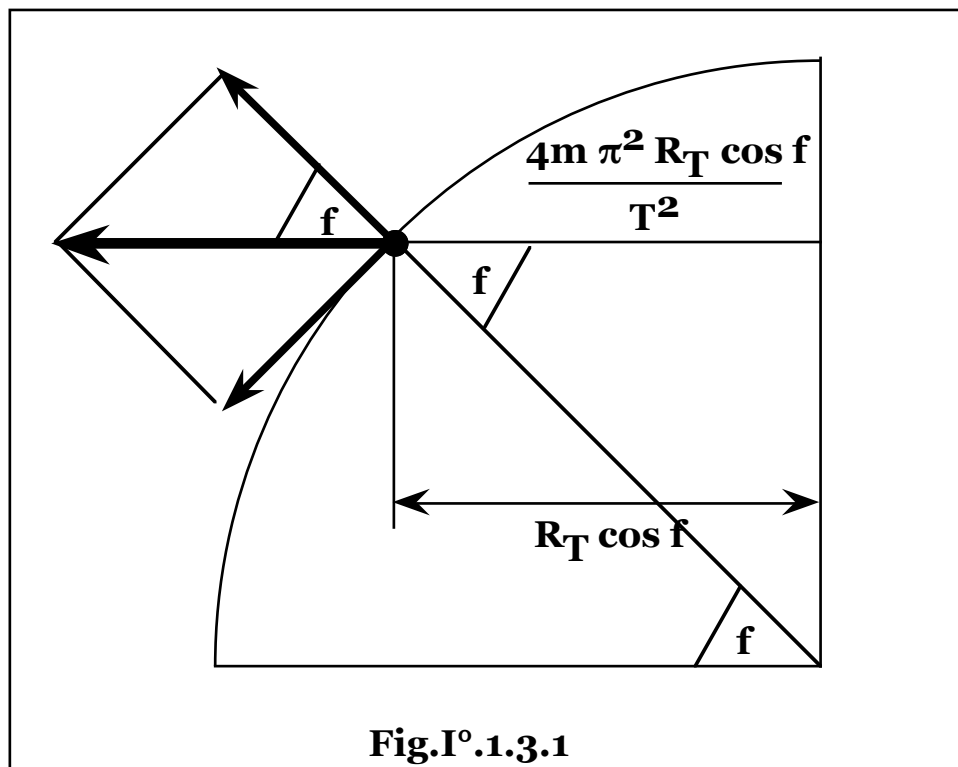
In realtà tuttavia, oltre alla particolarità planetaria terrestre della definizione di peso, (di decrescente fondamentale con l'inizio dei viaggi spaziali), l'accelerazione di gravità e quindi il peso di un corpo, non appaiono univoci in funzione del tempo, della posizione geografica e delle condizioni astronomiche e atmosferiche richiedendo quindi, corrispondenti indicazioni suppletive.

La terra infatti, non risulta perfettamente sferica, (il solo schiacciamento del diametro polare rispetto a quello equatoriale, di circa 42 km, causa una riduzione di circa lo 0,2% dell'accelerazione di gravità), la distribuzione di masse e quindi di densità al suo interno e sulla sua superficie, (maggiore in presenza di catene montuose, di acqua liquida rispetto ai ghiacci, ecc.), non sono uniformi.

Ulteriori variazioni sono imputabili a fenomeni di subduzione variabili nel tempo, alla spinta di Archimede esercitata sui corpi immersi

nell'atmosfera variabile con la densità dell'aria, all'effetto delle forze di marea della luna e del sole, (pari a circa la metà di quelle lunari), variabili durante il giorno e l'anno per l'eccentricità dell'orbita terrestre e lunare, a movimenti e correnti di masse d'acqua sulla superficie terrestre, a circolazione di fluidi all'interno della crosta terrestre, a scambi di massa tra oceani e atmosfera, nonché all'evoluzione dei ghiacci polari.

Infine, ulteriori disuniformità sono dovute alla variazione con la latitudine della forza centrifuga indotta dalla rotazione terrestre e le forze centrifughe associate ai moti orbitali terra-sole e terra-luna, (la mappatura della forza gravitazionale terrestre è attualmente ottenuta tramite l'analisi della distanza fra satelliti che in presenza di variazioni gravitazionali subiscono variazioni orbitali).



Circa l'effetto della rotazione della terra, la velocità della superficie terrestre risulta, (**Fig.I°.1.3.1**): $v = 2\pi R_T \cos f / T = 464,7476 \cos f$ **m/s**, con **f** latitudine e **T** periodo di rotazione, (giorno siderale medio pari a **86.164,0905 s**), da cui una forza centrifuga:

$$mv^2 / (R_T \cos f) = 4m\pi^2 R_T \cos f / T^2,$$

perpendicolare all'asse di rotazione, scomponibile in una componente: $(\mathbf{mv}^2/\mathbf{R}_T \cos f) \sin f = 4\mathbf{m}\pi^2\mathbf{R}_T \cos f \sin f/\mathbf{T}^2$, in direzione parallela alla superficie e diretta verso l'equatore e in una componente: $(\mathbf{mv}^2/\mathbf{R}_T \cos f) \cos f = 4\mathbf{m}\pi^2\mathbf{R}_T \cos^2 f/\mathbf{T}^2$, nella direzione della forza peso, con valore massimo all'equatore, $(4\mathbf{m}\pi^2\mathbf{R}_T/\mathbf{T}^2)$, per cui l'accelerazione di gravità è diminuita del termine centrifugo, $(4\pi^2\mathbf{R}_T \cos^2 f/\mathbf{T}^2)$, con valore massimo all'equatore:

$$\mathbf{v}^2/\mathbf{R}_T = 4\pi^2\mathbf{R}_T/\mathbf{T}^2 = 0,03389 \text{ m/s}^2 = 0,00345583 \text{ g}.$$

Anche la rivoluzione della Terra intorno al Sole comporta una accelerazione: $\mathbf{v}^2/\mathbf{r} = (2\pi\mathbf{L}/\mathbf{T})^2/\mathbf{L} = 0,00593 \text{ m/s}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ g}$, ($\mathbf{L} = 149.597.870.000 \text{ m}$ distanza media Terra Sole, $\mathbf{T} = 31.556.926 \text{ s}$, periodo di rivoluzione), corrispondente a circa il 17,6 % di quella indotta dalla rotazione terrestre, con doppio effetto sul peso dei gravi fra corpi posti all'interno e all'esterno della traiettoria.

Il rapporto fra l'accelerazione centrifuga massima: $\mathbf{v}^2/\mathbf{R}_T = 4\pi^2\mathbf{R}_T/\mathbf{T}^2$ e gravitazionale sulla superficie di un corpo massivo rotante:

$$\mathbf{g} = \mathbf{G} \frac{\mathbf{M}_T}{\mathbf{R}_T^2} = \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{R}_T^2} \frac{4}{3} \pi \mathbf{R}_T^3 \mathbf{d}_{st} = \mathbf{G} \frac{4}{3} \pi \mathbf{R}_T \mathbf{d}_{st},$$

risulta: $\frac{3\pi}{\mathbf{G}\mathbf{T}^2\mathbf{d}_{st}}$, indipendente dalle dimensioni del corpo.

Imponendo la condizione limite, ovvero un'accelerazione centrifuga massima pari a quella di gravità, (peso nullo all'equatore):

$\mathbf{v}^2/\mathbf{R}_T = (2\pi\mathbf{R}_T/\mathbf{T})^2/\mathbf{R}_T = 4/3 \mathbf{G}\pi \mathbf{R}_T \mathbf{d}_{st} = \mathbf{g}$, si ottiene un periodo:

$$\mathbf{T} = 2\pi \sqrt{\frac{\mathbf{R}_T}{\mathbf{g}}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\mathbf{G}\mathbf{d}_{st}}} = 5.065 \text{ s} = 1 \text{ h } 24' 25'', \text{ pari a circa } 1/17 \text{ di}$$

quello terrestre.

Fissata la densità, (\mathbf{d}_{st}), di un corpo rotante, questo può quindi esistere a qualunque dimensione, (\mathbf{R}_T), col solo limite per il periodo di

rotazione $\mathbf{T} \geq \sqrt{\frac{3\pi}{\mathbf{G}\mathbf{d}_{st}}}$, (o velocità angolare: $\frac{2\pi}{\mathbf{T}} \leq 2\sqrt{\frac{\pi\mathbf{G}\mathbf{d}_{st}}{3}}$), relativo

alla condizione in cui i corpi posti sulla linea equatoriale, (alla massima velocità periferica e quindi accelerazione centrifuga), si trovino "in orbita" sulla superficie, ovvero dotati di una accelerazione centrifuga pari a quella gravitazionale, oltre il cui limite ogni particella

avrebbe una accelerazione centrifuga maggiore di quella gravitazionale e abbandonerebbe il corpo.

Alternativamente fissato il periodo di rotazione, si ottiene, (per qualunque dimensione), una condizione limite per la densità del corpo

rotante: $\mathbf{d}_{st} \geq \frac{3\pi}{\mathbf{GT}^2}$, pari a: **18,93 kg/m³**, pari a circa 1/291 di quella terrestre.

La forza gravitazionale in ogni punto entro un corpo massivo, deriva dalla forza di attrazione della sola massa più interna rispetto al baricentro rispetto al punto, essendo nulla, (teorema di Gauss), l'azione della massa esterna.

In caso ideale di sferosimmetria geometrica e massiva, il campo gravitazionale, (forza per unità di massa), a distanza \mathbf{r} dal centro,

risulta quindi: $\frac{\mathbf{Gm}(\mathbf{r})}{\mathbf{r}^2} = \frac{\mathbf{Gd}_s \frac{4}{3} \pi \mathbf{r}^3}{\mathbf{r}^2} = \frac{4}{3} \mathbf{Gd}_s \pi \mathbf{r} = \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{R}_T} \mathbf{r}$, mantiene, cioè,

la direzione verso il centro decrescendo linearmente fino ad annullarsi, (al centro per ogni particella massiva che attiri in direzione radiale verso l'esterno, ve ne è una simmetrica che attira in direzione opposta con pari intensità e con risultante nulla).

Pertanto nel caso ipotetico di un foro terrestre diametrale passante, un corpo di massa \mathbf{m} , inizialmente fermo sulla superficie, risultando soggetto a una forza di richiamo proporzionale alla distanza dal centro: $(\mathbf{mg}/\mathbf{R}_T)\mathbf{r}$, si comporta come un oscillatore armonico, accelerando fino al centro, quindi decelerando fino a fermarsi agli antipodi.

Infatti, assunta come origine degli assi il centro terrestre, essendo

l'energia totale del corpo: $\frac{1}{2} \mathbf{mv}^2(\mathbf{r}) + \int_0^{\mathbf{r}} \frac{\mathbf{mg}}{\mathbf{R}_T} \mathbf{r} d\mathbf{r} = \frac{1}{2} \mathbf{mv}^2(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \frac{\mathbf{mg}}{\mathbf{R}_T} \mathbf{r}^2$,

inizialmente, ($\mathbf{r} = -\mathbf{R}_T$; $\mathbf{v}(-\mathbf{R}_T) = \mathbf{0}$), pari a: $1/2 \mathbf{mgR}_T$, agli antipodi,

($\mathbf{r} = \mathbf{R}_T$), la velocità deve nuovamente annullarsi, mentre per: $\mathbf{r} = \mathbf{0}$,

annullandosi l'energia gravitazionale, si ha l'energia cinetica e quindi

la velocità massima: $\frac{1}{2} \mathbf{mv}^2(\mathbf{0}) = \frac{1}{2} \mathbf{mgR}_T$, da cui: $\mathbf{v}(\mathbf{0}) = \sqrt{\mathbf{gR}_T}$.

Essendo la direzione della forza sempre diretta verso il centro, (negativa per \mathbf{r} positivo e positiva per \mathbf{r} negativo), l'equazione dinamica, in assenza di forze resistenti aerodinamiche, risulta:

$m \frac{dv(t)}{dt} = m \frac{d^2r(t)}{dt^2} = -m \frac{g}{R_T} r(t)$, ovvero: $\frac{d^2r(t)}{dt^2} + \frac{g}{R_T} r(t) = 0$, con velocità crescente per: $r < 0$, e decrescente per: $r > 0$.

La soluzione risulta: $r(t) = c_1 \cos \sqrt{\frac{g}{R_T}} t + c_2 \sin \sqrt{\frac{g}{R_T}} t$, con condizioni iniziali: $r(0) = c_1 = -R_T$; $v(0) = \left[\frac{dr(t)}{dt} \right]_{t=0} = c_2 = 0$, da cui:

$$r(t) = -R_T \cos \sqrt{\frac{g}{R_T}} t = -R_T \cos \sqrt{\frac{4}{3} \pi G d_s t} t.$$

Si ottiene quindi un moto oscillatorio armonico lungo il foro con periodo: $\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{R_T}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4}{3} \pi G d_s t}} = 5.065 \text{ s}$, (coincidente con il tempo di rotazione limite).

La velocità: $v(t) = \frac{dr(t)}{dt} = \sqrt{g R_T} \sin \sqrt{\frac{g}{R_T}} t$, oscilla da zero per: $t = 0$, raggiunge il massimo, ($\sqrt{g R_T} = 7.905 \text{ m/s}$, coincidente con la velocità orbitale di un corpo a quota nulla), per: $\sqrt{\frac{g}{R_T}} t = \frac{\pi}{2}$, ovvero:

$t = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{R_T}}}$, (un quarto di periodo), e torna ad annullarsi per:

$\sqrt{\frac{g}{R_T}} t = \pi$, ovvero: $t = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{R_T}}}$, (metà periodo).

Nel comune impiego ingegneristico, accanto al prescritto e progressivamente egemonico **SI**, (di tipo **b**), resiste fra i precedenti il sistema tecnico, (**ST**), detto appunto anche "degli ingegneri", di tipo **a**). Nei due sistemi si assume lo stesso corpo, (in pratica il decimetro cubo di acqua), rispettivamente come campione di massa e di forza, (peso), e le due unità assumono addirittura lo stesso nome: chilogrammo, **kg**, (più anticamente e tuttora nei sistemi britannici, le unità di massa/peso come libbre, once, corrispondono a pratiche quantità nominali di materia che è possibile contenere con le mani o con specifici recipienti).

La legge fisica: **peso = massa x accelerazione di gravità**, è indipendente, (come ogni altra legge fisica), da qualunque sistema di unità di misura impiegato per quantificarne le grandezze e pertanto, il litro d'acqua campione risulta avere:

	Sistema Internazionale, (SI)	Sistema Tecnico, (ST)
Massa	1 kg , (massa), per definizione;	1/9,81 , (unità non definita), per l'equazione di gravità;
Peso	1 x 9,81 = 9,81 N , per l'equazione di gravità.	1 kg , (forza), per definizione;

La innegabile razionalità del **SI**, inoltre, ha evidenziato, con un'unica unità di misura, (Joule), l'unicità, (I° Principio della Termodinamica), del concetto di energia. Tuttavia la suddetta unicità è del tutto formale in quanto diverse forme di energia possono distinguersi in maniera qualitativa, (II° Principio della Termodinamica), costringendo a reintrodurne la diversità anche nell'unità di misura con l'indicazione della natura, (termica o meccanica/elettrica), che ne quantifica le possibilità di impiego e trasformazione, o con la più precisa indicazione della relativa exergia.

In ogni caso il rigore non sempre è giustificato e comunque sapersi esprimere in più lingue, (se non altro per motivi storici e pratici), non è necessariamente un male, nè induce necessariamente a confusione.

In **Tab.I° .I.3.I**, si riportano i coefficienti di trasformazione delle principali unità di misura fra i sistemi tecnico, (**ST**), e internazionale, (**SI**), con l'avvertenza che a meno della definizione dei campioni di unità fondamentali, la corrispondenza fra le rispettive unità che contengono forza e massa è relativa unicamente all'accelerazione di gravità, mentre fra le unità energetiche di carattere calorimetrico e meccanico si ha la corrispondenza: **1 kcal = 4186,8 J**.

Si nota anche come appaia curiosa e del tutto ingiustificata la diffusa abitudine di ritenere quasi come appartenenti a un certo tipo di unità di misura alcune grandezze fisiche, o a esprimersi con certe o certe altre grandezze solo ogniqualvolta ci si trovi in un particolare sistema di unità di misura, (massa nel SI, peso nel ST, densità nel SI, peso specifico nel ST), mentre le grandezze fisiche e le relazioni che le legano, sono del tutto indipendenti da qualunque sistema di unità di misura impiegato per quantificarne il valore e definirne i risultati.

Tab.I°.I.3.I–Equivalenza fra le misure di alcune grandezze fisiche.

Grandezza:	Sistema Tecnico:	Sistema Internazionale:
Forza:	1 kg	9,8066 N
Pressione:	1 kg/cm ²	98.066 N/m ² (Pa) = = 0,981 bar (10 ⁵ Pa)
	1 atm = = 1,033 kg/cm ² = = 760 mmHg	101.33 Pa
	1 mmH ₂ O	9,8066 Pa
	1 mmHg	133,33 Pa
Energia:	1 kgm	9,8066 J
	1 kcal	4186,8 J
Potenza:	1 CV = 75 kgm/s	0,736 kW
	1 HP	0,7457 kW
	1 kcal/h	1,163 W
Densità:	1 (kg/g)/m ³	9,8066 kg/m ³
Peso specifico:	1 kg/m ³	9,8066 N/m ³
Volume specifico (peso):	1 m ³ /kg	0,102 m ³ /N
Volume specifico (massa):	1 m ³ /(kg/g)	9,8066 m ³ /kg
Calore specifico:	1 kcal/kg°C	4186,8 J/kgK
Coefficiente di conduzione:	1 kcal/hm°C	1,163 W/mK
Coefficiente di convezione:	1 kcal/hm ² °C	1,163 W/m ² K
Resistenza termica:	1 hm ² °C/kcal	0,86 m ² K/W.

Ciò che è essenziale a una corretta valutazione numerica quantitativa è, invece, solo la omogeneità dimensionale dei termini a confronto e la coerenza di impiego dei valori numerici delle variabili fisiche e delle costanti impiegate, ovvero la valutazione di tutti i valori in uno stesso sistema di unità di misura.

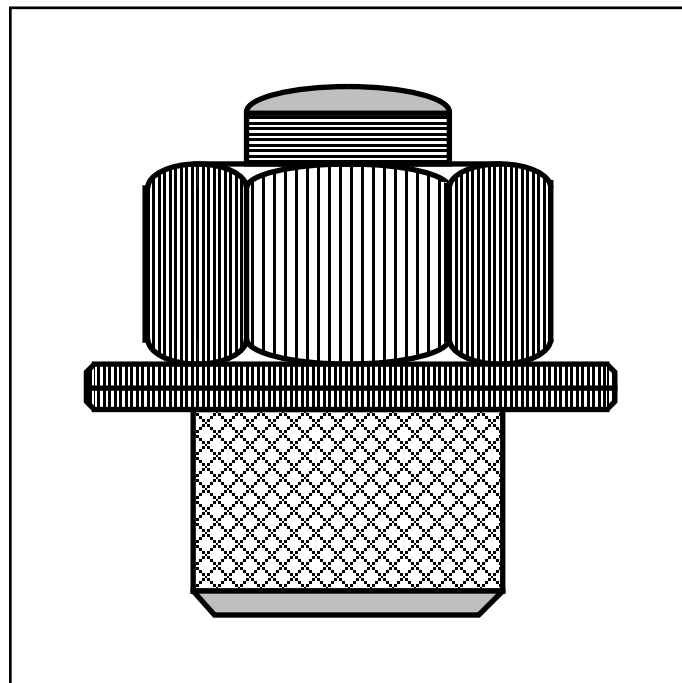
Infine ancora resistono unità appartenenti ai diversi sistemi di unità di misura britannici, (tradizionalmente anche in campo sportivo).

Per la massa/forza esiste la libbra, (pound), in più versioni di cui la principale, detta "avoirdupoids", (avere del peso in francese), è pari a 0,45359237 kg e si divide in 16 oncie, (1 oz = 0,0283495231 kg), mentre per i metalli preziosi è di comune impiego il sistema "apothecaries" o "troy", in cui la libbra, (troy pond, abbreviata in lb ap negli USA e lb apoth o lb UK in Inghilterra), è pari a 5.760 grains, (1 grain = 1/7000 di libbra), ovvero: 5.760/7000 = 0,82285714 pounds

avoirdupois = 0,3732417217 kg, di cui l'oncia, (apothecaries o troy), è 1/12, ovvero: 31,1034768 gr.

Il sistema apothecaries è relativo anche a unità di volume, con l'oncia, (fluida), che risulta pari a 1/16 di pinta a sua volta pari a 1/8 di gallone USA, ovvero: 0,02957353 lt.

Per la lunghezza si ha il piede o foot, (1 ft = 0,3048 m), il pollice o inch, (1 in = 1/12 ft = 0,0254 m), e la yard, (1 yd = 3 ft = 36 in = 0,9144 m), da cui le unità derivate: il poundal, (1 pdl = lb ft/s² = 0,138 N), per la forza, il pound square inch, (1 psi = lb-forza/in² = 6.894,76 Pa), per la pressione, il foot per poundal, (1 ft x pdl = 0,042 J), per l'energia, il cavallo vapore britannico, (1 hp = 550 lb-forza ft/s² = 0,7457 kW), per la potenza, mentre per le unità calorimetriche la British thermal unit, (Btu), è pari a: 1.055,56 J = 0,252 kcal.



CAP.I°.2 – ELEMENTI DI ECONOMIA E ANALISI DEGLI INVESTIMENTI.

§ I°.2.1 – VALUTAZIONE ECONOMICA DEGLI INVESTIMENTI.

L'inclinazione allo scambio, al baratto, alla permuta di una cosa per un'altra, è comune a tutta l'umanità e non si trova in nessuna altra razza animale.

L'utilizzo più vantaggioso di qualcosa al posto di un'altra o il vantaggio del possesso di una cosa invece di un'altra, parimenti alla capacità di immaginare il risultato di un'azione compiuta con un utensile comunque primitivo, (la base dello sviluppo tecnologico), e l'astrazione simbolica della scrittura, è infatti, solo umana e deriva dalla capacità di immaginare e programmare il futuro, (addirittura oltre la morte con i riti e l'architettura sepolcrale e i cerimoniali funebri fin dagli albori della specie prima della comparsa dell'homo sapiens).

Gli animali fanno tutti lo stesso lavoro: cacciano, (i carnivori), brucano, (gli erbivori), raccolgono, (i frugivori e granivori), arrivano a costruzioni primitive, (nidi, dighe), quelli di gruppo o branco allestiscono un sistema sociale gerarchico, il tutto in base a un codice istintivo che non progredisce nel tempo.

E' invece tipica dell'uomo la differenziazione e la specializzazione dei ruoli e dei compiti all'interno di ogni gruppo e la differente produzione e costruzione di diversi beni nei diversi gruppi sociali, o popolazioni, in funzione della disponibilità di materie prime, del clima, della differente cultura, usi e costumi.

Nasce quindi l'utilità dello scambio di beni sia all'interno di un gruppo sociale che fra diverse popolazioni anche molto distanti fra loro con il commercio e il concomitante sviluppo dei sistemi di trasporto, che hanno ricoperto e ricoprono un ruolo fondamentale in tutta l'evoluzione storica, economica, politica, sociale, militare.

Col progredire del livello civile e degli spostamenti, tuttavia, la forma primitiva di commercio, il baratto, si dimostra sempre più inefficiente per la necessità di trasporto e contemporanea presenza di beni diversi negli stessi luoghi, difficoltà di frammentazione degli stessi, necessità di diversi scambi intermedi, (in generale il proprietario di un bene richiesto non richiede proprio il bene messo a baratto dal richiedente). Il concetto di danaro appare, pertanto, nella storia dell'uomo come bene universale di riferimento per lo scambio e il commercio di prodotti o di lavoro, che acquistano, quindi, un ben definito rapporto, generalmente in peso o in entità di lavoro, con il bene scelto come

campione di scambio, (*"Tutto ciò che scambiamo deve essere confrontabile: questa necessità ha portato all'invenzione del danaro che è il mezzo per dare un valore a ogni cosa... Senza un mezzo non può esistere scambio"*). Aristotele – V° Libro dell'Etica).

Le caratteristiche del bene campione, oltre all'inalterabilità nel tempo e alla possibilità di una sua semplice frammentazione, devono essere la rarità che porti a un suo elevato valore in base alla correlazione fra quello di ogni materiale e la sua maggiore o minore disponibilità e quindi, per motivi di comodità negli scambi, a bassi valori del rapporto peso bene campione/peso prodotto o entità di lavoro.

Nei gruppi sociali primitivi si hanno diversi beni assunti come campione; ne sono esempi oggetti come conchiglie, tessuti, pellicce di animali, pietre, piume, fibre vegetali, barre di ferro, o elementi utili come il sale, (da cui l'ancora attuale termine di "salario" a identificare il compenso per il lavoro svolto).

Si ha poi il danaro strumentale composto da utensili, (armi o strumenti da lavoro), o prodotti alimentari, che costituiscono il primo esempio di beni che pur mantenendo la loro forma e natura reale perdono la funzione originaria.

L'origine istintiva dell'invenzione del danaro si concretizza nella più antica, (circa 5.000 anni addietro), civiltà della terra, quella dei Sumeri inventori anche della scrittura, (secondo altri i più antichi esempi di scrittura mai rinvenuti sono le circa trecento iscrizioni incise su piccole piastre di osso e vasi dell'epoca del re Scorpione del 3.400 a. C. scoperte in una necropoli a circa 400 km dal Cairo, antecedenti ai primi scritti sumeri di circa un secolo), con la scelta dei metalli nobili, (argento e oro), come moneta, che richiede la corrispondenza fra un concetto astratto di numero e un oggetto materiale: il suo peso, (la libbra di argento), facilmente misurabile con strumenti elementari, (bilance), e costante come il corrispondente valore dei metalli.

Nel simbolismo sacrale primitivo i lucenti riflessi dell'argento venivano correlati alla luce della luna, mentre quelli rossastri dell'oro alla luce del sole, alle cui divinità erano quindi sacri i corrispondenti metalli, al punto che lo stesso rapporto fra i periodi di rivoluzione del sole e della luna, (calcolato al tempo come pari a 13,33), venne fissato come rapporto di valore in peso dei due metalli.

In seguito l'oro, metallo inalterabile, splendente, duttile, malleabile, ideale per la forgiatura di monili, gioielli, oggetti sacri e ornamenti preziosi, ha assunto in tutto il mondo il ruolo di principale bene campione di riferimento divenendo il "metallo dei re" ovvero il simbolo stesso di ricchezza e potere, fino al comune attributo "d'oro", ovvero

"di natura aurea", per esprimere il livello superlativo anche di elementi assolutamente estranei alla natura metallica e addirittura immateriali nonchè alla leggenda del Re Mida, sovrano del regno della Frigia, (regione dell'Asia Minore corrispondente all'attuale zona montuosa interna della Turchia), di 2700 anni fa che trasformava tutto ciò che toccava nel bene più prezioso: l'oro.

L'oro soddisfa anche alla caratteristica di rarità pur essendo molto diffuso nella crosta terrestre, ove concentrazioni minerarie dell'ordine di $4 \div 10$ gr/t ne rendono vantaggiosa l'estrazione.

Da circa 6000 anni, da quando cioè gli archeologi hanno notizia del suo utilizzo, sono stati estratti nel mondo $125 \cdot 10^6$ kg di oro, pari a un cubo di 19 m di lato, di cui il 90% dalla fine dell'800.

L'oro presenta un'elevatissima resistenza alla corrosione, conducibilità termica ed elettrica, una riflessività superiore all'99% per i raggi infrarossi, può essere lavorato in filamenti del diametro di 10μ , e pellicole di spessore di $0,1 \mu$.

Il termine carato comunemente impiegato per indicarne il valore, quantifica la purezza delle lega contenente oro, espressa in ventiquattresimi del totale, detti appunto carati dall'arabo "qirat" a sua volta proveniente dal greco "keration", il seme essiccato del carrubo impiegato anticamente come campione di peso per le misure, (attualmente il carato corrisponde a 0,20 gr), suddiviso in quarti, (grani), e centesimi, (punti).

Nella civiltà più moderna appare la moneta metallica e la cartamoneta, (il termine deriva dal luogo in cui i Romani usavano coniare le loro monete, il tempio della dea Giunone Moneta, la dea che ammonisce, mentre il termine zecca deriva dall'arabo "sicca", moneta), come simbolo di potere di acquisto, priva di un suo valore intrinseco, (come del resto l'oro).

In origine la cartamoneta corrispondeva a un certificato di deposito di beni a valore intrinseco, per cui il suo trasferimento corrispondeva alla cessione del bene custodito.

Con la nascita delle prime banche si diffondono le lettere di cambio o di credito, (già in vigore nella Firenze del 1300), per investimenti, commercio, trasferimento di capitali, come garanzia di solvibilità per beni posseduti, depositati presso istituti di credito, esattamente come con le attuali carte di credito, (identificazione magnetica a parte).

Successivamente lo stato diviene depositario di riserve del bene campione, (auree), ed emette una corrispondente quantità di moneta coniata o stampata, che ne rappresenta il possesso secondo una certa proporzione, (il valore della moneta), e che risulta, quindi, convertibile

in oro, (o in rari casi da appezzamenti di terreno, l'altro storico bene simbolo di proprietà e ricchezza), dalla banca statale stessa.

Per le, (spesso precarie), economie di stato non è certo raccomandabile essere vincolati alle proprie riserve auree nell'emissione di moneta.

E' assai vantaggiosa, (e spesso comoda), invece, una maggiore libertà di azione finanziaria.

Finisce col cessare, pertanto, la corrispondenza fra la moneta e la riserva aurea dello stato, ovvero la convertibilità in oro del danaro emesso dalla zecca.

L'ultimo capitolo della storia dell'oro come bene campione di riferimento inizia nel luglio del 1944, ove con gli accordi di Bretton Wood gli Stati Uniti danno un punto di riferimento agli scambi monetari, nel mondo travolto dalla seconda guerra mondiale, impegnandosi a convertire in oro il dollaro in possesso di qualunque paese, al prezzo fisso di 35 \$/oncia = 1,125 \$/gr, (1 oncia = 31,103 gr), e finisce il 15 agosto 71 quando l'amministrazione Nixon sconfessa la suddetta convertibilità togliendo all'oro la funzione di principale mezzo di pagamento internazionale, benchè le banche statali di tutto il mondo continuino a vedere nelle proprie riserve auree una certa salvaguardia in caso di difficoltà valutarie, congiunture nel mondo delle borse e fenomeni inflazionistici.

Il danaro cessa, comunque, di avere un qualche valore intrinseco, (ammesso che l'oro ne abbia), rimanendo a rappresentare solo sé stesso, retto unicamente dalla fiducia nella organizzazione statale che lo emette e acquista solo un valore convenzionale di comodo apparendo come ricevuta della cessione di un bene o di un servizio compiuto dal singolo a favore della società, che con detta ricevuta si impegna a ricambiare con qualunque altro bene o servizio, nella misura prevista dall'entità della ricevuta stessa, (la somma di danaro). Attualmente infine il danaro materiale, (come precedentemente l'oro), sta scomparendo sostituito da assegni, carte di credito, tessere magnetiche, divenendo una bene sostanzialmente virtuale costituito dalla sua reale funzione di comunicazione di passaggio di proprietà e capitali, così come virtuale sta divenendo il "mercato", il plurimillenario luogo fisico di incontro e scambio di merci o certificati di proprietà e danaro monetario o cartaceo che dopo aver accompagnato e caratterizzato la stessa natura e civiltà umana, è ormai divenuto una interconnessione mondiale di transazioni in viaggio sulle linee informatiche dei computer originariamente degli enti finanziari di cui poi Internet ha permesso la sostituzione con

quelli anche domestici annullando ogni distanza in quel sistema di commercio che ha appunto acquisito il corretto attributo di "globale".

Le monete nazionali. L'Euro.

Una nazione può correttamente definirsi come l'insieme di gruppi popolari uniti dalla stessa razza, lingua, religione, tradizioni, usi e costumi.

La sua moneta pertanto non è soltanto l'unità e lo strumento di scambio, ma ne rappresenta l'identità politica e lo specchio della sua salute economica. Infatti negli scambi commerciali all'interno e con l'estero identifica forza e organizzazione produttiva, operosità, livello tecnologico, disponibilità di materie prime, divenendone il simbolo stesso e il fattore di somiglianza e unione.

La sua origine coincide generalmente con eventi epocali della storia di ogni paese, come l'ottenimento dell'indipendenza e narra quindi la sua nascita come unificazione di popoli che si sono scoperti simili e hanno lottato per il riconoscimento della loro individualità politica, la sua evoluzione, la stretta connessione fra la stabilità monetaria e quella politica e sociale, le contrapposizioni e guerre con altre nazioni e addirittura fra gruppi etnici continentali, sovrapponendosi alla sua stessa storia e non a caso, infatti, ne riporta come effigie il volto dei suoi figli più illustri.

Parimenti i nomi delle monete riflettono un significato politico profondo nazionale o di affinità e alleanza internazionale, narrando eventi, conflitti, pacificazioni, al punto che la sostituzione di una moneta coincide sempre con una transizione politica, una vittoria, una sconfitta e comunque la fine di un'epoca, creando sempre una certa perdita di identità nazionale, mentre anche psicologicamente le monete e le banconote accompagnano la storia, i piccoli riti, i sacrifici, i progetti, i traguardi, la vita quotidiana divenendo parte integrante del patrimonio di memoria di tutti.

Pertanto monete diverse, al pari dei confini fra stati, si fondono in una moneta unica quando scompaiono le diversità che ne hanno generato la distinzione causando inopportune barriere storiche, finanziarie e commerciali.

Una moneta unica, (gestita quindi da un'unica banca centrale), comporta stabilità economica con indubbio vantaggio di sviluppo produttivo per più facili e sicuri commerci e investimenti internazionali, senza incognite di fluttuazioni di cambi, interessi, svalutazioni.

Una moneta unica tuttavia, portando alla liberalizzazione istantanea dei mercati, evidenzia gli squilibri fra i diversi costi dei prodotti nazionali e orienta di conseguenza i capitali e la manodopera.

Tende cioè, a creare e/o aggravare intollerabili divari fra le economie più forti e più ricche di materie prime e quelle più deboli e più sprovviste di materie prime spostando investimenti e nuova occupazione verso aree a maggiore produttività e infrastrutture, trascurando quelle periferiche che hanno storicamente beneficiato del fenomeno dell'inflazione, (all'interno come "tassa intrinseca" imposta dallo stato al sistema produttivo per assistere con interventi governativi le regioni meno abbienti e con l'estero per favorire le esportazioni).

La moneta unica risulta quindi anche un giudice imparziale delle scelte politiche degli stati in cui da sempre la regia governativa è contrapposta alla libertà economica e la difesa dei modelli e dei patti sociali, all'energia spontanea delle forze imprenditoriali, (le banche centrali appaiono spesso come l'istituzionalizzazione della sfiducia fra il mondo politico e quello finanziario).

In realtà la quantità di danaro deve crescere al tendere dell'economia al rallentamento e diminuire all'accendersi di fenomeni inflazionistici.

Pertanto in presenza di nazioni a diversa intensità economica e grado di sviluppo e produzione, si verifica generalmente la contemporanea necessità di maggiori quantità di danaro, ovvero tassi di sconto vantaggiosi per evitare fenomeni recessivi in quelli deboli e minore quantità di danaro, ovvero tassi di sconto crescenti per evitare surriscaldamento dell'economia, in quelli più prosperi.

Pertanto una diminuzione di danaro ad effetto antinflazionistico nei paesi più prosperi, causa recessione in quelli più deboli.

La presenza di più monete a libera convertibilità e cambio variabile con le leggi del mercato per permettere alle singole banche centrali nazionali di agire in maniera autonoma fronteggiando fenomeni recessivi o inflazionistici, provoca svalutazioni con i conseguenti processi speculativi nei confronti delle monete più deboli che tendono al collasso sull'onda anche di fenomeni emotivi, con conseguente recessione, fallimenti, disoccupazione e quindi instabilità politica.

Adirittura i processi speculativi finiscono col divenire essi stessi causa di oscillazioni, mentre anche lievi difficoltà economiche pure passeggera e comunque gestibili, possono essere amplificate o addirittura provocate e pilotate fino al collasso, da attacchi speculativi.

I rimedi basati su prestiti di salvataggio da parte di fondi monetari internazionali, comportano naturalmente pretese di politiche di risanamento locale come inasprimenti fiscali, tagli alla spesa pubblica, aumenti dei tassi di sconto, ancora con conseguenti fenomeni recessivi, crisi politiche, migrazioni bibliche verso paesi ricchi.

Il sistema economico mondiale che ha retto fino a oggi per la naturale separazione geopolitica delle nazioni, è stato definitivamente cancellato dalla rapidità con cui la globalizzazione ha precluso ogni possibilità di limitazioni autarchiche alla libera circolazione e convertibilità delle monete a protezione da attacchi di speculazioni straniere, da cui l'odierna continua successione di crisi economiche che per la stessa globalizzazione si diffondono e influenzano tutto il mondo e che costituiscono in realtà il problema economico del nuovo millennio.

La soluzione di un cambio controllato fra le monete, (a meno di limitare la flessibilità economica e gli scambi), non sposta in realtà il problema.

La soluzione vera può essere solo una progressiva convergenza dei parametri economici di riferimento, (inflazione, rapporto deficit-prodotto interno lordo, costo del danaro, debito pubblico, occupazione, politica fiscale), fino all'identità.

L'istituzione di una moneta unica necessita, quindi, di una crescente unificazione anche amministrativa e legale in cui gli stati membri cedano progressivamente parte della loro sovranità a un governo centrale, precludendo all'unità politica, ovvero che la moneta unica non sia un punto di arrivo, ma di partenza e che la vera svolta non sia la moneta unica ma le scelte, (comuni), di politica economica fino all'annullamento delle differenze di reddito fra gli stati.

Le diverse monete attuali hanno storie ed età diverse, mentre i tentativi di creare monete comuni fra più stati europei per facilitare gli scambi, hanno radici antiche.

La lira prende origine da un peso che i Romani chiamavano libbra, (bilancia in latino), corrispondente a circa 325 gr e nasce come moneta materialmente inesistente, ovvero come unità ideale di conto.

Fino alla fine dell'ottavo secolo in tutta la penisola italiana l'unità fondamentale era il soldo d'oro con le sue frazioni, quando Carlo Magno conquistato l'attuale norditalia vi estese la riforma monetaria basata su un'unità di conto di comodo, la lira appunto, suddivisa in 240 denari d'argento, (le zecche dovevano consegnare cioè 240 denari

per ogni libbra d'argento ricevuta), le uniche monete materialmente circolanti e in 20 soldi, non essendovi multipli di tali monete.

Questa moneta contabile rimase attuale per quasi mille anni valendo comunque 240 denari argentei in tutto l'occidente cristiano.

Nel centro e sud Italia invece si mantenne l'influenza della moneta romano-bizantina lasciando il meridione escluso dall'area monetaria occidentale, mentre nel 1252 Firenze e Genova coniarono una moneta di oro puro, (il fiorino e il meno noto genovino), cui si adeguò trent'anni dopo Venezia e via via da tutti gli altri stati. Per l'intero basso medioevo tali monete italiane, (specialmente il fiorino e il ducato), furono le più pregiate e i mezzi di pagamento preferiti nelle transazioni internazionali, come attualmente è il dollaro.

Dall'XI secolo la lira inizia a decadere, (l'inflazione non è un'invenzione recente): per disporre di maggiore quantità di moneta se ne diminuisce il peso o se ne altera la lega aggiungendo crescenti frazioni di metalli non nobili come il rame, per cui la lira, pur continuando a valere sempre 240 denari, a seconda dell'entità dell'intervento da parte delle varie zecche, inizia a differenziarsi, (lira veneziana, milanese, fiorentina, genovese e astigiana poi sabauda).

Quella che può essere ufficialmente definita la prima lira, (in realtà qualche decennio prima il Doge Nicolò Tron della repubblica veneziana aveva coniato una "lira Tron"), venne coniata nel 1562 nel Ducato Sabauda da Emanuele Filiberto: si trattava di una moneta d'argento di 12,5 gr che entrò definitivamente nell'uso comune con la riforma di Vittorio Amedeo I del 1631 e che pur fra le burrasche politiche, (con la conquista napoleonica la lira pur mantenendo la denominazione di lira divenne la replica del franco francese), continuò a essere emessa ininterrottamente seguendo il Regno di Sardegna e quindi l'unità d'Italia, (la prima lira italiana risale al 1862, mentre per il precludere dell'inflazione la singola lira è stata abolita ufficialmente con una legge nel 1997 e tutti gli importi arrotondati alle 10 lire).

Nell'età moderna, dal seicento in poi, altri paesi come Inghilterra, Olanda e Francia svilupparono fiorenti economie che decretarono la fine del predominio italiano e imposero le loro monete.

Nel 1865 Francia, Italia, Belgio, Svizzera e Grecia aderirono all'Unione monetaria latina basata su monete d'oro e d'argento a contenuto fisso di metallo convertibili a un tasso fisso con le valute nazionali che durò fino alla prima guerra mondiale, mentre ormai si imponeva l'economia anglo-americana con prima la sterlina e poi il dollaro, (da Thaler, tallero, moneta austriaca, realmente moneta unica degli Stati Uniti dal 1863), reali monete internazionali di riferimento.

La più antica moneta assorbita dall'Euro è il fiorino olandese, ispirato all'omonima moneta fiorentina, introdotto nel 1325, (in seguito denominato gulden munt, pezzo d'oro poi semplicemente gulden), segue l'escudo portoghese che inizia a circolare nel 1722 a sancire la definitiva indipendenza dalla Spagna ottenuta nel 1688, quindi il franco francese, (franc: affrancato, libero), che nasce con la prima repubblica e diviene unità legale nel 1795, mentre quello belga nel 1832, (due anni prima dell'indipendenza), denominato alla francese per ribellione al dominio olandese, poi la peseta spagnola, (1868), la sterlina irlandese coniata per velleità antinglesi, (1922), lo scellino austriaco nato nel 1923 per sostituire la corona asburgica dissolta dall'inflazione postbellica e infine la più recente il marco postbellico tedesco, (1948), nato sulle ceneri di quello del reich che nel 1876 aveva sostituito il tallero prussiano.

E' difficile dire quando il termine Europa abbia superato il significato geografico, divenendo anche sinonimo di popolazioni che per quanto diverse si scoprivano unite da destini comuni e quanto abbia influito l'avanzata delle popolazioni e della cultura araba che tentava di traversare il mare mediterraneo dopo aver conquistato l'Africa settentrionale, sulla necessità di stringersi sotto un denominatore comune identificato nella religione cristiana, contrapposta al diverso credo degli islamici, (certamente nato anche come contrapposizione alla religione dei potenti e ricchi popoli dell'Europa, con biunivoca demonizzazione quali "infedeli"), come testimoniano le continue guerre alimentate da razzismo e mascherate da ideologie in crociate religiose. Certamente tuttavia il cammino di fusione dell'Europa è stato comunque ostacolato dalle continue guerre che ne hanno oscurato la storia anche recente.

In ogni caso immediatamente dopo la fine della seconda guerra mondiale apparve chiaro che questa sarebbe stata l'ultima combattuta fra popoli europei ed è quindi iniziato il progetto di unificazione.

A meno delle numerose iniziative volte all'avvio della convergenza politica apparve chiaro che un mercato comune europeo con abolizione di anacronistici ostacoli fiscali non sarebbe stato altro che uno spazio doganale comune e non un reale mercato unico come area di integrazione economica, senza una unica moneta europea.

Nel dicembre del 1978 quindi il Consiglio Europeo istituì lo SME, il Sistema Monetario Europeo e proseguì con l'istituzione della moneta unitaria convenzionale europea Ecu, (European Currency Unit), una

moneta scritturale, ovvero non coniata, nè stampata, ma di sola scrittura contabile.

Pur fra le numerose defezioni legate all'abbandono del sistema dei cambi fissi, (che in realtà fissi non erano per cui sistema per le sue continue oscillazioni fu detto "serpente" monetario europeo), si giunse infine all'istituzione dell'Euro, ovvero l'Ecu materializzato in una reale moneta unica europea senza la quale l'integrazione europea si sarebbe arrestata in quanto l'Euro, come tutte le monete, non è solo economia ma anche il fattore unitario del "cittadino europeo" che prelude all'unione anche politica dei diversi paesi.

Si tratta in realtà di un esperimento del tutto nuovo, in quanto l'istituzione di una moneta unica ha sempre sanzionato storicamente la supremazia economica e spesso culturale di una nazione su altre più deboli, come coronamento di un progetto politico.

Nell'unione economica europea, invece, viene specificatamente salvaguardata l'identità di ogni nazione partecipante trattandosi di un'unione volontaria e paritaria senza annessioni o forzature e anzi proprio a prevenzione di possibili prevaricazioni finanziarie dei paesi europei a più solida economia, come all'interno di un'unico paese.

In parte l'Euro è nata anche per fronteggiare la supremazia del dollaro, (gli USA detengono il 19,6% della produzione mondiale e il 16,6% del commercio contro il 19,6% e il 18,6%, dell'Europa), con cui nessuna moneta nazionale poteva competere soprattutto con la crescente globalizzazione dei mercati mondiali che, incompatibile con l'esistenza di troppe monete, tende a distruggere le più deboli.

Alla data, (01.01.1999), di entrata in vigore dell'Euro, fu fissato il rapporto finale di cambio fra le valute che vi aderirono:

Moneta	Nazione	Valore in lire	Euro/Valuta
Ecu	–	–	1
Lira	Irlanda	2458,56	0,787564
Marco	Germania	989,999	1,95583
Fiorino	Olanda	878,641	2,20371
Marco	Finlandia	325,657	5,94573
Franco	Francia	295,182	6,55957
Scellino	Austria	140,714	13,7603
Franco	Belgio & Lussemburgo	47,998	40,3399
Peseta	Spagna	11,6372	166,386
Escudo	Portogallo	9,65805	200,482

Lira Italia – 1936,27

mentre alla stessa data il valore ufficiale di cambio con le principali monete mondiali, risultava:

Moneta	Nazione	Valore in lire	Euro/Valuta
Dollaro	USA	1.659,54	1,16675
Yen	Giappone	14,58	132,800
Sterlina	Inghilterra	2.744,92	0,7054
Franco	Svizzera	1.204,37	1,6077

Una società diviene **benestante**, (o “ricca”), quando la popolazione produce, o “lavora”, fornendo grandi quantità di beni e servizi per un migliore tenore di vita.

Una società diviene **progredita** quando un sufficiente numero dei suoi componenti si dedica alla ricerca e sviluppo fornendo conoscenze, tecnologie, materiali, in grado di elevare lo stato di benessere, salute, comunicazioni, cultura, informazioni, con effetto sinergico su tutto il sistema produttivo e il tessuto sociale.

La vita produttivo–economica di ogni individuo è divisa in tre parti.

La prima e la terza sono fasi improduttive caratterizzate dalla giovane età impiegata nella crescita e formazione e di quiescenza per raggiunti limiti di età, rispettivamente.

Nella fase intermedia, ovvero nel periodo di attività, normalmente i lavoratori, risultano in grado di produrre, (o “guadagnare”), più di quanto consumano, (o “spendono”), accumulando capitali di limitata entità, (o “risparmi”).

Ogni realizzazione produttiva o di ricerca richiede per il suo avvio e prima di iniziare a produrre utili, la disponibilità di capitali.

Pertanto il danaro risparmiato, esprimendo comunque una differenza fra attività produttive rispettivamente rese e ricevute dalla società nel suo insieme, se non investito in attività produttive, rappresenta una potenzialità dormiente inutilizzata.

Nasce quindi l'esigenza del trasferimento o commercio di danaro che in ogni e qualunque sua forma, risulta, comunque, un bene come gli altri e quindi soggetto alle leggi di mercato, (o meglio il suo affitto, dato che la vendita di danaro in cambio di altri beni non è altro che l'acquisto dei beni stessi), ovvero il passaggio di un capitale di **risparmio** frazionato in piccole quantità insufficienti a qualunque realizzazione e a disposizione di persone capaci di produrre più di quanto spendono, ma non di organizzarsi in imprese, (risparmiatori),

a uno di **investimento**, ovvero a soggetti in grado di utilizzare le risorse, altrimenti inutilizzate, a fini produttivi, (imprenditori), come motore in grado di creare ricchezza innalzando il livello di benessere globale di tutta la società.

Chi si priva di qualche cosa in grado di procurare lucro o comunque arrecare beneficio, chiede naturalmente un compenso per tale privazione e per il rischio di non ottenerne la restituzione.

Il danaro viene, pertanto, ceduto a termine dietro compenso di un interesse da parte di chi lo riceve, (singoli, enti privati o statali), commisurato, oltre che al rischio dell'impresa, dalla legge della domanda e dell'offerta.

Colui che prende in affitto, (cioè riceve in prestito), danaro si impegna, quindi, oltre all'onere della restituzione della somma ricevuta nei termini previsti dal contratto, all'onere del pagamento del rateo di affitto, (interesse), espresso in frazione o percentuale della somma impegnata a prefissato intervallo di tempo.

Nel calcolo dell'interesse occorre considerare l'effetto dell'inflazione.

Infatti l'entità globale di danaro in circolazione giunge a un equilibrio con la quantità o l'offerta globale di tutti gli altri beni o servizi, fissandone il prezzo, nel senso che un aumento della quantità di un bene ne causa il deprezzamento e un aumento della quantità di danaro circolante ne causa una diminuzione di potere di acquisto portando al fenomeno dell'aumento dei prezzi, (inflazione).

Questo, se contenuto, ha anche un effetto positivo inducendo a non congelare danaro, ma a investirlo, a tutto vantaggio dell'economia.

Il danaro non utilizzato, infatti, risulta una potenzialità produttiva non attivata, ovvero una possibilità di benessere, (a meno degli abusi dell'ipersviluppo), non sfruttata.

Purtroppo a un aumento della quantità di danaro stampato dallo stato, o tasso di inflazione "fisiologico", se ne sovrappone, quasi ovunque, uno ingiustificato, dovuto al frequente indebitamento degli stati nei confronti degli stati esteri e/o del mercato interno, causato, in genere, da pressioni demagogiche e da interessi politico-elettorali.

Questo aumento di quantità di danaro ne diminuisce il potere di acquisto sia all'interno, (inflazione), che nei confronti delle monete di stati esteri a più forte economia e quindi a minore tasso di inflazione, (svalutazione).

Il tasso di interesse risulta, pertanto, commisurato non solo alle condizioni di cessione del danaro, ma anche alla politica economica dello stato, ovvero al tasso di inflazione previsto, essendo un tasso di interesse pari a quello di inflazione, corrispondente, in termini reali, al prestito gratuito del danaro stesso.

Infine il tasso di interesse soggiace alle leggi di mercato, ovvero alla "concorrenza" delle diverse fonti di finanziamento.

Queste sono, in sostanza, le banche, (o altri enti di finanziamento), che risultano "volani economici" o interfacce fra i risparmiatori che vi depositano il danaro in eccesso nel loro bilancio e gli imprenditori che lo richiedono per avviare imprese produttive.

Il prestito di una banca, in sostanza, corrisponde a tanti piccoli prestiti concessi dai singoli all'imprenditore a formare una somma sufficiente a una qualche realizzazione produttiva.

In cambio del suo prestito, (deposito), il risparmiatore riceve quindi un interesse bancario che corrisponde a quello pagato dall'imprenditore alla banca intermediaria, decurtato dei costi, (e delle speculazioni), della banca stessa.

Purtroppo a questo sistema di libero mercato autoregolato e fondato su beni reali, (il danaro dei cittadini e i profitti degli imprenditori), si pone in concorrenza lo stato stesso tramite l'offerta di buoni statali, ovvero la richiesta ai cittadini di prestiti dietro compenso di un interesse generalmente superiore a quello offerto dagli enti finanziari, in quanto non vincolato da alcun pareggio di bilancio produttivo, ma al peggio, sanabile dalla zecca.

Infatti questo danaro non va a finanziare imprese produttive in grado, quindi, di rendere le somme corrisposte e gli interessi aumentando la produttività e quindi il benessere della società nel suo insieme, ma a sanare i disavanzi dello stato, ovvero di un ente improduttivo che non può che pagare i debiti, a seconda delle condizioni politiche, o incrementando il prelievo fiscale con penalizzazione di tutto il sistema produttivo, o contenendo la spesa pubblica riducendo l'occupazione, o infine, stampando nuovo danaro in un circolo inflazionistico vizioso.

Tale azione è doppiamente negativa in quanto improduttiva e destabilizzante per l'economia, nonchè dannosa per il sistema produttivo stesso costretto da questa concorrenza a pagare interessi penalizzanti per la competitività della produzione industriale sia sul mercato nazionale che estero, mentre gli apparenti vantaggiosi interessi offerti dalla "azienda stato" ai cittadini, sono solo illusori in quanto forieri di costante maggiore inflazione, o inasprimento fiscale.

Un'altra fonte di finanziamento per le imprese è l'emissione di azioni, ovvero la vendita di certificati di proprietà di parte dell'azienda stessa, (in quest'ottica i buoni statali possono essere pensati come azioni di un'azienda inesistente), il cui prezzo varia, (oltre che per le onnipresenti speculazioni), in funzione della "fiducia" economica che l'azienda stessa riscuote nel mercato borsistico.

E anche in questo caso al prestito o finanziamento concesso a un'impresa dal singolo, corrisponde un interesse o compenso: i dividendi periodicamente incassati dagli azionisti dell'azienda.

Il primo centro di scambi di tali certificati, (azioni), fu istituito nel 1531 ad Anversa, (Belgio), e prese il nome di Borsa Valori o semplicemente Borsa, attualmente presente in tutte le principali città di tutte le nazioni.

Questo tuttavia ha portato a un fenomeno nuovo: la separazione fra l'economia reale e quella finanziaria.

Per tutta la storia dei rapporti commerciali umani, gli scambi sono stati fondamentalmente locali e all'inizio del periodo industriale il mercato borsistico era realmente legato al valore produttivo delle aziende.

Successivamente però il commercio azionario si estese a tutto il mondo e divenne sempre più legato alla speculazione e affidato ad operatori e società intermediatrici specializzate non a valutare il reale valore delle merci che scambiavano, ma solo al momentaneo andamento dei prezzi delle azioni in un gioco al guadagno fine a se stesso, basato sull'intuizione e sull'emotività, perdendo sempre più il legame con i reali valori delle realtà produttive.

Conseguentemente i titoli azionari sono divenuti sempre più cedole nominali di valore solo convenzionale variabili con la legge della domanda e dell'offerta, fortemente sensibile agli eventi politici, alla legislazione tributaria dei vari stati e alla concorrenza di altre fonti di investimento e quindi caratterizzati da rapidi, (e ingiustificati), rialzi e discese con pericolo di crolli improvvisi di tutto il sistema produttivo.

Infine attualmente, con i mezzi informatici che permettono anche a qualunque privato il collegamento e il commercio telematico diretto con tutte le borse e i mercati del mondo, la finanza sta divenendo un vero e proprio videogioco d'azzardo di portata planetaria le cui penalità possono essere il destino di intere categorie di lavoratori fino a intere economie statali e mondiali.

Certamente la speculazione non è un prodotto del mondo moderno, era già esistente nelle contrattazioni nel Foro dell'antica Roma, ma le prime testimonianze di tale economia virtuale di cui si ha notizia, appaiono nel 1688 con la pubblicazione di un libro, riferito alla borsa di Amsterdam una delle più potenti del tempo, ove incredibilmente si vendevano e compravano "beni non ancora prodotti", fino ad attuali correnti che paragonano il sistema finanziario a un enorme casa da gioco animato dall'ingordigia di ottenere facili rendimenti e pervaso dalla febbre del rischio, (tipico appunto del gioco d'azzardo), ove si

punta con fondi presi a prestito trattenendo i guadagni e scaricando le perdite sugli investitori e quindi sull'intera economia nazionale e mondiale.

Nell'economia finanziaria il mercato azionario non rappresenta capacità di produrre reddito, ma solo uno strumento di lucro sui profitti della compravendita speculativa con la complicità di banche, istituti di credito, consulenti e promotori, grandi inventori di sempre nuovi e appetibili titoli, adattabili a qualunque emergenza e sempre meno comprensibili per la clientela non specializzata in sistemi sempre più complessi e interconnessi in cui il danaro conseguentemente oscilla fra situazioni di abbondanza e offerta a situazioni in cui diviene sempre più costoso e il credito una merce preziosa con gravi danni di instabilità per tutta l'economia.

Tipici esempi di un economia mondiale diventata ormai un casinò con i consulenti divenuti veri croupier, sono i prodotti derivati.

Sono strumenti finanziari, (contratti o titoli negoziati sia in borsa che contrattabili fuori borsa in mercati non regolamentati), privi di qualunque valore intrinseco, ma il cui prezzo dipende dal valore di mercato di altri beni, (azioni, indici, valute, titoli, tassi, beni di consumo), indicati come titoli sottostanti, o eventi di qualunque tipo, (addirittura andamenti metereologici), con i quali in pratica si "scommette" sull'andamento finanziario di altri beni.

Derivati creditizi sono accordi fra acquirenti e venditori con i quali i compratori pagano un premio periodico in base a un evento relativo a un credito, (solvibilità o fallimento del debitore), cui il contratto è riferito.

Il primo mercato a trattare derivati risale al 1848, con una massa mondiale attuale di derivati circolante di 300.000 miliardi di dollari, (circa 100.000 depositati nelle banche statunitensi), mentre in Italia sono circa 50.000 gli enti locali che utilizzano strumenti derivati.

Recenti crisi finanziarie mondiali sono nate in parte proprio da "scommesse rischiose" non andate a buon fine, (mutui concessi a clienti ad alto rischio, investimenti fatti di titoli tossici e derivati).

A fronte di un innegabile ruolo positivo della finanza borsistica come motore di investimento e produttività, la convivenza fra l'economia reale e quella meramente finanziaria crea un sistema che per la sua irrazionalità porta a uno storico susseguirsi di cicli equamente suddivisi in periodi di follia ottimistica e altrettanto emotive improvvise crisi di sfiducia con conseguenti crolli finanziari, (le bolle), che si diffondono contagiando sistemi produttivi anche indipendenti, (la prima fu la famosa bolla dei tulipani in Olanda nel XVII secolo

quando dopo un periodo in cui il loro prezzo si era talmente dilatato che ormai non si vendevano più fiori, introvabili, ma bulbi non ancora germogliati al prezzo di un appartamento per mezzo grammo, improvvisamente nel 1637 non si trovarono più compratori con fallimenti a catena da cui la frase storica: “I pazzi e i loro soldi finiscono sempre per separarsi”), e in epoche recenti lo storico drammatico crollo del 1929 negli Stati Uniti e di riflesso in tutto il mondo e fino alle crisi attuali, (ove paradossalmente sono meno colpiti i sistemi finanziariamente più arretrati, meno coinvolti nella finanza più innovativa e globalizzata).

La natura di questi atteggiamenti irrazionali è ben descritto dalla provocazione: “Il maggiore e più affidabile banchiere mondiale è il Padreterno, amministratore delegato dell’eternità, nel cui istituto di credito, il Paradiso, miliardi di fedeli investono le speranze attendendo il riscatto della vita eterna, e al fallire delle agenzie celesti, non rimane che il capitale in cui i fedeli consumatori ripongono le speranze cercando la felicità nel possesso di beni e nel consumo di merci facendo del capitalismo stesso una religione in cui avere fede”.

E sono proprio alcuni videogiochi a dare la reale misura del concetto e del valore di bene o servizio come qualcosa in grado di arrecare sensazioni gradevoli al cervello umano, non necessariamente passando per il possesso di qualcosa di materiale e di denaro come mezzo per ottenere il passaggio di proprietà di beni o servizi.

E' nota, anche se non spiegabile semplicemente, l'insofferenza umana per la propria natura e la propria condizione, fino alle comuni vere e proprie situazioni di infelicità, da cui la continua ricerca materiale e mentale di un progresso verso qualcosa di irraggiungibile.

Fra le vie, (più dolci), di fuga da queste situazioni di disagio, vi sono i giochi, veri e propri universi di vite parallele in cui sfogare la propria aggressività, mostrare la propria abilità, ottenere quei risultati sognati e irrealizzati nella vita reale.

In alcuni di questi la finzione consiste nel creare realtà fantastiche in cui vengono inseriti i giocatori che assumono determinate identità e in cui ognuno agisce secondo il proprio ruolo e la propria volontà sviluppando la storia.

L'informatica e le reti interconnesse hanno trasformato le realtà fantastiche precedentemente solo immaginate, in realtà virtuali visibili su monitor, mentre i giocatori precedentemente costretti a riunirsi in luoghi fisici, possono inserirsi, comunicare e agire nel gioco da tutto il mondo e in ogni momento.

In queste realtà fantastiche i giocatori, ottenuta la cittadinanza del mondo scelto, possono lavorare, guadagnare danaro, (reale), in una moneta locale a cambio ufficiale con le valute vere, come si trattasse di una nazione realmente esistente.

Possiedono beni o servizi, (virtuali), che possono essere acquistati, venduti, affittati con danaro reale, (tramite carte di credito), in un mercato di economia virtuale, una sorta di allucinazione collettiva volontaria, ma di caratteristiche paragonabili a quelle dei sistemi reali.

I mondi virtuali divengono cioè, realtà economiche vere, con nuove possibilità di lavoro e opportunità di guadagno e fra i due mondi non sono esclusi altri collegamenti, come quelli di tipo sentimentale e perfino delitti che, causati da torti subiti nel mondo virtuale, vengono compiuti in quello reale.

In tali nazioni virtuali vengono addirittura indette elezioni politiche e sono state proposte carte costituzionali con la dichiarazione dei diritti dei cittadini, (i giocatori partecipanti), prefigurando l'instaurarsi di un futuro stato giuridico composto da personalità multiple per ognuno, in cui quella reale e quella, (o quelle), esistenti solo nei mondi fantastici potrebbero avvicinarsi, compenetrarsi, fino a confondersi come le realtà stesse, che se non più distinguibili dal cervello umano tenderebbero inevitabilmente a identificarsi.

Gli oggetti intangibili, di proprietà esistente solo in una realtà virtuale, (lo spazio di internet), un mondo che non c'è, possono conseguentemente essere spazzati via in ogni momento, (al pari dei tristemente noti crolli delle monete o dei titoli azionari delle economie vere), ma non per questo risultano meno reali nel loro ruolo di arrecare uno stato di benessere, o sensazioni di appagamento al cervello del giocatore anche se solo durante il gioco.

E questo benessere, certamente reale, se quindi da un lato giustifica una spesa altrettanto reale, e l'ipotesi più pratica che le due finanze, reale e finanziaria, possano coesistere, dall'altro nel mondo reale, mostra tutta la natura puramente convenzionale del valore del danaro e di qualunque titolo di possesso, legato solo formalmente a beni reali, o addirittura a beni inesistenti.

§ I°.2.2 – COSTO DI UN IMPIANTO.

Per la valutazione di convenienza di un investimento impiantistico, occorre confrontare gli **utili** resi da un impianto con gli **oneri** richiesti per la realizzazione e il funzionamento dell'impianto stesso.

Il calcolo degli utili è dato, in generale, dal numero di prodotti o servizi ottenibili per il prezzo specifico di vendita, che risulta funzione delle condizioni di mercato e del volume di produzione.

L'onere, o costo relativo all'impianto, può distinguersi in due termini: il **costo capitale** e il **costo di esercizio**.

§ I°.2.3 – IL COSTO CAPITALE.

Il danaro preso a prestito costituisce un costo in quanto va restituito e per esso occorre pagare un interesse.

Al termine del periodo produttivo, a causa dell'invecchiamento tecnico e/o tecnologico, (obsolescenza), dell'impianto, ne rimane solo il valore residuo eventualmente nullo o addirittura negativo se sono necessarie spese di smantellamento.

L'insieme di rate pagate per estinguere il debito contratto, (comprehensive della somma ricevuta e dei corrispondenti interessi), per la realizzazione di un impianto, (o di una qualunque impresa), che al termine della sua vita, (coincidente in genere con l'intero periodo di restituzione delle somme impegnate), risulta avere solo un valore residuo o nullo, appare, pertanto, un costo vero e proprio indicato come costo capitale, ovvero imputabile all'investimento necessario alla realizzazione del sistema impiantistico stesso.

Nel caso in cui il capitale sia di proprietà dell'imprenditore, si ha un pari costo capitale. Infatti il danaro investito nell'impianto è perduto al termine della vita dell'impianto stesso, mentre agli interessi pagati in caso di danaro preso a prestito, corrispondono quelli non percepiti dando il danaro in prestito invece di investirli nell'impresa.

Il sistema di restituzione del capitale impegnato è detto piano di ammortamento, mentre con ammortamento si intende anche il deprezzamento, (frazionario o percentuale), del valore di un bene nel tempo.

A questo ammortamento reale se ne affianca uno di natura fiscale.

Infatti l'ammortamento di un impianto, costituendo una reale perdita di valore per l'impresa, può essere detratto dagli utili e quindi dai redditi imponibili fiscalmente e pertanto, poichè le aliquote fiscali risultano crescenti con l'ammontare dei redditi, risulterebbe conveniente ammortizzare maggiormente in periodi di forte utile, riducendo così il reddito medio e quindi l'importo totale delle tasse.

Il fisco fissa, pertanto, delle tabelle di massimo ammortamento a unità di tempo per ogni tipo di bene o impianto, che risultano, quindi, indici di deprezzamento solo nominali.

§ I°.2.4 – IL PIANO DI AMMORTAMENTO. MODELLO DISCRETO.

Qualunque modalità di restituzione di un prestito che comprenda la quota capitale e la quota interessi costituisce un piano di ammortamento.

Tuttavia nella scelta dei diversi possibili piani di ammortamento, intervengono considerazioni di gestione finanziaria e di cautela che ne rendono più conservativi alcuni rispetto ad altri.

In via del tutto teorica, in quanto economicamente generalmente assai svantaggiosa, è possibile la restituzione dell'intero debito in un'**unica rata** alla fine del periodo di ammortamento.

L'effetto dell'interesse richiesto in ogni prestito, cessione di danaro o finanziamento economico, risulta la variabilità del valore di qualunque bene, servizio o somma di danaro, in funzione del tempo in cui tale beneficio, (od onere), si rende disponibile o richiesto, a meno di qualunque reale fenomeno commerciale di variazione dei prezzi sul mercato.

Considerando, infatti, un debito pari all'unità di moneta, concesso all'interesse i a unità di tempo, (o periodo rateale di riferimento), con ammortamento in n unità di tempo, al termine del primo periodo rateale, il debito, (D_1), vale: $D_1 = (1 + i)$, al termine del secondo:

$D_2 = (1 + i) + i(1 + i) = (1 + i)^2$, al termine dell'**m**esimo: $D_m = (1 + i)^m$ e al termine del periodo di ammortamento:

$$D_n = (1 + i)^n, \quad (\text{valore di rivalutazione}).$$

Per contro, quindi, il valore attuale di un'unità di moneta esigibile fra n periodi rateali, (a interesse i), è: $1/(1 + i)^n$, (valore di sconto).

L'ammortamento in diverse rate, (la cui cadenza fissa quindi il periodo rateale di riferimento), può invece, essere stabilito con una qualunque legge purchè al termine del piano di ammortamento sia stata restituita l'intera somma ricevuta e siano stati pagati per essa i corrispondenti interessi.

Un caso frequente e comodo per le valutazioni di bilancio, è il piano di ammortamento che si ottiene imponendo che la rata sia **costante**.

Per l'estinzione di un debito unitario in n periodi rateali all'interesse i , (a periodo rateale), con piano di ammortamento a rata costante, (t), da pagarsi al termine di ogni periodo rateale, la rata, (indicata come tasso di ammortamento), soddisfa l'equazione:

$$\frac{t}{(1+i)} + \frac{t}{(1+i)^2} + \dots + \frac{t}{(1+i)^n} = t \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} = 1.$$

Data la sommatoria: $\sum_{j=1}^n x^j$, si ha: $x \sum_{j=1}^n x^j = \sum_{j=1}^{n+1} x^j$ e quindi:

$$x \sum_{j=1}^n x^j - \sum_{j=1}^n x^j = (x-1) \sum_{j=1}^n x^j = \sum_{j=2}^{n+1} x^j - \sum_{j=1}^n x^j = x^{n+1} - x,$$

da cui: $\sum_{j=1}^n x^j = \frac{x}{x-1} (x^n - 1)$.

Per: $x = \frac{1}{1+i}$, si ottiene, quindi: $\sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i}$,

da cui: $t = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j}} = \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} = t(n, i)$.

In assenza di interesse diviene costante il valore nel tempo della moneta e si ha quindi: $t n = 1$, con rata di ammortamento: $t = 1/n$. Pertanto il significato fisico del tasso di ammortamento è tale che il suo inverso, $(1/t)$, risulta il periodo fittizio di ammortamento, (o la vita produttiva fittizia dell'impresa), equivalente, in assenza di interesse.

La quota, (costante), corrispondente al tasso di ammortamento, può essere suddivisa in due parti: una per la restituzione del capitale preso a prestito e l'altra per il pagamento degli interessi sul debito residuo.

La prima rata comprende l'interesse sull'intero capitale, $(i x 1)$, per cui la quota di ricostruzione del capitale risulta:

$$t - i1 = \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} - i = \frac{i}{(1+i)^n - 1}.$$

Il debito residuo dopo il primo periodo rateale, (D_1) , vale, quindi:

$$D_1 = 1 - \frac{i}{(1+i)^n - 1} = \frac{(1+i)^n - (1+i)}{(1+i)^n - 1}.$$

Nella seconda rata l'interesse è relativo al debito residuo: $i \times D_1$, per cui la parte che ricostruisce il capitale vale:

$$t - i \frac{(1+i)^n - (1+i)}{(1+i)^n - 1} = \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} - i \frac{(1+i)^n - (1+i)}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)}{(1+i)^n - 1},$$

e quindi il debito residuo al termine della secondo periodo rateale,

$$(D_2), \text{ vale: } D_2 = D_1 - \frac{i(1+i)}{(1+i)^n - 1} = \frac{(1+i)^n - (1+i)}{(1+i)^n - 1} - \frac{i(1+i)}{(1+i)^n - 1} = \\ = \frac{(1+i)^n - (1+i)^2}{(1+i)^n - 1}, \text{ e successivamente: } D_m = \frac{(1+i)^n - (1+i)^m}{(1+i)^n - 1}, \text{ fino}$$

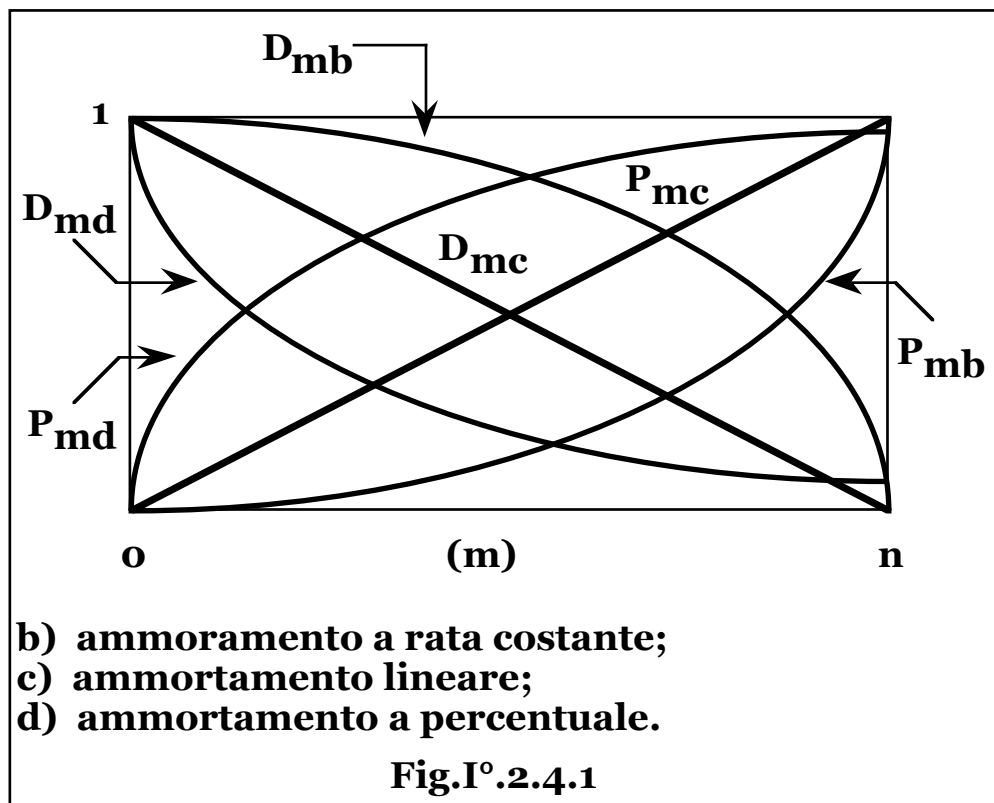
all'ultimo periodo rateale al termine del quale il debito residuo risulta:

$$D_n = \frac{(1+i)^n - (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 0.$$

La quota capitale ricostruita dopo m periodi rateali, (P_m), vale:

$$P_m = 1 - D_m = \frac{(1+i)^m - 1}{(1+i)^n - 1}, \text{ con: } P_n = 1.$$

In **Fig. I° 2.4.1**, sono riportate le curve continue di compenso delle funzioni, (discontinue): $P_m = P_m(m)$; $D_m = D_m(m)$.



Risulta, quindi, che il debito viene ricostruito in misura minore nel periodo iniziale rispetto al periodo finale, a causa della quotaparte interessi decrescente al diminuire del debito che viene progressivamente ricostruito.

Il tipo di ammortamento risulta quindi economicamente scarsamente conservativo restando elevato il debito nel periodo iniziale di maggiore sicurezza o di maggior valore dell'impianto e rimandando la maggior parte della ricostruzione del debito stesso ai periodi finali di maggiore incertezza e dubbia competitività.

Si possono prevedere, pertanto, piani diversi di ammortamento rinunciando alla costanza della rata corrisposta.

Si indica come **lineare** il piano di ammortamento in cui si effettua la ricostruzione del debito pagando $1/n$ del suo importo a periodo rateale. Il debito residuo vale dunque: $D_m = (1 - m/n) = (n - m)/n$, e si ottengono le rate decrescenti:

$$\begin{aligned}
 1^\circ & : \quad \frac{1}{n} + i = \frac{1}{n} (ni + 1); \\
 2^\circ & : \quad \frac{1}{n} + i \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n} [(n-1)i + 1]; \\
 \dots & \\
 m^\circ & : \quad \frac{1}{n} + i \frac{n-(m-1)}{n} = \frac{1}{n} \{i[n - (m-1)] + 1\} \\
 \dots & \\
 n^\circ & : \quad \frac{1}{n} + i \frac{n-(n-1)}{n} = \frac{1}{n} (i + 1).
 \end{aligned}$$

Si indica come **a percentuale** il piano di ammortamento in cui si ricostruisce il debito pagando una quota pari a una frazione fissa, (p), del debito residuo.

Il debito residuo dopo il primo periodo rateale vale: $D_1 = (1 - p \times 1)$, dopo due periodi: $D_2 = (1 - p) - p(1 - p) = (1 - p)^2$ e quindi all' m esimo periodo: $D_m = (1 - p)^m$.

Le rate, (decrescenti), risultano:

$$\begin{aligned}
 1^\circ & : \quad p + i; \\
 2^\circ & : \quad p(1 - p) + i(1 - p) = (1 - p)(i + p); \\
 \dots & \\
 m^\circ & : \quad p(1 - p)^{m-1} + i(1 - p)^{m-1} = (1 - p)^{m-1}(i + p); \\
 \dots & \\
 n^\circ & : \quad p(1 - p)^{n-1} + i(1 - p)^{n-1} = (1 - p)^{n-1}(i + p).
 \end{aligned}$$

Al termine del periodo di ammortamento risulta, quindi, un debito residuo non nullo, ma pari a: $D_n = (1 - p)^n$, mentre indicando con V_n il valore residuo dell'impianto di costo originale I_0 , rimane un valore residuo dell'unità di investimento iniziale che vale: V_n/I_0 .

Nell'ipotesi di compensare il debito con il valore unitario residuo:

$D_n = (1 - p)^n = V_n/I_0$, si ottiene la frazione di pareggio:

$$p = 1 - (V_n/I_0)^{1/n}.$$

In ogni caso scelto un qualunque piano di ammortamento, risultano fissate le diverse rate, ovvero il costo capitale dell'impianto in ogni periodo rateale.

Il costo di investimento, (e ogni rata di ammortamento a esso proporzionale), risulta, in realtà, nominale in quanto non comprensivo degli interessi che maturano nel periodo di tempo che intercorre fra il versamento delle somme richieste e l'inizio funzionamento dell'impianto, (e quindi di attivo economico), ovvero nel tempo di costruzione e avviamento tecnico e commerciale dell'impianto.

Indicando con I il valore del debito finanziario al momento dell'avvio

dell'impianto, si ha: $I = \sum_{j=k}^0 I_j(1+i)^j$, con I_j quota del finanziamento

versata j periodi rateali prima dell'inizio funzionamento dell'impianto e k numero di periodi rateali fra la prima quota di finanziamento e

l'avvio del sistema, con: $I_0 = \sum_{j=k}^0 I_j$.

Definito un coefficiente di rivalutazione degli oneri di ammortamento per interessi maturati durante la costruzione e avviamento dell'impianto, (f_r), come:

$$f_r = \frac{I}{I_0} = \frac{\sum_{j=k}^0 I_j(1+i)^j}{\sum_{j=k}^0 I_j} = \frac{\sum_{j=k}^0 I_j(1+i)^j}{I_0}, \text{ si ottiene: } I = f_r I_0.$$

§ I°.2.5 – IL COSTO DI ESERCIZIO. BILANCIO A PERIODO RATEALE.

I numerosi addendi che compongono il costo di esercizio di un'impresa possono essere sostanzialmente divisi in due categorie.

Alla prima appartengono gli oneri per materie prime, materiali, semilavorati, energia, proporzionali alla/e potenzialità produttive, (Q_k), con costanti di proporzionalità, (C_e), dipendenti dai prodotti, dal tipo di produzione e dall'efficienza dei cicli di fabbricazione.

Alla seconda appartengono gli oneri per manodopera, manutenzione ordinaria a straordinaria.

L'insieme delle attività di supporto e controllo dell'esercizio dei sistemi sono definite e quantificate da una disciplina autonoma indicata come ingegneria della manutenzione.

In fase di progettazione e pianificazione è innanzitutto richiesta una classificazione delle apparecchiature e dei componenti a seconda della loro criticità, ovvero delle conseguenze della loro relativa indisponibilità su produzione, sicurezza, impatto ambientale, nonché un'analisi statistica di affidabilità degli stessi.

Tecnicamente tuttavia, un concreto piano di frequenza e priorità degli interventi conservativi non può essere definito in maniera ottimale risultando l'affidabilità di esercizio comunque crescente con l'entità degli interventi stessi di manutenzione.

Dal punto di vista economico invece, è possibile valutare il rischio inteso come prodotto della probabilità del verificarsi di un guasto o malfunzionamento per il danno conseguente, quantificato dai reali oneri di manutenzione che si distinguono in diretti, (manodopera interna ed eventualmente esterna per interventi specialistici), e indiretti, (oneri di mancata produzione per interventi di manutenzione ed eventi accidentali, scarti di qualità per malfunzionamenti, sprechi energetici per ridotta efficienza, infortuni, incidenti, danni ecologici, oneri di mantenimento dei materiali di scorta).

Pertanto poichè all'aumentare dell'entità della manutenzione preventiva e predittiva, crescono i costi diretti, mentre si riducono quelli indiretti, la somma, (ovvero il costo totale di manutenzione), presenta necessariamente un minimo.

In sostanza paragonando l'andamento degli oneri per guasti e malfunzionamenti con quello dei corrispondenti costi di manutenzione, è quindi possibile definire un piano di interventi preventivi e predittivi di entità ottimizzata ai minimi costi globali, da

cui un conseguente fattore di carico o di servizio economico del sistema produttivo.

Questi oneri, parimenti a quelli di gestione e manodopera, possono ritenersi proporzionali al costo di investimento, (reale I_0 e non gravato da interessi durante il periodo di costruzione e/o avviamento, $f_r I_0$), con costanti di proporzionalità, (C_c), dipendenti dal tipo di impianto e dalle condizioni di esercizio.

L'ottimizzazione delle attività di manutenzione, permette quindi di ottenere il minimo valore della costante di proporzionalità relativa a tali oneri.

Nel bilancio a periodo rateale, il costo globale di esercizio, (C_E), risulta quindi: $C_E = \sum_a C_{ca} I_0 + \sum_k (\sum_b C_{ebk} Q_k)$, mentre quello capitale, (C_I), nell'ipotesi di ammortamento a rata costante, vale: $C_I = f_r t I_0$.

Il costo totale, (capitale ed esercizio), dell'impresa, (C_T), risulta quindi:

$$C_T = (\sum_a C_{ca} + f_r t) I_0 + \sum_k (\sum_b C_{ebk} Q_k).$$

Il ricavo totale derivato dall'impresa, (U_T), risulta pari a:

$U_T = \sum_k q_k Q_k$, con q_k prezzo unitario di vendita del prodotto o servizio relativo alla k esima potenzialità produttiva resa dall'impianto.

La condizione di convenienza alla realizzazione dell'impianto:

$$U_T > C_T, \text{ risulta dunque: } I_0 < \frac{\sum_k (q_k - \sum_b C_{ebk}) Q_k}{\sum_a C_{ca} + f_r t}.$$

Essendo tale bilancio riferito a un definito periodo rateale, non vi appaiono conseguentemente, variazioni di prezzi e costi nel tempo.

La valutazione basata su tale schema, se estrapolata a periodi successivi corrisponde, pertanto, a un modello di analisi economica di tipo non attualizzante, in cui cioè, il valore della moneta e il prezzo degli oneri e degli utili risulta costante.

Prescinde, infine, dal prelievo fiscale imposto e non rappresenta, quindi, una situazione economica reale.

Poichè la verifica di convenienza economica degli investimenti è invece, relativa all'intera vita del sistema, occorre generalizzare il modello introducendo gli indici temporali di variazione prezzi di ogni onere e utile e introdurre metodi attualizzanti di analisi, in cui per un corretto confronto, ogni valore economico è attualizzato, con opportuni fattori di sconto o di rivalutazione, a una data fissa di riferimento.

§ I°.2.6 – METODO DEL VALORE ATTUALE NETTO.

Si intende per investimento netto, (I_0), l'ammontare complessivo dei fondi necessari alla progettazione, acquisto, trasporto, installazione e avviamento di una realizzazione produttiva.

Si intende per flusso di cassa operativo lordo, (**CFL**), la differenza fra il danaro entrante e il danaro uscente, relativo al bilancio a periodo rateale dell'investimento produttivo, chiuso convenzionalmente alla fine di ogni periodo rateale: **CFL = Ricavi – Costi**, con esclusione dei costi finanziari di ammortamento capitale e fiscali.

Indicando con **T** il coefficiente, (medio), di prelievo fiscale, si ha:

CFL – Ammortamento = Imponibile

Imponibile x T = (CFL – Ammortamento) x T = Tasse

Imponibile – Tasse = (CFL – Ammortamento) x (1 – T) = Utile Netto.

Si intende per flusso di cassa operativo netto, (**CFN**), il valore:

CFN = CFL – tasse = (1 – T) CFL + T x Ammortamento,

che rappresenta, quindi, in ogni periodo rateale, l'effettivo utile derivante dall'impresa al lordo degli oneri di ammortamento capitale.

I **CFN** risultano utili finanziari che si rendono disponibili in tempi successivi, (convenzionalmente alla fine di ogni periodo rateale).

Per un bilancio globale occorre, quindi attualizzarli a una data fissa di riferimento.

Fissata la data di attualizzazione in quella di inizio funzionamento dell'impianto, il valore attuale degli utili ottenibili in tutta la vita dell'impianto, indicato come flusso di cassa attualizzato, (**DCF**), vale:

$$DCF = \sum_{j=1}^n \frac{CFN_j}{(1+i)^j},$$

con **n** durata in periodi rateali degli effetti dell'investimento e costituisce, quindi, il valore da paragonare con l'entità dell'investimento I_0 , (oppure: $I = f_r I_0$), richiesto per realizzarlo.

Si definisce valore attuale netto, (**VAN**), dell'investimento, la

differenza: **VAN = $\sum_{j=1}^n \frac{CFN_j}{(1+i)^j} - I_0 = DCF - I_0$,**

che rappresenta il valore attuale della differenza: **Ricavi – Costi**, relativa all'intera vita produttiva del sistema, comprensiva di tutti gli oneri di capitale ed esercizio.

L'investimento è, pertanto, economicamente vantaggioso se risulta: **VAN > 0**, in quanto in tali condizioni l'impresa permette maggiori utili dell'investimento della stessa somma al tasso nominale di sconto, (**i**).

In caso di $\mathbf{CFN}_j = \text{costante} = \mathbf{CFN}$, (o scelto un opportuno valore medio), si ottiene:

$$\mathbf{VAN} = \sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{CFN}_j}{(1+i)^j} - \mathbf{I}_0 = \mathbf{CFN} \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} - \mathbf{I}_0 = \mathbf{CFN} \frac{1}{t} - \mathbf{I}_0,$$

pari al valore del flusso di cassa netto per il periodo fittizio di ammortamento, (o la vita produttiva fittizia dell'impresa), equivalente, in assenza di interesse, $(1/t)$, meno l'investimento richiesto.

Dividendo il \mathbf{VAN} per il numero di periodi rateali equivalente in assenza di interesse, $(1/t)$, si ottiene: $\mathbf{VAN}/(1/t) = \mathbf{CFN} - t\mathbf{I}_0$, che rappresenta il bilancio di un periodo rateale di valutazione economica dell'impresa, come differenza fra l'utile netto, (\mathbf{CFN}) , e la rata di ammortamento del capitale investito, $(t\mathbf{I}_0)$.

Qualora all'investimento iniziale \mathbf{I}_0 sia previsto di aggiungere, durante la vita produttiva dell'impresa, investimenti complementari di costo attuale \mathbf{I}_{pj} , (con: $\mathbf{I}_{pj} = \mathbf{0}$, per tutti i valori di j relativi a periodi rateali in cui non sono previsti investimenti aggiuntivi), è possibile considerarli come investimenti attuali, da sommare, cioè a quello iniziale, corretti della variazione dei costi nel tempo e del valore di attualizzazione.

Il valore di ogni bene o servizio, infatti, risulta variabile nel tempo per due distinti effetti.

Il primo è quello dell'interesse capitale sulla corrispondente somma di danaro che ne quantifica il costo, mentre il secondo è la sua specifica e indipendente tendenza a una maggiore o minore variazione di prezzo, imputabile all'andamento dell'inflazione e alla legge della domanda e dell'offerta del relativo bene o servizio sul mercato.

Quest'ultimo fenomeno causa un aumento, (o assai raramente nelle comuni società economiche, una diminuzione), di tutti i costi nel tempo, comunemente quantificati da indici frazionari o percentuali riferiti a una determinata unità di tempo.

Indicando con \mathbf{h} l'indice frazionario riferito al periodo rateale, di variazione del costo di un bene o servizio di valore attuale \mathbf{B}_0 , dopo un primo periodo il costo risulta: $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_0 + \mathbf{hB}_0 = \mathbf{B}_0(1 + \mathbf{h})$, dopo un secondo periodo: $\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_1(1 + \mathbf{h}) = \mathbf{B}_0(1 + \mathbf{h})^2$ e in generale, al j esimo periodo rateale: $\mathbf{B}_j = \mathbf{B}_0(1 + \mathbf{h})^j$.

Pertanto indicando con \mathbf{h}_j il tasso di variazione a periodo rateale del costo di un investimento aggiuntivo, (\mathbf{I}_{pj}) , previsto al j esimo anno

della vita del sistema, il suo valore alla data di realizzazione sarà: $I_{pj}(1 + h_j)^j$, che attualizzato alla data di riferimento risulta:

$$I_{pj} \frac{(1 + h_j)^j}{(1 + i)^j}.$$

Si perviene, ovviamente allo stesso risultato considerando che nell'ipotesi di saldare per intero ogni debito entro la vita economica del sistema, per gli investimenti aggiuntivi il periodo di ammortamento, (dal j esimo periodo alla fine della vita del sistema), è di $(n - j)$ periodi rateali, per cui la rata di ammortamento vale:

$$t[(n - j), i] = \frac{(1 + i)^{(n-j)} i}{(1 + i)^{(n-j)} - 1},$$

mentre le rate iniziano a essere pagate dal termine del j esimo periodo rateale dalla data di attualizzazione, a partire quindi, da un investimento: $I_{pj}(1 + h_j)^j$.

La somma attualizzata delle rate relative a tale investimento risulta,

$$\begin{aligned} \text{pertanto: } t[(n - j), i] \sum_{j+1}^n \frac{1}{(1 + i)^j} I_{pj}(1 + h_j)^j &= \\ &= \frac{(1 + i)^{(n-j)} i}{(1 + i)^{(n-j)} - 1} \sum_{j+1}^n \frac{1}{(1 + i)^j} I_{pj}(1 + h_j)^j = \\ &= \frac{(1 + i)^{(n-j)} i}{(1 + i)^{(n-j)} - 1} \frac{(1 + i)^{(n-j)} - 1}{(1 + i)^n i} I_{pj}(1 + h_j)^j = I_{pj} \frac{(1 + h_j)^j}{(1 + i)^j}. \end{aligned}$$

In tal caso il **VAN** dell'investimento complessivo, risulta:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= \sum_{j=1}^n \frac{\text{CFN}_j - I_{pj}(1 + h_j)^j}{(1 + i)^j} - I_o = \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{\text{CFN}_j}{(1 + i)^j} - \sum_{j=1}^n \frac{I_{pj}(1 + h_j)^j}{(1 + i)^j} - I_o, \end{aligned}$$

Per tener conto in maniera sintetica di ogni eventuale investimento aggiuntivo durante tutta la vita del sistema, è pertanto equivalente indicare con I_o la somma attualizzata di tutti gli investimenti, (I_o e I_{pj}), previsti nella vita del sistema, (eventualmente corretti dai

coefficienti f_r e f_{rj}): $I_o = I_o + \sum_{j=1}^n I_{pj} \frac{(1+h_j)^j}{(1+i)^j}$, avendo indicato, in tal caso, con I_o l'effettivo investimento iniziale.

§ I°.2.7 – REDDITIVITA' DI UN INVESTIMENTO.

Si consideri un investimento I_o che comporti un utile pari a VAN_o . Supponendo teoricamente possibile un investimento frazionario, lo stesso investimento I_o utilizzato in una diversa impresa che richiede un onere I_x per un utile pari a VAN_x , indicando I_o come:

$I_o = I_x + (I_o - I_x)$, fornisce un utile pari a:

$$VAN_x + \frac{I_o - I_x}{I_x} VAN_x = VAN_x \frac{I_o}{I_x}$$

L'investimento alternativo, (x), risulta quindi vantaggioso per:

$$VAN_x \frac{I_o}{I_x} > VAN_o, \text{ ovvero: } \frac{VAN_x}{I_x} > \frac{VAN_o}{I_o}.$$

Si definisce pertanto redditività, (o indice di profitto, IP), di un investimento il VAN specifico: $IP = VAN/I_o = DCF/I_o - 1$, ovvero l'utile netto attualizzato per unità di moneta investita.

Tale grandezza costituisce il parametro di raffronto di diversi tipi di investimento essendo la condizione di convenienza: $IP_x > IP_o$, con un

maggior utile netto pari a: $VAN_x \frac{I_o}{I_x} - VAN_o = I_o(IP_x - IP_o)$.

In particolare qualora due tipi di investimento, (**1** e **2**), presentino un pari, (o in pratica, confrontabile), valore del VAN , ma con $(IP)_1 > (IP)_2$ e quindi: $I_2 > I_1$, l'investimento di tipo **1** risulta più conveniente

comportando un utile pari a: $\frac{I_2}{I_1} VAN = \frac{(IP)_1}{(IP)_2} VAN$, con un guadagno

netto che vale: $\frac{I_2}{I_1} VAN - VAN = \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) VAN = \left[\frac{(IP)_1}{(IP)_2} - 1 \right] VAN$.

§ I°.2.8 – INVESTIMENTI A DIVERSO PERIODO DI AMMORTAMENTO.

Qualora si presentino diverse possibilità relative a progetti di investimento a diversa vita produttiva, o comunque previsti a diverso

periodo di ammortamento, l'analisi economica comparativa degli utili attualizzati, va riferita a uno stesso periodo di tempo, eventualmente non coincidente con la vita produttiva dei singoli investimenti.

Indicando con I_{op} l'investimento complessivo in valore attuale comprendente gli investimenti aggiuntivi nei primi m anni della vita

del sistema: $I_{op} = I_o + \sum_{j=1}^m I_{pj} \frac{(1+h_j)^j}{(1+i)^j}$, il VAN di un investimento ad

ammortamento in n rate per un tempo pari a m periodi rateali, vale:

$$\begin{aligned}
 (VAN)_m &= \sum_{j=1}^m \frac{CFN_j}{(1+i)^j} - t I_{op} \sum_{j=1}^m \frac{1}{(1+i)^j} = \\
 &= \sum_{j=1}^m \frac{CFN_j}{(1+i)^j} - I_{op} \frac{\sum_{j=1}^m \frac{1}{(1+i)^j}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j}} = \\
 &= \sum_{j=1}^m \frac{CFN_j}{(1+i)^j} - I_{op} \frac{(1+i)^n - (1+i)^{n-m}}{(1+i)^n - 1} = \\
 &= \sum_{j=1}^m \frac{CFN_j}{(1+i)^j} - I_o \frac{(1+i)^n - (1+i)^{n-m}}{(1+i)^n - 1} - \\
 &\quad - \sum_{j=1}^m I_{pj} (1+h_j)^j \frac{(1+i)^{(n-j)} - (1+i)^{(n-m-j)}}{(1+i)^n - 1}.
 \end{aligned}$$

L'eventuale condizione $m > n$, corrisponde, dopo l'esaurimento della vita produttiva, (o al termine dell'ammortamento in n rate), dell'investimento, all'avvio di un nuovo investimento dello stesso tipo.

§ I°.2.9 – VALUTAZIONE DEL FLUSSO DI CASSA.

A meno della proporzionalità con i costi di impianto o con le varie potenzialità produttive, in generale il flusso di cassa al j esimo periodo rateale, (CFL_j o CFN_j), è esprimibile come somma algebrica di fattori positivi, (utili), e negativi, (costi di esercizio), che possono sempre

essere espressi come prodotto di una quantità, (**Q**), di un bene o servizio, per il suo prezzo unitario, (**P**):
$$\mathbf{CFL}_j = \sum_{k=1}^m \mathbf{P}_{jk} \mathbf{Q}_{jk},$$

con: **m** numero dei costi e benefici;
P_{jk}, Q_{jk} prezzo unitario e quantità all'anno **j**esimo del **k**esimo componente del flusso di cassa.

Si ottiene, quindi:

$$\mathbf{VAN} = \sum_{j=1}^n \frac{(1 - T) \sum_{k=1}^m \mathbf{P}_{jk} \mathbf{Q}_{jk} + \mathbf{TA}_j - \mathbf{I}_{pj}(1 + h_j)^j}{(1 + i)^j} - \mathbf{I}_0.$$

In presenza di un tasso di inflazione a periodo rateale pari a **f** ponendo: $(1 + i) = (1 + r)(1 + f) = 1 + r + f + r f \sim 1 + r + f$, si evidenzia la frazione reale del tasso di sconto o interesse nominale **i**, ovvero quale parte, (**r**), del tasso nominale di sconto sia reale e quale invece, (**f**), fittizia o relativa all'inflazione come diminuzione del potere di acquisto della moneta.

Nell'ipotesi che le variazioni di prezzo degli utili, degli oneri e degli investimenti posticipati del progetto di investimento siano tutte pari al tasso di inflazione, si ha:

$$\begin{aligned} \mathbf{VAN} &= \sum_{j=1}^n \frac{(1 - T) \sum_{k=1}^m \mathbf{P}_{ok} \mathbf{Q}_{jk} (1 + f)^j + \mathbf{TA}_j - \mathbf{I}_{pj} (1 + f)^j}{(1 + r)^j (1 + f)^j} - \mathbf{I}_0 \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^n \left[\frac{(1 - T) \sum_{k=1}^m \mathbf{P}_{ok} \mathbf{Q}_{jk} - \mathbf{I}_{pj}}{(1 + r)^j} + \frac{\mathbf{TA}_j}{(1 + r + f)^j} \right] - \mathbf{I}_0, \end{aligned}$$

con: **P_{ok}** prezzo originale del **k**esimo termine del **CFL_j**;

P_{jk} = P_{ok}(1 + f)^j prezzo unitario al **j**esimo periodo rateale.

I prezzi **P_{jk}** variano nel tempo per effetto della loro specifica natura economica, (i diversi incrementi di costo dei beni e servizi originano, nel loro complesso, il tasso di inflazione che ne è proprio, in teoria, la "media pesata"), per cui considerando gli specifici indici di variazione di prezzo degli elementi che compongono il **CFL_j** e degli investimenti

posticipati, (h_j) , indicando con h_k il tasso di variazione a periodo rateale del costo del k esimo componente del CFL_j , si ha:

$$CFL_j = \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{jk} (1 + h_k)^j.$$

Il **VAN** dell'investimento risulta pertanto:

$$VAN = \sum_{j=1}^n \frac{(1 - T) \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{jk} (1 + h_k)^j + TA_j - I_{pj} (1 + h_j)^j}{(1 + r + f)^j} - I_0 \approx$$

$$\approx \sum_{j=1}^n \left[\frac{(1 - T) \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{jk}}{(1 + r + f - h_k)^j} + T \frac{A_j}{(1 + r + f)^j} - \frac{I_{pj}}{(1 + r + f - h_j)^j} \right] - I_0.$$

Nel caso di ammortamento A_j , quantità Q_{jk} e investimenti posticipati, (I_p) , costanti, si ha:

$$VAN = (1 - T) \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_k \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + r + f - h_k)^j} +$$

$$+ TA \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + r + f)^j} - I_p \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + r + f - h_j)^j} - I_0.$$

Il tasso nominale di sconto, (i) , l'inflazione, (f) , e gli indici di variazione prezzi, (h_k) , risultano parametri ampiamente variabili e di difficile previsione. E' pertanto, assai utile che nelle formulazioni economiche appaiano scomposti nei fattori che li compongono o collegati fra loro in maniera che i parametri risultanti siano di più facile valutazione.

Il tasso reale di sconto, (r) , rappresentando il reale utile finanziario richiesto dagli enti finanziatori, è infatti sufficientemente stabile, così come le differenze, $(f - h_k)$, che evidenziano la tendenza alla variazione di costo di ogni singolo bene non in assoluto, ma solo rispetto alla media dei beni nel loro complesso, (f) .

§ I°.2.10 - METODO DEL TASSO DI RENDIMENTO INTERNO.

Qualora i termini che compongono il **VAN** siano determinati, il suo calcolo permette di valutare la convenienza al relativo investimento.

In generale, invece, il **VAN** risulta essere una funzione di più variabili, che divide il relativo spazio in due semispazi di convenienza, (**VAN** > **0**), o non convenienza, (**VAN** < **0**), rispettivamente, all'investimento.

Fra le due circostanze limite, noti o pensati come costanti alcuni parametri che lo compongono, il **VAN** risulta una funzione dei rimanenti, pensati come variabili.

In particolare, fissando tutti i parametri tranne uno, (**x**), il **VAN** risulta una funzione di una sola variabile e il valore radice dell'equazione: **VAN(x) = 0**, rappresenta, per quel parametro, il limite di demarcazione o punto di pareggio, fra la semiretta di utile e quella di perdita, (risultando comunemente il **VAN** una funzione continua monotona).

In particolare l'espressione generale del **VAN**, fissati i rimanenti parametri, risulta una funzione del tasso nominale di sconto:

$$\mathbf{VAN} = \mathbf{VAN}(i).$$

Posto **VAN(i) = 0**, la radice dell'equazione rappresenta il tasso di rendimento proprio o interno dell'investimento, (**i_r**), cioè il rateo ottenibile dal danaro investito nell'impresa e quindi il tasso nominale di sconto limite di convenienza economica, ovvero il tasso massimo per l'ottenimento del finanziamento che è possibile sostenere senza perdite.

L'investimento risulta, pertanto, conveniente se risulta: **i_r > i**.

§ I°.2.11 – POTENZA PRODUTTIVA ECONOMICA.

Parimenti la funzione **VAN**, fissati i rimanenti parametri, risulta una funzione del volume di produzione: **VAN = VAN(Q)**, crescente, essendo costante il costo capitale e crescente l'utile all'aumentare del volume di produzione.

Posto: **VAN(Q) = 0**, la radice dell'equazione rappresenta, quindi, il volume di produzione limite di convenienza economica, il limite, cioè, al di sotto/sopra del quale il sistema è in passivo/attivo.

Dall'espressione generale del **VAN** per potenzialità produttive costanti e in assenza di investimenti aggiuntivi, (o ritenendoli compresi nel valore complessivo **I₀**):

$$\mathbf{VAN} = (1 - T) \sum_{k=1}^m P_{0k} Q_k \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + r + f - h_k)^j} + TA \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + r + f)^j} - I_0$$

trascurando i termini di attualizzazione, si ottiene:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= \sum_{j=1}^n (1 - T) \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{jk} + T \sum_{j=1}^n A_j - I_o = \\ &= (1 - T) \left(\sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{jk} - I_o \right). \end{aligned}$$

Posto: $\text{VAN} = 0$, ed esplicitando la sommatoria in funzione delle diverse categorie di utili e oneri, si ottiene:

$$n(\sum_k q_k Q_k - \sum_a C_{ca} I_o - \sum_k \sum_b C_{ebk} Q_k) - I_o = 0,$$

da cui la condizione di convenienza alla realizzazione dell'impianto:

$$I_o < \frac{\sum_k (q_k - \sum_b C_{ebk}) Q_k}{\sum_a C_{ca} + \frac{1}{n}},$$

che appare coincidente con quella, (non attualizzata), $U_T > C_T$, essendo: $\lim_{i \rightarrow 0} t = \frac{1}{n}$.

§ I°.2.12 – TEMPO DI RECUPERO.

Si indica con tempo di recupero, (o ritorno), TR , il rapporto fra l'investimento I_o e il flusso di cassa medio a periodo rateale:

$$\text{CFN} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{CFN}_j,$$

come indicazione approssimativa, (non attualizzata), del numero di periodi rateali necessari a restituire l'investimento effettuato.

Si definisce, cioè: $\text{TR} = \frac{I_o}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{CFN}_j}$, da cui qualora sia:

$$\text{CFN}_j = \text{CFN}_o = \text{costante}, \text{ si ottiene: } \text{TR} = \frac{I_o}{\text{CFN}_o}.$$

In funzione di tale parametro l'espressione del VAN risulta:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= \text{CFN}_o \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} - I_o = \frac{\text{CFN}_o}{t} - I_o = \\ &= I_o \left(\frac{\text{CFN}_o}{t I_o} - 1 \right) = I_o \left(\frac{1}{\text{TR} t} - 1 \right). \end{aligned}$$

La condizione di convenienza economica all'investimento, ($\mathbf{VAN} > \mathbf{0}$), risulta in tal caso: $\mathbf{TR} < \mathbf{1/t}$, ovvero tempo di recupero inferiore alla vita fittizia dell'investimento tenuto conto dell'effetto dell'interesse capitale, ($\mathbf{1/t}$).

Nel modello attualizzato, che tiene conto degli effetti dell'interesse capitale e del valore variabile degli oneri e degli utili relativi all'investimento, il tempo necessario al recupero dell'investimento effettuato, risulta il tempo di ritorno attualizzato, (\mathbf{TR}_a), che si ottiene come radice dell'equazione, $\mathbf{VAN}(\mathbf{n}) = \mathbf{0}$, ovvero del \mathbf{VAN} funzione, (fissati i rimanenti parametri), solo dalla vita, (\mathbf{n}), del sistema.

Nell'ipotesi di trascurare l'effetto del prelievo fiscale e gli investimenti aggiuntivi, ($\mathbf{I}_{pj} = \mathbf{0}$), eventualmente conglobati in quello iniziale, posto il flusso di cassa costante in valore attuale, (o pari al valor medio), e variabile quindi, solo per effetto della variazione dei prezzi e dei costi dei termini che lo compongono, definito un indice, (\mathbf{h}), di variazione media pesata a periodo rateale di tali termini, si ha:

$$\mathbf{CFN}_j = \mathbf{CFL}_j = \mathbf{CFL}_0(1+\mathbf{h})^j = \mathbf{CFN}_0(1+\mathbf{h})^j, \text{ da cui:}$$

$$\mathbf{VAN} = \mathbf{CFN}_0 \sum_{j=1}^n \frac{(1+\mathbf{h})^j}{(1+\mathbf{i})^j} - \mathbf{I}_0 = \mathbf{CFN}_0 \left[1 - \left(\frac{1+\mathbf{h}}{1+\mathbf{i}} \right)^n \right] \frac{1+\mathbf{h}}{\mathbf{i}-\mathbf{h}} - \mathbf{I}_0.$$

Il tempo necessario a ripagare l'investimento effettuato tenuto conto degli effetti dell'interesse capitale e del valore variabile degli oneri e degli utili relativi all'investimento stesso, rappresenta il tempo di ritorno attualizzato, (\mathbf{TR}_a), e si ottiene come radice dell'equazione, $\mathbf{VAN}(\mathbf{n}) = \mathbf{0}$, ovvero del \mathbf{VAN} funzione, (fissati i rimanenti parametri), solo dalla vita, (\mathbf{n}), del sistema.

Nella comune condizione: $\mathbf{h} < \mathbf{i}$, ($\mathbf{r} > \mathbf{0}$), si ha: $\lim_{\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{0}} \mathbf{VAN}(\mathbf{n}) = -\mathbf{I}_0$;

$$\lim_{\mathbf{n} \rightarrow \infty} \mathbf{VAN}(\mathbf{n}) = \lim_{\mathbf{n} \rightarrow \infty} \mathbf{CFN}_0 \left[1 - \left(\frac{1+\mathbf{h}}{1+\mathbf{i}} \right)^n \right] \frac{1+\mathbf{h}}{\mathbf{i}-\mathbf{h}} - \mathbf{I}_0 = \mathbf{CFN}_0 \frac{1+\mathbf{h}}{\mathbf{i}-\mathbf{h}} - \mathbf{I}_0$$

Essendo: $\mathbf{h} < \mathbf{i}$, la funzione $\mathbf{VAN}(\mathbf{n})$, risulta monotona crescente per cui variando da: $-\mathbf{I}_0$, ($\mathbf{n} = \mathbf{0}$), a $\mathbf{CFN}_0 \frac{1+\mathbf{h}}{\mathbf{i}-\mathbf{h}} - \mathbf{I}_0$, ($\mathbf{n} \rightarrow \infty$), evidentemente positivo affinché l'investimento risulti conveniente per qualche valore della vita del sistema, passa per un unico zero, ovvero

il tempo di ritorno attualizzato, (\mathbf{TR}_a), che si ottiene come radice

dell'equazione: $\mathbf{VAN}(n) = 0$:
$$\left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i} \right)^n \right] \frac{1+h}{i-h} = \frac{I_0}{CFN_0} = \mathbf{TR},$$

da cui:
$$\mathbf{TR}_a = \frac{\ln \left(1 - \mathbf{TR} \frac{i-h}{1+h} \right)}{\ln \frac{1+h}{1+i}},$$
 e l'investimento appare dunque

conveniente se risulta: $\mathbf{TR}_a < n_0$, con n_0 vita presunta del sistema.

Le grandezze \mathbf{TR} e \mathbf{TR}_a , appaiono, quindi, legate dalla relazione:

$$\mathbf{TR} = \left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i} \right)^{\mathbf{TR}_a} \right] \frac{1+h}{i-h}, \text{ dalla quale essendo, } (h < i):$$

$$\lim_{\mathbf{TR}_a \rightarrow 0} \mathbf{TR} = \lim_{\mathbf{TR}_a \rightarrow 0} \left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i} \right)^{\mathbf{TR}_a} \right] \frac{1+h}{i-h} = 0;$$

$$\lim_{\mathbf{TR}_a \rightarrow \infty} \mathbf{TR} = \lim_{\mathbf{TR}_a \rightarrow \infty} \left[1 - \left(\frac{1+h}{1+i} \right)^{\mathbf{TR}_a} \right] \frac{1+h}{i-h} = \frac{1+h}{i-h},$$

al variare di \mathbf{TR} nell'intervallo: $0 \leq \mathbf{TR} \leq \frac{1+h}{i-h}$, si ha: $0 \leq \mathbf{TR}_a \leq \infty$.

L'effetto delle condizioni economiche reali rispetto ai modelli non attualizzanti, comporta sempre un aumento del tempo di

ritorno. Infatti essendo:
$$\frac{d\mathbf{TR}_a(\mathbf{TR})}{d\mathbf{TR}} = \frac{1}{\ln \frac{1+i}{1+h}} \frac{\frac{i-h}{1+h}}{1 - \mathbf{TR} \frac{i-h}{1+h}},$$
 ancora con:

$i > h$, ($r > 0$), dall'origine degli assi in cui si ha: $\mathbf{TR}_a = \mathbf{TR} = 0$, nell'intervallo:

$$0 \leq \mathbf{TR} \leq (1+h)/(i-h), \text{ risulta: } \frac{\frac{i-h}{1+h}}{\ln \frac{1+i}{1+h}} \leq \frac{d\mathbf{TR}_a(\mathbf{TR})}{d\mathbf{TR}} \leq \infty.$$

E poichè il valore minimo della derivata: $\frac{\frac{i-h}{1+h}}{\ln \frac{1+i}{1+h}} = \frac{1+i}{1+h} - 1$, della

forma: $(\mathbf{x} - 1)/\ln \mathbf{x}$, risulta maggiore di uno $\forall \mathbf{x} > 1$, essendo: $i > h$, da cui: $(1+i)/(1+h) > 1$, si ha: $\mathbf{TR}_a > \mathbf{TR}, \forall \mathbf{TR}$.

Pertanto a fronte di valori eventualmente inferiori alla vita dei comuni sistemi in caso di assenza di attualizzazione, il reale tempo di ritorno può giungere al di fuori dei valori economicamente vantaggiosi, ($\mathbf{TR}_a > \mathbf{n}_0$), fino all'infinito per: $\mathbf{TR} = (1+h)/(i-h)$.

§I°.2.13- COSTO E PREZZO DI UN BENE O SERVIZIO PRODOTTO.

Se la sola variabile da cui si pensa dipendente la funzione **VAN** è il costo di un bene o servizio di consumo richiesto, (\mathbf{x}), la radice dell'equazione: $\mathbf{VAN}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, rappresenta il suo prezzo limite di convenienza economica, ovvero il prezzo limite che è possibile accettare per il suo acquisto.

Se, invece, la variabile è il prezzo di vendita di un bene o servizio prodotto, la radice che si ottiene è il suo reale costo di produzione, ovvero quel valore che non comporta nè utili, (il compenso di ogni operatore è già valutato come onere di manodopera), nè perdita e quindi come prezzo limite di vendita di convenienza economica nel bilancio del sistema relativo alla sua produzione.

Pertanto la definizione rigorosa del **costo** di un qualunque elemento prodotto, (\mathbf{c}_x), è la radice dell'equazione: $\mathbf{VAN}(\mathbf{c}_x) = \mathbf{0}$, ovvero dell'espressione del **VAN** del sistema atto a realizzarlo, in funzione della variabile \mathbf{c}_x .

Ben diverso, e spesso debolmente dipendente dal suo reale costo di produzione e quindi effettivo valore, è invece il **prezzo** di ogni elemento sul quale influiscono numerosi fattori commerciali, promozionali, emozionali e che per questo potrebbe correttamente definirsi solo come: *"una sensazione sulla quale convergono due o più volontà"*.

Sul prezzo di beni o servizi gestiti da enti pubblici infine, risultano spesso preponderanti fattori politici e fiscali come strumento di indebita riscossione di tributi generalmente a danno di alcune classi sociali a favore di altre, mentre a livello privato si assiste a prezzi di

cartello concordati fra l'oligarchia di produttori con la complicità delle classi politiche.

Quello che ne risulta in definitiva, è quindi una indegna giungla di prezzi in cui nulla si paga per quello che costa e col consumatore indifeso in una babele di conseguenti possibili "offerte speciali" di stampo politico o commerciale e del cui inevitabile disorientamento beneficiano tutti coloro che su tale indipendenza fra costi e prezzi possono lucrare.

§ I°.2.14 – RITORNO DELL'INVESTIMENTO.

Si indica con ritorno dell'investimento, (**RI**), il rapporto fra l'utile medio annuo al lordo del prelievo fiscale e al netto

dell'ammortamento, e l'investimento iniziale:
$$RI = \frac{1}{I_0} \sum_{j=1}^n \frac{CFL_j - A_j}{n}.$$

Indicando con **CFL₀** il valore medio del flusso di cassa, si ottiene:

$$RI = \frac{CFL_0}{I_0} - \frac{1}{I_0} \sum_{j=1}^n \frac{A_j}{n} = \frac{CFL_0}{I_0} - \frac{1}{n},$$
 essendo: $\sum_{j=1}^n A_j = I_0$ e a meno del

prelievo fiscale, (**CFL₀ ~ CFN₀**):
$$RI = \frac{CFN_0}{I_0} - \frac{1}{n} = \frac{1}{TR} - \frac{1}{n}.$$

§ I°.2.15 – IL TASSO DI AMMORTAMENTO EFFETTIVO.

In assenza di investimenti aggiuntivi, (o attualizzandone il valore e inglobandoli nell'investimento iniziale), e trascurando il prelievo fiscale, il **VAN** può esprimersi come:

$$VAN = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{jk} \frac{(1 + h_k)^j}{(1 + i)^j} - I_0,$$

con **h_k** indice medio di variazione a periodo rateale del costo del **k**esimo elemento che compone il **CFL**.

Supposto: **Q_{jk}** = costante = **Q_{ok}**, (la determinazione delle effettive quantità di beni e servizi richiede l'analisi di uno specifico caso, mentre i valori ottenuti come dati di progetto non modificando comunque la generalità del modello di calcolo, non hanno alcuna rilevanza in una trattazione generale), si ottiene:

$$VAN = \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} \sum_{j=1}^n \frac{(1 + h_k)^j}{(1 + i)^j} - I_o.$$

Estrapolando al futuro il comportamento economico relativo a un prefissato periodo di tempo passato e indicando con il pedice n i valori riferiti a n periodi rateali addietro, il valore dell'indice medio di variazione del costo del k esimo elemento che compone il **CFN** a periodo rateale, (h_k) , si ricava dalla relazione: $P_{ok} = P_{nk}(1 + h_k)^n$,

che n  è la definizione, da cui: $h_k = \left(\frac{P_{ok}}{P_{nk}} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$.

Noto h_k , posto: $(1 + i) = (1 + h_k)(1 + e_k)$, resta definito il parametro: $e_k = (i - h_k)/(1 + h_k)$, che risulta il tasso di interesse reale relativo al k esimo costo o beneficio che compone il **CFL** dell'investimento.

Il **VAN** pu , quindi esprimersi come:

$$VAN = \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + e_k)^j} - I_o.$$

Per: $h_k = 0$, (inflazione e aumenti reali di costi nulli), si ha: $e_k = i$, e

$$\text{quindi: } VAN = \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + i)^j} - I_o = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t} - I_o.$$

Si definisce, pertanto, tasso di ammortamento effettivo:

$$t_{ek} = t_{ek}(h_k, i, n) = t_{ek}(e_k, n),$$

la grandezza tale che:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_{ek}} &= \sum_{j=1}^n \frac{(1 + h_k)^j}{(1 + i)^j} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + e_k)^j} = \\ &= \frac{1 + h_k}{i - h_k} \left[1 - \left(\frac{1 + h_k}{1 + i} \right)^n \right] = \frac{(1 + e_k)^n - 1}{(1 + e_k)^n e_k}. \end{aligned}$$

Pertanto, introducendo i valori del tasso di ammortamento effettivo degli elementi che compaiono,   possibile valutare il **VAN** di un qualunque investimento in base ai prezzi attuali, (P_{ok}, I_o) , tenendo conto di ogni effetto dell'interesse capitale e della variazione dei prezzi

nel tempo, con la relazione: $VAN = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t_{ek}} - I_o$.

Con significato fisico analogo a quello dell'inverso del tasso di ammortamento nominale, la grandezza $1/t_{ek}$ rappresenta il numero fittizio di periodi rateali di funzionamento dell'impianto equivalente a prezzi costanti e interessi nulli.

Infatti in tal caso si avrebbe:
$$VAN = n \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} - I_o.$$

Inoltre poichè per $h_k = 0$, (inflazione e aumenti reali di costi nulli), si

ha: $e_k = i$, e quindi:
$$\frac{1}{t_{ek}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + e_k)^j} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + i)^j} = \frac{1}{t},$$

si conclude che le formulazioni:

a)
$$VAN = n \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} - I_o;$$

b)
$$VAN = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t} - I_o,$$

ovvero:
$$\sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} - t I_o,$$
 come bilancio parziale a periodo rateale;

c)
$$VAN = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t_{ek}} - I_o,$$

corrispondono rispettivamente a un modello a valore costante della moneta e dei prezzi, (a), a valore variabile della moneta per effetto dell'interesse capitale e a prezzi costanti, (b), e a valore variabile della moneta e dei prezzi, (c).

Per calcoli di prima approssimazione è comunemente impiegato un modello che non differenzia la variazione di costi e prezzi secondo indici variabili a seconda del bene o servizio considerato.

Si pone cioè: $h_k = h =$ costante, ovvero:

$$e_k = (i - h)/(1 + h) = e = \text{costante},$$

con il parametro e che assume quindi il significato di interesse reale, valutato spesso in termini di interesse legale.

Il VAN di un investimento in tal caso risulta pertanto:

$$VAN = \sum_{j=1}^n \frac{CFN_j}{(1 + i)^j} - I_o = \sum_{j=1}^n \frac{CFN_o (1 + h)^j}{(1 + e)^j (1 + h)^j} - I_o =$$

$$= \text{CFN}_0 \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+e)^j} - I_0 = \text{CFN}_0 \frac{(1+e)^n - 1}{(1+e)^n e} - I_0 = \frac{\text{CFN}_0}{t_e} - I_0,$$

con il parametro: $\frac{1}{t_e} = \frac{(1+e)^n - 1}{(1+e)^n e}$, che assume la denominazione e il significato reale di "fattore di annualità".

Il modello risulta parimenti rigoroso qualora il parametro t_e sia correttamente valutato come media dei tassi di ammortamento effettivi dei termini che compongono il flusso di cassa, pesata sui prodotti $P_{ok}Q_{ok}$, ovvero ricavandolo dalla relazione:

$$\sum_{k=1}^m \frac{P_{ok}Q_{ok}}{t_{ek}} = \frac{1}{t_e} \sum_{k=1}^m P_{ok}Q_{ok}, \text{ da cui: } t_e = \frac{\sum_{k=1}^m P_{ok}Q_{ok}}{\sum_{k=1}^m \frac{P_{ok}Q_{ok}}{t_{ek}}}.$$

In assenza di attualizzazione, ($i = 0$), (con o senza valutazione della variazione dei prezzi nel tempo), si ottiene un $\text{VAN}(n)$, monotono crescente e tendente a infinito per n tendente a infinito:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \text{VAN}(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} n \sum_{k=1}^m P_{ok}Q_{ok} - I_0 = \infty.$$

L'attualizzazione, (con o senza valutazione della variazione dei prezzi nel tempo), comporta invece, per n tendente a infinito, un $\text{VAN}(n)$, monotono crescente a un valore finito asintotico che essendo:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{t} = \frac{1}{i}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{ek}} = \frac{1}{e_k} = \frac{1+h_k}{i-h_k}, \text{ risulta rispettivamente:}$$

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \text{VAN}(n) = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^m P_{ok}Q_{ok} - I_0;$$

$$\text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \text{VAN}(n) = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok}Q_{ok}}{e_k} - I_0, \text{ ovvero in caso si ponga:}$$

$h_k = h = \text{costante}$, da cui: $e_k = (i-h)/(1+h) = e = \text{costante}$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{VAN}(n) = \frac{1}{e} \sum_{k=1}^m P_{ok}Q_{ok} - I_0.$$

A meno di improbabili variazioni negative dei prezzi, risulta

$$\text{comunque: } \frac{1}{t_{ek}} = \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_k)^j}{(1+i)^j} > \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} = \frac{1}{t}, \text{ ovvero, (per: } h_k > 0),$$

tasso di ammortamento effettivo e interesse reale, inferiori a quelli nominali: $t_{ek} < t$; $e_k < i$.

Il tasso di ammortamento effettivo, infatti, si riferisce al caso in cui le variazioni dei prezzi e dei costi di tutti gli elementi, comportano un progressivo aumento della differenza fra gli utili e gli oneri globali con incremento del **VAN**, ovvero della vita fittizia o fattore di annualità dell'impianto, $(1/t_{ek})$, rispetto al modello di calcolo che non tiene conto di tali aumenti, in cui la vita fittizia dell'impresa o fattore di annualità, è pari all'inverso del tasso di ammortamento nominale, $(1/t)$, come nei bilanci relativi a un solo periodo rateale.

E' evidente che qualora risulti: $h \sim i$, ovvero: $e = 0$, o più in generale:

$$\sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_k)^j}{(1+i)^j} = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t_{ek}} = n \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok},$$

(condizione finanziariamente assai improbabile), l'effetto dell'attualizzazione viene costantemente compensato dall'aumento degli utili e il modello attualizzato coincide con quello non attualizzato, come se gli utili rimanessero costanti nel tempo, ma non fossero penalizzati dal periodo in cui si rendono disponibili e si ha comunque:

$$VAN = CFN_o \sum_{j=1}^n \frac{(1+h)^j}{(1+i)^j} - I_o = \frac{CFN_o}{t_e} - I_o = n CFN_o - I_o,$$

$$\text{ovvero: } VAN = \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_k)^j}{(1+i)^j} - I_o = n \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} - I_o,$$

col fattore di annualità che tende alla vita del sistema, essendo:

$$\lim_{e \rightarrow 0} \frac{1}{t_e} = \lim_{e \rightarrow 0} \frac{(1+e)^n - 1}{(1+e)^n e} = n.$$

§ I°.2.16 - L'EQUAZIONE DI ECONOMIA.

Indicando con: $E_{ok} = P_{ok} Q_{ok}$, il k esimo utile, (segno positivo), od onere, (segno negativo), reso o richiesto dall'investimento a periodo rateale, la condizione di convenienza economica, risulta:

$$\mathbf{VAN} = \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{E}_{ok}}{t_{ek}} - \mathbf{I}_o > 0.$$

Qualora il sistema produca un solo bene, (\mathbf{E}_1), e comporti un solo onere, (\mathbf{E}_2), oltre ai costi di gestione, (manutenzione, riparazioni, ricambi, manodopera), quantificabili globalmente in una quota proporzionale al costo impianto a periodo rateale, ($\sum_a \mathbf{C}_{ca} \mathbf{I}_o = a \mathbf{I}_o$), il **VAN** dell'investimento vale:

$$\mathbf{VAN} = \frac{\mathbf{E}_{o1}}{t_{e1}} - \frac{\mathbf{E}_{o2}}{t_{e2}} - \frac{a \mathbf{I}_o}{t_{em}} - \mathbf{I}_o = \frac{\mathbf{E}_{o1}}{t_{e1}} - \frac{\mathbf{E}_{o2}}{t_{e2}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \mathbf{I}_o.$$

Posto: $t_{e1} \sim t_{e1} \sim t_{em} = t_{eo}$; $\mathbf{E}_{o1} - \mathbf{E}_{o2} = \mathbf{E}_o$, l'equazione di economia risulta: $\frac{\mathbf{I}_o}{\mathbf{E}_o - a \mathbf{I}_o} = \mathbf{TR} < \frac{1}{t_{eo}}$, ovvero tempo di ritorno

inferiore alla vita fittizia di funzionamento dell'impianto tenuto conto dell'interesse capitale e della variazione dei prezzi e dei costi.

Qualora la costruzione dell'impianto, (o l'avviamento dell'impresa), richieda tempi sufficientemente lunghi da dare luogo a maturazione di interessi sul capitale preventivamente prelevato, l'equazione di

economia risulta: $\mathbf{VAN} = \frac{\mathbf{E}_o}{t_{eo}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) \mathbf{I}_o > 0$, con costi di gestione

comunque proporzionali al costo impianto reale, (\mathbf{I}_o), e non gravato da interessi durante il periodo di costruzione e/o avviamento, ($f_r \mathbf{I}_o$).

§ I°.2.17 – L'EQUAZIONE DI OTTIMIZZAZIONE ECONOMICA.

Il bilancio completo di un sistema, ne fornisce il **VAN**, con equazione di economia che ne impone il valore positivo, ($\mathbf{VAN} > 0$).

Nondimeno il metodo dell'attualizzazione è del tutto generale e può, quindi, applicarsi in ogni caso anche a parti del bilancio completo, ovvero quando alcuni oneri o utili sono estranei alla valutazione e sono unicamente da considerare alcuni costi e/o utili sfalsati nel tempo.

In particolare può essere valutato un costo, (\mathbf{C}_A), o utile, (\mathbf{U}_A), attualizzato, totale o parziale, come somma algebrica di alcuni o di tutti i costi o utili a periodo rateale:

$$\mathbf{C}_A = \sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{C}_{Tj}}{(1+i)^j}; \quad \mathbf{U}_A = \sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{U}_{Tj}}{(1+i)^j},$$

con: C_{Tj} , U_{Tj} , costo e utile rispettivamente, al j esimo periodo rateale. Un utile, (totale o parziale), attualizzato assume in ogni caso la forma:

$$U_A = \sum_{j=1}^n \frac{U_{Tj}}{(1+i)^j} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{E_{okj}}{(1+i)^j} = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n E_{ok} \frac{(1+h_k)^j}{(1+i)^j} = \sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}}{t_{ek}},$$

mentre il costo totale attualizzato, qualora comprenda le rate di ammortamento dell'investimento, risulta:

$$\begin{aligned} C_A &= \sum_{j=1}^n \frac{C_{Tj}}{(1+i)^j} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{E_{okj} + tI_o}{(1+i)^j} = \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n E_{ok} \frac{(1+h_k)^j}{(1+i)^j} + t \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} I_o = \sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}}{t_{ek}} + I_o. \end{aligned}$$

La progettazione tecnica di impianti o di un qualunque sistema, presenta, in generale, uno o più gradi di libertà in corrispondenza dei quali esiste una semplice o multipla infinità, (o in pratica un numero finito di insiemi), di valori dei relativi parametri che soddisfano le specifiche richieste.

Analiticamente quindi, un sistema impiantistico ha caratteristiche che risultano funzioni di una o più variabili in corrispondenza delle quali possono variare i singoli oneri e/o utili e quindi il bilancio economico globale.

La progettazione si presta, pertanto, all'ottimizzazione economica intesa, al di là del semplice interesse del singolo, come la realizzazione che a parità di effetto utile richiede il minimo impiego di risorse materiali e umane e il minimo impoverimento e degrado ambientale.

Nel caso il bilancio economico relativo a un **VAN** o a un onere o utile attualizzato, (C_A , U_A), sia esprimibile con un solo termine di esercizio, (comunque risultante dalla sommatoria algebrica degli utili e degli oneri), e parimenti al costo di investimento, (I_o), sia funzione di una sola variabile, si ha:

$$VAN(\mathbf{x}) = \frac{E_o(\mathbf{x})}{t_{eo}} - I_o(\mathbf{x}); \quad C_A(\mathbf{x}) = \frac{E_o(\mathbf{x})}{t_{eo}} + I_o(\mathbf{x}); \quad U_A(\mathbf{x}) = \frac{E_o(\mathbf{x})}{t_{eo}},$$

funzioni i cui estremanti, (fra cui quello di massimo utile economico o di minimo onere), risultano radici delle corrispondenti equazioni di ottimizzazione economica.

Per il **VAN** e il costo totale attualizzato si ha: $\frac{dVAN(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0$;

$$\frac{dC_A(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0, \text{ ovvero: } \frac{1}{t_{eo}} \frac{dE_o(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \pm \frac{dI_o(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0, \text{ da cui:}$$

$$\frac{dI_o(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \pm \frac{1}{t_{eo}} \frac{dE_o(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}, \text{ mentre per un utile attualizzato l'equazione di}$$

ottimizzazione economica risulta:

$$\frac{dU_A(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \frac{1}{t_{eo}} \frac{dE_o(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0.$$

Infatti ogni estremante della somma di due funzioni: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})$, (C_A), avendo pendenza nulla, corrisponde alla pendenza del primo addendo pari all'opposto di quella del secondo: $d\mathbf{f}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} + d\mathbf{g}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} = 0$, ovvero: $d\mathbf{f}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} = -d\mathbf{g}(\mathbf{x})/d\mathbf{x}$, mentre in caso di differenza: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x})$, (VAN), la condizione di estremante corrisponde a un pari valore delle pendenze degli addendi: $d\mathbf{f}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} - d\mathbf{g}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} = 0$, ovvero: $d\mathbf{f}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} = d\mathbf{g}(\mathbf{x})/d\mathbf{x}$, in quanto in caso contrario il punto non risulta di separazione fra intervalli di funzione crescente e decrescente come per ogni estremante.

Nel caso che il bilancio economico sia esprimibile con più termini di esercizio e parimenti al costo di investimento, (I_o), sia funzione di una sola variabile, si ha:

$$VAN(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(\mathbf{x})}{t_{ek}} - I_o(\mathbf{x}); \quad C_A(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(\mathbf{x})}{t_{ek}} + I_o(\mathbf{x}),$$

funzioni i cui estremanti, (fra cui quello di massimo utile economico o di minimo onere), risultano radici delle corrispondenti equazioni di

$$\text{ottimizzazione economica: } \frac{dVAN(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0; \quad \frac{dC_A(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0,$$

$$\text{ovvero: } \sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{dE_{ok}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \pm \frac{dI_o(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0, \text{ mentre per un utile}$$

attualizzato l'equazione di ottimizzazione economica risulta:

$$\frac{dU_A(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{dE_{ok}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0.$$

In funzione del tasso di ammortamento effettivo medio pesato sui

rispettivi oneri, (t_{eM}):
$$\frac{1}{t_{eM}(x)} = \frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}}}{\sum_{k=1}^m E_{ok}(x)}$$
, per il VAN e il

costototale attualizzato, le espressioni risultano:

$$\frac{1}{t_{eM}(x)} \sum_{k=1}^m E_{ok}(x) \pm I_o(x)$$
, e l'equazione di ottimizzazione economica risulta:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{t_{eM}(x)} \sum_{k=1}^m E_{ok}(x) \right] \pm \frac{dI_o(x)}{dx} = \\ & = \frac{t_{eM}(x) \sum_{k=1}^m \frac{dE_{ok}(x)}{dx} - \frac{dt_{eM}(x)}{dx} \sum_{k=1}^m E_{ok}(x)}{t_{eM}(x)^2} \pm \frac{dI_o(x)}{dx} = \\ & = \frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}}}{\sum_{k=1}^m E_{ok}(x)} \sum_{k=1}^m \frac{dE_{ok}(x)}{dx} - \left[\frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}}}{\sum_{k=1}^m E_{ok}(x)} \right]^2 \frac{dt_{eM}(x)}{dx} \sum_{k=1}^m E_{ok}(x) \pm \frac{dI_o(x)}{dx} = \\ & = \frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}}}{\sum_{k=1}^m E_{ok}(x)} \sum_{k=1}^m \frac{dE_{ok}(x)}{dx} - \\ & - \left[\frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}}}{\sum_{k=1}^m E_{ok}(x)} \right]^2 \frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}} \sum_{k=1}^m \frac{dE_{ok}(x)}{dx} - \sum_{k=1}^m E_{ok}(x) \sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{dE_{ok}(x)}{dx}}{\left[\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}} \right]^2} \sum_{k=1}^m E_{ok}(x) \pm \\ & \pm \frac{dI_o(x)}{dx} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}}}{\sum_{k=1}^m E_{ok}(x)} \sum_{k=1}^m \frac{dE_{ok}(x)}{dx} - \frac{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}(x)}{t_{ek}}}{\sum_{k=1}^m E_{ok}(x)} \sum_{k=1}^m \frac{dE_{ok}(x)}{dx} + \sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{dE_{ok}(x)}{dx} \pm \frac{dI_o(x)}{dx} = \\
&= \sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{dE_{ok}(x)}{dx} \pm \frac{dI_o(x)}{dx} = 0,
\end{aligned}$$

e analogamente per un utile attualizzato si ottiene ancora:

$$\frac{dU_A(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{t_{eM}(x)} \sum_{k=1}^m E_{ok}(x) \right] = \sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{dE_{ok}(x)}{dx} = 0.$$

Qualora nel bilancio si considerino anche gli oneri gestionali, si ha:

$$VAN(x) = \frac{E_o(x)}{t_{eo}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) I_o(x), \text{ e l'equazione di ottimizzazione}$$

economica risulta:
$$\frac{\frac{dI_o(x)}{dx}}{\frac{dE_o(x)}{dx}} = \frac{1}{t_{eo}} \frac{1}{f_r + \frac{a}{t_{em}}},$$

ovvero, qualora si possa ritenere: $f_r \sim 1$; $t_{eo} \sim t_{em} = t_e$:

$$\frac{\frac{dI_o(x)}{dx}}{\frac{dE_o(x)}{dx}} = \frac{1}{t_e + a}.$$

Pertanto l'introduzione degli oneri gestionali esplicita, rispetto al caso generale, l'abbassamento del modulo del rapporto delle pendenze delle funzioni $I_o(x)$, $E_o(x)$, in condizioni di ottimizzazione economica, che comporta uno spostamento del valore ottimo della variabile in direzione crescente o decrescente a seconda che sia negativo o

positivo, rispettivamente, il grado della funzione:
$$\frac{\frac{dI_o(x)}{dx}}{\frac{dE_o(x)}{dx}}.$$

Nel caso in cui i termini dei bilanci economici attualizzati siano funzioni di più variabili indipendenti, i punti estremanti delle funzioni [fra cui quelli di massima economia: $P(x_1, x_2 \dots x_n)$], hanno coordinate radici dei corrispondenti sistemi di ottimizzazione economica.

Nel caso di un solo termine di esercizio, per il **VAN** e il costo totale attualizzato, si ha:

$$\text{VAN}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) = \frac{\mathbf{E}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{t_{eo}} - \mathbf{I}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n);$$

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) = \frac{\mathbf{E}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{t_{eo}} + \mathbf{I}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$$

e pertanto i rispettivi sistemi di ottimizzazione economica risultano:

$$\frac{\frac{\delta \mathbf{I}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{\delta \mathbf{x}_i}}{\frac{\delta \mathbf{E}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{\delta \mathbf{x}_i}} = \pm \frac{1}{t_{eo}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

mentre per un utile attualizzato:

$$\mathbf{U}_A(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) = \frac{\mathbf{E}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{t_{eo}} \quad \text{l'equazione di ottimizzazione}$$

economica risulta: $\frac{1}{t_{eo}} \frac{\delta \mathbf{E}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{\delta \mathbf{x}_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$

Nel caso in cui il bilancio economico sia esprimibile con più termini di esercizio funzioni, parimenti al costo di investimento, (\mathbf{I}_0), di più variabili indipendenti, per il **VAN** e il costo totale attualizzato, si ha:

$$\text{VAN}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) = \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{E}_{ok}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{t_{ek}} - \mathbf{I}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n);$$

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) = \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{E}_{ok}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{t_{ek}} + \mathbf{I}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n),$$

e i rispettivi sistemi di ottimizzazione economica risultano:

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{\delta \mathbf{E}_{ok}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{\delta \mathbf{x}_i} \pm \frac{\delta \mathbf{I}_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{\delta \mathbf{x}_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

mentre per un utile attualizzato:

$$\mathbf{U}_A(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) = \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{E}_{ok}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{t_{ek}},$$

l'equazione di ottimizzazione economica risulta:

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{t_{ek}} \frac{\delta \mathbf{E}_{ok}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)}{\delta \mathbf{x}_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Nel caso le funzioni non risultino derivabili o non si prestino all'ottenimento di derivate risolubili in termini finiti, i valori ottimi

della/e variabile/i sono comunque ottenibili dall'analisi numerica delle relative funzioni, tecnica che al termine del procedimento deve comunque essere adottata essendo le radici di ottimizzazione, valori di prima approssimazione delle grandezze, da sostituire con quelli commerciali in combinazioni di valori, (ragionevolmente adiacenti alle soluzioni analitiche rigorose), di cui valutare il risultato economico.

§ I°.2.18 – ANALISI ECONOMICA DELLE SOLUZIONI IMPIANTISTICHE.

Il costo di un impianto o di un qualunque sistema, risulta una sommatoria di termini, ognuno pari alla quantità, (o massa), di uno dei diversi materiali impiegati, per il suo costo specifico, dipendente dalla propria natura e qualità, e dagli oneri di eventuale estrazione, trasporto, lavorazione, ecc., necessari alla corrispondente produzione. L'onere complessivo risulta quindi, globalmente proporzionale alle masse, ovvero, definita la tipologia delle strutture, alle dimensioni delle apparecchiature che lo compongono.

In pratica le dipendenze funzionali, dalla teorica semplice linearità, risultano ancora approssimabili con relazioni in forma monomia, ma con esponenti per che effetto di scala, risultano generalmente inferiori all'unità.

La potenzialità dei sistemi di generazione dei relativi beni o servizi, qualora siano definite e sufficientemente costanti le tecnologie produttive e i valori dei parametri funzionali dei relativi cicli di lavorazione, risulta proporzionale alle dimensioni degli impianti e pertanto la dipendenza funzionale dei costi mantiene la stessa forma con le potenzialità produttive dei sistemi stessi.

Qualora, invece, i parametri di funzionamento risultino ampiamente variabili, viene a mancare la corrispondenza fra dimensioni e potenzialità produttive con un rapporto potenza/volume, (densità di potenza), non costante, ma dipendente dalle caratteristiche del ciclo e i costi, comunque dipendenti dalle dimensioni delle apparecchiature, (ovvero dalla quantità e qualità dei materiali impiegati), non risultano proporzionali alle potenzialità produttive.

Qualunque procedimento di ottimizzazione che assuma i costi di impianto proporzionali alla potenza, ovvero alle dimensioni, (volume), delle apparecchiature, quindi, può portare a risultati differenti, ogniqualvolta le relative variabili influenzino anche i parametri del ciclo.

In caso di apparecchiature per lo scambio di energia meccanica di assegnate condizioni di esercizio e caratteristiche geometriche, la velocità di attraversamento di un fluido, e quindi la portata in volume, risulta dipendente dalla caduta di pressione per unità di lunghezza, da cui la potenza scambiata, pari, a meno dei rendimenti, meccanico, eventualmente elettrico, ecc., a moltiplicare, (motrici), o dividere, (operatrici), alla portata in massa per il salto entalpico del fluido attraverso l'apparecchiatura, (energia specifica), funzione del salto di pressione e del rendimento rispetto all'isoentropica di espansione/compressione.

La densità di potenza, a parità di geometria, risulta quindi dipendente dai salti di pressione e dall'energia specifica, con perdita di proporzionalità fra potenza e volume.

In caso di apparecchiature per lo scambio di energia termica, la potenza risulta proporzionale al salto di temperatura in ingresso, con andamento asintotico con la superficie di scambio, da zero per superficie nulla a un valore massimo per superficie, (e quindi dimensioni), illimitate, per cui non si ha mai proporzionalità fra dimensioni e potenze.

Pertanto per sistemi aventi potenzialità comprese nell'intervallo costruttivo a tecnologia provata e produzione di serie, i costi di singole apparecchiature, componenti di impianto e impianti completi, risultano dipendenti dalla relativa potenzialità, (intesa come fattore caratterizzante le prestazioni e quindi la capacità produttiva o una qualche dimensione caratteristica dei sistemi stessi), secondo una relazione monomia, (detta legge delle economie di scala), esprimibile

come: $\frac{I_o}{I_r} = \left(\frac{P}{P_r} \right)^b$, essendo: I_r e P_r il costo impianto e la relativa potenzialità di riferimento e b un coefficiente, (detto fattore di scala), inferiore all'unità e comunemente pari a: $b = 0,6 \div 0,9$.

Posto: $q = I_r/P_r^b$, si ottiene, quindi: $I_o = f(P) = qP^b$.

Inoltre ogni volume totale di produzione a periodo rateale, (Q_o), può esprimersi come prodotto di una potenzialità produttiva installata, (P), per il fattore di carico, (u), e il periodo di tempo rateale, (T):

$$Q_o = PuT.$$

Pertanto nel caso di sistemi atti alla produzione di un solo bene o servizio, indicando con c_o l'onere di esercizio per unità di bene o servizio prodotto avente prezzo specifico di vendita pari a p e valutati i

tassi di ammortamento effettivo del bene o servizio prodotto, (t_{ep}), degli oneri di esercizio, (t_{ea}), e di gestione e manutenzione, (t_{em}), il **VAN** del relativo investimento risulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{VAN} &= \mathbf{PuT} \frac{\mathbf{p}}{t_{ep}} - \mathbf{PuT} \frac{\mathbf{c}_o}{t_{ea}} - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{I}_o = \\ &= \mathbf{PuT} \left(\frac{\mathbf{p}}{t_{ep}} - \frac{\mathbf{c}_o}{t_{ea}} \right) - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{qP}^b = \\ &= \mathbf{Q}_o \left(\frac{\mathbf{p}}{t_{ep}} - \frac{\mathbf{c}_o}{t_{ea}} \right) - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{q} \frac{\mathbf{Q}_o^b}{\mathbf{T}^b} \frac{1}{\mathbf{u}^b}, \end{aligned}$$

ovvero crescente col fattore di carico, essendo:

$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow 0} \mathbf{VAN} = - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{qP}^b$, (dall'espressione contenente il volume di produzione \mathbf{Q}_o , il **VAN** parrebbe tendere a meno infinito in quanto una produzione finita con fattore di carico nullo richiede una potenzialità produttiva, e quindi un costo di investimento, illimitato);

$$\mathbf{VAN} = 0, \text{ per: } \mathbf{u} = \frac{\left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{q}}{\left(\frac{\mathbf{p}}{t_{ep}} - \frac{\mathbf{c}_o}{t_{ea}} \right) \mathbf{P}^{(1-b)} \mathbf{T}};$$

$$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow 1} \mathbf{VAN} = \mathbf{PT} \left(\frac{\mathbf{p}}{t_{ep}} - \frac{\mathbf{c}_o}{t_{ea}} \right) - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{qP}^b = \mathbf{VAN}_{\max}.$$

Corrispondentemente, posto: $\mathbf{VAN}(\mathbf{p}) = 0$, il costo specifico del bene o

servizio prodotto, (\mathbf{p}_o), vale: $\mathbf{p}_o = \mathbf{c}_o \frac{t_{ep}}{t_{ea}} + \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \frac{\mathbf{qt}_{ep}}{\mathbf{P}^{(1-b)} \mathbf{T} \mathbf{u}}$,

ovvero decrescente all'aumentare del fattore di carico, con:

$$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow 0} \mathbf{p}_o = \infty; \quad \lim_{\mathbf{u} \rightarrow 1} \mathbf{p}_o = \mathbf{c}_o \frac{t_{ep}}{t_{ea}} + \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \frac{\mathbf{qt}_{ep}}{\mathbf{P}^{(1-b)} \mathbf{T}}.$$

Qualora sia accettabile adottare una dipendenza lineare del costo di investimento in funzione della potenzialità produttiva, ($\mathbf{I}_o = \mathbf{qP}$), si

$$\text{ottiene: } \mathbf{VAN} = \mathbf{Q}_o \left[\left(\frac{\mathbf{p}}{t_{ep}} - \frac{\mathbf{c}_o}{t_{ea}} \right) - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{uT}} \right];$$

$$p_o = c_o \frac{t_{ep}}{t_{ea}} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qt_{ep}}{uT}.$$

Si conclude quindi che la condizione di ottimo economico si ha comunque per il massimo valore del fattore di carico compatibile con le esigenze di funzionamento e manutenzione, cui corrisponde la minima potenzialità produttiva installata.

Tuttavia in assenza di adeguati sistemi di accumulo, (e relativi costi aggiuntivi di installazione ed esercizio), il valore del fattore di carico e quindi la corrispondente potenzialità produttiva installata, dipendono dalla curva di richiesta dell'utenza e non possono essere variati.

In ogni caso a ottimizzazioni tecniche e di esercizio effettuate e a meno di specifiche condizioni, la scelta della soluzione impiantistica fra tutte quelle tecnicamente in grado di soddisfare una medesima richiesta produttiva, è ancora economica e corrisponde a quella di massimo utile in caso di valutazione del **VAN** di investimenti produttivi o del minimo onere imposto in caso di valutazione di costi totali attualizzati relativi a sistemi atti a produrre beni o servizi predeterminati e/o tassativi.

Tuttavia al variare dei parametri di produzione è possibile l'esistenza di aree di rispettiva convenienza per diverse soluzioni.

Fissato il tipo di prodotto i parametri più ampiamente variabili risultano, in generale, la potenzialità produttiva, (**P**), e il fattore di carico, (**u**).

In caso di un bene o servizio generabile con l'impiego di due, (o più), tipi di impianto, (**a** e **b**), i relativi costi di investimento, (**I_{ao}** e **I_{bo}**), risultano dipendenti dalla potenzialità produttiva, (**P**), secondo le relazioni monomie: **I_{ao} = q_aP^{b_a}**; **I_{bo} = q_bP^{b_b}**, mentre essendo fissati i beni o servizi prodotti, l'analisi comparativa è limitata ai costi totali attualizzati relativi agli oneri richiesti dai diversi schemi.

I costi totali attualizzati, (**C_a**, **C_b**), calcolati con riferimento alla vita dei due sistemi, (**n_a**, **n_b**), risultano, indicando con:

- c_a**, **c_b** costi produttivi specifici di esercizio del bene o servizio richiesto, generato con i due schemi, rispettivamente;
- h_a**, **h_b** indici di aumento medio a periodo rateale dei costi di esercizio relativi ai due schemi produttivi;
- h_{ma}**, **h_{mb}** indici di aumento medio a periodo rateale dei costi di gestione e manutenzione relativi ai due schemi produttivi;

$$t_a = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n_a} \frac{1}{(1+i)^j}}, \text{ tasso di ammortamento nominale per: } n = n_a;$$

$$t_b = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n_b} \frac{1}{(1+i)^j}}, \text{ tasso di ammortamento nominale per: } n = n_b;$$

a) $n = n_a$:

$$C_a = PuTc_a \sum_{j=1}^{n_a} \frac{(1+h_a)^j}{(1+i)^j} + \left(f_{ra} + a_a \sum_{j=1}^{n_a} \frac{(1+h_{ma})^j}{(1+i)^j} \right) q_a P^{b_a};$$

$$C_b = PuTc_b \sum_{j=1}^{n_a} \frac{(1+h_b)^j}{(1+i)^j} + \left(t_b f_{rb} \sum_{j=1}^{n_a} \frac{1}{(1+i)^j} + a_b \sum_{j=1}^{n_a} \frac{(1+h_{mb})^j}{(1+i)^j} \right) q_b P^{b_b};$$

b) $n = n_b$:

$$C_a = PuTc_a \sum_{j=1}^{n_b} \frac{(1+h_a)^j}{(1+i)^j} + \left(t_a f_{ra} \sum_{j=1}^{n_b} \frac{1}{(1+i)^j} + a_a \sum_{j=1}^{n_b} \frac{(1+h_{ma})^j}{(1+i)^j} \right) q_a P^{b_a};$$

$$C_b = PuTc_b \sum_{j=1}^{n_b} \frac{(1+h_b)^j}{(1+i)^j} + \left(f_{rb} + a_b \sum_{j=1}^{n_b} \frac{(1+h_{mb})^j}{(1+i)^j} \right) q_b P^{b_b};$$

da cui il calcolo della differenza di costi totali attualizzati, ($D=C_a-C_b$) riferita ai periodi n_a e n_b in funzione della potenzialità produttiva e del fattore di carico.

Qualora si possa ritenere:

$$n_a = n_b = n; b_a = b_b = b; a_a = a_b = a; h_{ma} = h_{mb} = h_m; f_{ra} = f_{rb} = f_r,$$

$$\text{si ottiene: } D = PuT \left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}} \right) + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) (I_{ao} - I_{bo}) =$$

$$= PuT\left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}}\right) + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)(q_a - q_b)P^b,$$

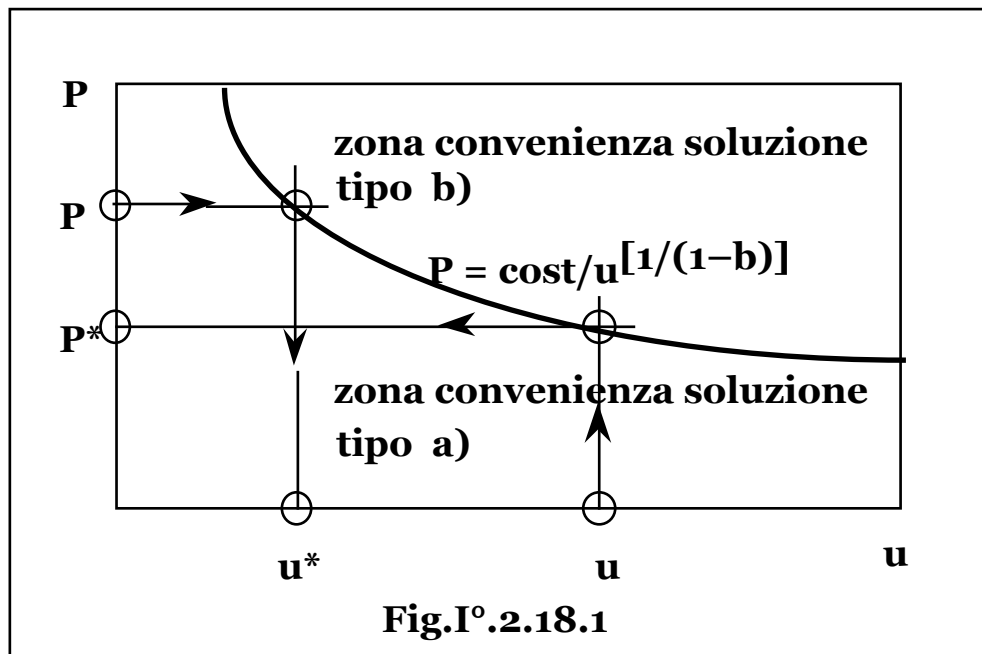
$$\text{con: } \frac{1}{t_{ea}} = \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_a)^j}{(1+i)^j}; \quad \frac{1}{t_{eb}} = \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_b)^j}{(1+i)^j}; \quad \frac{1}{t_{em}} = \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_m)^j}{(1+i)^j}.$$

Al variare della taglia, (P), e delle condizioni di funzionamento, (u), richieste per il sistema, la curva limite di convenienza, ($D = 0$):

$$P = \left\{ \frac{\left[\left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) (q_b - q_a) \right]^{1-b}}{T\left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}}\right)} \right\} \frac{1}{u^{1-b}},$$

divide, quindi, il piano $P - u$, in due semipiani di convenienza rispettivamente alla scelta di uno dei due schemi.

Sulla stessa curva limite, fissato un fattore di carico, (o una potenza nominale di funzionamento), si ricava la corrispondente potenza nominale di funzionamento P^* , (o il corrispondente fattore di carico u^*), limite di convenienza alla scelta dello schema, (**Fig.I°.2.18.1**).



Impostando una dipendenza lineare del costo impianto in funzione della potenzialità, ($b = 1$), la condizione limite di convenienza risulta:

$$u = \frac{\left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right)(q_b - q_a)}{T\left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}}\right)}, \text{ per qualunque valore della potenzialità } P.$$

Infine le condizioni limite minime di convenienza, ($u = 1$), risultano, rispettivamente:

$$P = \left[\frac{\left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right)(q_b - q_a)}{T\left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}}\right)} \right]^{\frac{1}{1-b}}, \quad \text{per: } b \neq 1;$$

$$\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}} = \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q_b - q_a}{T}, \quad \text{per: } b = 1.$$

§ I°.2.19 – LIMITE DI CONVENIENZA ALLA SOSTITUZIONE DI IMPIANTO.

Qualora in presenza di un impianto in funzione, (**a**), che abbia ancora una vita di **m** periodi rateali prima della sua naturale scadenza, si ipotizzi di passare a un sistema di tipo diverso, (**b**), sono possibili due soluzioni:

- (1) sostituzione immediata del sistema con uno di tipo **b**;
- (2) sostituzione del sistema con uno di tipo **b** al termine della vita del sistema in funzione,

da paragonare con il mantenimento del sistema di tipo **a** con installazione, (per coerenza di calcolo), di un altro impianto dello stesso tipo al termine della vita del sistema in funzione, (3).

Indicando con **h₁** e **h₂** gli indici di variazione media a periodo rateale del costo di investimento dei due sistemi e preso come periodo di valutazione economica un periodo di **n** periodi rateali, (coincidente o meno con la vita di uno o entrambi gli schemi), da cui un tasso di

ammortamento: $\frac{1}{t(n, i)} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j}$, i costi totali attualizzati di

valutazione comparativa, risultano:

$$\begin{aligned}
C_1 &= PuTc_b \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_b)^j}{(1+i)^j} + a_b I_{bo} \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_{mb})^j}{(1+i)^j} + t_{f_{rb}} I_{bo} \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} \\
C_2 &= PuTc_a \sum_{j=1}^m \frac{(1+h_a)^j}{(1+i)^j} + a_a I_{ao} \sum_{j=1}^m \frac{(1+h_{ma})^j}{(1+i)^j} + \\
&+ PuTc_b \sum_{j=m+1}^n \frac{(1+h_b)^j}{(1+i)^j} + a_b I_{bo} (1+h_2)^m \sum_{j=m+1}^n \frac{(1+h_{mb})^j}{(1+i)^j} + \\
&+ t_{f_r} I_{bo} (1+h_2)^m \sum_{j=m+1}^n \frac{1}{(1+i)^j}; \\
C_3 &= PuTc_a \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_a)^j}{(1+i)^j} + a_a I_{ao} \sum_{j=1}^m \frac{(1+h_{ma})^j}{(1+i)^j} + \\
&+ a_a I_{ao} (1+h_1)^m \sum_{j=m+1}^n \frac{(1+h_{ma})^j}{(1+i)^j} + t_{f_{ra}} I_{ao} (1+h_1)^m \sum_{j=m+1}^n \frac{1}{(1+i)^j}
\end{aligned}$$

ove non si è considerato il debito residuo di ammortamento del sistema in funzione al periodo rateale ($n-m$)esimo del relativo piano di

ammortamento: $D_{n-m} = I_{ao} \frac{(1+i)^n - (1+i)^{n-m}}{(1+i)^n - 1}$, che riferito alla

data di valutazione dell'opportunità di sostituzione di impianto, corrisponde all'insieme di m rate attualizzate:

$$t(n, i) I_{ao} \sum_{j=1}^m \frac{1}{(1+i)^j} = I_{ao} \frac{\sum_{j=1}^m \frac{1}{(1+i)^j}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j}} = I_{ao} \frac{(1+i)^n - (1+i)^{n-m}}{(1+i)^n - 1},$$

e che va comunque pagato e non compare, quindi nelle valutazioni comparative.

Trascurando gli oneri gestionali, ($a_a = a_b \sim 0$), e i coefficienti di rivalutazione per interessi maturati durante l'avviamento dei sistemi, ($f_{ra} = f_{rb} = 1$), la curva limite di convenienza: $D = C_3 - C_1 = 0$, risulta:

$$P = \left[\frac{q_b - (1 + h_1)^m \frac{(1 + i)^{(n-m)} - 1}{(1 + i)^n - 1} q_a}{T \left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}} \right)} \right]^{\frac{1}{(1-b)}}$$

$$\frac{1}{u^{(1-b)}}.$$

E poichè risulta comunque: $(1 + h_1)^m \frac{(1 + i)^{(n-m)} - 1}{(1 + i)^n - 1} < 1$, in tutto il

campo di valori: $0 \leq h_1 \leq i$, la costante nell'espressione risulta maggiore di quella relativa al caso generale di valutazione comparativa fra diversi schemi, con aumento del semipiano di convenienza alla soluzione **a**.

Infatti in questo caso il debito residuo di ammortamento dall'**m**esimo periodo rateale alla fine della vita dell'impianto in funzione va comunque pagato.

Impostando una dipendenza lineare del costo impianto in funzione della potenzialità, (**b = 1**), la condizione limite di convenienza risulta:

$$u = \frac{q_b - (1 + h_1)^m \frac{(1 + i)^{(n-m)} - 1}{(1 + i)^n - 1} q_a}{T \left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}} \right)},$$

per qualunque valore della potenzialità **P**.

Infine le condizioni limite minime di convenienza, (**u = 1**), risultano, rispettivamente:

$$P = \left[\frac{q_b - (1 + h_1)^m \frac{(1 + i)^{(n-m)} - 1}{(1 + i)^n - 1} q_a}{T \left(\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}} \right)} \right]^{\frac{1}{1-b}}, \quad \text{per: } b \neq 1;$$

$$\frac{c_a}{t_{ea}} - \frac{c_b}{t_{eb}} = \frac{q_b - (1 + h_1)^m \frac{(1 + i)^{(n-m)} - 1}{(1 + i)^n - 1} q_a}{T}, \quad \text{per: } b = 1.$$

Nelle medesime ipotesi, ($a_a = a_b \sim 0$; $f_{ra} = f_{rb} = 1$), a condizione limite di convenienza fra le soluzioni **1** e **2** risulta:

$$P = \left\{ \frac{(1 - c_3)qb}{T \left[c_b \left(\frac{1}{t_{eb}} - c_2 \right) - c_a c_1 \right]} \right\}^{\frac{1}{1-b}} \quad \frac{1}{u^{1-b}}, \quad \text{per: } b \neq 1;$$

$$u = \frac{(1 - c_3)qb}{T \left[c_b \left(\frac{1}{t_{eb}} - c_2 \right) - c_a c_1 \right]}, \quad \text{per: } b = 1, \text{ con:}$$

$$c_1 = \frac{(1 + i)^m (1 + h_a) - (1 + h_a)^{(m+1)}}{(1 + i)^m (1 - h_a)};$$

$$c_2 = \frac{(1 + i)^{(nb-m)} (1 + h_b)^{(m+1)} - (1 + h_b)^{(nb+1)}}{(1 + i)^{nb} (1 - h_b)};$$

$$c_3 = (1 + h_2)^m \frac{(1 + i)^{(nb-m)} - 1}{(1 + i)^{nb} - 1}.$$

§ I° 2.20 – FRAZIONAMENTO ECONOMICO DELLA POTENZIALITA' DEI SISTEMI.

Un sistema di assegnata potenzialità, può tecnicamente essere suddiviso arbitrariamente, (nei limiti commerciali costruttivi), in più unità di potenzialità complessiva pari a quella totale richiesta.

La scelta del grado di frazionamento, ovvero del valore della potenzialità del singolo modulo, a meno di strategie di manutenzione programmata e funzionamento parziale in caso di avarie, risulta economica.

Il costo totale di investimento risulta pari alla potenzialità per il costo specifico per cui le condizioni di minimo costo totale coincidono con quelle di minimo costo specifico.

Considerando la relazione generale: $I_o = f(P)$, con la quale è possibile esprimere il costo di investimento I_o in funzione della potenzialità produttiva in beni o servizi P , (intesa come fattore quantitativo caratterizzante le prestazioni, le capacità produttive, o una qualche dimensione caratteristica di un'apparecchiatura, un impianto, o un qualunque sistema), il costo specifico medio riferito alla potenzialità, vale: $I_m = I_o/P = f(P)/P$.

Per minimizzare la funzione: $I_o = f(P)$, non è possibile porre:

$df(P)/dP = 0$, in quanto la potenzialità installata è fissata e la soluzione risulterebbe comunque: $P = 0$, (il costo è chiaramente crescente con la potenzialità), mentre esprimendo il costo totale come:

$$I_o = I_m(P)P, \text{ le radici dell'equazione: } \frac{dI_m(P)}{dP} = \frac{P \frac{df(P)}{dP} - f(P)}{P^2} = 0,$$

da cui: $df(P)/dP = f(P)/P$, relative a condizioni di minimo della funzione, rappresentano punti di convergenza economica per la potenzialità dei moduli, ovvero condizioni ottimali di frazionamento, fra le quali l'estremante di minimo assoluto, (P_{ne}), rappresenta la potenzialità di frazionamento di massima economia.

La derivata della funzione $f(P)$, risultando l'incremento di costo totale per aumento unitario di potenzialità a partire da un generico valore P , viene indicata come "costo marginale" del sistema: $df(P)/dP = I_M$.

La condizione: $dI_m(P)/dP > 0$, ovvero: $df(P)/dP > f(P)/P$, corrisponde a un punto in cui il costo marginale è maggiore di quello medio per cui a partire da tale potenzialità un aumento di taglia comporta un aumento di costo medio e quindi risulta conveniente il frazionamento. Viceversa per: $dI_m(P)/dP < 0$, ovvero: $df(P)/dP < f(P)/P$, il costo marginale risulta minore di quello medio, per cui un aumento di taglia comporta una diminuzione di costo medio e conviene pertanto la centralizzazione.

I valori della potenzialità di minimo costo specifico radici dell'equazione $dI_m(P)/dP = 0$, ($I_m = I_M$), fra cui l'estremante di minimo assoluto, (P_{ne}), costituiscono, quindi, i limiti fra le due zone.

La funzione: $I_m(P) = f(P)/P$ può anche essere pensata come rapporto fra i costi reali in funzione della potenzialità, [$f(P)$], e la legge di proporzionalità diretta, (P), ovvero di ininfluenza della taglia sul costo specifico di impianto.

Pertanto nell'intervallo di valori positivi della pendenza di detta funzione, [$dI_m(P)/dP > 0$], la funzione costi, [$f(P)$], all'aumentare della potenzialità cresce più rapidamente della curva di proporzionalità diretta, (P), e risulta quindi conveniente il frazionamento e viceversa nella regione in cui si ha: $dI_m(P)/dP < 0$, ove risulta economicamente conveniente la centralizzazione della taglia.

In pratica per ogni sistema esiste un intervallo della variabile potenzialità corrispondente a cicli costruttivi a tecnologia provata e produzione di serie in cui è determinabile un esponente b , tale che la

funzione $f(P)$ possa essere descritta dalla cosiddetta "legge delle economie di scala": $I_o = f(P) = qP^b$.

Il costo specifico vale allora: $I_m = f(P)/P = qP^{(b-1)}$, da cui la relazione di ottimizzazione economica, $[dI_m(P)/dP = 0]$: $q(b - 1)P^{(b - 2)} = 0$, che appare verificata solo per: $b = 1$ e in tal caso, (essendo i costi lineari con la potenzialità), per qualunque valore della potenzialità stessa e quindi del grado di frazionamento.

Per $b \neq 1$, (nell'ipotesi che i coefficienti q e b siano costanti al variare della taglia del sistema), la funzione non ammette estremanti essendo: $dI_m(P)/dP > 0$, per $b > 1$ e $dI_m(P)/dP < 0$, per $b < 1$.

Nel campo delle economie di scala risulta: $b < 1$, e pertanto il costo

specifico: $I_m(P) = \frac{q}{P^{|b-1|}}$, appare decrescente all'aumentare della

potenzialità P e con pendenza negativa: $dI_m(P)/dP = q(b - 1)P^{(b-2)} < 0$, da cui: $I_m = f(P)/P > df(P)/dP = I_M$, in condizioni, cioè, di costo marginale inferiore al costo specifico a indicare che un aumento di potenzialità ne comporta la diminuzione e quindi la non convenienza al frazionamento ma alla realizzazione di sistemi concentrati.

Al di fuori dell'intervallo delle economie di scala si entra nella zona delle diseconomie, ovvero in quel campo di valori di potenzialità per i quali l'assenza di produzione di serie e le particolarità dei sistemi, rendono necessarie tecnologie, macchinari e cicli di lavorazione generalmente più complessi e quindi costosi.

In tale zona si ha in generale: $I_M > I_m$, a indicare la non convenienza ad aumenti di potenzialità e quindi la convenienza al frazionamento.

Si conclude, pertanto, che la massima economia nei costi specifici si ha per il massimo valore di potenzialità compreso nella zona delle economie di scala, per cui il frazionamento appare conveniente solo se sposta la potenzialità del singolo modulo verso tale valore.

Considerando tutto il campo dei possibili valori della potenzialità, è possibile esprimere la funzione $f(P)$ con una polinomiale del 3° ordine:

$$f(P) = aP^3 + bP^2 + cP + d,$$

da cui: $I_m = f(P)/P = aP^2 + bP + c + d/P;$

$$I_M = df(P)/dP = 3aP^2 + 2bP + c.$$

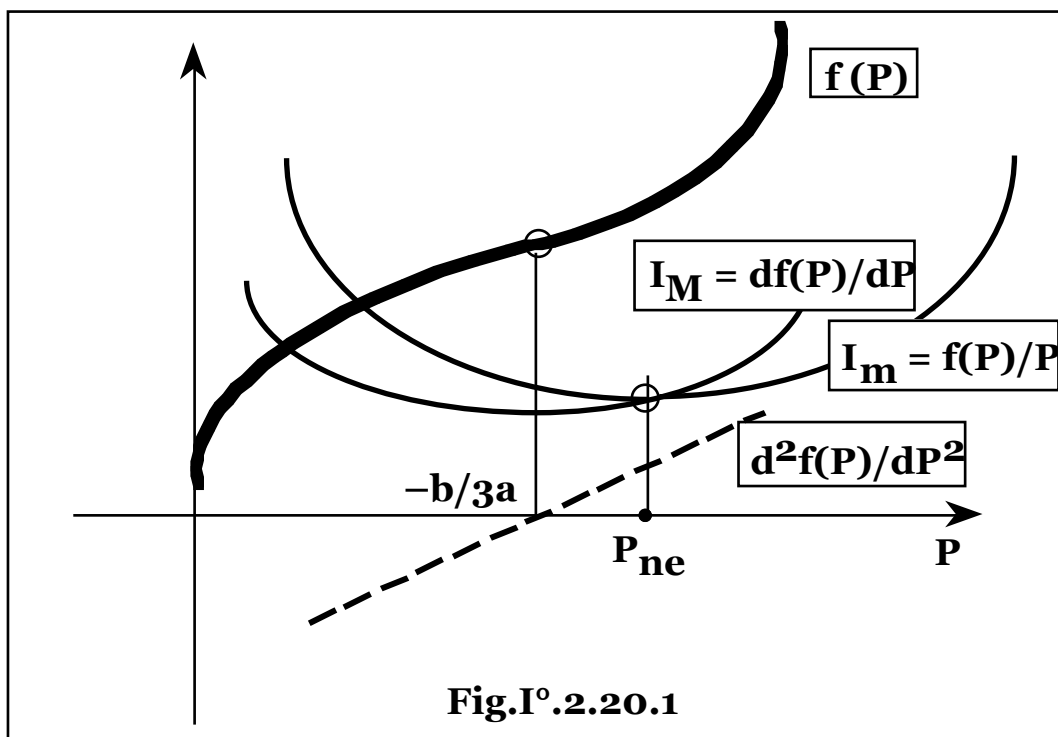


Fig.I° 2.20.1

La polinomiale del 3° ordine, (**Fig.I° 2.20.1**), presenta due estremanti

per: $P = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 3ac}}{3a}$, [$df(P)/dP = 0$] e un flesso, [$d^2f(P)/dP^2 = 0$],
per: $P = -b/3a$.

Nell'ipotesi che sia verificata la legge delle economie di scala, ovvero che esista un livello di frazionamento economico in un intervallo significativo della variabile, ($P > 0$), la concavità della curva deve cambiare segno nel semipiano positivo delle potenzialità e quindi la derivata $df(P)/dP$ deve presentare un minimo, (corrispondente al flesso della funzione, ovvero al costo marginale minimo radice

dell'equazione: $\frac{d^2f(P)}{dP^2} = 0$), per $P > 0$ e almeno uno degli estremanti è quindi relativo a potenzialità positive.

Essendo, inoltre $a > 0$, (costo tendente a infinito per potenzialità infinita), con flesso, ($P = -b/3a$), per potenzialità positive, si ha: $b < 0$.

Tuttavia la funzione costi nel campo dei valori significativi della variabile, ($P > 0$), è necessariamente monotona crescente, [$df(P)/dP > 0 \forall P > 0$], per cui le radici dell'equazione: $df(P)/dP = 0$, devono risultare immaginarie, ($b^2 - 3ac < 0$), con condizione limite di flesso

orizzontale: $\frac{df(P)}{dP} \left(-\frac{b}{3a} \right) = 0$, da cui si ottiene appunto la condizione:

$b^2 - 3ac = 0$, con quindi: $c > 0$ e infine: $d > 0$, (costo estrapolato a potenzialità zero).

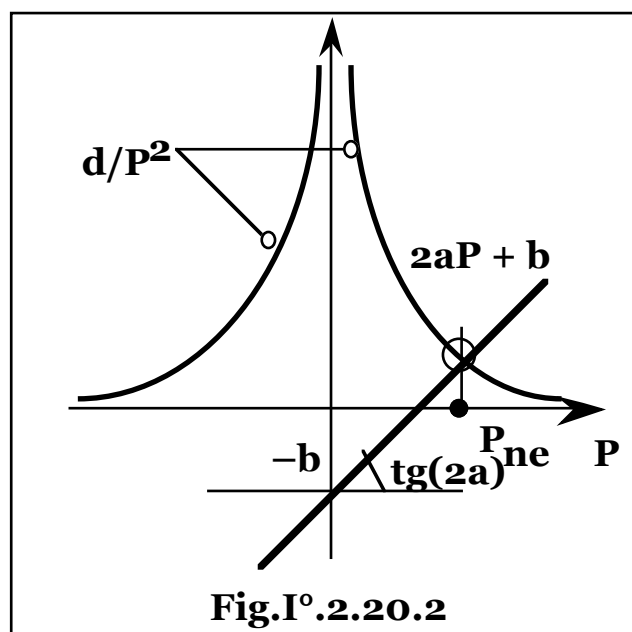
La relazione per il calcolo della potenzialità di minimo costo specifico, ($dI_m(P)/dP = 0$, ovvero: $I_m = I_M$), risulta in tal caso:

$2aP^3 + bP^2 - d = 0$, con assenza del termine lineare, ininfluenza sull'economia del frazionamento.

Delle tre, (in accordo con il teorema fondamentale dell'algebra), soluzioni dell'equazione solo una risulta significativa.

Infatti l'annullamento della derivata della funzione: $I_m = I_m(P)$:

$dI_m(P)/dP = 2aP + b - d/P^2 = 0$, che può essere visualizzato graficamente, (Fig.I°.2.20.2), come intersezione delle curve: $2aP + b$ e d/P^2 , mostra come nell'ipotesi di esistenza di una zona di economia di scala, ovvero col segno dei coefficienti determinato, si abbia comunque una e una sola soluzione relativa a valori positivi della potenzialità P , che risulta un minimo della funzione $I_m(P)$ e quindi soluzione significativa del frazionamento economico, mentre le altre due sono immaginarie.



Nel punto di flesso, ($P = -b/3a$), risulta minimo il costo marginale, ($I_M = df(P)/dP$), mentre l'intersezione delle curve: $I_m = I_M$,

coincidente con il valore minimo del costo medio, (che separa il campo delle economie di scala da quello delle diseconomie), appare spostata a valori maggiori della potenzialità rispetto al minimo del costo marginale.

Infatti nel punto di flesso, ($P = -b/3a$), si ha: $(I_M)_{\min} = c - b^2/3a$;

$I_m = c - 2/9 b^2/3a - 3ad/b$, con condizione: $I_m > I_M$, che risulta:
 $27a^2d/b^3 < 1$, sempre verificata essendo: $b < 0$.

Determinata la soluzione significativa di tale equazione, (P_{ne}), che costituisce il limite della legge delle economie di scala, si ottiene, pertanto, il grado economico di frazionamento, (n_e): $n_e = P_o/P_{ne}$, con P_o potenzialità complessiva richiesta al sistema.

§ I°.2.21 – VITA ECONOMICA DEI SISTEMI.

A utili e costi di esercizio e gestione variabili nel tempo solo per effetto dell'interesse capitale e degli indici di variazione prezzi, la funzione: $VAN = VAN(n)$, risulta monotona crescente da: $VAN(0) = -I_o$, a un valore asintotico per n tendente a infinito, azzerandosi per: $n = TR_a$, [$VAN(TR_a) = 0$], pertanto la vita economica di un sistema è la massima tecnica o tecnologica possibile, (n_o).

Tuttavia qualora la potenza produttiva tenda a calare per diminuzione di efficienza del sistema e i costi di esercizio e manutenzione tendano a crescere con l'invecchiamento del sistema stesso, la funzione $VAN(n)$, può presentare un massimo, oltre il quale decresce tendendo a un nuovo valore asintotico che a seconda dell'entità della diminuzione di efficienza e dell'aumento dei costi di esercizio e manutenzione, può essere anche negativo con, quindi, un secondo zero della funzione, ovvero mantenersi costantemente negativa.

Se il massimo della funzione risulta all'interno dell'intervallo in cui si ha: $VAN(n) > 0$, può, cioè, esistere un periodo di utilizzo economico che massimizza il VAN dell'investimento, ovvero una vita economica del sistema eventualmente inferiore alla vita tecnica del sistema stesso.

Suddividendo il CFN in un utile complessivo globale, (U), e un onere complessivo globale, (C), e indicando con h_u , h_c , gli indici medi globali di variazione prezzi e costi relativi rispettivamente agli utili e agli oneri nel loro complesso, si ha: $U_j = U_o(1 + h_u)^j$; $C_j = C_o(1 + h_c)^j$,

con U_0 , C_0 , utile e costo di esercizio iniziali globali a periodo rateale

del sistema, da cui:
$$VAN = U_0 \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_u)^j}{(1+i)^j} - C_0 \sum_{j=1}^n \frac{(1+h_c)^j}{(1+i)^j} - I_0.$$

Ipotizzando una diminuzione di efficienza produttiva e un aumento dei costi di esercizio e manutenzione nel tempo, (compresi negli oneri globali in quanto non più proporzionali al costo impianto e crescenti solo secondo gli indici di aumento prezzi nel tempo), la conseguente diminuzione degli utili e aumento dei costi di esercizio, complessivi, possono esprimersi con leggi esponenziali nella forma:

$$U_j = U_0(1 - b_u)^j(1 + h_u)^j; C_j = C_0(1 + b_c)^j(1 + h_c)^j,$$

ove i coefficienti b_u e b_c possono essere calcolati imponendo che al termine del periodo di funzionamento dell'impianto gli utili e i costi siano diminuiti/aumentati, (in valore attuale), rispettivamente dei fattori: $f_u < 1$ e $f_c > 1$: $(1 - b_u)^n = f_u$; $(1 + b_c)^n = f_c$,

da cui: $b_u = 1 - \sqrt[n]{f_u}$; $b_c = \sqrt[n]{f_c} - 1$.

Si ottiene, quindi:

$$\begin{aligned} VAN(n) &= U_0 \sum_{j=1}^n \frac{(1 - b_u)^j(1 + h_u)^j}{(1 + i)^j} - C_0 \sum_{j=1}^n \frac{(1 + b_c)^j(1 + h_c)^j}{(1 + i)^j} - I_0 = \\ &= U_0 \frac{1}{1 - \frac{(1 + h_u)(1 - b_u)}{(1 + i)}} \left\{ \left[\frac{(1 - b_u)(1 + h_u)}{(1 + i)} \right]^n - 1 \right\} - \\ &- C_0 \frac{1}{1 \pm \frac{(1 + h_c)(1 + b_c)}{(1 + i)}} \left\{ \left[\frac{(1 + b_c)(1 + h_c)}{(1 + i)} \right]^n - 1 \right\} - I_0. \end{aligned}$$

La funzione $VAN = VAN(n)$, continua evidentemente, a crescere con la vita del sistema, finchè i successivi contributi:

$$U_0[(1 - b_u)(1 + h_u)]^j - C_0[(1 + b_c)(1 + h_c)]^j,$$

mantengono segno positivo, ovvero per: $j < \frac{\ln \frac{U_0}{C_0}}{\ln \frac{(1 + b_c)(1 + h_c)}{(1 - b_u)(1 + h_u)}}$, (in

caso di uguaglianza il contributo è nullo e il periodo è influente).

La vita economica del sistema, (n_{ec}), risulta quindi il numero di periodi rateali pari all'intero per difetto del valore.

Evidentemente, qualora l'aumento netto degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $(1 + h_u)(1 - b_u) \geq (1 + h_c)(1 + b_c)$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).

Affinchè la condizione sia di massimo utile e non di minima perdita deve comunque risultare: $VAN(n_{ec}) > 0$, e poichè si ha: $VAN(n) < 0$, per: $n < TR_a$, la vita economica del sistema deve essere maggiore del tempo di ritorno attualizzato, ($n_{ec} > TR_a$), che tende ad aumentare in presenza di diminuzione di efficienza e di aumento dei costi di esercizio e manutenzione del sistema, fino eventualmente a superare la vita tecnica o tecnologica del sistema stesso.

Il tali condizioni il tempo di ritorno attualizzato del sistema, risultando radice dell'equazione: $VAN(TR_a) = 0$, si ottiene dalla relazione:

$$U_o \frac{1}{\frac{(1+i)}{(1-b_u)(1+h_u)} - 1} \left\{ 1 - \left[\frac{(1-b_u)(1+h_u)}{(1+i)} \right]^{TR_a} \right\} -$$

$$-C_o \frac{1}{\frac{(1+i)}{(1+b_c)(1+h_c)} - 1} \left\{ 1 - \left[\frac{(1+b_c)(1+h_c)}{(1+i)} \right]^{TR_a} \right\} - I_o = 0.$$

I valori limite per gli indici b_u e b_c , affinchè possa ottenersi $VAN > 0$, risultano dalla relazione: $\lim_{TR_a \rightarrow \infty} VAN(TR_a) =$

$$= U_o \frac{(1-b_u)(1+h_u)}{(1+i) - (1-b_u)(1+h_u)} - C_o \frac{(1+b_c)(1+h_c)}{(1+i) - (1+b_c)(1+h_c)} - I_o = 0,$$

da cui i corrispondenti valori limite per i parametri: f_u e f_c , mentre affinchè possa ottenersi una vita realmente economica: $VAN(n_{ec}) > 0$, deve risultare: $n_{ec} \geq TR_a(b_u, b_c)$, che assume significato fisico qualora sia inferiore alla vita tecnica del sistema.

La condizione di esistenza di una vita economica dei sistemi potrebbe verificarsi anche in assenza dei termini: b_u e b_c , qualora essendo:

$h_u < h_c$, si giunga alla condizione: $U_o(1 + h_u)^n - C_o(1 + h_c)^n < 0$, con quindi vita economica pari all'intero per difetto del valore:

$$\frac{\ln \frac{U_o}{C_o}}{\ln \frac{1+h_c}{1+h_u}}$$

Qualora l'aumento degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $(1 + h_u) \geq (1 + h_c)$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).

I valori limite per i parametri: h_u e h_c , si ottengono parimenti dalla

condizione:
$$\lim_{TR_a \rightarrow \infty} VAN(TR_a) = U_o \frac{1+h_u}{i-h_u} - C_o \frac{1+h_c}{i-h_c} - I_o = 0.$$

Per valori tipici delle grandezze presenti e nelle ipotesi assunte, la vita economica risulta paragonabile se non addirittura maggiore della vita tecnica del sistema. E tuttavia qualora risulti: $h_u \ll h_c$, o in presenza di sensibili diminuzioni di efficienza, (b_u crescente), e/o aumento di costi di esercizio e manutenzione, (b_c crescente), può verificarsi il caso che risulti economicamente conveniente interrompere il funzionamento del sistema prima della sua naturale scadenza, ($n_{ec} < n_o$), e addirittura che per sufficienti valori della vita del sistema il **VAN** dell'investimento divenga negativo.

§ I°.2.22 – IL MODELLO CONTINUO.

Il modello esaminato corrisponde a un piano discreto di acquisizioni e versamenti di oneri, utili e quote di ammortamento, ovvero a bilanci economici e a pagamenti effettuati nel modo reale in maniera discreta o a rate, (annuali o a diverso periodo di tempo).

In via del tutto teorica dal punto di vista analitico, è tuttavia possibile descrivere i fenomeni con un modello continuo, ovvero con funzioni continue in cui vi siano "portate" costanti di oneri, utili, quote di ammortamento versate con debiti estinguibili tramite un flusso rateale continuo per tutto il periodo di ammortamento, (**T**).

Indicando con **i** l'interesse a unità di tempo, una qualunque somma di danaro, **D(t)**, dopo un intervallo infinitesimo di tempo **dt** vale, per effetto dell'interesse: **D(t) + D(t)idt**, ovvero: **ddD(t) = D(t)idt**, da cui:

D(t) = D_oe^{it}, con **D_o** valore della somma all'istante iniziale, (**t = 0**), e per contro una somma di danaro disponibile dopo un tempo **t**, vale in valore attuale: **D_oe^{- it}**.

Per: $D_0 = 1$, l'unità di moneta si rivaluta nel tempo del fattore e^{it} mentre il valore attuale dell'unità di moneta versata o comunque disponibile all'istante t del periodo di ammortamento, vale in valore attuale: e^{-it} .

Indicando con h_k l'indice medio a unità di tempo di variazione del prezzo specifico, (P_k), di un generico, (k esimo), bene o servizio, la legge di variazione nel tempo assume l'identica forma valendo il prezzo dopo un intervallo infinitesimo di tempo dt , per effetto della variazione prezzi: $P_k(t) + P_k(t)h_k dt$, ovvero: $dP_k(t) = P_k(t)h_k dt$, da cui: $P_k(t) = P_{0k} e^{h_k t}$, con P_{0k} valore attuale del prezzo specifico.

Pertanto in funzione di un valore di riferimento, (P_{0k}), ogni utile od onere specifico varia in funzione del tempo in cui si rende disponibile o esigibile, secondo la legge: $P_k(t) = P_{0k} e^{-it} e^{h_k t} = P_{0k} e^{-(i - h_k)t}$.

Piano di ammortamento.

Il piano di ammortamento con restituzione dell'intero debito in un'unica quota alla fine del periodo di ammortamento, (T), comporta una somma globale pari a: $1 \times e^{iT}$.

Per l'estinzione di un debito unitario in un tempo globale T all'interesse i , (a unità di tempo), con piano di ammortamento a rata (t_c), **costante**, (a unità di tempo), si ha:

$$t_c \int_0^T e^{-it} dt = t_c \frac{1 - e^{-iT}}{i} = 1, \text{ da cui: } t_c = \frac{i}{1 - e^{-iT}},$$

che risulta l'espressione del tasso di ammortamento.

Indicando con $D(t)$, il debito residuo al tempo t , in ogni intervallo infinitesimo di tempo, il capitale ricostruito vale la rata, ($\frac{i}{1 - e^{-iT}} dt$),

meno la quota interessi, [$iD(t)dt$], da cui la variazione del debito

$$\text{residuo: } dD(t) = - \left[\frac{i}{1 - e^{-iT}} - iD(t) \right] dt, \text{ ovvero: } \frac{dD(t)}{D(t) - \frac{1}{1 - e^{-iT}}} = idt,$$

$$\text{e integrando: } \ln \left[D(t) - \frac{1}{1 - e^{-iT}} \right] = it + \text{costante}, \text{ da cui:}$$

$$D(t) = \frac{1}{1 - e^{-iT}} + \text{costante} \times e^{it}.$$

Imponendo la condizione iniziale: $D(0) = 1$, si ottiene il valore della costante di integrazione, $(-\frac{e^{-iT}}{1 - e^{-iT}})$, e quindi il debito residuo al

tempo t : $D(t) = \frac{e^{iT} - e^{it}}{e^{iT} - 1}$, mentre la quota capitale, $P(t)$, ricostruita al

tempo t , vale: $P(t) = 1 - D(t) = \frac{e^{it} - 1}{e^{iT} - 1}$.

Indicando con $CFN(t)$, il flusso di cassa netto a unità di tempo, il valore attuale netto, (VAN), di un investimento produttivo risulta:

$$VAN = \int_0^T CFN(t)e^{-it} dt - I_0.$$

Nell'ipotesi in cui si abbia: $CFN(t) = \text{costante} = CFN$, si ottiene:

$$VAN = CFN \frac{1 - e^{-iT}}{i} - I_0 = \frac{CFN}{t_c} - I_0.$$

Per $i = 0$, il VAN vale: $VAN = T CFN - I_0$, come somma di tutti gli utili in valore reale, (in quanto non variabili nel tempo per effetto dell'interesse), meno il costo di investimento.

Dividendo il VAN per il tempo equivalente a interesse nullo, ($1/t_c$), si ottiene: $VAN/(1/t_c) = CFN - t_c I_0$, che rappresenta il bilancio economico a unità di tempo dell'impresa, come differenza fra l'utile netto e la rata di ammortamento del capitale investito.

Fattore di annualità.

Il termine $CFN(t)$, (trascurando il prelievo fiscale), è esprimibile come somma algebrica di tutti gli utili prodotti, a unità di tempo, meno tutti

gli oneri di esercizio: $CFN(t) = \sum_{k=1}^m P_k(t)Q_k(t)$,

con: $P_k(t)$ prezzo unitario al tempo t dell'elemento che compone il k esimo termine del $CFN(t)$, pari a: $P_k(t) = P_{0k} e^{h_k t}$;

$Q_k(t)$ entità in unità fisiche per unità di tempo dell'elemento che compone il k esimo termine del $CFN(t)$, al tempo t .

Supposto: $Q_k(t) = \text{costante} = Q_{0k}$, si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= \sum_{k=1}^m \left(P_{ok} Q_{ok} \int_0^T e^{-(i-h_k)t} dt \right) - I_0 = \\ &= \sum_{k=1}^m \left(P_{ok} Q_{ok} \frac{1 - e^{-(i-h_k)T}}{i - h_k} \right) - I_0. \end{aligned}$$

Posto: $\mathbf{e}_k = (i - h_k)$, con \mathbf{e}_k che rappresenta, quindi, l'interesse reale valutato in funzione della variazione prezzo dell'elemento che compone il k esimo termine del $\mathbf{CFN}(t)$, il \mathbf{VAN} dell'investimento

produttivo risulta:
$$\text{VAN} = \sum_{k=1}^m \left(P_{ok} Q_{ok} \frac{1 - e^{-\mathbf{e}_k T}}{\mathbf{e}_k} \right) - I_0.$$

Per analogia con quello nominale, (t) , si definisce tasso di ammortamento effettivo: $\mathbf{t}_{ek} = \mathbf{t}_{ek}(h_k, i, T) = \mathbf{t}_{ek}(\mathbf{e}_k, T)$, la grandezza tale che:

$$\frac{1}{\mathbf{t}_{ek}} = \int_0^T e^{-(i-h_k)t} dt = \int_0^T e^{-\mathbf{e}_k t} dt = \frac{1 - e^{-(i-h_k)T}}{i - h_k} = \frac{1 - e^{-\mathbf{e}_k T}}{\mathbf{e}_k},$$

che risulta, quindi, fissata dalla vita del sistema, (T) , e dall'indice \mathbf{e}_k e

da cui:
$$\text{VAN} = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{\mathbf{t}_{ek}} - I_0.$$

Indicando con $\mathbf{E}_{ok}(t)$, il k esimo utile, (segno positivo), od onere, (segno negativo), reso o richiesto dall'impresa in ogni tempo t , ($\mathbf{E}_{ok} = P_{ok} Q_{ok}$), e noto il tasso di ammortamento effettivo degli

elementi da considerare si ha infine:
$$\text{VAN} = \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{E}_{ok}}{\mathbf{t}_{ek}} - I_0.$$

Infine, posto $h_k = h = \text{costante}$, ovvero: $\mathbf{e}_k = (i - h) = \mathbf{e} = \text{costante}$, con il parametro \mathbf{e} che assume quindi il significato di interesse reale, valutato spesso in termini di interesse legale, il \mathbf{VAN} di un investimento risulta:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= \sum_{k=1}^m \mathbf{E}_{ok} \int_0^T e^{-(i-h)t} dt - I_0 = \sum_{k=1}^m \mathbf{E}_{ok} \int_0^T e^{-\mathbf{e}t} dt - I_0 = \\ &= \sum_{k=1}^m \mathbf{E}_{ok} \frac{1 - e^{-(i-h)T}}{i - h} - I_0 = \sum_{k=1}^m \mathbf{E}_{ok} \frac{1 - e^{-\mathbf{e}T}}{\mathbf{e}} - I_0 = \frac{1}{\mathbf{t}_e} \sum_{k=1}^m \mathbf{E}_{ok} - I_0, \end{aligned}$$

con il parametro: $\frac{1}{t_e} = \frac{1 - e^{-(i-h)T}}{i - h}$, che assume la denominazione e significato reale di "fattore di annualità".

Il modello risulta parimenti rigoroso qualora il parametro t_e sia correttamente valutato come media dei tassi di ammortamento effettivi dei termini che compongono il flusso di cassa, pesata sui prodotti E_{ok} , ovvero ricavandolo dalla relazione:

$$\sum_{k=1}^m \left(E_{ok} \frac{1 - e^{-e_k T}}{e_k} \right) = \frac{1 - e^{-e T}}{e} \sum_{k=1}^m E_{ok},$$

ovvero:
$$\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}}{t_{ek}} = \frac{1}{t_e} \sum_{k=1}^m E_{ok},$$

da cui:
$$t_e = \frac{\sum_{k=1}^m E_{ok}}{\sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}}{t_{ek}}}.$$

Le formulazioni corrispondenti rispettivamente a un modello a valore costante della moneta e dei prezzi, **(a)**, a valore variabile della moneta per effetto dell'interesse capitale e a prezzi costanti, **(b)**, e a valore variabile della moneta e dei prezzi, **(c)**, risultano:

a)
$$VAN = T \sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} - I_0;$$

b)
$$VAN = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t_c} - I_0,$$

ovvero:
$$\sum_{k=1}^m P_{ok} Q_{ok} - t_c I_0,$$
 come bilancio a unità di tempo;

c)
$$VAN = \sum_{k=1}^m \frac{P_{ok} Q_{ok}}{t_{ek}} - I_0,$$

Costi e utili attualizzati.

Per la valutazione di un costo o di un utile, (totale o parziale), attualizzato, si ha:

$$C_{TA} = \int_0^T C_T(t) e^{-it} dt = \int_0^T \left[\sum_{k=1}^m E_k(t) + tI_0 \right] e^{-it} dt =$$

$$= \sum_{k=1}^m E_{ok} \int_0^T e^{-(i-h_k)t} dt + t_c I_0 \int_0^T e^{-it} dt = \sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}}{t_{ek}} + I_0,$$

con: $C_T(t)$ costo totale per unità di tempo al tempo t ;

$$U_{TA} = \int_0^T U_T(t) e^{-it} dt = \int_0^T \left[\sum_{k=1}^m E_k(t) \right] e^{-it} dt =$$

$$= \sum_{k=1}^m E_{ok} \int_0^T e^{-(i-h_k)t} dt = \sum_{k=1}^m \frac{E_{ok}}{t_{ek}},$$

con: $U_T(t)$, utile per unità di tempo al tempo t .

Tempo di ritorno.

Definito un indice, (h), di variazione media pesata a unità di tempo del flusso di cassa, si ha: $CFN(t) = CFN_0 e^{ht}$, da cui:

$$VAN = CFN_0 \int_0^T e^{-(i-h)t} dt - I_0 = CFN_0 \frac{1 - e^{-(i-h)T}}{i - h} - I_0.$$

Il tempo di ritorno attualizzato, (TR_a), come radice dell'equazione: $VAN(t) = 0$, risulta quindi:

$$TR_a = \frac{\ln \frac{1}{1 - TR(i - h)}}{i - h}, \text{ e reciprocamente: } TR = \frac{1 - e^{-(i-h)TR_a}}{i - h}.$$

Al variare di TR nell'intervallo: $0 \leq TR \leq \frac{1}{i - h}$, si ha: $0 \leq TR_a \leq \infty$.

Vita economica dei sistemi.

Riferendo i parametri all'unità di tempo, si ha:

$$VAN(t) = U_0 \int_0^t e^{-b_u t} e^{h_u t} e^{-it} dt - C_0 \int_0^t e^{b_c t} e^{h_c t} e^{-it} dt - I_0 =$$

$$= U_0 \int_0^t e^{-(i+b_u-h_u)t} dt - C_0 \int_0^t e^{-(i-b_c-h_c)t} dt - I_0.$$

da cui posto: $VAN(n)/dn = 0$, si ottiene:

$$\frac{dVAN(t)}{dt} = U_0 e^{(-b_u + h_u - i)t} - C_0 e^{(b_c + h_c - i)t} = 0,$$

e quindi il tempo economico di funzionamento del sistema, (t_{ec}):

$$t_{ec} = \frac{\ln \frac{U_0}{C_0}}{(h_c + b_c) - (h_u - b_u)},$$

che coincide con la radice della relazione: $U_n = C_n$, ovvero:

$$U_0 e^{(-b_u + h_u)t} = C_0 e^{(b_c + h_c)t}.$$

Ancora qualora l'aumento netto degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $h_u - b_u \geq h_c + b_c$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).

Il tempo di ritorno attualizzato, (TR_a), come radice della relazione: $VAN(t) = 0$, si ottiene ponendo:

$$VAN(t) = \frac{U_0}{i + b_u - h_u} \left[1 - e^{-(i + b_u - h_u)t} \right] - \frac{C_0}{i - b_c - h_c} \left[1 - e^{-(i - b_c - h_c)t} \right] - I_0 = 0,$$

da cui il valore limite per i parametri b_u e b_c , dalla condizione:

$$\lim_{TR_a \rightarrow \infty} VAN(TR_a) = \frac{U_0}{i + b_u - h_u} - \frac{C_0}{i - b_c - h_c} - I_0 = 0.$$

Anche in assenza dei termini: b_u e b_c , in caso sia: $h_u < h_c$,

verificandosi la condizione: $U_0 e^{h_u t} - C_0 e^{h_c t} < 0$ risulta un tempo

economico di funzionamento del sistema, (t_{ec}): $t_{ec} = \frac{\ln \frac{U_0}{C_0}}{h_c - h_u}$, che

coincide con la radice della relazione: $U(t) = C(t)$, ovvero:

$$U_0 e^{h_u t} = C_0 e^{h_c t}.$$

In tal caso il tempo di ritorno risulta la radice della relazione:

$$VAN(TR_a) = \frac{U_0}{i - h_u} \left[1 - e^{-(i - h_u)t} \right] - \frac{C_0}{i - h_c} \left[1 - e^{-(i - h_c)t} \right] - I_0 = 0$$

da cui i valori limite per i parametri: h_u e h_c , dalla condizione:

$$\lim_{TR_a \rightarrow \infty} VAN(TR_a) = \frac{U_0}{i - h_u} - \frac{C_0}{i - h_c} - I_0 = 0.$$

Parimenti qualora l'aumento degli utili risulti maggiore o uguale a quello degli oneri: $h_u \geq h_c$, la vita economica tende a infinito o a valori privi di significato fisico, (negativi).

Dal punto di vista finanziario, il modello continuo, rispetto al modello discreto, riduce il periodo medio di risarcimento debito, risultando quindi conservativo, da cui una riduzione del tempo di ritorno e un aumento della vita economica del sistema.

Il modello esponenziale risulta il limite matematico del modello discreto corrispondente a un periodo rateale infinitesimo, ovvero relativo a una "portata" costante di oneri, utili e quote di ammortamento versate.

Infatti indicando con i l'interesse a unità di tempo, essendo la durata di un periodo rateale pari al tempo totale di ammortamento, (T), diviso il numero di periodi rateali, (n): T/n , l'interesse a periodo rateale vale: $i T/n$ e il coefficiente di rivalutazione al j esimo periodo: $(1 + i T/n)^j$.

Il j esimo periodo rateale corrisponde al tempo $t = jT/n$, ovvero:

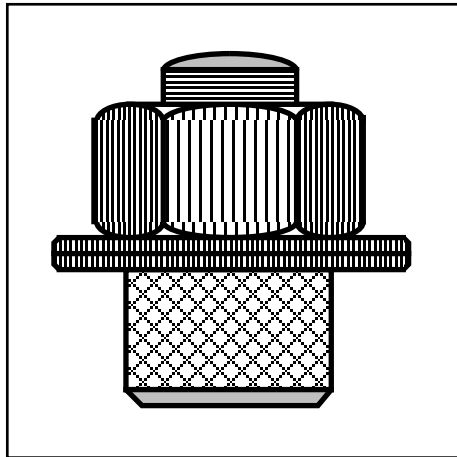
$j = n t/T$, da cui il coefficiente di rivalutazione: $(1 + i T/n)^{n t/T}$.

Al limite di ammortamento continuo, ($n \rightarrow \infty$), si ha:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + i \frac{T}{n}\right)^{t \frac{n}{T}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{T}{\frac{n}{i}}\right)^{\frac{n i}{T} t} = \lim_{\frac{n}{i} \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{T}{\frac{n}{i}}\right)^{\frac{n}{i}} \right\}^{\frac{i}{T} t} = e^{it}$$

Pertanto ogni formulazione relativa al modello continuo si ottiene da quella relativa al modello discontinuo per sostituzione del fattore:

$(1 + i)^j$, con: e^{it} , e per l'intero periodo di valutazione, sostituendo il fattore: $(1 + i)^n$, con: e^{iT} .



CAP.I°.3 – LEGGI DI SCAMBIO ENERGETICO.

§ I°.3.1 – EQUAZIONI ENERGETICHE.

Funzioni di stato.

Le grandezze che descrivono lo stato fisico di un sistema si dicono "funzioni di stato" qualora dipendano solo dallo stato fisico del sistema, indipendentemente dal suo "passato", ovvero dal percorso seguito dal sistema stesso e dalle trasformazioni che lo hanno determinato.

Lo stato fisico di un sistema in equilibrio, (sufficiente a identificare grandezze omogenee), di nota composizione e presenza di fasi, (solida, liquida e gassosa), è completamente definibile da un numero di grandezze termodinamiche, pari a, (regola delle fasi):

$$\text{numero componenti} + 2 - \text{numero fasi.}$$

Per fluidi, (semplici), allo stato liquido o gassoso, (eventualmente bifase), lo stato fisico è quindi descrivibile tramite: $1 + 2 - 1 = 2$ grandezze indipendenti, (1 in caso di miscele bifase, per le quali occorre tuttavia aggiungere il rapporto fra le due fasi), in funzione delle quali possono essere determinate tutte le altre con relazioni analitiche dirette, o con relazioni sperimentali riportate in forma grafica.

Lo scambio e le trasformazioni di energia avvengono generalmente tramite enti vettori composti da fluidi semplici per i quali, essendo due le grandezze indipendenti, ogni gruppo di tre funzioni di stato deve necessariamente essere legato da una relazione, che nelle valutazioni tecniche porta al comune impiego di diagrammi, (bidimensionali), con sui due assi, due funzioni di stato assunte come fondamentali e sui quali sono tracciate famiglie di curve relative alla terza, (e qualunque altra), funzione di stato.

Su tali diagrammi pertanto, ogni punto rappresenta uno specifico stato fisico del sistema del quale sugli assi si leggono i valori delle funzioni assunte come fondamentali e per il quale passano le curve a valore costante delle altre, mentre ogni linea continua rappresenta una successione di stati di equilibrio, ovvero una trasformazione.

Un tipico esempio è il diagramma: **p - v**, (pressione - volume specifico), sul quale viene riportata la famiglia di curve isoterme, (ed eventualmente di altre grandezze).

Nella descrizione e nei bilanci energetici dei sistemi, a tali grandezze, (o coordinate termodinamiche), si aggiungono quelle meccaniche, che determinano le condizioni, (e quindi eventuali contributi energetici),

cinetiche e, (in presenza di campi di forze come quello gravitazionale), potenziali del sistema nello spazio e nel tempo.

Diagramma delle fasi. Punto triplo.

Al diminuire della pressione a temperatura costante, la materia tende spontaneamente a espandersi, verso stati a minore densità, (dal solido al liquido e al vapore), e analogamente al crescere della temperatura a pressione costante, la maggiore energia delle molecole ne facilita la possibilità di vincere le forze di legame e allontanarsi espandendosi.

Riportando in un grafico **T - p**, i valori corrispondenti a un passaggio di stato, (*diagramma delle fasi*), si ottiene una *linea di sublimazione o brinazione*, (luogo dei punti di passaggio dalla fase solida a quella gassosa e viceversa), una *linea di fusione o solidificazione*, (luogo dei punti di passaggio dalla fase solida a quella liquida e viceversa), e una *linea di vaporizzazione o condensazione*, (luogo dei punti di passaggio dalla fase liquida a quella gassosa e viceversa).

Le tre linee si incontrano in un solo punto, (ovvero per un unico stato fisico), in cui coesistono in equilibrio le tre fasi, (solida, liquida e gassosa), detto **punto triplo**.

Sul grafico, il valore della temperatura di vaporizzazione in funzione della pressione, tende a un valore costante a partire da un punto, detto **punto critico**, le cui coordinate vengono corrispondentemente dette **temperatura critica** e **pressione critica**.

Al di sopra della temperatura critica, risultando la sostanza aeriforme per qualunque valore della pressione, qualunque compressione isoterma non ne muta la fase per cui il gas è detto incondensabile, mentre al di sotto esiste un valore della pressione al quale inizia la condensazione, per cui la compressione isoterma finisce col mutarne la fase portandolo allo stato liquido e il gas è detto condensabile, o vapore.

Al di sotto della pressione critica un riscaldamento isobaro del liquido lo trasforma gradualmente in gas attraversando una situazione intermedia bifase, (presenza di liquido e vapore in equilibrio), o viceversa, mentre a pressioni superiori la trasformazione del liquido in gas o viceversa, avviene senza condizioni bifase intermedie, ma in modo praticamente istantaneo, conservando la continuità delle caratteristiche fisiche.

I gas, (o componenti di miscele di gas come l'aria atmosferica), a temperatura critica inferiore a quella ambiente sono comunemente incondensabili, mentre tramite refrigerazione possono comunque

condensare e successivamente solidificare.

La temperatura ambiente è invece, inferiore alla temperatura critica dell'acqua, per cui la sostanza appare comunemente nelle tre diverse fasi.

Nelle trasformazioni di condizionamento dell'aria atmosferica, (che contiene sempre un certo titolo di vapore), mentre l'aria secca si mantiene comunque gassosa, può ottenersi condensazione e vaporizzazione di quantità di acqua.

Prima legge di Gay-Lussac, o Legge di Charles.

Scelto come punto di riferimento lo zero centigrado, ($t = 0^\circ\text{C}$), e la pressione atmosferica standard, ($p_0 = 101.325 \text{ Pa}$), si rileva sperimentalmente che in una trasformazione *isobara*, il volume varia linearmente in funzione della temperatura: $V(t) = V_0(1 + t/T_0)$, con V_0 , volume allo zero centigrado e coefficiente angolare:

$1/T_0 = 1/273,15 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, costante per tutti i gas, e pertanto detto: "*coefficiente di espansione dei gas*".

Il volume di ogni gas, quindi, a qualunque pressione, tende a zero per: $t = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$, che appare pertanto come una temperatura limite asintotica.

Introducendo la scala temperatura **assoluta**, (T), che assume lo zero alla temperatura limite: $t = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$, si ottiene: $t = T - T_0$, da cui: $V(T) = V_0 T/T_0$, ovvero: $V(T)/T = V_0/T_0$.

Seconda legge di Gay-Lussac.

Dallo stesso punto di riferimento, in una trasformazione *isometrica*, o *isocora*, si rileva sperimentalmente che la pressione varia linearmente in funzione della temperatura: $p(t) = p_0(1 + t/T_0)$, con p_0 pressione allo zero centigrado e lo stesso coefficiente angolare:

$1/T_0 = 1/273,15 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, costante per tutti i gas, (*coefficiente di espansione dei gas*).

La pressione di ogni gas quindi, a qualunque volume, tende a zero per: $t = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$, che appare quindi come una temperatura limite asintotica.

Introducendo la scala temperatura **assoluta**, (T), che assume lo zero alla temperatura limite: $t = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$, si ottiene: $t = T - T_0$, da cui: $p(T) = p_0 T/T_0$, ovvero: $p(T)/T = p_0/T_0$.

Temperatura assoluta.

La temperatura è una misura macroscopica dell'energia interna di un corpo, per cui raggiungerne lo zero significherebbe azzerare l'energia cinetica traslazionale, vibrazionale e rotazionale delle molecole che si fermerebbero completamente. Non essendo possibile avere energie cinetiche negative, la corrispondente temperatura, (**zero assoluto**), risulta irraggiungibile anche teoricamente, esistendo solo come punto limite asintotico in cui essendo nulla l'energia cinetica delle molecole si azzerava il volume occupato dalla materia a qualunque pressione, (I° Legge di Gay-Lussac), e la pressione per qualunque volume, (II° Legge di Gay-Lussac).

Legge di Boyle-Mariotte.

In una trasformazione *isoterma* un aumento di pressione, (o di volume), fra gli stati fisici **1** e **2**, produce una corrispondente diminuzione di volume, (o di pressione), in modo da lasciarne invariato il prodotto: $p_1V_1 = p_2V_2$.

Numero di Avogadro.

Si definisce **amu**, (**a**tomic **m**ass **u**nit), **1/12** della massa del nucleo di carbonio 12, (esistono anche gli isotopi 13 e 14 del carbonio), pari a: **1,6604 10⁻²⁷ kg**, che, (a meno degli annichilimenti o difetti di massa conseguenti alla creazione delle energie di legame all'atto della formazione dei nuclei), essendo il nucleo di carbonio composto da 12 nucleoni, (6 protoni e 6 neutroni), corrisponde circa alla massa di un nucleone, (di riferimento, **m_p**).

Si indica come numero di massa atomico, (in caso di un elemento), o molecolare, (in caso di un composto), il rapporto, (**A_x**), fra la massa di una particella della specie in esame, (**m_x**), e il nucleone di riferimento: **A_x = m_x/m_p**, (a meno dei difetti di massa, pari al numero di nucleoni presenti), per cui la massa di un atomo o di una molecola di una sostanza può essere espressa come: **m_x = A_xm_p**.

L'unità di massa di una qualunque sostanza contiene quindi un numero di atomi o molecole: **1/m_x = 1/A_xm_p**.

Si definisce **kmole** di qualunque sostanza, la massa, (in **kg**), pari al numero di massa della sostanza stessa.

Una kmole di una qualunque sostanza contiene quindi un numero di particelle: $\mathbf{A_x(1/A_x m_p) = 1/m_p}$, indipendente dalla sostanza e noto come numero di Avogadro: $\mathbf{N_A, (particelle/kmole) = 1/m_p (amu/kg)}$, ovvero pari al numero di nucleoni contenuti nell'unità di massa, tenuto conto del difetto di massa.

Legge di Avogadro.

Si definisce **volume molare**, ($\mathbf{V_m}$), il volume occupato da una mole di una sostanza, pari al rapporto tra il volume effettivo, (\mathbf{V}), e il numero, ($\mathbf{n_o}$), di moli, ($\mathbf{m^3 mol^{-1}}$).

Il **volume molare standard**, ($\mathbf{V_{mo}}$), è il volume occupato da una mole di un gas ideale, a **Temperatura e Pressione Standard**, (**STP**), fissate allo zero centigrado, ($\mathbf{t = 0^\circ C}$, o $\mathbf{T_o = 273,15 K}$), e alla pressione atmosferica standard, ($\mathbf{p_o = 101.325 Pa}$).

Il volume molare standard risulta costante, ovvero una mole di un qualunque gas, (ideale), in condizioni standard, occupa lo stesso volume, (per gas reali le modeste variazioni consentono l'approssimazione al valore ideale):

$$\mathbf{V_{mo} = 22,424 m^3/kmole = 22,424 lt/mole, (Legge di Avogadro).}$$

Equazione dei gas perfetti.

L'equazione dei gas perfetti esprime il legame fra le grandezze: volume, pressione e temperatura, (essendo due le grandezze indipendenti, ogni gruppo di tre funzioni di stato deve necessariamente essere legato da una relazione), per un modello ideale di fluidi semplici, (gas ideali o perfetti), cui quelli reali si avvicinano alle basse pressioni e alte temperature, (ovvero basse densità).

Qualunque stato fisico di un sistema, identificato dalle grandezze fisiche: $\mathbf{T_1, p_1, (V_1)}$, può essere raggiunto dallo stato fisico di riferimento, identificato dalle grandezze fisiche: $\mathbf{T_o = 273,15 K}$;

$\mathbf{p_o = 101.325 Pa, (V_o)}$, tramite una trasformazione composta da una isobara, ($\mathbf{p = p_o}$), fino alla temperatura $\mathbf{T_1}$ e una successiva isoterma: $\mathbf{T = T_1}$, fino alla pressione $\mathbf{p_1}$.

Al termine dell'isobara, il volume risulta: $\mathbf{V_o T_1/T_o}$, (*1° Legge di Gay-Lussac*), per cui lungo la successiva isoterma, si ha:

$p_0(V_0 T_1 / T_0) = p_1 V_1$, (Legge di Boyle-Mariotte), ovvero:
 $p_1 V_1 / T_1 = p_0 V_0 / T_0$, e per la genericità del procedimento:
 $pV/T = p_0 V_0 / T_0 = \text{costante}$, per ogni quantità di gas.

Essendo: $V_0 = n_0 V_{m0}$, (Legge di Avogadro), la relazione diviene:
 $pV/T = p_0 V_0 / T_0 = (p_0 / T_0) n_0 V_{m0}$, ovvero indicando con R_0 , la costante: $R_0 = (p_0 V_{m0} / T_0)$: $pV = n_0 R_0 T$, (Equazione dei gas perfetti).
 Il parametro: $R_0 = 8.314,3 \text{ J/kgmole K}$, indipendente dal gas considerato, (p_0 , T_0 , valori standard, V_{m0} , costante per la legge di Avogadro), è indicato, quindi, come “Costante universale dei gas”.

Essendo volume del gas pari alla massa, (m), per il volume specifico, (v): $V = mv$, e la massa pari al numero di kmoli per la massa molare, (M): $m = n_0 M$, dividendo l'equazione dei gas perfetti per la massa:
 $pV/m = n_0 R_0 T / m$, si ottiene: $pv = (R_0 / M) T = RT$, con: $R = R_0 / M$, indicata come costante del gas, in quanto dipendente dalla massa molare, (M), dello specifico gas.

Teoria cinetica dei gas. Pressione. Energia cinetica.

Un gas è costituito di particelle che si muovono di moto rettilineo uniforme finchè non collidono tra loro o con le pareti di contenimento, pertanto assumendo urti elastici, le componenti della velocità parallele alla parete restano invariate mentre la componente perpendicolare si mantiene in modulo invertendo la direzione.

In ogni urto una particella di massa m e velocità v_x lungo l'asse x , trasmette quindi, a una parete perpendicolare al medesimo asse, un impulso pari a: $2mv_x$.

Nel tempo dt le particelle in grado di raggiungere una superficie S sulla parete cedendo impulso, si trovano a una distanza compresa fra zero e $v_x dt$, ovvero contenute in un volume cilindrico: $v_x dt S$.

Indicando con n il numero di molecole per unità di volume, il numero di molecole che collidono sull'area S , vale: $n(v_x dt S)$, con un impulso infinitesimo trasferito: $n(v_x dt S)(2mv_x) = 2nmv_x^2 S dt$.

La forza esercitata, (impulso per unità di tempo), vale dunque: $2nmv_x^2 S$ e la pressione, (forza per unità di superficie): $p = 2nmv_x^2$.

Per moto isotropo, ogni molecola ha eguale probabilità di muoversi in

ogni direzione e quindi: $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2 = 1/3v^2$,

essendo: $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$, il valor medio del quadrato della velocità, e quindi: $p = 2/3 n m v^2$.

L'operazione di media tuttavia, considera tutte le velocità, mentre alla pressione contribuiscono solo quelle dirette verso la parete, ($v_x > 0$), che per l'isotropia del moto, risultano la metà, (l'elevazione al quadrato elimina la somma algebrica dei contributi che tuttavia porterebbe a zero come se le molecole che si allontanano dalla parete potessero esercitare una pressione negativa).

Si ottiene quindi: $p = (1/2)n(2/3) m v^2 = 2/3 n (1/2 m v^2)$,

con: $1/2 m v^2$, energia cinetica media delle particelle.

Dall'equazione dei gas perfetti: $pV = n_o R_o T$, si ottiene:

$p = (2/3)n(1/2 m v^2) = n_o R_o T/V$, da cui, tenuto conto che:

$n = n_o N_A/V$, (numero di kmoli per numero di particelle per kmole,

diviso volume), risulta: $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2n} \frac{n_o R_o}{V} T = \frac{3}{2} \frac{R_o}{N_A} T = \frac{3}{2} kT$,

avendo indicato con: $k = R_o/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, la costante di Boltzmann, (l'indipendenza dell'energia cinetica dalla massa delle particelle, spiega qualitativamente il motivo per cui particelle di massa diversa portino a un medesimo contributo di cessione di quantità di moto alla parete, mostrando che a parità di temperatura, la velocità delle particelle risulta inversamente proporzionale alla

radice della massa delle particelle stesse: $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT$, da cui:

$$v = \sqrt{3kT} \frac{1}{\sqrt{m}}.$$

I° Principio della Termodinamica.

Il I° Principio della Termodinamica, nella sua essenzialità, definisce una grandezza che appare globalmente costante nell'universo: l'**energia**, (a differenza di un teorema, un "principio" non risulta una legge dimostrabile come concatenazione di considerazioni logiche dirette, ma appare piuttosto una "verità" che si verifica senza eccezioni in ogni esperimento), così come costante risulta la massa globale.

Pertanto a meno di fenomeni relativistici, (nei quali massa ed energia risultano due facce di una stessa realtà e possono trasformarsi l'una

nell'altra secondo la relazione: $E = mc^2$, comunque estranei a tutta la meccanica di comune impiego), in ogni trasformazione si mantengono globalmente costanti massa ed energia.

In ogni valutazione quantitativa sono quindi sempre disponibili due relazioni che esprimono il mantenimento di tali grandezze, (equazione di continuità per la massa e di bilancio energetico per l'energia).

Sistema chiuso. Energia interna.

L'energia necessaria a portare un sistema da un qualunque punto di partenza assunto come riferimento, a un qualunque altro, per il principio di conservazione, (che impone uno scambio globale nullo in ogni percorso chiuso), è pari a quella erogata dal sistema in un qualunque percorso inverso che lo riporti allo stesso punto di partenza e corrisponde quindi all'energia potenziale del sistema, intesa come attitudine a compiere lavoro.

Un sistema in moto rispetto a un prefissato sistema di riferimento, possiede energia cinetica di insieme, (\mathbf{E}_c).

Assunto convenzionalmente il punto di partenza a energia cinetica, (ovvero velocità), nulla, l'energia cinetica di un sistema di massa \mathbf{m} , a velocità \mathbf{c} , è pari al lavoro della forza \mathbf{F} sulla massa del sistema, necessaria a portarlo a tale velocità:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_c &= \int_0^{\mathbf{s}} \mathbf{F} \times d\mathbf{s} = \int_0^{\mathbf{s}} \mathbf{m}\mathbf{a} \times d\mathbf{s} = \mathbf{m} \int_0^{\mathbf{s}} d\mathbf{c}(t)/dt \times d\mathbf{s} = \\ &= \mathbf{m} \int_0^{\mathbf{c}} d\mathbf{c}(t)/dt \times \mathbf{c}(t)dt = \mathbf{m} \int_0^{\mathbf{c}} \mathbf{c}(t) d\mathbf{c}(t) = 1/2 \mathbf{m}\mathbf{c}^2, \end{aligned}$$

o parimenti al lavoro che può generare riportandosi al punto iniziale, (energia potenziale di tipo cinetico).

In presenza di campi spaziali di forze, il sistema in ogni posizione è soggetto a una forza e possiede quindi la corrispondente energia potenziale, (\mathbf{E}_p), pari al lavoro speso per portarlo da una posizione di riferimento in tale punto, o parimenti al lavoro che può generare riportandosi al punto iniziale, (energia potenziale).

In caso di campo gravitazionale, l'energia potenziale di un sistema a quota baricentrica \mathbf{z} , è quindi pari al lavoro compiuto dalla forza peso per portarlo a tale quota da una quota di riferimento, (assunta come

nulla): $\mathbf{E}_p = \int_0^{\mathbf{z}} \mathbf{F} \times d\mathbf{z} = \int_0^{\mathbf{z}} \mathbf{m}\mathbf{g} \times d\mathbf{z} = \mathbf{m}\mathbf{g}\mathbf{z}$,

ovvero al lavoro che verrebbe liberato nel passaggio inverso, (energia potenziale di tipo gravitazionale).

Oltre a tali contributi, il bilancio energetico di un **sistema chiuso**, (senza scambi di massa con l'esterno), comprende una quota energetica intrinseca, (indicata come **energia interna**), fisicamente imputabile all'energia cinetica di agitazione, oscillazione, vibrazione termica, delle particelle costituenti il sistema, non direttamente valutabile.

Considerando un percorso ciclico qualunque che riporti il sistema nelle condizioni termodinamiche di partenza, l'energia globale scambiata con l'esterno, (calore e lavoro), deve essere nulla, (in caso contrario al termine del percorso si avrebbe creazione o annichilazione di energia in contrasto con il I° Principio), ovvero, in assenza di variazioni di energia cinetica e potenziale, (adottando la convenzione di ritenere positivi i contributi energetici entranti nel sistema): $Q + L = 0$.

Suddiviso arbitrariamente il percorso in due tratti, (trasformazioni **a** e **b**), si ottiene quindi: $(Q_a + L_a) - (Q_b + L_b) = 0$, ovvero:

$Q + L = \text{costante}$, in quanto invariante con il percorso per l'arbitrarietà della scelta.

Ne deriva l'esistenza di, (o può essere definita), una grandezza energetica interna, dipendente solo dagli stati iniziale e finale del sistema, e quindi una funzione di stato, (**U**), la cui variazione eguaglia la somma del calore e del lavoro scambiati nella trasformazione:

$Q + L = \Delta U$, ($\Delta U = 0$, per ogni percorso ciclico), che viene assunta come **energia interna**.

In forma infinitesima, si ha: $dQ + dL = dU$, (non essendo il lavoro e il calore scambiati, funzioni di stato, le grandezze dQ e dL , non risultano analiticamente differenziali di funzioni, ma unicamente quantità infinitesime).

Il lavoro è esprimibile come prodotto di una forza, (**pS**, con **p** pressione e **S** superficie del sistema), per uno spostamento infinitesimo, (**dx**), da cui: $dQ = dU - (pS)dx = dU + pdV$, essendo: $Sdx = -dV$, la variazione infinitesima di volume del sistema, con segno negativo in quanto per lavoro positivo, (compiuto sul sistema), si ha diminuzione di volume.

Considerando i contributi cinetico, (**E_c**), e potenziale, (**E_p**), la legge di conservazione dell'energia, risulta:

$$dU + dE_c + dE_p = dQ + dL = dQ - pdV,$$

ovvero, per unità di massa: $du + de_c + de_p = dq + dl = dq - pdv$.

In assenza di variazioni di energia cinetica e potenziale, per trasformazioni isocore, ($dv = 0$), si ottiene: $dq = du$.

Per la regola delle fasi, l'energia interna, (come ogni altra funzione di stato), dipende da altre due sole funzioni di stato.

Posto: $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{T}, \mathbf{v})$, ovvero: $d\mathbf{u} = \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{v}} d\mathbf{T} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}}\right)_{\mathbf{T}} d\mathbf{v}$, per trasformazioni

isocore, si ottiene: $d\mathbf{q} = d\mathbf{u} = \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{v}} d\mathbf{T} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}}\right)_{\mathbf{T}} d\mathbf{v} = \left(\frac{d\mathbf{u}}{d\mathbf{T}}\right)_{\mathbf{v}} d\mathbf{T}$, da cui:

$$\frac{d\mathbf{q}}{d\mathbf{T}} = \left(\frac{d\mathbf{u}}{d\mathbf{T}}\right)_{\mathbf{v}} (= \mathbf{c}_v).$$

Lungo un'isocora quindi, la grandezza calore scambiato, non funzione di stato, viene a coincidere con l'energia interna, che come funzione, (di stato), può essere derivata fornendo per coincidenza con il calore scambiato, la proprietà termodinamica "calore specifico a volume costante", (energia termica necessaria per elevare di un'unità di temperatura l'unità di massa del sistema), di cui il coefficiente \mathbf{c}_v assume la denominazione.

Supposto \mathbf{c}_v costante al variare della temperatura, (o scelto pari al valore medio lungo l'isocora), il calore scambiato in una trasformazione a volume costante, risulta pertanto: $\mathbf{q} = \mathbf{c}_v D\mathbf{T}$.

Entalpia.

Si definisce **entalpia**, (\mathbf{h}), la somma dell'energia interna di un fluido, (\mathbf{u}), e del prodotto pressione, (\mathbf{p}), volume specifico, (\mathbf{v}): $\mathbf{h} = \mathbf{u} + \mathbf{p}\mathbf{v}$, che composta solo da funzioni di stato, risulta una nuova funzione di stato, (espressa, come tutti i fattori che la compongono, in \mathbf{J}/\mathbf{kg}).

L'entalpia, di tipico impiego per la misura dell'entità degli scambi energetici, come tutte le funzioni di stato relative a gas o liquidi puri, dipende da due sole altre grandezze fondamentali, (tipicamente pressione e temperatura), e tuttavia non è esprimibile analiticamente in funzione di queste, da cui l'esigenza di ricorrere a diagrammi di stato che risultano conseguentemente di uso caratteristico nel calcolo dei cicli energetici.

Differenziando il prodotto $\mathbf{p}\mathbf{v}$, si ottiene $d(\mathbf{p}\mathbf{v}) = \mathbf{p}d\mathbf{v} + \mathbf{v}d\mathbf{p}$, e quindi: $\mathbf{p}d\mathbf{v} = d(\mathbf{p}\mathbf{v}) - \mathbf{v}d\mathbf{p}$, da cui, in assenza di variazioni di energia cinetica e potenziale:

$$d\mathbf{q} = d\mathbf{u} + \mathbf{p}d\mathbf{v} = d\mathbf{u} + d(\mathbf{p}\mathbf{v}) - \mathbf{v}d\mathbf{p} = d(\mathbf{u} + \mathbf{p}\mathbf{v}) - \mathbf{v}d\mathbf{p} = d\mathbf{h} - \mathbf{v}d\mathbf{p}.$$

In assenza di variazioni di energia cinetica e potenziale, per trasformazioni isobare, ($d\mathbf{p} = \mathbf{0}$), si ottiene: $d\mathbf{q} = d\mathbf{h}$.

Per la regola delle fasi, l'entalpia, (come ogni altra funzione di stato), dipende da altre due sole funzioni di stato.

Posto: $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{T}, \mathbf{p})$, ovvero: $d\mathbf{h} = \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{p}} d\mathbf{T} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}}\right)_{\mathbf{T}} d\mathbf{p}$, per trasformazioni

isobare, si ottiene: $d\mathbf{q} = d\mathbf{h} = \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{p}} d\mathbf{T} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}}\right)_{\mathbf{T}} d\mathbf{p} = \left(\frac{d\mathbf{h}}{d\mathbf{T}}\right)_{\mathbf{p}} d\mathbf{T}$, da cui:

$$\frac{d\mathbf{q}}{d\mathbf{T}} = \left(\frac{d\mathbf{h}}{d\mathbf{T}}\right)_{\mathbf{p}} = \mathbf{c}_p.$$

Lungo un isobara quindi, la grandezza calore scambiato, non funzione di stato, viene a coincidere con l'entalpia, che come funzione, (di stato), può essere derivata fornendo per coincidenza con il calore scambiato, la proprietà termodinamica "calore specifico a pressione costante", (energia termica necessaria per elevare di un'unità di temperatura l'unità di massa del sistema), di cui il coefficiente \mathbf{c}_p assume la denominazione.

Supposto \mathbf{c}_p costante al variare della temperatura, (o scelto pari al valore medio lungo l'isobara), il calore scambiato in una trasformazione a pressione costante, risulta quindi: $\mathbf{q} = \mathbf{c}_p D\mathbf{T}$.

Per i gas ideali o perfetti, (e in tutti i casi in cui l'approssimazione sia lecita), si dimostra sperimentalmente che l'energia interna dipende solo dalla temperatura: $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{T})$, e quindi: $\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}}\right)_{\mathbf{T}} = \mathbf{0}$, da cui:

$$d\mathbf{u} = \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{v}} d\mathbf{T} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}}\right)_{\mathbf{T}} d\mathbf{v} = \left(\frac{d\mathbf{u}}{d\mathbf{T}}\right)_{\mathbf{v}} d\mathbf{T} = \mathbf{c}_v d\mathbf{T}.$$

Essendo: $\mathbf{h} = \mathbf{u} + \mathbf{p}\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{R}\mathbf{T}$, anche l'entalpia risulta funzione solo della temperatura, da cui posto: $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{T}, \mathbf{p})$, ovvero:

$$d\mathbf{h} = \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{p}} d\mathbf{T} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}}\right)_{\mathbf{T}} d\mathbf{p}, \text{ essendo: } \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}}\right)_{\mathbf{T}} = \mathbf{0}, \text{ risulta:}$$

$$d\mathbf{h} = \left(\frac{d\mathbf{h}}{d\mathbf{T}}\right)_{\mathbf{p}} d\mathbf{T} = \mathbf{c}_p d\mathbf{T} \text{ e si ha: } \frac{d\mathbf{h}}{d\mathbf{T}} = \frac{d\mathbf{u}}{d\mathbf{T}} + \frac{d}{d\mathbf{T}}(\mathbf{R}\mathbf{T}), \text{ ovvero: } \mathbf{c}_p = \mathbf{c}_v + \mathbf{R}$$

La costanza di massa ed energia è relativa a ogni sistema chiuso, (o all'intero sistema globale), mentre se viene presa in considerazione solo una parte di esso è possibile qualunque variazione, (uguale e contraria a quella del restante sistema).

In quel regime che viene detto "stazionario", tuttavia, ovvero qualora per ogni punto le grandezze non siano variabili nel tempo, la suddetta costanza è applicabile a qualunque porzione di sistema.

In tali ipotesi, quindi, per l'energia, (così come per la massa), è possibile esprimere che il suo valore globale, (ovvero la somma delle diverse forme in cui si presenta e può trasformarsi), in ingresso in una qualunque superficie chiusa, (apparecchiatura), è pari a quello in uscita.

II° Principio della Termodinamica.

L'entità degli scambi energetici dei fluidi, quantificata dalle relative variazioni di entalpia, non è esaustiva in quanto non descrive il tipo di trasformazione termodinamica e la destinazione dell'energia scambiata, ovvero il rendimento delle trasformazioni stesse, inteso come rapporto fra l'energia utilmente trasformata o trasferita e quella totale scambiata, al netto cioè, di quella dissipata in perdite per fenomeni irreversibili e che viene ceduta all'ambiente degradando in energia termica a bassa temperatura completamente inutilizzabile.

Lo stato tendenziale di un insieme di corpi risulta quello più probabile che corrisponde all'equilibrio di ogni forza e all'annullamento di ogni variazione di grandezze, in uno stato corrispondente a una quiete totale con impossibilità di qualunque ulteriore reazione, (morte termica).

Pertanto l'evoluzione energetica spontanea o artificiale dell'universo risulta un cammino continuo verso la quiete totale con impossibilità di invertirne il senso.

Entropia.

La grandezza che quantifica questo percorso a direzione immutabile e che pertanto appare in costante crescita fino a un valore massimo corrispondente alla cessazione di ogni forma di evoluzione, è detta **entropia**, (il legame fra la grandezza entropia e la probabilità di un insieme di corpi di trovarsi in un certo stato, è quantificata dalla relazione: $S = k \ln W$, con $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, costante di Boltzmann e W numero di modi in cui lo stato può realizzarsi, proporzionale quindi alla probabilità che lo stato effettivamente si realizzi).

A parità di effetto utile è quindi evidente che le condizioni ottimali di ogni trasformazione corrispondono al minimo aumento di entropia, ovvero alla minima perdita di potenzialità evolutive.

In realtà l'energia è un'invariante della fisica nel senso che può trasformarsi in diverse forme, rimanendo comunque costante il suo valore globale.

Quello che risulta variabile è il grado di possibile utilizzo delle diverse forme e caratteristiche in cui può apparire.

A tale riguardo è possibile scindere l'energia in due quote: l'**exergia**, la frazione utilizzabile e convertibile in ogni altra forma e l'**anergia** la frazione inutilizzabile.

In una trasformazione reale si ha sempre una conversione di exergia in anergia quantificata da un aumento di entropia, mentre una trasformazione energetica ottimale risulta una "isoentropica", (aumento nullo di entropia), definibile come la trasformazione di una forma di energia nella stessa o in una qualunque altra forma a pari exergia, ovvero senza dissipazioni in anergia, (tipicamente calore a bassa temperatura).

La natura di ogni trasformazione può quindi essere valutata in termini di **entropia**, il cui aumento globale segnala dissipazioni di potenzialità energetiche identificando come priva di perdite la trasformazione "isoentropica", (aumento nullo di entropia, ovvero energia scambiata fra fluidi o trasformata in altre forme di energia, a pari livello exergetico).

Per ogni trasformazione reale è quindi valutabile un "rendimento rispetto all'isoentropica", definito come rapporto fra quanto ottenuto con trasformazione reale, (che necessariamente comporta un qualche aumento di entropia), e quanto ottenibile in assenza di perdite, ovvero con trasformazione isoentropica.

Termodinamicamente, si verifica che per trasformazioni reversibili, o prive di perdite, fra due stati fisici, la grandezza: $\int dQ/T$, risulta indipendente dal percorso, rappresentando quindi la variazione di una nuova funzione di stato, che risulta appunto l'entropia, (**s**), definita quindi come: $Ds = \int dQ/T$, (in forma infinitesima: $ds = dQ/T$).

Nel campo degli impianti in cui avvengono scambi e trasformazioni energetiche, grandezze e funzioni di stato particolarmente utili alla descrizione dei fenomeni, risultano quindi l'**entalpia** e l'**entropia**.

Tali grandezze permettono infatti di quantificare ogni scambio energetico e la sua efficienza indicando anche, nella riduzione dell'incremento di entropia, la direzione di perfezionamento delle apparecchiature in cui avvengono le trasformazioni stesse.

I diagrammi più comuni per la trattazione dei cicli energetici risultano quindi: entalpia-entropia, (**h - s**), sui quali è possibile identificare

un'insieme di famiglie di curve relative al valore di altre grandezze, (isoterme, isobare, isocore, ecc.).

A sufficiente distanza dalle condizioni di cambiamento di fase, potendo ritenersi con sufficiente approssimazione l'entalpia di liquidi e gas proporzionale alla relativa temperatura, ($dh = c_p dT$), il diagramma $h - s$, coincide a meno di un fattore di scala sull'asse delle ordinate, con il diagramma temperatura-entropia, ($T - s$), sul quale è parimenti possibile identificare un'insieme di famiglie di curve relative al valore di altre grandezze.

Equazioni del moto dei fluidi nei condotti.

Si indica come sistema **aperto** quello in cui avviene uno scambio continuo di massa con l'ambiente esterno.

Per un fluido in moto in regime stazionario in un condotto fra due sezioni (**1** e **2**), il sistema aperto coincide quello chiuso contenente il fluido nel condotto e la massa che in ogni unità di tempo attraversa le sezioni di ingresso e di uscita.

La legge di conservazione dell'energia impone che la somma dei contributi energetici in ingresso, (cinetico, potenziale di quota, interno, meccanico e termico generati all'interno e ricevuti dall'esterno durante l'attraversamento), sia pari ai rispettivi termini in uscita.

Tuttavia in un sistema aperto in regime stazionario, data la stazionarietà del fenomeno, il fluido contenuto fra le sezioni di ingresso e uscita non subisce variazioni.

L'effetto degli scambi energetici all'interno e dall'esterno, è pertanto solo il passaggio dalle condizioni di ingresso a quelle di uscita della quantità di fluido G a unità di tempo.

Il bilancio energetico nominale riferito all'intero sistema, risulta quindi il medesimo se limitato alla variazione del contributo relativo al fluido che attraversa il sistema.

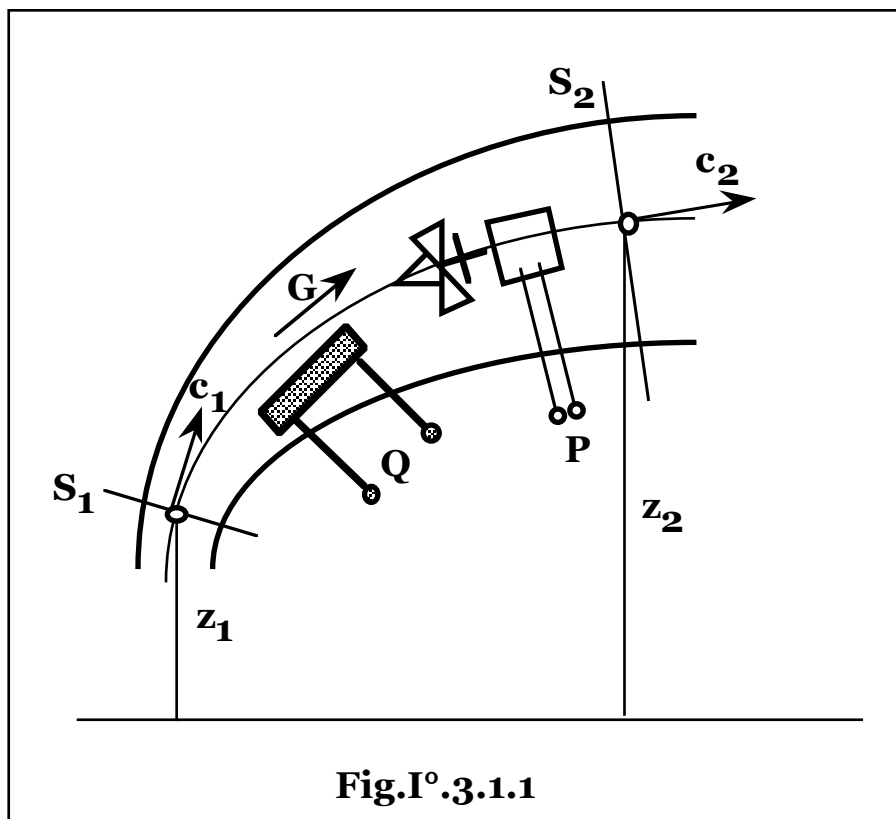
La potenza **cinetica** di una portata, (G), risulta pari all'energia cinetica specifica del fluido, ($c^2/2$), per la portata: $Gc^2/2$, e pertanto la variazione di potenza cinetica fra ingresso e uscita della quantità G

di fluido, vale: $G \left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right)$, essendo: $c_1 = G/(d_{s1}S_1)$, e $c_2 = G/(d_{s2}S_2)$, le velocità medie equivalenti del fluido nelle sezioni di

passaggio, (S_1 e S_2), normali alle locali velocità del fluido in ingresso e uscita e d_{s1} e d_{s2} , le densità del fluido in ingresso e in uscita.

La potenza **gravitazionale** di una portata, risulta pari all'energia gravitazionale specifica del fluido, (gz), per la portata: Ggz , e pertanto, indicando con z_1 e z_2 le quote dei baricentri delle sezioni **1** e **2**, la variazione di potenza gravitazionale fra ingresso e uscita della quantità G di fluido, vale: $Gg(z_1 - z_2)$, mentre la potenza **interna** di una portata, risulta pari all'energia interna specifica del fluido, (u), per la portata: Gu , e pertanto, indicando con u_1 e u_2 le energie specifiche interne del fluido negli stati fisici **1** e **2**, la variazione di potenza interna fra ingresso e uscita della quantità G di fluido, vale: $G(u_1 - u_2)$.

A tali termini, vanno aggiunte le potenze meccanica, (P), e termica, (Q), ricevute dal fluido nell'attraversamento del condotto, la potenza necessaria all'ingresso della portata: $p_1 S_1 c_1 = Gp_1 v_1$ e sottratta la potenza ceduta dalla medesima portata in uscita: $p_2 S_2 c_2 = Gp_2 v_2$, (p_1 , v_1 e p_2 , v_2 pressioni e volumi specifici del fluido negli stati fisici di ingresso e uscita).



La relazione di bilancio che esprime il pareggio fra la somma delle energie entranti, (cinetica, di quota, interna, meccanica e termica), e la corrispondente in uscita, risulta quindi, (**Fig.I°.3.1.1**):

$$1/2 G(c_1^2 - c_2^2) + Gg(z_1 - z_2) + G(u_1 - u_2) + Q + P + G(p_1 v_1 - p_2 v_2) = 0,$$

$$\text{ovvero: } 1/2 G(c_1^2 - c_2^2) + Gg(z_1 - z_2) + G(h_1 - h_2) + Q + P = 0.$$

Per unità di massa, indicando con: $q = Q/G$ e $L = P/G$, l'energia termica e il lavoro meccanico specifici scambiati dal fluido, la relazione diviene: $1/2(c_1^2 - c_2^2) + g(z_1 - z_2) + (h_1 - h_2) + L + q = 0$

Differenziando la relazione, si ottiene: $de_c + de_p + dh = dq + dl$.

La termodinamica dei sistemi aperti in regime stazionario, mostra quindi che il bilancio energetico risulta identico a quello relativo a un sistema chiuso, ($de_c + de_p + du = dq + dl$), per sostituzione della funzione **energia interna** con la funzione **entalpia**.

In un **sistema aperto**, si ha trasformazione della quantità di massa G a unità di tempo, fra gli stati fisici di ingresso e uscita, mentre risulta nulla ogni altra variazione del sistema per la stazionarietà del fenomeno.

Per tale massa, pensata come un **sistema chiuso**, (a meno dei contributi cinetico e di quota), vale la relazione: $dq = du + pdv$, che integrata risulta:

$$u_2 - u_1 = q + L = q - \int_1^2 pdv = q + p_1 v_1 - p_2 v_2 + \int_1^2 vdp,$$

$$\text{ovvero: } h_2 - h_1 = q + \int_1^2 vdp.$$

In un **sistema aperto** la trasformazione della stessa massa, differisce unicamente per il moto della massa stessa attraverso il sistema, che a causa delle irreversibilità fluidodinamiche per effetto della viscosità, comporta la dissipazione di lavoro compiuto dal fluido contro la forza di attrito, che degenera in calore dissipativo, (R), con contributo da sommare nel computo dell'energia termica globale scambiata con l'esterno, (q).

La relazione per il **sistema aperto**, richiede quindi, solo la corrispondente correzione: $h_2 - h_1 = (q + R) + \int_1^2 vdp$.

La relazione di bilancio energetico assume quindi l'equivalente forma:

$$1/2(c_1^2 - c_2^2) + g(z_1 - z_2) - R + L + \int_2^1 vdp = 0.$$

Si conclude pertanto che mentre per un sistema chiuso il lavoro scambiato, (a meno delle variazioni di energia cinetica, potenziale e delle dissipazioni), è pari a: $L = \int p dv$, per un sistema aperto, dovendo considerare anche il lavoro di ingresso e uscita della massa dal sistema, $(p_1 v_1 - p_2 v_2)$, il lavoro globale scambiato vale:

$$L = p_1 v_1 - p_2 v_2 + \int_1^2 p dv = \int_1^2 v dp.$$

Soluzione dell'equazione dell'energia.

Sono definiti **incomprimibili**, i fluidi che presentano una densità costante al variare delle pressione.

Nelle relative equazioni di bilancio energetico, la legge di trasformazione: $v = v(p)$, per il calcolo dell'integrale: $\int_1^2 v(p) dp$, risulta quindi: $v = 1/d_s = \text{costante}$, da cui:

$$\int_1^2 v(p) dp = \int_1^2 dp/d_s = (p_2 - p_1)/d_s.$$

L'integrale, rappresentativo, a meno delle perdite, del lavoro scambiato, in caso di compressione risulta algebricamente positivo, (ceduto al fluido), mentre in caso di espansione risulta algebricamente negativo, (reso dal fluido), o in valore assoluto:

$$\left| \int_1^2 v(p) dp \right| = (p_1 - p_2)/d_s.$$

In caso di fluidi **comprimibili** risulta: $v = v(p)$, e quindi incognita la legge di trasformazione per il calcolo dell'integrale: $\int_1^2 v(p) dp$.

Trasformazione politropica.

La trasformazione: $v = v(p)$, (di compressione o espansione), può essere descritta da una equazione monomia detta politropica: $p v^n = \text{costante}$, e quindi in particolare: $p v^n = p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$, essendo, (p_1, v_1) e (p_2, v_2) , gli stati fisici di inizio e termine della trasformazione. Infatti per n tendente a zero, si ottiene: $p = p_1$, (isobara), e previa estrazione della radice ennesima della relazione: $p^{1/n} v = p_1^{1/n} v_1$, per n tendente a infinito, si ottiene: $v = v_1$, (isocora), per cui al variare

dell'esponente n da zero a infinito, la curva, sia in espansione che in compressione, copre tutto il campo dei valori delle variabili compresi nell'angolo intercettato dalle semirette: $p = p_1$, (isobara), $v = v_1$, (isocora), passando per la curva isoterma, ($pv = \text{costante} = n_o R_o T$), per: $n = 1$.

In caso di compressione, l'integrale e quindi il lavoro corrispondente, risulta massimo per trasformazione isocora per la quale il volume specifico risulta pari al valore iniziale massimo:

$$\int_1^2 v(p) dp = \int_1^2 dp/d_{s1} = (p_2 - p_1)/d_{s1},$$

e minimo per trasformazione isoterma, per la quale il volume specifico all'aumentare della pressione si mantiene ai minimi valori possibili.

In caso di espansione, l'integrale e quindi il lavoro corrispondente, risulta minimo per trasformazione isocora per la quale il volume specifico risulta pari al valore iniziale minimo:

$$\int_1^2 v(p) dp = \int_1^2 dp/d_{s1} = (p_2 - p_1)/d_{s1},$$

e massimo per trasformazione isoterma, per la quale il volume specifico a diminuire della pressione si mantiene ai massimi valori possibili.

Compressione ed espansione isoentropica.

In assenza dei contributi cinetico e di quota, dalla relazione:

$$h_2 - h_1 = R + q + \int_1^2 v dp,$$

ovvero, in caso di compressione adiabatica, ($q = 0$), reversibile, ($R = 0$):

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 v dp, \text{ con: } dh = \left(\frac{dh}{dT} \right)_p dT = c_p dT, \text{ le due forme}$$

dell'equazione energetica, forniscono le rispettive espressioni del lavoro specifico scambiato: $L = c_p(T_2 - T_1) = \int_1^2 v dp$, con T_2 , temperatura isoentropica finale.

L'integrale: $\int_1^2 v(p) dp$, dalla pressione p_1 a p_2 , con: $pv^n = p_1 v_1^n$, ovvero: $v = (p_1^{1/n} v_1)/p^{1/n}$, risulta:

$$\begin{aligned}
\int_{p_1}^{p_2} \frac{p_1^{1/n} v_1}{p^{1/n}} dp &= \frac{p_1^{1/n} v_1}{1 - \frac{1}{n}} \left[p^{\left(1 - \frac{1}{n}\right)} \right]_{p_1}^{p_2} = \\
&= \frac{n}{n-1} p_1^{1/n} v_1 \left[p_2^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} - p_1^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} \right] = \\
&= \frac{n}{n-1} p_1^{1/n} p_1^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right],
\end{aligned}$$

ovvero, essendo: $p_1^{(1/n)} v_1 = p_2^{(1/n)} v_2$:

$$\begin{aligned}
\int_{p_1}^{p_2} v(p) dp &= \frac{n}{n-1} p_1^{1/n} v_1 \left[p_2^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} - p_1^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} \right] = \\
&= \frac{n}{n-1} p_2^{1/n} v_2 \left[p_2^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} - p_1^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} \right] = \\
&= \frac{n}{n-1} p_2^{1/n} p_2^{\left(\frac{n-1}{n}\right)} v_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{n}{n-1} p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right].
\end{aligned}$$

In caso di compressione, ($p_1 < p_2$), il lavoro, (ceduto al fluido):

$$L = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right],$$

risulta algebricamente positivo, mentre in caso di espansione, ($p_1 > p_2$), il lavoro, (reso dal fluido), risulterebbe algebricamente negativo.

Per trasformazione isoentropica, (adiabatica reversibile), applicando all'aeriforme l'equazione dei gas perfetti, si ha:

$p_1 v_1 = R_a T_1$; $p_2 v_2 = R_a T_2$, con R_a costante del gas, mentre agli estremi della politropica, si ha: $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$, da cui:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n = \left(\frac{R_a T_1}{p_1}\right)^n \left(\frac{p_2}{R_a T_2}\right)^n, \text{ ovvero:}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2^n T_1^n}{T_2^n p_1^n}, \text{ da cui: } \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^n, \text{ e infine: } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Dall'uguaglianza: $L = c_p(T_2 - T_1) = \int_1^2 v(p) dp$, si ottiene quindi:

$$c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} R_a T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right],$$

$$\text{ovvero: } c_p = \frac{n}{n-1} R_a = \frac{n}{n-1} (c_p - c_v),$$

da cui: $n = c_p / c_v$, indicato generalmente con la lettera $k = \frac{c_p}{c_v}$.

In caso di espansione, si ha:

$$c_p T_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{n}{n-1} R_a T_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right],$$

da cui: $c_p = \frac{n}{n-1} R_a = \frac{n}{n-1} (c_p - c_v)$, e quindi: $n = k = \frac{c_p}{c_v}$.

Per la reversibilità del fenomeno, infatti, le due trasformazioni risultano sovrapposte.

Per compressione dal vuoto, ($p_1 = 0$), il lavoro, (algebricamente

$$\text{positivo), risulta: } L = \int_1^2 v(p) dp = \frac{k}{k-1} p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] =$$

$$= \frac{k}{k-1} p_2 v_2 = \frac{k}{k-1} R_a T_2 = c_p T_2,$$

pari all'intero contenuto energetico specifico del fluido, mentre per espansione fino al vuoto, ($p_2 = 0$), il lavoro, (algebricamente negativo),

risulta:

$$L = \int_2^1 v(p) dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] =$$

$$= -\frac{k}{k-1} p_1 v_1 = -\frac{k}{k-1} R_a T_1 = -c_p T_1,$$

pari all'intero contenuto energetico specifico del fluido.

In caso di trasformazione isoterma, invece, il lavoro:

$L = \int_1^2 v dp = p_1 v_1 \ln(p_2/p_1) = p_2 v_2 \ln(p_2/p_1)$, (positivo o negativo a seconda che sia: $p_1 < p_2$, in caso di compressione, o $p_1 > p_2$, in caso di espansione), tende a infinito.

Quantitativamente il lavoro passa da valori illimitati per: $n \leq 1$, a valori finiti per: $n > 1$.

Infatti per: $n < 1$, essendo: $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\left| \frac{n}{n-1} \right|}$, al tendere a

zero

della pressione p_1 , la temperatura T_1 , cresce fino a valori illimitati, e parimenti il volume specifico: $v_1 = RT_1/p_1$.

Per: $n > 1$, invece, essendo: $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}}$, al tendere a zero della

pressione p_1 , parimenti tende a zero la temperatura T_1 e il volume specifico assume forma indeterminata potendo mantenere un valore finito.

Il caso particolare: $n = 1$, (trasformazione isoterma, limite fra valori finiti e infiniti del lavoro speso in una compressione od ottenuto in una espansione), appartiene al campo di valori illimitati comportando comunque un volume specifico finale, o iniziale, che tende a infinito, ($v_1 = RT_2/p_1$).

Compressione adiabatica reale.

In caso di compressione adiabatica reale, (per la quale sia nullo il contributo artificiale di scambio termico con l'esterno: $\mathbf{q} = \mathbf{0}$), descrivendo la trasformazione con una politropica di esponente \mathbf{n} , il

$$\text{lavoro speso risulta: } \mathbf{L} = \mathbf{c}_p \mathbf{T}_1 \left(\frac{\mathbf{T}_2}{\mathbf{T}_1} - 1 \right) = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{n} - 1} \mathbf{p}_1 \mathbf{v}_1 \left[\left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{n}-1}{\mathbf{n}}} - 1 \right] + \mathbf{R}.$$

Per effetto delle irreversibilit , infatti, all'interno del fluido una parte del carico degenera in calore dissipativo, (\mathbf{R}), da compensare con un pari aumento di lavoro, mentre il riscaldamento addizionale del fluido comporta un aumento di temperatura e quindi di volume specifico da cui un maggior lavoro di compressione rispetto alla trasformazione ideale.

Si ha quindi un aumento dell'esponente della politropica:

$$\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{n} - 1} \mathbf{p}_1 \mathbf{v}_1 \left[\left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{n}-1}{\mathbf{n}}} - 1 \right] > \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k} - 1} \mathbf{p}_1 \mathbf{v}_1 \left[\left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{k}-1}{\mathbf{k}}} - 1 \right], \forall \mathbf{n} > \mathbf{k}.$$

Indicando con \mathbf{h}_i il rendimento di compressione rispetto

all'isoentropica, si ha: $\mathbf{h}_i = \frac{\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1}{\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1}$, da cui: $\mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_1 + (\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1)/\mathbf{h}_i$,

$$\text{ovvero: } \frac{\mathbf{T}_2}{\mathbf{T}_1} = 1 + \frac{\left(\frac{\mathbf{T}_2}{\mathbf{T}_1} - 1 \right)}{\mathbf{h}_i} = 1 + \frac{\left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{k}-1}{\mathbf{k}}} - 1}{\mathbf{h}_i}.$$

Per compressione politropica: $\mathbf{p}\mathbf{v}^{\mathbf{n}} = \mathbf{p}_1 \mathbf{v}_1^{\mathbf{n}}$, si ha: $\frac{\mathbf{T}_2}{\mathbf{T}_1} = \left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{n}-1}{\mathbf{n}}}$.

L'esponente della politropica di compressione, (\mathbf{n}), si ottiene, dunque,

$$\text{dalla relazione: } \frac{\mathbf{T}_2}{\mathbf{T}_1} = 1 + \frac{\left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{k}-1}{\mathbf{k}}} - 1}{\mathbf{h}_i} = \left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{n}-1}{\mathbf{n}}}, \text{ da cui:}$$

$$\frac{1}{n} = 1 - \frac{\ln \left\{ 1 + \frac{1}{h_i} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \right\}}{\ln \frac{p_2}{p_1}}$$

La funzione: $n = n(p_2/p_1)$, risulta monotona decrescente, con:

$$\lim_{\frac{p_2}{p_1} \rightarrow 1} n \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{h_i} \frac{k-1}{k}} \geq k, \text{ per: } h_i \leq 1; \quad \lim_{\frac{p_2}{p_1} \rightarrow \infty} n \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = k.$$

L'esponente n risulta quindi sempre maggiore di k , come appare evidente considerando che le dissipazioni in caso di trasformazione reale comportano una maggiore temperatura di fine compressione.

Per l'aria, essendo: $c_p = 1,0035 \text{ kJ/kgK}$, $c_v = 0,7165 \text{ kJ/kg}$, si ottiene: $k = 1,4$, da cui per: $h_i = 0,8 \div 0,85$, l'esponente della politropica di compressione adiabatica, per rapporti:

$p_2/p_1 = 1 \div 100$, risulta: $n = 1,45 \div 1,55$.

Espansione adiabatica reale.

In caso di espansione adiabatica, ($q = 0$), reale, descrivendo la trasformazione con una politropica, il lavoro ottenuto risulta:

$$L = c_p T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] - R.$$

Per effetto delle irreversibilità, infatti, all'interno del fluido una parte del carico degenera in calore dissipativo che riduce il lavoro reso, (R), mentre il corrispondente riscaldamento del fluido comporta un aumento di temperatura e quindi di volume specifico da cui un maggior lavoro di espansione rispetto alla trasformazione ideale:

$$\frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] > \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right], \quad \forall n < k,$$

con diminuzione dell'esponente della politropica e complessivamente un minor lavoro ottenuto per dissipazioni, (R), con parziale recupero.

Indicando con h_i il rendimento di espansione rispetto all'isoentropica,

si ha: $h_i = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2}$, da cui: $T_2 = T_1 - h_i(T_1 - T_2)$, ovvero:

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 - h_i \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 1 - h_i \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right).$$

Per espansione politropica: $p v^n = p_1 v_1^n$, si ha: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$.

L'esponente della politropica di espansione, (n), si ottiene, dunque,

dalla relazione: $\frac{T_2}{T_1} = 1 - h_i \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right) = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$, da cui:

$$\frac{1}{n} = 1 - \frac{\ln \left\{ 1 - h_i \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \right\}}{\ln \frac{p_2}{p_1}}$$

La funzione: $n = n(p_2/p_1)$, risulta monotona decrescente, con:

$$\lim_{\frac{p_2}{p_1} \rightarrow 1} n \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = \frac{1}{1 - h_i \frac{k-1}{k}} \leq k, \text{ per: } h_i \leq 1; \quad \lim_{\frac{p_2}{p_1} \rightarrow \infty} n \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = 1.$$

L'esponente n risulta quindi minore di k , come appare evidente considerando che le dissipazioni in caso di trasformazione reale comportano una maggiore temperatura di fine espansione.

Per l'aria, con: $h_i = 0,8 \div 0,85$, l'esponente della politropica di espansione adiabatica, per rapporti: $p_2/p_1 = 0,01 \div 1$, risulta:

$$n = 1,24 \div 1,32.$$

§I°.3.2-EQUAZIONI ENERGETICHE PER FLUIDI INCOMPRESSIBILI.

Per fluidi incompressibili, si ha: $\mathbf{v} = 1/d_s = \text{costante}$ e le relazioni risultano: $1/2(c_1^2 - c_2^2) + g(z_1 - z_2) + (h_1 - h_2) + L + q = 0$;

$$1/2(c_1^2 - c_2^2) + g(z_1 - z_2) - R + L + (p_1 - p_2)/d_s = 0.$$

L'energia specifica totale di un fluido, ovvero la somma dei suoi contributi cinetico, $(1/2 c^2)$, potenziale di quota, $(g z)$, e di pressione, (p/d_s) , si indica come carico totale, (H_T) :

$$H_T = 1/2 c^2 + g z + p/d_s.$$

Nelle macchine, (motrici od operatrici), a fluido incompressibile, la potenza termica scambiata risulta in genere trascurabile, mentre l'effetto sul fluido è la variazione di carico totale, per cui l'equazione del fluido fra l'ingresso e l'uscita dalla macchina risulta:

$$- L = (H_{T1} - H_{T2}) - R \quad (\text{motrice});$$

$$L = (H_{T2} - H_{T1}) + R \quad (\text{operatrice}),$$

ovvero la variazione di energia del fluido nell'attraversamento di una macchina motrice si trasforma in parte in lavoro utile e in parte si dissipa in perdite, mentre in una macchina operatrice il lavoro ceduto si trasforma in parte in aumento di carico totale del fluido e in parte si dissipa in perdite.

La variazione di carico totale, (o di energia specifica), di un fluido nell'attraversamento di una macchina, si indica come prevalenza o carico utile, (H) : $H = H_{T1} - H_{T2}$, che nel caso in esame risulta:

$$H = 1/2(c_1^2 - c_2^2) + g(z_1 - z_2) + (p_1 - p_2)/d_s = - L + R \quad (\text{motrice});$$

$$H = 1/2(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1)/d_s = L - R \quad (\text{operatrice}),$$

ove i tre addendi dell'espressione si riferiscono rispettivamente alla variazione di energia cinetica, di quota e di pressione.

Per le macchine **motrici** si definisce rendimento idraulico, (h_i) , il rapporto: $h_i = L_i/H = (H - R_i)/H$,

con: L_i lavoro specifico ceduto dal fluido alla macchina;

R_i perdite specifiche idrauliche,

e rendimento meccanico, (h_m) , il rapporto:

$$h_m = L_m/L_i = (L_i - R_m)/L_i,$$

con: L_m lavoro specifico motore;

R_m perdite specifiche meccaniche.

Per le macchine **operatrici** risulta:

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{H}/\mathbf{L}_i = (\mathbf{L}_i - \mathbf{R}_i)/\mathbf{L}_i; \quad \mathbf{h}_m = \mathbf{L}_i/\mathbf{L}_m = (\mathbf{L}_m - \mathbf{R}_m)/\mathbf{L}_m,$$

con: $\mathbf{L}_m, \mathbf{L}_i$, lavoro specifico ceduto alla macchina e al fluido, rispettivamente.

Per ogni macchina, (motrice od operatrice), il rendimento totale, (\mathbf{h}), vale: $\mathbf{h} = \mathbf{h}_i \mathbf{h}_m$, per cui la potenza meccanica totale ottenuta o spesa per attraversamento della portata in massa \mathbf{G} , vale:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{h} && \text{(motrice);} \\ \mathbf{P} &= \mathbf{G}\mathbf{H}/\mathbf{h} && \text{(operatrice).} \end{aligned}$$

§ I°.3.3 – EQUAZIONI ENERGETICHE PER FLUIDI COMPRIMIBILI.

Nelle **motrici** il calore generato comporta una riduzione del contenuto entalpico del fluido e quindi una diminuzione dell'energia meccanica resa, mentre nelle **operatrici** un aumento dell'energia richiesta dalla sorgente di alimentazione delle macchine e a meno della presenza di apparecchiature di recupero termico, viene disperso nell'ambiente.

In caso di macchine, **motrici** od **operatrici**, a fluido comprimibile, [con densità: $\mathbf{d}_s = \mathbf{d}_s(\mathbf{p}, \mathbf{T})$, funzione della pressione e della temperatura], risultano in genere trascurabili i termini cinetico e di quota.

Per le **motrici** il lavoro specifico ceduto dal fluido risulta quindi:

$$- \mathbf{L} = \int_2^1 \mathbf{v}d\mathbf{p} - \mathbf{R}; \quad - \mathbf{L} = (\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2) + \mathbf{q}.$$

Descrivendo la trasformazione del fluido con una politropica:

$$\mathbf{p}\mathbf{v}^{\mathbf{n}} = \mathbf{p}_1\mathbf{v}_1^{\mathbf{n}} = \text{costante},$$

$$\text{si ottiene: } -\mathbf{L} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{n} - 1} \mathbf{p}_1 \mathbf{v}_1 \left[1 - \left(\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{p}_1} \right)^{\frac{\mathbf{n}-1}{\mathbf{n}}} \right] - \mathbf{R}, \text{ con: } \mathbf{n} < \mathbf{k} = \mathbf{c}_p/\mathbf{c}_v,$$

essendo $\mathbf{c}_p/\mathbf{c}_v$ il rapporto dei calori specifici rispettivamente a pressione e volume costante e \mathbf{k} l'esponente della corrispondente trasformazione isoentropica.

Per una espansione reale, (**Fig.I°.3.3.1**), essendo trascurabile, ($\mathbf{q} \sim \mathbf{0}$), la potenza termica scambiata, (adiabatiche), il decremento di energia specifica ceduta dal fluido, o di lavoro ottenibile, rispetto alla trasformazione ideale, (isoentropica), risulta pari alla maggiore entalpia posseduta dal fluido dopo l'espansione rispetto alla

trasformazione ideale: $(h_1 - h_2) - (h_1 - h_2) = h_2 - h_2 = c_p(T_2 - T_2) = (A22B)$, mentre l'energia termica generata risulta pari all'area, $(A12B)$.

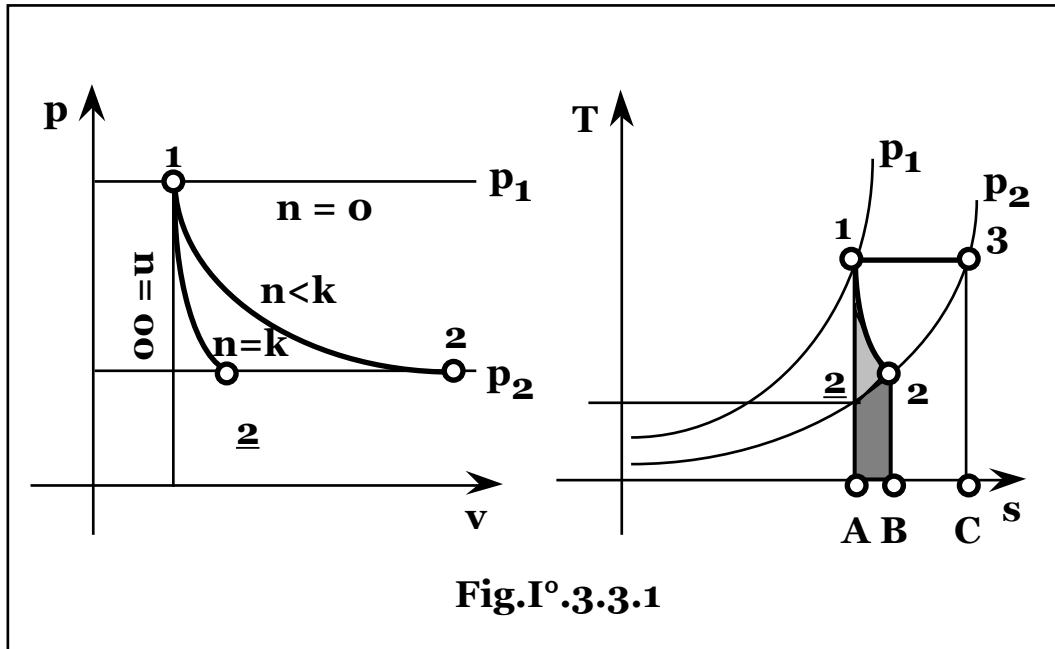


Fig.I° 3.3.1

Si hanno quindi perdite maggiori del decremento di lavoro ottenibile. L'area complementare, (122) , rappresenta, infatti, un parziale recupero delle perdite, in quanto la frazione di entalpia del fluido dissipata in fenomeni irreversibili, e quindi sottratta alla conversione, trasformandosi in energia termica comporta un aumento di temperatura e quindi di volume specifico del fluido che espandendosi cede maggior lavoro, e infatti, il lavoro ottenibile, pari all'integrale: $\int_2^1 v dp$, risulta aumentato della medesima area, (122) , con perdita netta pari all'area, $(A22B)$.

Pertanto in una qualunque espansione, mentre il lavoro ideale è rappresentato sul diagramma $T-s$, dall'area sottesa fra il punto, (3) , di incontro fra l'isobara a pressione inferiore e l'isoterma di inizio espansione e il punto, (2) , di fine espansione lungo l'isoentropica, $(A23C)$: $c_p(T_1 - T_2) = c_p(T_3 - T_2)$, nell'espansione reale, la trasformazione si discosta dalla verticale verso entropia crescente, (rendimento rispetto all'isoentropica inferiore all'unità), e il lavoro reso è diminuito della quota calore generato, (area $A12B$), con recupero della quota (122) , per aumento del volume specifico e quindi perdita

netta rappresentata dall'area (**A22B**), e lavoro: $c_p(T_1 - T_2) = c_p(T_3 - T_2)$, rappresentato dalla differenza di aree: (**A23C**) - (**A22B**) = (**B23C**). Al limite di annullamento del rendimento rispetto all'isoentropica, il punto di fine espansione, (**2**), tende al punto **3**, con espansione che tende all'isoterma (**1-3**), per la quale la generazione di calore, (area **A13C**), al netto del recupero, (area **132**), comporta una perdita netta, (area **A23C**), pari all'intero lavoro ottenibile, (ovvero area **B23C** tendente a zero), e quindi con resa di lavoro all'esterno nulla: $c_p(T_1 - T_3) = 0$.

La trasformazione, suddivisibile idealmente in una somma di espansioni isoentropiche infinitesime con utilizzo integrale del lavoro ottenuto per riscaldare il fluido lungo l'isobara intermedia, (che continuando a riscaldarsi fornisce maggior lavoro con conseguente parziale recupero), risulta un'espansione isoterma con lavoro nullo all'esterno, ovvero la curva **isoentalpica**, (espansione senza scambi di energia).

Il lavoro specifico speso in una macchina **operatrice**, vale:

$$L = \int_1^2 v dp + R; \quad L = (h_2 - h_1) - q.$$

Per trasformazioni politropiche, si ottiene:

$$L = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + R, \text{ con: } n > k = \frac{c_p}{c_v}.$$

In caso di trasformazioni adiabatiche, l'incremento di energia specifica ricevuta dal fluido, o di lavoro speso, rispetto alla compressione isoentropica, (pari alla maggiore entalpia del fluido rispetto alla trasformazione ideale a parità di pressione), vale:

$$(h_2 - h_1) - (h_2 - h_1) = h_2 - h_2 = c_p(T_2 - T_2) = (\mathbf{A22B}),$$

mentre le perdite sono pari all'area, (**A12B**).

Si hanno quindi perdite inferiori all'aumento del lavoro speso.

L'area complementare, (**122**), corrisponde, infatti, a un aumento di lavoro: $\int_1^2 v dp$, rispetto alla trasformazione ideale, (**Fig.I°3.3.2**), per aumento di temperatura del fluido per fenomeni irreversibili, senza alcun recupero delle perdite in quanto il fluido riscaldato per aumento del volume specifico, richiede maggior lavoro di compressione.

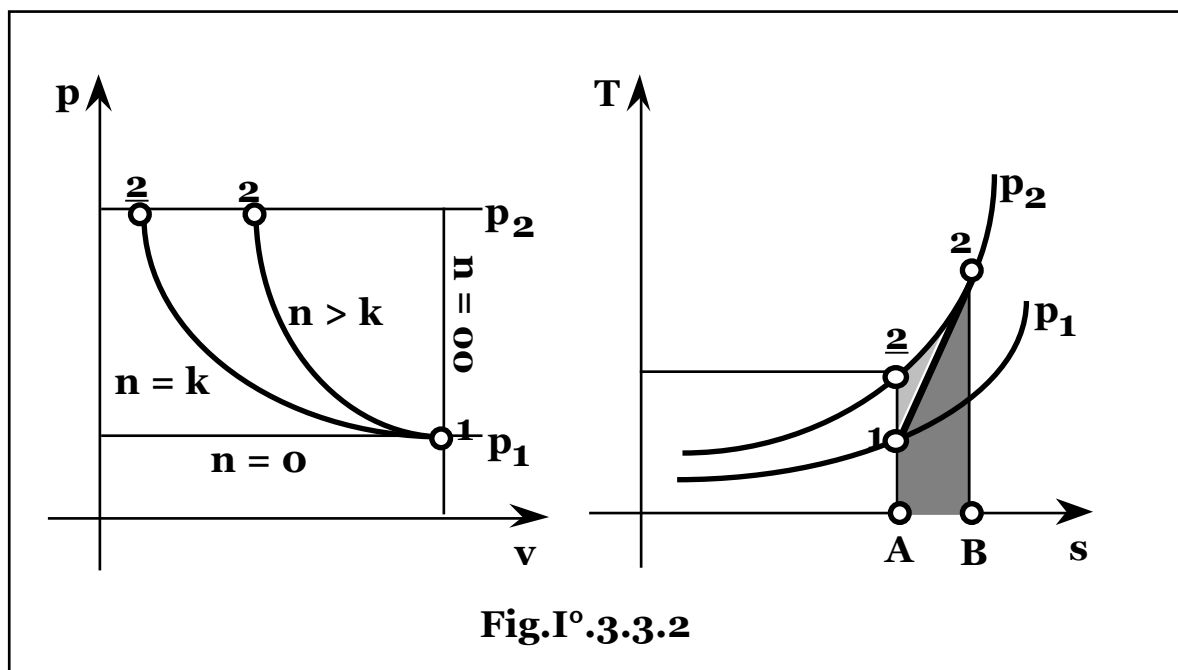


Fig.I° 3.3.2

Nelle trasformazioni di espansione/compressione la potenza termica scambiata spontaneamente dalle apparecchiature risulta trascurabile e le trasformazioni possono ritenersi sensibilmente adiabatiche.

Nel diagramma $T - s$, pertanto, l'area sottesa dalle trasformazioni, (**A12B**), rappresenta correttamente l'energia termica generata per fenomeni dissipativi.

Qualora invece, siano previsti scambi di potenza termica durante una trasformazione la corrispondente area sottesa nel diagramma $T - s$, risulta la somma algebrica dell'energia termica totale scambiata:

A12B) = $R + q$, ovvero orientata verso valori crescenti di entropia per effetto della potenza termica generata nel fluido dalle perdite e verso valori decrescenti di entropia in caso di sottrazione di potenza termica, (raffreddamento), potendo quindi risultare anche globalmente negativa qualora lo stato fisico di fine trasformazione risulti a entropia minore rispetto a quello di inizio e comunque non più rappresentativa delle perdite: $R = (\mathbf{A12B}) - q$.

In una trasformazione **motrice**, (espansione), le perdite proprie, (a meno di un parziale recupero), e il calore sottratto sono fenomeni che sottraggono entrambi energia potenziale al fluido con diminuzione di potenza resa, per cui le condizioni di massimo lavoro specifico si ottengono per trasformazioni adiabatiche, ($q = 0$).

Infatti in un'espansione, (**Fig.I° 3.3.3**), in caso di un raffreddamento che porti a una diminuzione di temperatura di fine espansione del fluido rispetto all'adiabatica, ($T_{2*} < T_2$), si ha un incremento di lavoro

ottenuto corrispondente all'aumento del salto entalpico nominale, ovvero della minore entalpia del fluido dopo l'espansione, pari a:

$$(h_1 - h_{2*}) - (h_1 - h_2) = h_2 - h_{2*} = c_p(T_2 - T_{2*}) = (B2*2C).$$

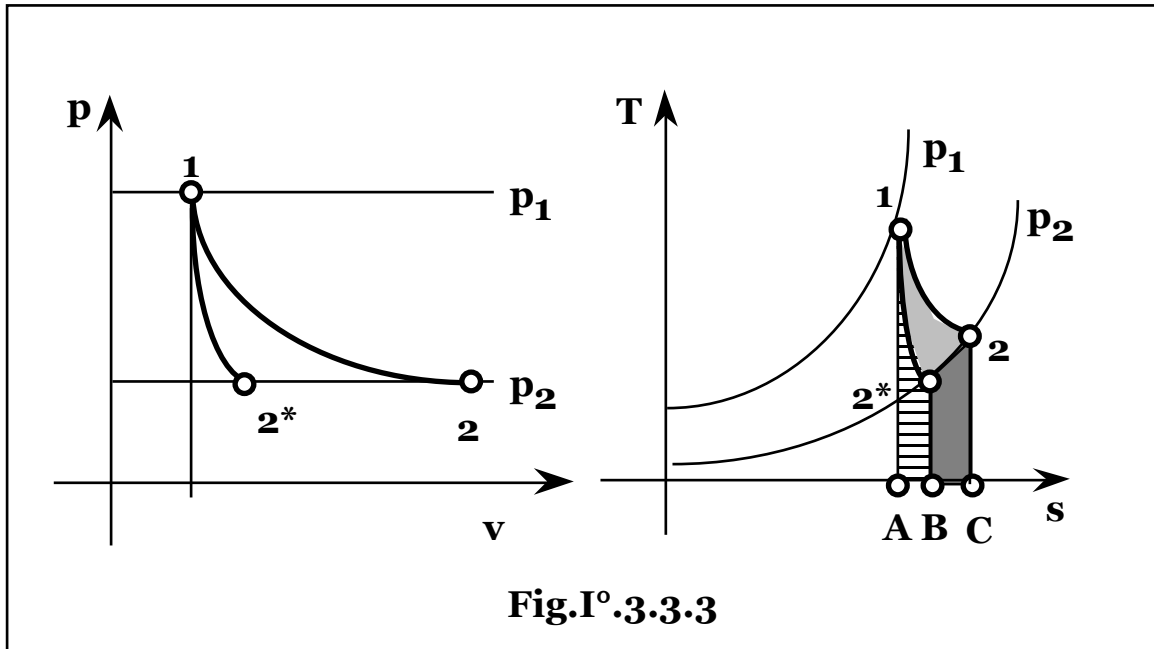


Fig.I° 3.3.3

Tuttavia l'energia termica sottratta con il raffreddamento, risulta una perdita di entalpia disponibile.

Supponendo che il raffreddamento non influenzi sensibilmente i fenomeni irreversibili di perdita, essendo in caso di trasformazione adiabatica: $R = (A12C)$, e in caso di un raffreddamento:

$R = (A12*B) + |-q|$, per l'ipotesi di parità di perdite, si ha:

$(A12C) = (A12*B) + |-q|$, da cui la sottrazione di calore richiesta:

$$|-q| = (A12C) - (A12*B) = (B2*12C).$$

La differenza fra la sottrazione di calore: $|-q| = (B2*12C)$, che costituisce un decremento di energia disponibile e l'incremento nominale di lavoro ottenuto: $(B2*2C)$: $(B2*12C) - (B2*2C) = (122*)$, rappresenta quindi la perdita netta imputabile al raffreddamento.

In una trasformazione **operatrice**, (compressione), invece è opportuna la refrigerazione in quanto la riduzione di temperatura del fluido ne diminuisce il volume specifico e quindi l'energia di compressione.

Infatti in una compressione, (Fig.I° 3.3.4), un raffreddamento che porti a una diminuzione di temperatura di fine compressione del fluido rispetto all'adiabatica: $T_{2*} < T_2$, comporta un risparmio di

lavoro dissipato pari all'area: $(B2^*2C)$, corrispondente al minor contenuto entalpico del fluido a parità di pressione:

$$(h_2 - h_1) - (h_{2^*} - h_1) = h_2 - h_{2^*} = c_p(T_2 - T_{2^*}).$$

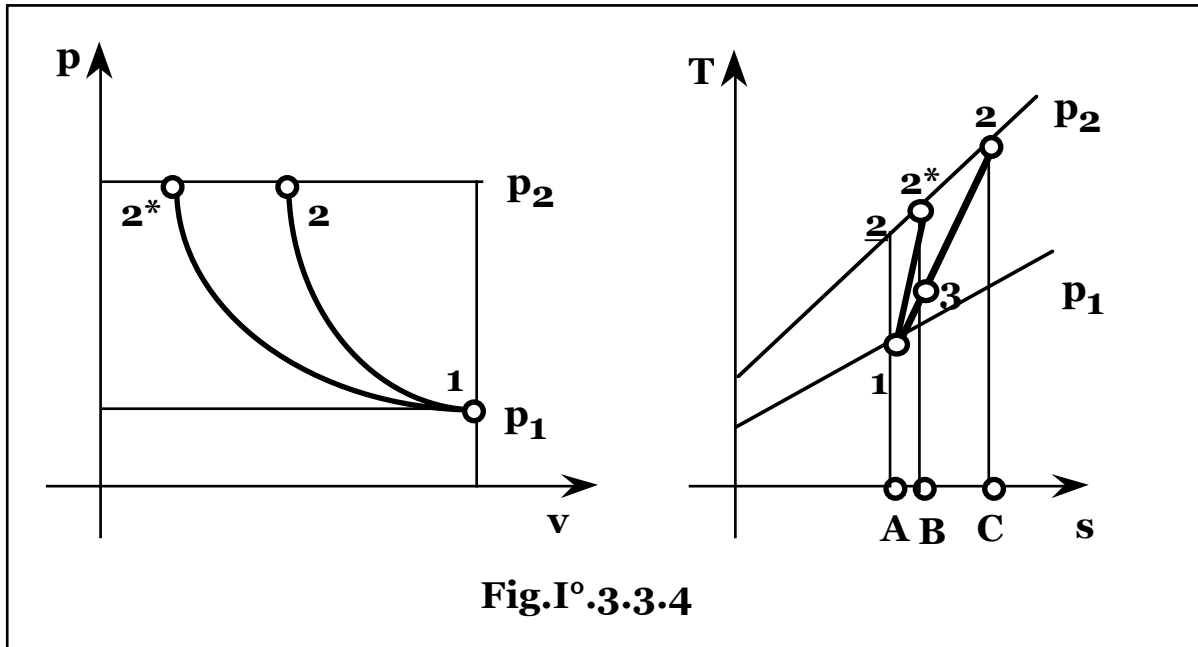


Fig. I° 3.3.4

Nella medesima ipotesi che il raffreddamento non influenzi sensibilmente i fenomeni dissipativi, eguagliando le perdite nei due casi, si ha: $R = (A12C) = (A12^*B) - q$, da cui:

$$-q = (A12C) - (A12^*B) = (B32C) - (12^*3).$$

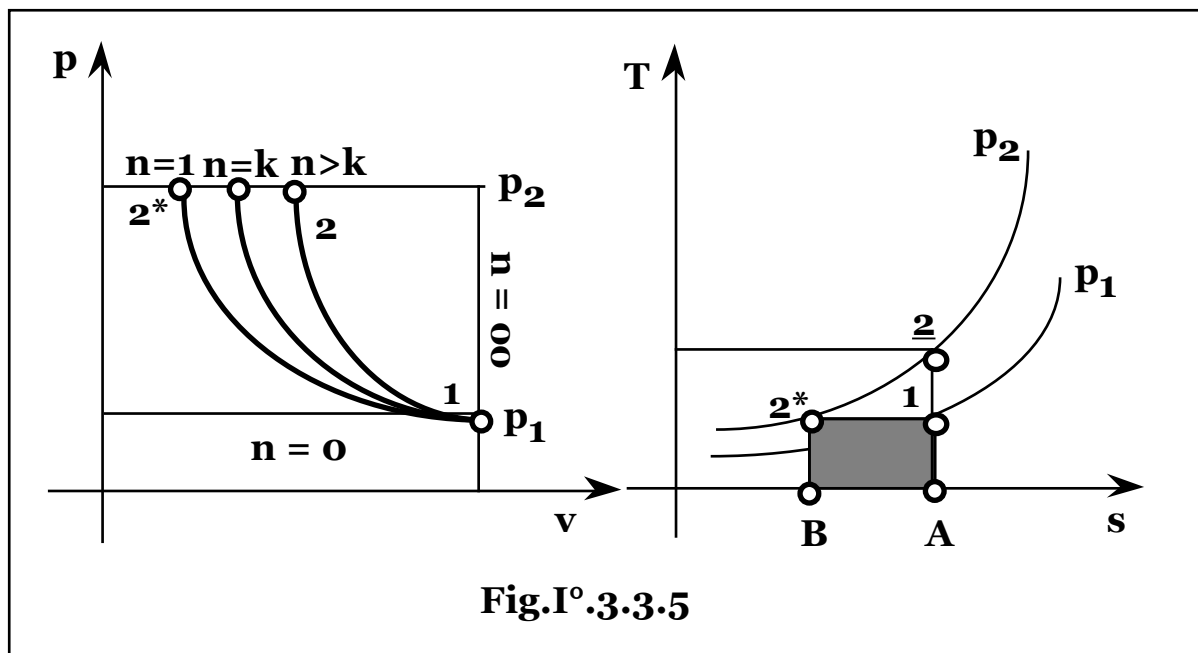
La differenza fra il risparmio di lavoro: $(B2^*2C)$, e la sottrazione di calore: $-q = (B32C) - (12^*3)$, che costituisce una dissipazione di energia meccanica, vale: $(B2^*2C) - |-q| = (B2^*2C) - (A12C) + (A12^*B) = (B2^*2C) - (B32C) + (12^*3) = (12^*2)$, corrispondente al risparmio netto ottenibile con la refrigerazione.

Le condizioni di minimo lavoro specifico si ottengono quindi, mantenendo il fluido alla minima temperatura durante tutta la compressione, (compressione isoterma), essendo il lavoro di compressione proporzionale alla temperatura del fluido stesso.

Per tali trasformazioni, (Fig. I° 3.3.5), si ha: $n = 1$, da cui:

$$L = \int_1^2 v dp + R = p_1 v_1 \ln(p_2/p_1) + R = (h_2 - h_1) - q = -q,$$

essendo: $(h_2 - h_1) = c_p(T_2 - T_1) = 0$, da cui l'energia termica specifica da sottrarre: $-q = p_1 v_1 \ln(p_2/p_1) + R = R - (A12^*B) = R + |(A12^*B)|$, (l'area in tal caso ha segno negativo).



La differenza di lavoro speso rispetto alla compressione isoentropica in cui si ha: $L = c_p(T_2 - T_1) = c_p(T_2 - T_{2*}) = |A_{22^*B}|$, risulta pari a: $[R + |(A_{12^*B})|] - |(A_{22^*B})| = R - |(1_{22^*})|$, per cui la compressione isoterma risulta vantaggiosa rispetto all'isoentropica per $R < |(1_{22^*})|$ e in generale ogni compressione a temperatura finale inferiore a T_2 , per perdite, (R), inferiori al minor lavoro di compressione.

§ I° 3.4 - TRASMISSIONE DEL CALORE.

Allo zero assoluto gli atomi o le molecole che compongono una qualunque sostanza sono vincolati da forze che impediscono qualunque moto relativo e il corpo risulta quindi solido, mentre all'aumentare della temperatura le particelle, (atomiche o molecolari), acquistano energia iniziando a oscillare intorno a posizioni di equilibrio.

Ai livelli energetici indicati come temperatura di fusione, (variabile con la pressione), le particelle, (al di sotto della pressione critica), acquistano sufficiente energia per divenire libere di muoversi l'una attorno all'altra in uno stato fisico indicato come liquido, mentre per energie ancora maggiori, (indicate come temperatura di vaporizzazione), acquistano energia sufficiente a vincere le forze di legame atomico o molecolare divenendo completamente libere in uno stato fisico indicato come gassoso.

Tali sistemi termodinamici di equilibrio sono gli unici comunemente sperimentabili nell'ambiente comune, dati i livelli energetici presenti. L'attuale tecnologia consente di superare questi limiti, raggiungendo temperature, (definite di dissociazione), alle quali le particelle pluriatomiche acquistano sufficiente energia per vincere le forze di legame chimico scindendosi nei singoli atomi costitutivi e successivamente temperature, (definite di ionizzazione), alle quali gli elettroni orbitali acquistano sufficiente energia per liberarsi dai nuclei atomici in uno stato fisico composto da ioni ed elettroni, indicato come gas ionizzato o plasma, (nei dispositivi sperimentali relativi all'ottenimento di reazioni di fusione nucleare, i plasmi giungono a temperature di milioni di gradi).

L'energia termica presente in tutti i corpi, a livello microscopico appare quindi come energia cinetica di agitazione delle particelle atomiche o molecolari, (di oscillazione per i corpi solidi e di reale moto per quelle liquide e gassose), che compongono la materia stessa, (le particelle di aria a temperatura ambiente si muovono a circa 700 m/s, il doppio della velocità del suono).

Il fenomeno fisico di trasmissione termica risulta quindi la cessione di energia cinetica vera e propria o di agitazione per urto fra corpi portati a contatto e può conseguentemente avvenire solo in maniera unidirezionale, ovvero dai corpi più "caldi" ai corpi più "freddi" e non viceversa, mentre l'impossibilità di scendere al di sotto dello zero assoluto, ($-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$), corrisponde all'impossibilità di sottrarre energia cinetica a particelle che ne sono prive, (ferme).

Il fenomeno di scambio termico per "conduzione" è relativo a una successione di continui urti fra particelle, fisse nella loro posizione di equilibrio, a energia cinetica di agitazione decrescente, mentre qualora fra corpi a differente temperatura sia inserito un fluido, composto cioè da particelle libere di muoversi, queste a contatto col corpo più caldo aumentano la loro energia cinetica che successivamente cedono a quello più freddo con un fenomeno di scambio termico detto "convezione".

Per la quantificazione dell'entità della potenza termica scambiata si ha che i gradienti di temperatura, (grad **T**), nei fenomeni di conduzione e le differenze finite di temperatura, (**DT**), nei fenomeni di convezione, assumono il ruolo di enti motori, mentre le potenze termiche trasmesse, (**Q**), quello di enti indotti.

La legge generale di scambio termico per conduzione o convezione, stabilisce, cioè, una relazione di proporzionalità fra la potenza termica scambiata e il gradiente, o la differenza finita, di temperatura, (oltre evidentemente la superficie di contatto, o di scambio).

Le costanti di proporzionalità fra potenza termica trasmessa per unità di superficie e gradiente, o differenza finita di temperatura, vengono rispettivamente indicate come **conducibilità termica** del materiale e **coefficiente di convezione**, del fluido.

Conduzione.

La relazione di scambio termico per conduzione risulta:

$$Q = - c_t \text{ grad } T,$$

con: **Q** potenza termica trasmessa per unità di superficie, (W/m^2);
 c_t conducibilità termica del materiale, (W/mK);
gradT gradiente di temperatura, (K/m).

Convezione.

La relazione di scambio termico per conduzione risulta: $Q = - c_s DT$,

con: **Q** potenza termica trasmessa per unità di superficie;
 c_s coefficiente di convezione, ($\text{W}/\text{m}^2\text{K}$);
DT differenza di temperatura, (K).

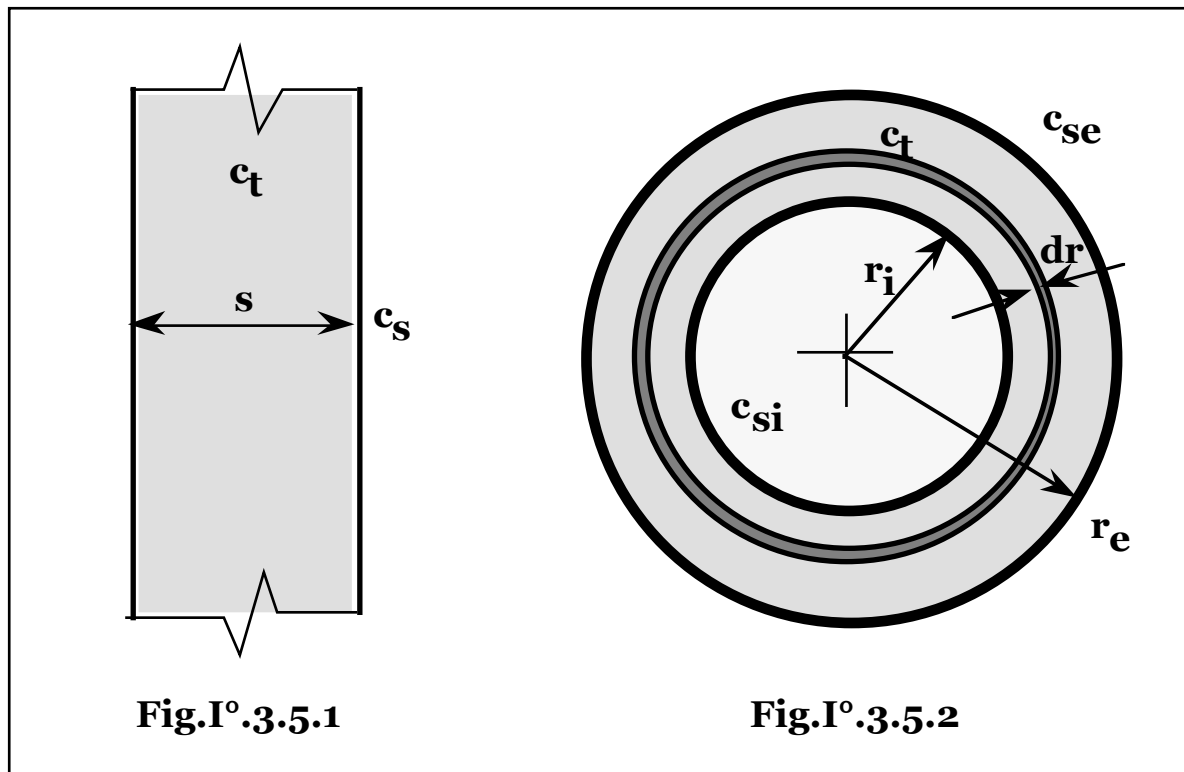
In entrambi i casi il segno negativo nelle relazioni, risulta dalla convenzione di indicare come positiva la potenza termica nella direzione di trasferimento dell'energia, nel cui verso, apparendo comunque decrescenti le temperature, risultano negativi i gradienti, o le differenze finite di temperatura.

§ I° 3.5 - RESISTENZE TERMICHE.

In campo tecnico le strutture trasmettenti da considerare risultano poligoni o condotte a sezione generalmente circolare per cui, a meno di casi particolari, le geometrie di valutazione sono essenzialmente quella **piana** e quella **cilindrica**.

In **geometria piana**, (**Fig.I° 3.5.1**), il riferimento è all'unità di superficie, (piana), di trasmissione.

Dall'integrazione della relazione di scambio termico in conduzione lungo la coordinata di variazione termica, considerando il valore assoluto del salto termico, (**DT**), si ottiene: $DT = (s/c_t)Q$, con **s** spessore dello strato di trasmissione, mentre per lo scambio termico in convezione, (ancora considerando il valore assoluto del salto termico), risulta: $DT = (1/c_s)Q$.



In **geometria cilindrica**, (**Fig.I° 3.5.2**), la superficie di trasmissione in conduzione, diviene variabile lungo la coordinata geometrica di integrazione, (raggio), per cui risulta più agevole riferirsi all'unità di lunghezza di corpo cilindrico, per il quale la superficie di scambio vale: $(2 \pi r) \times (1)$.

Integrando la relazione di scambio termico: $Q = -c_t \frac{dT(r)}{dr} (2\pi r)$, lungo

il raggio del corpo cilindrico, si ottiene: $DT = Q \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_t}$, con: Q potenza termica trasmessa per unità di lunghezza di corpo cilindrico e r_i , r_e raggi interno ed esterno della parete cilindrica di trasmissione.

Per lo scambio termico in convezione, risulta: $Q = (2\pi r) c_s DT$, da cui:

$DT = Q / (2\pi r c_s)$, con r raggio della parete cilindrica di trasmissione.

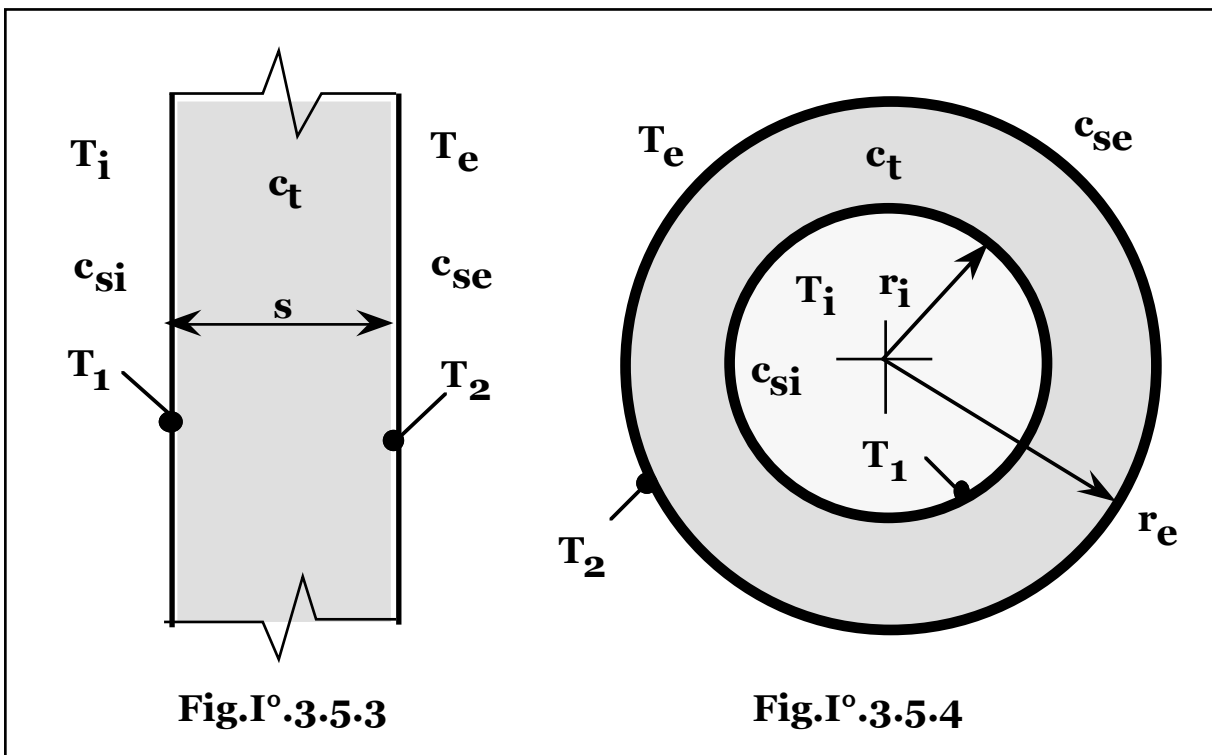
I termini: s/c_t e $1/c_s$, (geometria piana),

$$\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_t} \text{ e } \frac{1}{2\pi r c_s}, \quad (\text{geometria cilindrica}),$$

come coefficienti di proporzionalità fra una caratteristica potenziale statica, (gradiente, o differenza finita di temperatura), e un flusso di energia, (potenza termica trasmessa per unità di superficie o di lunghezza), assumono, per analogia con la relazione fra la tensione e la corrente elettrica, il significato e la denominazione di resistenze termiche, (R_t), rispettivamente alla conduzione e alla convezione.

Data la linearità del fenomeno, per tali grandezze vale la legge di additività, per cui la potenza termica trasmessa attraverso n elementi resistenti in serie, con differenza di temperatura globale pari a DT ,

risulta:
$$Q = \frac{DT}{\sum_{i=1}^n R_{ti}}.$$



In caso di fluidi separati da una parete piana, infatti, (**Fig.I° 3.5.3**), si ha: $T_i - T_1 = (1/c_{si})Q$; $T_1 - T_2 = (s/c_t)Q$; $T_2 - T_e = (1/c_{se})Q$, con: c_{si} , c_{se} coefficienti di convezione interno ed esterno alla parete di

trasmissione, da cui, sommando le relazioni membro a membro, si ottiene: $T_i - T_e = DT = \left(\frac{1}{c_{si}} + \frac{s}{c_t} + \frac{1}{c_{se}} \right) Q$,

e quindi: $Q = \frac{DT}{\frac{1}{c_{si}} + \frac{s}{c_t} + \frac{1}{c_{se}}}$.

In caso di fluidi separati da una parete cilindrica, si ha, (**Fig.I° .3.5.4**):

$$T_i - T_1 = \frac{Q}{2\pi c_{si} r_i}; T_1 - T_2 = Q \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_t}; T_2 - T_e = \frac{Q}{2\pi c_{se} r_e},$$

da cui, sommando le relazioni membro a membro, si ottiene:

$$T_i - T_e = DT = \left(\frac{1}{2\pi c_{si} r_i} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_t} + \frac{1}{2\pi c_{se} r_e} \right) Q,$$

da cui: $Q = \frac{DT}{\frac{1}{2\pi c_{si} r_i} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_t} + \frac{1}{2\pi c_{se} r_e}}$.

Qualora una parete separi due fluidi a differente coefficiente di convezione, per bilanciare la trasmissione di potenza termica è possibile aumentare la superficie di scambio affacciata sul fluido meno conduttore, riducendone la resistenza termica globale, mediante l'**alettatura**.

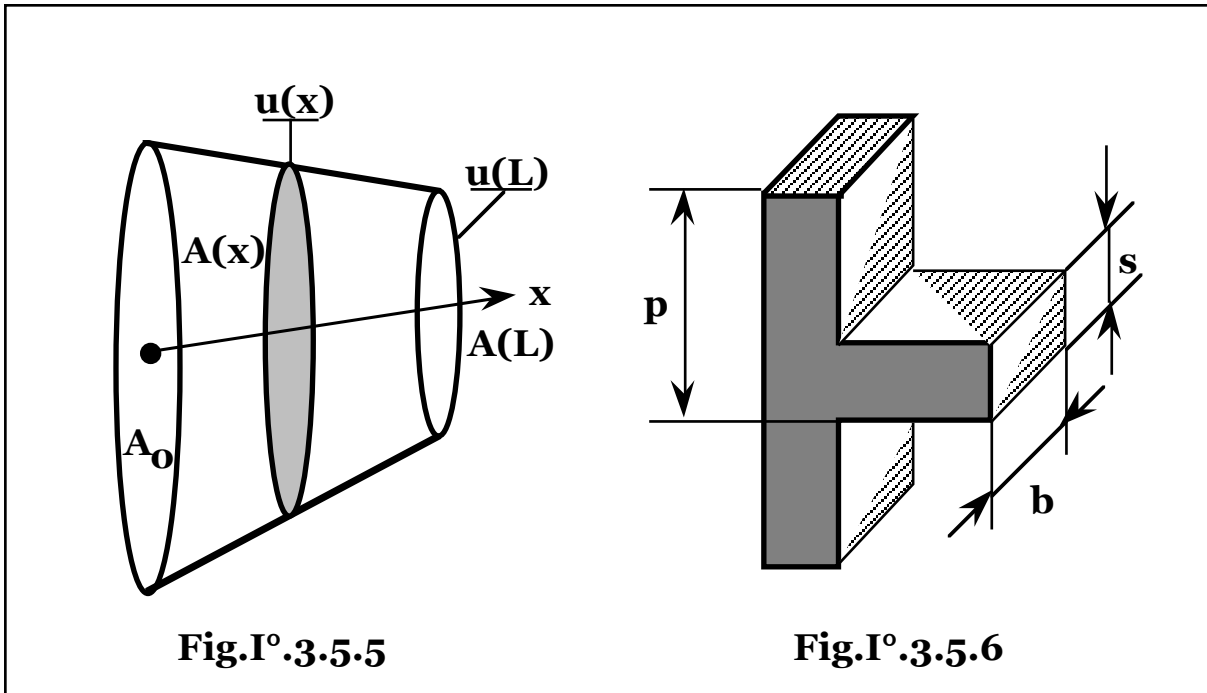
In tal caso, tuttavia, lo spessore della parete alettata non è più univocamente definito e inoltre la temperatura di parete lungo l'aletta non è costante per cui la resistenza termica non si riduce dello stesso rapporto esistente fra la superficie di scambio con e senza alettatura. Si definisce efficacia relativa di una aletta, (e_a), il rapporto fra la potenza termica trasmessa dall'aletta e dall'area di base su cui è inserita, (ovvero in assenza dell'aletta), per cui l'efficacia relativa di una parete munita di alettatura che occupa la frazione f della superficie totale, (e_p), vale:

$$e_p = (1 - f) + f e_a = 1 + f (e_a - 1).$$

Indicando con x la coordinata di sviluppo dell'aletta e con $A(x)$ la sua sezione, (**Fig.I° .3.5.5**), si ha:

$$\epsilon_a = \frac{-c_t A_0 \left[\frac{dT(x)}{dx} \right]_{x=0}}{c_s A_0 (T_0 - T_e)} = -\frac{c_t}{c_s} \frac{\left[\frac{dT(x)}{dx} \right]_{x=0}}{(T_0 - T_e)}, \text{ con } T(x), \text{ temperatura}$$

media della sezione $A(x)$ dell'aletta, $T_0 = T(0)$ e $A_0 = A(0)$.



Per la determinazione della funzione: $T = T(x)$, indicando con $Q(x)$ la potenza termica trasmessa lungo l'aletta, si ha: $Q(x) = -c_t A(x) \frac{dT(x)}{dx}$, mentre la variazione di $Q(x)$ attraverso una sezione infinitesima di aletta di spessore dx , imputabile alla potenza termica trasmessa all'esterno dalla superficie dell'aletta a contatto con il fluido, risulta: $-dQ(x) = c_s [T(x) - T_e] u(x) dx$, essendo $u(x)$ il perimetro della sezione $A(x)$ dell'aletta a contatto con il fluido esterno. Risultata quindi:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = c_s [T(x) - T_e] u(x) = c_t \left[A(x) \frac{d^2 T(x)}{dx^2} + \frac{dA(x)}{dx} \frac{dT(x)}{dx} \right],$$

ovvero: $\frac{d^2 T(x)}{dx^2} + \frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} \frac{dT(x)}{dx} - \frac{c_s u(x)}{c_t A(x)} [T(x) - T_e] = 0,$

che risolta fornisce la funzione $\mathbf{T}(\mathbf{x})$, da cui: $\left[\frac{d\mathbf{T}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{0}}$ e quindi

l'efficienza dell'aletta e della superficie alettata.

Circa le condizioni al contorno per la valutazione delle costanti di integrazione, è noto il valore della temperatura nella sezione iniziale dell'aletta: $\mathbf{T}(\mathbf{0}) = \mathbf{T}_0$, mentre supponendo di sostituire alla potenza termica trasmessa dalla sezione terminale dell'aletta, di lunghezza \mathbf{L} , pari a: $\mathbf{c}_s \mathbf{A}(\mathbf{L})[\mathbf{T}(\mathbf{L}) - \mathbf{T}_e]$, una pari potenza termica scambiata da una sezione terminale laterale aggiuntiva di lunghezza \mathbf{DL} a temperatura e sezione costanti: $\mathbf{T}(\mathbf{L})$ e $\mathbf{A}(\mathbf{L})$, pari a: $\mathbf{c}_s \mathbf{DL} \mathbf{u}(\mathbf{L})[\mathbf{T}(\mathbf{L}) - \mathbf{T}_e]$, si ottiene un'aletta equivalente di lunghezza fittizia: $\mathbf{L} + \mathbf{DL}$, con scambio termico alla estremità nullo e con la lunghezza di estrapolazione \mathbf{DL} ricavabile dalla relazione: $\mathbf{c}_s \mathbf{A}(\mathbf{L}) [\mathbf{T}(\mathbf{L}) - \mathbf{T}_e] = \mathbf{c}_s \mathbf{DL} \mathbf{u}(\mathbf{L}) [\mathbf{T}(\mathbf{L}) - \mathbf{T}_e]$, da cui: $\mathbf{DL} = \mathbf{A}(\mathbf{L})/\mathbf{u}(\mathbf{L})$, con conseguente condizione al contorno:

$$\left[\frac{d\mathbf{T}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{L}+\mathbf{DL}} = 0.$$

Per alette prismatiche piane, si ha: $\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \text{costante} = \mathbf{A}$, ($d\mathbf{A}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} = 0$)
 $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \text{costante} = \mathbf{u}$, da cui: $\mathbf{DL} = \mathbf{A}/\mathbf{u}$.

L'equazione risolvente è in tal caso: $\frac{d^2 \mathbf{T}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}^2} - \frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} [\mathbf{T}(\mathbf{x}) - \mathbf{T}_e] = 0$,

la cui soluzione è pari a quella dell'omogenea associata:

$$\frac{d^2 \mathbf{T}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}^2} - \frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} \mathbf{T}(\mathbf{x}) = 0, \text{ che risulta: } \mathbf{c}_1 e^{\sqrt{\frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} \mathbf{x}}} + \mathbf{c}_2 e^{-\sqrt{\frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} \mathbf{x}}},$$

più un integrale particolare ottenibile ponendo: $\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \text{costante}$, da cui:

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \mathbf{T}_e \text{ e quindi: } \mathbf{T}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_1 e^{\sqrt{\frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} \mathbf{x}}} + \mathbf{c}_2 e^{-\sqrt{\frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} \mathbf{x}}} + \mathbf{T}_e,$$

con condizioni al contorno: $\mathbf{T}(\mathbf{0}) = \mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2 + \mathbf{T}_e = \mathbf{T}_0$, da cui:

$$\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2 = \mathbf{T}_0 - \mathbf{T}_e;$$

$$\left[\frac{d\mathbf{T}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{L}+\mathbf{DL}} = \sqrt{\frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}}} \left[\mathbf{c}_1 e^{\sqrt{\frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} (\mathbf{L}+\mathbf{DL})}} - \mathbf{c}_2 e^{-\sqrt{\frac{\mathbf{c}_s \mathbf{u}}{\mathbf{c}_t \mathbf{A}} (\mathbf{L}+\mathbf{DL})}} \right] = 0$$

da cui: $\frac{c_1}{c_2} = e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}$, e quindi:

$$c_1 = \frac{(T_o - T_e)e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}}{1 + e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}}; \quad c_2 = \frac{T_o - T_e}{1 + e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}};$$

$$T(x) = \frac{T_o - T_e}{1 + e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}} \left[e^{\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}x} e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)} + e^{-\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}x} \right] + T_e$$

$$\left[\frac{dT(x)}{dx} \right]_{x=0} = -(T_o - T_e) \frac{\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}} \frac{1 - e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}}{1 + e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}}}{1 + e^{-2\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}} =$$

$$= -(T_o - T_e) \sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}} \frac{e^{\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)} - e^{-\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}}{e^{\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)} + e^{-\sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L+DL)}} =$$

$$= -(T_o - T_e) \sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}} \tanh \sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L + DL), \text{ ovvero:}$$

$$e_a = \sqrt{\frac{c_t u}{c_s A}} \tanh \sqrt{\frac{c_s u}{c_t A}}(L + DL).$$

Per alette prismatiche piane a sezione rettangolare, (**Fig.I° 3.5.6**), si ha: $u = 2b$; $A = bs$, da cui: $DL = A/u = s/2$ e quindi:

$$e_a = \sqrt{\frac{2c_t}{c_s s}} \tanh \sqrt{\frac{2c_s}{c_t s}} \left(L + \frac{s}{2} \right).$$

L'efficacia relativa di una parete munita di alettatura prismatica piana

di passo p , (e_p), vale dunque: $e_p = \frac{(p - s) + s e_a}{p} = 1 + \frac{s}{p} (e_a - 1)$.

Pertanto la resistenza termica totale di una parete alettata all'interno/

esterno, vale:
$$R_t = \frac{1}{c_{s1}e_p} + \frac{s}{c_t} + \frac{1}{c_{s2}}$$
,

ovvero:
$$R_t = \frac{1}{c_{s1}} + \frac{s}{c_t} + \frac{1}{c_{s2}e_p},$$
 (geometria piana);

$$R_t = \frac{1}{2\pi c_{si}r_i e_p} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_t} + \frac{1}{2\pi c_{se}r_e},$$

ovvero:
$$R_t = \frac{1}{2\pi c_{si}r_i} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_t} + \frac{1}{2\pi c_{se}r_e e_p}$$
 (geometria cilindrica).

§ I°.3.6 – IRRAGGIAMENTO.

All'accelerazione di particelle cariche è associata l'emissione di radiazione elettromagnetica di frequenza, (o di fotoni di energia), linearmente crescente con la temperatura.

Il moto accelerato di agitazione termica delle particelle cariche che compongono tutta la materia, (a meno dello zero assoluto in cui non si ha moto di agitazione e quindi emissione di radiazione termica), causa un fenomeno di emissione volumica di radiazione elettromagnetica con conseguente progressivo raffreddamento della materia stessa.

Se tuttavia, il cammino libero medio della radiazione è inferiore alle dimensioni dei corpi in cui è generata, (come quelli ordinari), la potenza raggianti, a meno di uno strato esterno, viene progressivamente riassorbita e riemessa all'interno dei corpi stessi trasmettendosi verso l'esterno, rendendo il fenomeno globale un'emissione superficiale, (irraggiamento), con raffreddamento del corpo fino alla temperatura di equilibrio termodinamico alla quale la potenza termica trasmessa è pari a quella ricevuta da altri corpi circostanti.

La potenza radiante emessa da ogni corpo alla temperatura **T**, per unità di superficie, vale: $Q = c_e s_o T^4$,

con: **Q** potenza termica trasmessa per unità di superficie radiante;

con: **c_e** coefficiente di emissione;

s_o = **5,6710⁻⁸ W/m²K⁴**, costante di Stephan-Boltzmann;

T temperatura assoluta del corpo.

Pertanto un corpo a temperatura **T₁** che "vede" corpi a temperatura **T₂** con: **T₁ < T₂**, riceve una potenza termica netta per unità di superficie pari a: **Q = c_a s_oT₂⁴ - c_e s_oT₁⁴**, con **c_a** coefficiente di assorbimento.

Poichè si ha: **c_a ≈ c_e**, (**c_a = c_e = 1**, corpo nero; **c_a = c_e = 0**, corpo bianco; **0 < c_a ≈ c_e < 1**, corpo grigio), risulta: **Q = c_{a(e)} s_o(T₂⁴ - T₁⁴)**, per cui, essendo il legame fra il salto di temperatura e la potenza termica scambiata non lineare, per l'irraggiamento non risulta definibile una resistenza termica.

Nelle applicazioni tecniche, le ordinarie temperature di esercizio, (a meno delle apparecchiature ad alta temperatura appositamente previste per gli scambi termici per irraggiamento), rendono non rilevante il contributo dell'irraggiamento che viene trascurato maggiorando corrispondentemente il salto termico e/o i coefficienti di conduzione e convezione.

§ I°.3.7 - DIMENSIONI CRITICHE DEGLI ISOLANTI.

La resistenza termica totale per unità di superficie di una parete isolata in **geometria piana**, vale:

$$R_t = \frac{1}{c_{si}} + \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{c_{ti}} + \frac{1}{c_{se}} = \frac{1}{c_{si}} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{s_i}{c_{ti}} + \frac{s}{c_{tI}} + \frac{1}{c_{se}} = R_o + \frac{s}{c_{tI}}$$

con: **R_{to}** resistenza termica della parete nuda;

s_i, c_{ti} spessore e conducibilità termica dell'**i**esimo strato resistivo alla conduzione costituente la parete;

s, c_{tI} spessore e conducibilità termica dell'isolante termico presente.

Pertanto la resistenza termica **R_t = R_t(s)**, risulta linearmente crescente con lo spessore dell'isolante, (**s**).

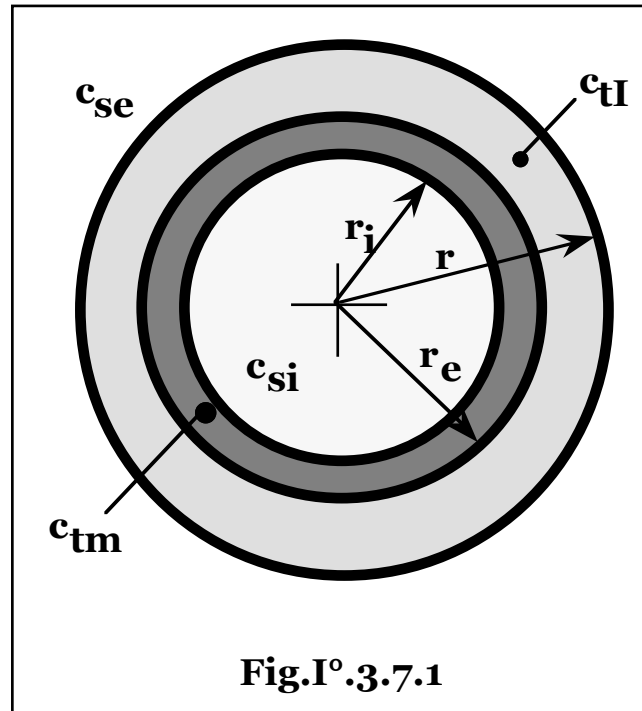
La resistenza termica totale per unità di lunghezza di corpo cilindrico di una parete isolata, in **geometria cilindrica**, vale, (**Fig.I°.3.7.1**):

$$R_t = \frac{1}{2\pi c_{si}r_i} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{tI}} + \frac{1}{2\pi c_{se}r'}$$

con: **r** raggio dell'isolante;

c_{tm} conducibilità termica della parete cilindrica,

presentando quindi, un termine crescente e uno decrescente con lo spessore dell'isolante.



Per la funzione $R_t = R_t(r)$, con: $r_e < r < \infty$, si ha:

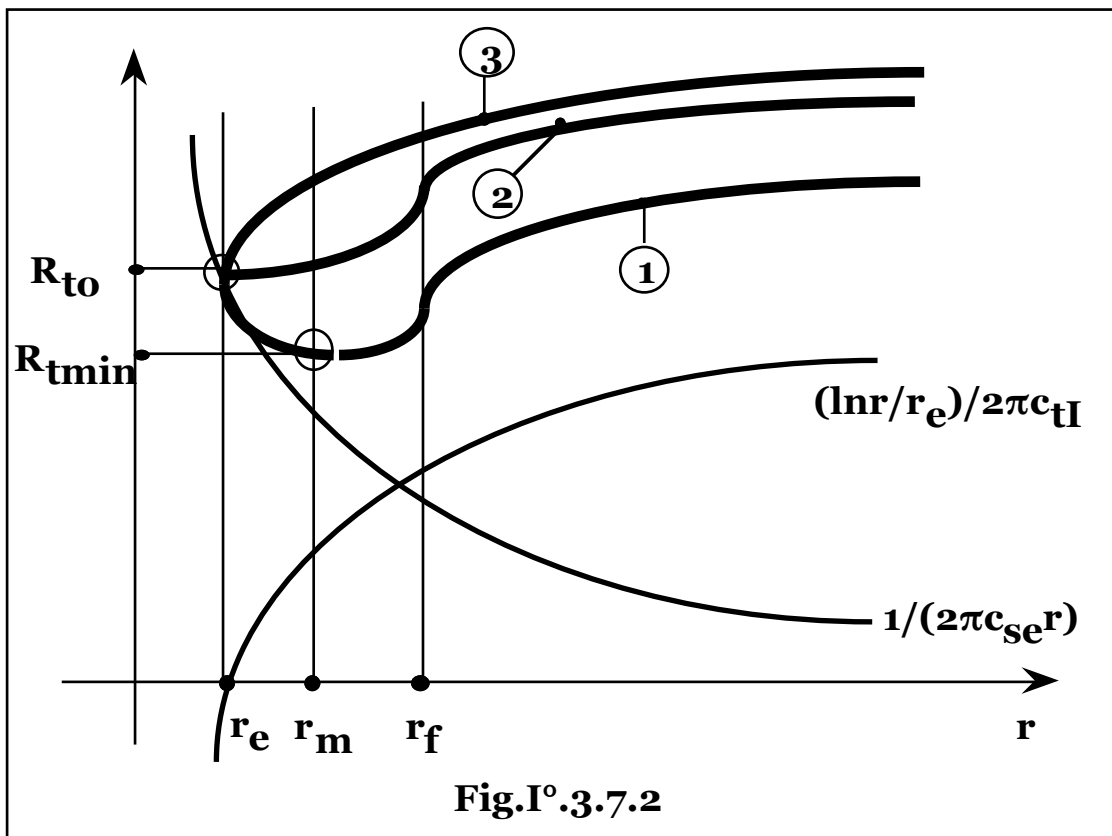
$$\lim_{r \rightarrow r_e} R_t(r) = \frac{1}{2\pi c_{si} r_i} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{se} r_e} = R_{to};$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} R_t(r) = \infty;$$

$$\frac{dR_t(r)}{dr} = \frac{1}{2\pi c_{tl} r} - \frac{1}{2\pi c_{se} r^2} = 0, \quad \text{per: } r = \frac{c_{tl}}{c_{se}} = r_m;$$

$$\frac{d^2 R_t(r)}{dr^2} = -\frac{1}{2\pi c_{tl} r^2} + \frac{1}{\pi c_{se} r^3} = 0, \quad \text{per: } r = \frac{2c_{tl}}{c_{se}} = r_f;$$

$$\left[\frac{d^2 R_t(r)}{dr^2} \right]_{r=r_m} = \frac{c_{se}^2}{2\pi c_{tl}^3} > 0.$$



Pertanto, a seconda delle dimensioni radiali del corpo cilindrico, delle caratteristiche dell'isolante e delle condizioni convettive esterne, ovvero a seconda della posizione reciproca dei valori: r_e , $c_{tI}/c_{se} = r_m$ e $2c_{tI}/c_{se} = r_f$, sull'asse delle dimensioni radiali, la curva $R_t = R_t(r)$, (**Fig.I° 3.7.2**), può assumere diverse forme:

$r_e < r_m < r_f$: la curva presenta un minimo, ($r = r_m$), e un flesso, ($r = r_f$);

$r_m < r_e < r_f$: la curva risulta monotona crescente senza estremanti e con un flesso, ($r = r_f$);

$r_m < r_f < r_e$: la curva risulta monotona crescente senza estremanti, nè flessi.

Nel primo caso, nel tratto $r_e < r < r_m$, l'aumento di resistenza termica dovuto all'aumento di spessore dell'isolante, risulta inferiore alla diminuzione della stessa resistenza termica causata dall'aumento della superficie di scambio con l'esterno, ($2 \square r \times 1$), e pertanto la curva risulta decrescente fino a un minimo, ($r = r_m$), oltre il quale l'entità relativa dei due fenomeni di variazione si inverte e la curva diviene monotona crescente.

Oltre l'eventuale punto di minimo la funzione: $R_t = R_t(r)$, diviene monotona crescente riportandosi al valore della resistenza relativa alla struttura priva di isolamento per il valore: $r = r_o$, radice dell'equazione: $R_t(r) = R_o$, ovvero:

$$\frac{1}{2\pi c_{si}r_i} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{tI}} + \frac{1}{2\pi c_{se}r} = \frac{1}{2\pi c_{si}r_i} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{se}r_e}$$

da cui: $\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{tI}} = \frac{1}{2\pi c_{se}} \left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r} \right)$, che costituisce quindi, il limite minimo di efficacia all'isolamento: $R_t(r) > R_o$, per: $r > r_o$.

E' immediato verificare che affinché l'equazione ammetta una soluzione significativa, (ovvero che i due termini si incontrino in un punto: $r > r_e$), è necessario che nel punto di zero comune, ($r = r_e$), il valore della pendenza del secondo termine a pendenza decrescente più rapidamente, $\left(\frac{1}{2\pi c_{se} r^2} \right)$, risulti maggiore di quella del primo

termine: $\frac{1}{2\pi c_{tI} r}$, ovvero: $\frac{1}{2\pi c_{se} r_e^2} > \frac{1}{2\pi c_{tI} r_e}$, coincidente con la

condizione che la curva $R_t(r)$, ammetta un minimo: $r_e < c_{tI}/c_{se}$.

Per valori comuni delle grandezze c_{tI} e c_{se} , il raggio di minima resistenza termica, (r_m), risulta dell'ordine dei millimetri e pertanto nella pratica impiantistica il caso di presenza di minimi nella funzione resistenza termica appare irrilevante. Il fenomeno può, invece, verificarsi in presenza di isolamento grossolano, (c_{tI} elevata), e/o in presenza di convezione limitata, (c_{se} ridotta).

Geometria sferica.

In geometria sferica, integrando la relazione di scambio termico in **conduzione**, (Fig.I°.3.7.3): $Q = -c_t \frac{dT(r)}{dr} 4\pi r^2$, si ha:

$DT = Q \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}}$, con: r_i , r_e raggi interno ed esterno della parete sferica di trasmissione.

Per lo scambio termico in **convezione**, (**Fig.I°3.7.4**), risulta:
 $Q = 4\pi r^2 c_s DT$, da cui: $DT = Q/(4\pi r^2 c_s)$, con r , raggio della parete sferica di trasmissione.

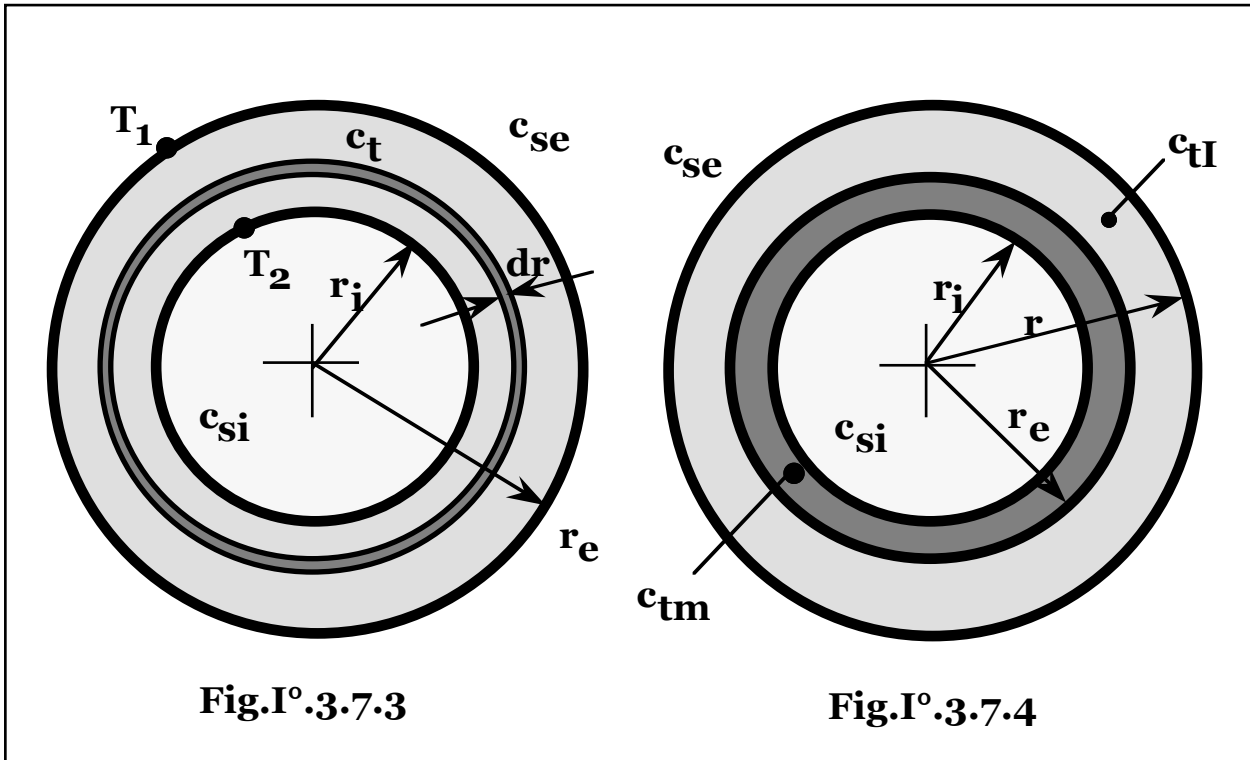


Fig.I° 3.7.3

Fig.I° 3.7.4

I termini: $\frac{1}{4\pi c_{tm}} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e} \right)$ e $\frac{1}{4\pi r^2 c_s}$ risultano quindi le resistenze termiche,

rispettivamente alla conduzione e alla convezione e parimenti, data la linearità del fenomeno, per tali grandezze vale la legge di additività, per cui la potenza termica trasmessa attraverso n elementi resistenti in serie, con differenza di temperatura globale pari a DT , risulta:

$$Q = \frac{DT}{\sum_{i=1}^n R_{ti}}$$

In caso di fluidi separati da una parete sferica, infatti, si ha, (**Fig.I° 3.7.3**): $T_e - T_1 = Q \frac{1}{4\pi r_e^2 c_{se}}$

$$T_1 - T_2 = Q \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}}$$

$$T_2 - T_i = Q \frac{1}{4\pi r_i^2 c_{si}}$$

da cui, sommando le relazioni membro a membro, si ottiene:

$$T_e - T_i = Q \left(\frac{1}{4\pi r_e^2 c_{se}} + \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}} + \frac{1}{4\pi r_i^2 c_{si}} \right),$$

e quindi:
$$Q = \frac{DT}{\frac{1}{4\pi r_e^2 c_{se}} + \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}} + \frac{1}{4\pi r_i^2 c_{si}}}$$
.

La resistenza termica totale di una parete sferica alettata all'interno/esterno, risulta infine:

$$\frac{1}{4\pi r_e^2 c_{se}} + \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}} + \frac{1}{4\pi r_i^2 c_{si} \epsilon_p}; \frac{1}{4\pi r_e^2 c_{se} \epsilon_p} + \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}} + \frac{1}{4\pi r_i^2 c_{si}}$$

La resistenza termica totale in geometria sferica per superficie isolata:

$$\frac{1}{4\pi r^2 c_{se}} + \frac{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r}}{4\pi c_{ti}} + \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}} + \frac{1}{4\pi r_i^2 c_{si}},$$

varia da R_0 per: $r = r_e$, al valore asintotico:

$$\frac{1}{4\pi r_e c_{ti}} + \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}}{4\pi c_{tm}} + \frac{1}{4\pi r_i^2 c_{si}},$$

per isolamento illimitato, ($r \rightarrow \infty$), presentando un minimo per:

$r = 2c_{ti}/c_{se}$, (che risulta quindi il raggio critico di isolamento), e un flesso per: $r = 3c_{ti}/c_{se}$.

A differenza della geometria cilindrica nella quale oltre il raggio critico l'effetto dell'isolamento prevale sull'aumento della superficie di scambio con l'esterno portando la resistenza termica per isolamento illimitato all'infinito, nonostante la trasmissione sia relativa a un corpo

la cui superficie tende parimenti all'infinito, in geometria sferica i due fenomeni risultano dello stesso ordine per cui la resistenza termica mantiene un valore finito anche in condizioni limite.

Settore cilindrico e sferico.

In un settore **cilindrico** di apertura angolare **a**, lunghezza **L**, la potenza termica trasmessa per convezione lato interno vale:

$$Q = r_i a L c_{si} (T_i - T_1), \text{ da cui: } T_i - T_1 = \frac{1}{r_i a L c_{si}} Q,$$

per conduzione attraverso la parete, si ha:

$$Q = -c_t r a L \frac{dT(r)}{dr}, \text{ da cui: } T_1 - T_2 = \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_t a L} Q,$$

e per convezione lato esterno:

$$Q = r_e a L c_{se} (T_2 - T_e), \text{ da cui: } T_2 - T_e = \frac{1}{r_e a L c_{se}} Q,$$

$$\text{e quindi: } (T_i - T_e) = DT = \left(\frac{1}{r_i a L c_{si}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_t a L} + \frac{1}{r_e a L c_{se}} \right) Q,$$

$$\begin{aligned} \text{da cui la resistenza totale: } R_t &= \frac{1}{r_i a L c_{si}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_t a L} + \frac{1}{r_e a L c_{se}} = \\ &= \frac{1}{a L} \left(\frac{1}{r_i c_{si}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_t} + \frac{1}{r_e c_{se}} \right), \end{aligned}$$

e in caso di superficie a più strati, (o isolata):

$$\begin{aligned} R_t(r) &= \frac{1}{r_i a L c_{si}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm} a L} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti} a L} + \frac{1}{r a L c_{se}} = \\ &= \frac{1}{a L} \left(\frac{1}{r_i c_{si}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{1}{r c_{se}} \right), \end{aligned}$$

evidentemente coincidenti con la resistenza per unità di lunghezza di tubo completo, per: $a = 2\pi$, $L = 1$, con conseguenti identiche condizioni critiche e limite.

In un settore **sferico** di apertura angolare: a^2 , (angolo solido sotto cui è vista superficie), la potenza termica trasmessa per convezione lato interno vale: $Q = (a^2 r_i^2) c_{si} (T_i - T_1)$, da cui: $T_i - T_1 = \frac{1}{r_i^2 a^2 c_{si}} Q$,

per conduzione attraverso la parete si ha: $Q = -c_t r^2 a^2 \frac{dT(r)}{dr}$, ovvero:

$$r^{-2} dr = \frac{a^2 c_t}{Q} dT(r), \text{ da cui: } Q = \frac{a^2 c_t (T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}\right)}, \text{ e quindi:}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}\right)}{a^2 c_t} Q, \text{ mentre per convezione lato esterno:}$$

$Q = r_e^2 a^2 c_{se} (T_2 - T_e)$, da cui: $(T_2 - T_e) = Q / r_e^2 a^2 c_{se}$, e quindi la resistenza totale:

$$R_t = \frac{1}{r_i^2 a^2 c_{si}} + \frac{1}{c_t a^2} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}\right) + \frac{1}{c_{se} r_e^2 a^2} =$$

$$= \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{r_i^2 c_{si}} + \frac{1}{c_t} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}\right) + \frac{1}{c_{se} r_e^2} \right),$$

e in caso di superficie a più strati, (o isolata):

$$R_t(r) = \frac{1}{r_i^2 a^2 c_{si}} + \frac{1}{c_{tm} a^2} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}\right) + \frac{1}{c_{ti} a^2} \left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r}\right) + \frac{1}{c_{se} r^2 a^2} =$$

$$= \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{r_i^2 c_{si}} + \frac{1}{c_{tm}} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}\right) + \frac{1}{c_{ti}} \left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r}\right) + \frac{1}{c_{se} r^2} \right),$$

evidentemente coincidenti con la resistenza per unità di lunghezza di tubo completo, per: $a^2 = 4\pi$, con conseguenti identiche condizioni critiche e limite.

§ I° 3.8 – ISOLANTI TERMICI.

Qualunque materiale presenta caratteristiche resistive nei confronti della trasmissione di potenza termica e risulta, quindi, un isolante termico. Vengono, tuttavia, impiegati a questo scopo, (e propriamente denominati isolanti termici), i materiali che mostrano le più marcate caratteristiche fisiche e costruttive tali da esaltare l'inibizione dei meccanismi di trasmissione di potenza termica per conduzione, convezione e irraggiamento.

Circa la trasmissione per conduzione e convezione, il vuoto appare il migliore isolante, ($c_t = c_s = 0$), tuttavia la realizzazione di camere a vuoto trova raramente impiego per difficoltà tecniche e notevoli oneri economici.

In pratica un isolante è costituito da un corpo poroso di materiale a bassa conducibilità, che presenta una dispersione di cavità piene di aria o altro gas a trascurabile conducibilità e ridotto coefficiente di convezione, a condizione che le dimensioni delle cavità siano sufficientemente limitate da impedire moti convettivi del gas contenuto e quindi la trasmissione per convezione.

In tali condizioni la potenza termica viene trasmessa solo per conduzione attraverso il supporto solido e il gas e per unità di superficie risulta, quindi:

$$Q = \left(\frac{c_{tm} f_m}{s} + \frac{c_{tg} f_g}{s} \right) DT = (c_{tm} f_m + c_{tg} f_g) \frac{DT}{s},$$

con: c_{tm} , c_{tg} conducibilità termica del supporto solido e del gas;
 s spessore dell'isolante;
 f_m , f_g frazioni della sezione, (unitaria), occupate dal materiale di supporto e dal gas.

La conducibilità termica complessiva dell'isolante, (c_{tI}), si ottiene pertanto, dall'uguaglianza:

$$Q = (c_{tm} f_m + c_{tg} f_g) \frac{DT}{s} = (f_m + f_g) \frac{DT}{s} c_{tI} = \frac{DT}{s} c_{tI},$$

essendo: $f_m + f_g = 1$, da cui:

$$c_{tI} = f_m c_{tm} + f_g c_{tg} = (1 - f_g) c_{tm} + f_g c_{tg} = f_m c_{tm} + (1 - f_m) c_{tg}.$$

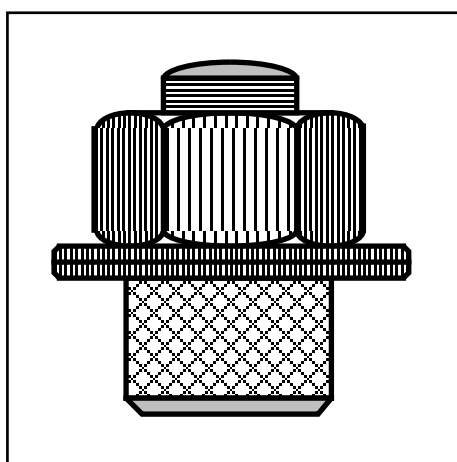
Gli isolanti sono, quindi, realizzati con materiali a bassa conducibilità e poichè risulta: $\lim_{f_g \rightarrow 1} c_{tI} = \lim_{f_m \rightarrow 0} c_{tI} = c_{tg}$, con bassi valori della

frazione f_m , ovvero con la minima frazione di materiale solido di supporto compatibile con la condizione di limitate dimensioni delle cavità occupate dal gas a evitare fenomeni convettivi.

Nel computo delle resistenze termiche globali alcuni contributi vengono generalmente trascurati nei confronti di altri in base ai rispettivi valori relativi.

In pratica nelle normali strutture coibentate, le resistenze delle pareti possono essere trascurate rispetto a quelle degli isolanti, mentre il contributo della convezione dei liquidi e delle miscele bifase comporta una resistenza trascurabile rispetto a quella degli aeriformi.

Per corretti dimensionamenti dei materiali coibenti, la resistenza termica dell'isolante risulta pari all'**80 ÷ 90%** della resistenza termica totale.



CAP.I°4 – APPARECCHIATURE PER LO SCAMBIO DI ENERGIA MECCANICA.

§ I°4.1 – APPARECCHIATURE DI SCAMBIO DI ENERGIA MECCANICA.

Nel circuito termofluidodinamico lo scambio di energia meccanica avviene, (a meno di eventuali trasformazioni di recupero), verso il fluido circolante per aumentarne il carico totale in forma di energia cinetica, di quota o di pressione, oltre a compensare le perdite energetiche per dissipazioni di tipo fluidodinamico.

Le macchine impiegate risultano, pertanto, di tipo operatore con energia ceduta in forma cinetica o di pressione reciprocamente convertibili tramite successivi tratti di condotta a sezione divergente o convergente o in energia potenziale di quota tramite trasferimento del fluido in sezioni sopraelevate.

§ I°4.2 – MACCHINE OPERATRICI PER FLUIDI INCOMPRESSIBILI.

Le macchine operatrici per fluidi incomprimibili, (pompe idrauliche), sono classificate a seconda del meccanismo di trasferimento di energia al fluido elaborato.

Si hanno **pompe volumetriche** alternative, (a pistoncini), o rotative, (a ingranaggi, a lobi, ecc.), e **pompe rotative** centrifughe, (radiali), o assiali, o elicoidali, (trasversali).

Nelle pompe volumetriche l'aumento di pressione è ottenuto per compressione dello spazio a disposizione del fluido, tramite azione di organi meccanici. Risultano, quindi, possibili, rilevanti rapporti di pressione, ma portate limitate dalle dimensioni delle macchine stesse. Nelle pompe rotative il fluido viene accelerato nell'attraversamento della macchina e converte l'incremento di energia cinetica in energia di pressione in un condotto a sezione divergente posto generalmente all'esterno della macchina.

In tale sezione, infatti, non essendovi variazione di quota, scambi di energia meccanica e trascurando le perdite per la brevità del tratto, si ha: $\frac{1}{2}(c_o^2 - c^2) + (p_o - p)/d_s = 0$, e quindi al diminuire, (crescere), della velocità per aumento, (diminuzione), della sezione di passaggio, si ottiene un corrispondente aumento, (diminuzione), della pressione.

La relazione, essendo la portata: $G = d_s(cS) = cd_s(\pi D^2/4)$, da cui:

$$c^2 = \frac{16G^2}{d_s^2 \pi^2 D^4}, \text{ diviene: } \frac{8G^2}{d_s^2 \pi^2} \left(\frac{1}{D_o^4} - \frac{1}{D^4} \right) + \frac{p_o - p}{d_s} = 0, \text{ da cui, (noti i}$$

valori delle grandezze in ingresso: c_o, p_o), le relazioni fra pressione finale, (p), e diametro di uscita, (D):

$$p(D) = p_o + \frac{8G^2}{d_s \pi^2} \left(\frac{1}{D_o^4} - \frac{1}{D^4} \right); \quad D(p) = \sqrt[4]{\frac{1}{\frac{1}{D_o^4} - \frac{d_s \pi^2}{8G^2} (p - p_o)}}.$$

Teoricamente, quindi, al variare del diametro dal valore:

$$D = \sqrt[4]{\frac{1}{\frac{1}{D_o^4} + p_o \frac{d_s \pi^2}{8G^2}}}, \text{ a valori illimitati, la pressione, da valore nullo,}$$

crece con andamento monotono, al valore asintotico:

$$p_{\max} = p_o + \frac{8G^2}{d_s \pi^2} \frac{1}{D_o^4} = p_o + \frac{d_s}{2} c_o^2, \text{ passando per il valore iniziale,}$$

per: $D = D_o$.

Corrispondentemente la velocità decresce dal valore massimo:

$$c_{\max} = \sqrt{c_o^2 + \frac{2p_o}{d_s}}, \text{ con massimo incremento del carico cinetico, pari}$$

all'intero carico di pressione: $\frac{1}{2}(c_{\max}^2 - c_o^2) = \frac{p_o}{d_s}$, a zero, con

massimo incremento del carico di pressione, pari all'intero carico

cinetico: $(\frac{p_{\max} - p_o}{d_s} = \frac{c_o^2}{2})$.

Al di sotto del valore pressorio nullo, non potendosi avere valori negativi di pressione, le grandezze si manterrebbero costanti e la portata diminuirebbe con la sezione di passaggio.

In realtà la pressione diminuendo progressivamente, raggiunge quella

di saturazione alla locale temperatura: $p_s(T) = p_o - \frac{d_s}{2}(c_s^2 - c_o^2)$, per

$$\text{valore del diametro: } D = \sqrt[4]{\frac{1}{\frac{1}{D_o^4} + \frac{d_s \pi^2}{8G^2}(p_s - p_o)}} = \sqrt{\frac{4G}{\pi d_s c_s}},$$

e il fluido inizia a bollire con flusso bifase, fino a divenire un aeriforme.

Le perdite per trafileamento, crescenti con i rapporti di compressione, ne limitano i valori, mentre essendo ad attraversamento, queste macchine, (specie le trasversali), possono elaborare portate rilevanti.

Le **pompe rotative centrifughe**, appaiono in posizione intermedia fra i campi estremi di funzionamento, (prevalenza e portata), e risultano di preponderante impiego nell'impiantistica meccanica.

Il comportamento della macchina è descritto dalla famiglia di curve caratteristiche: $H = H(Q)$, (**Fig.I°.4.2.1**), che riportano la prevalenza, (**H**), in funzione della portata volumetrica, (**Q**), della pompa, al variare del numero di giri per unità di tempo, (**n**).

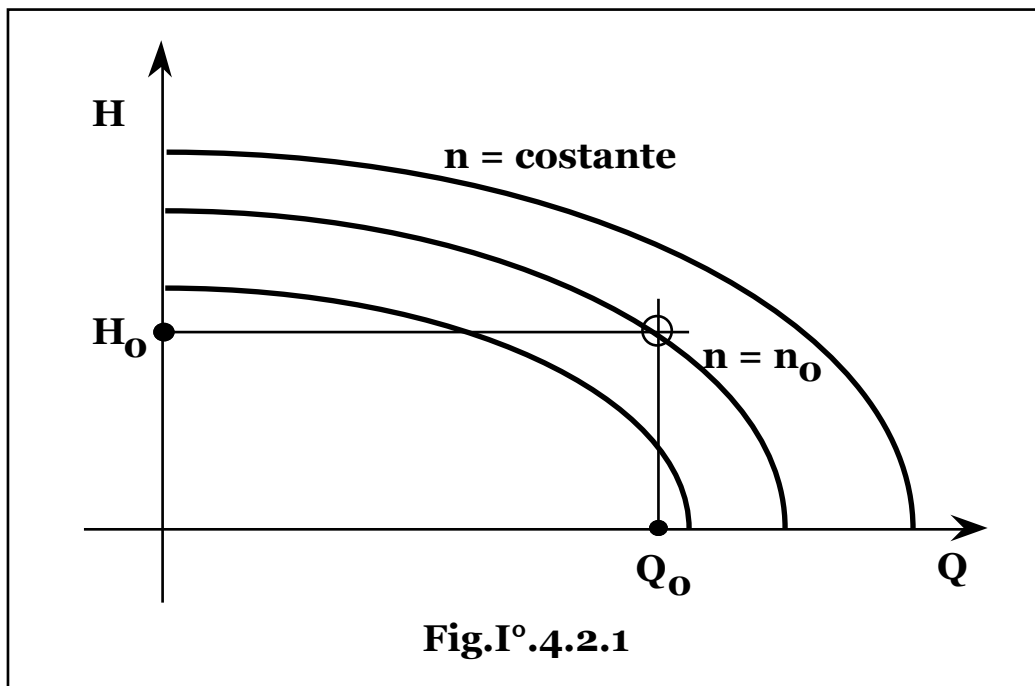


Fig.I° 4.2.1

La velocità del fluido in uscita dalle palettature, (e di conseguenza la portata), risulta proporzionale al numero di giri, per cui rispetto a condizioni di riferimento, (n_0 , Q_0), si ha: $Q = (n/n_0)Q_0$, mentre essendo l'energia ceduta in forma cinetica, ovvero proporzionale al quadrato della velocità, risulta: $H = (n/n_0)^2 H_0$.

Le curve caratteristiche sono determinabili sperimentalmente con un circuito di prova, (**Fig.I° 4.2.2**).

Fra le sezioni **1** e **2**, si ha:

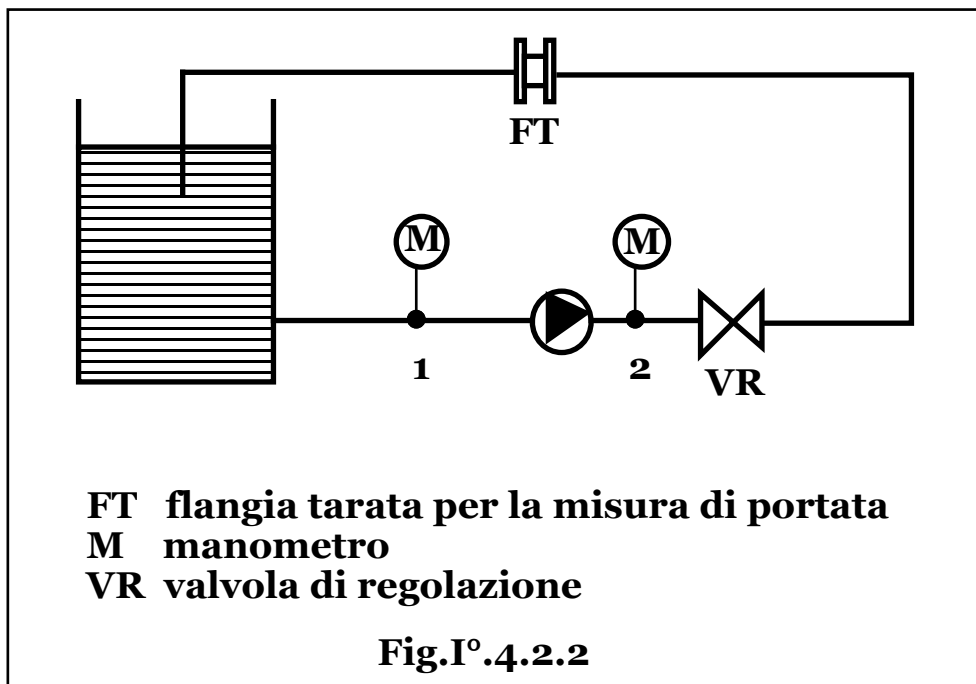
$$H = 1/2(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1)/d_s,$$

con: $z_2 = z_1$, mentre il termine cinetico in funzione della portata, essendo: $Q = G/d_s = c S = c (\pi D^2/4)$, risulta:

$$\frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2) = \frac{1}{2} \frac{G^2}{d_s^2} \left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2} \right) = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2} \right) = \frac{8Q^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{D_1^2} - \frac{1}{D_2^2} \right),$$

da cui:

$$H = \frac{8Q^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{D_1^2} - \frac{1}{D_2^2} \right) + \frac{p_2 - p_1}{d_s}.$$



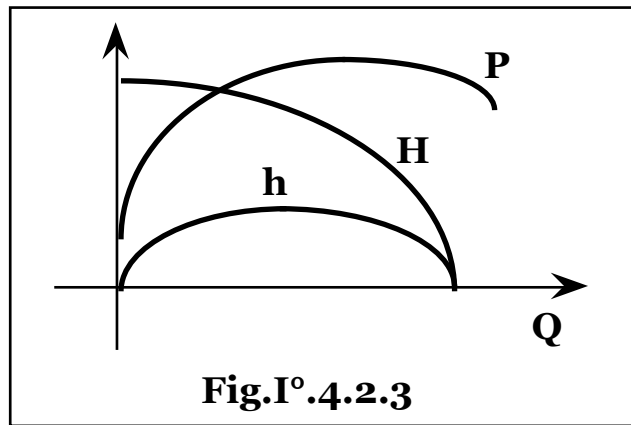
Pertanto misurate le grandezze Q , p_1 e p_2 , si ottiene la funzione:

$$H = H(Q).$$

Infine, rilevata sperimentalmente la potenza assorbita dal motore di guida al variare della portata: $P = P(Q)$, si risale alla curva di rendimento in funzione della portata, (Fig.I° .4.2.3):

$$h = d_s Q H(Q) / P(Q) = h(Q).$$

Per il transitorio di un corpo rotante si ha: $C_M - C_R = I \, dq/dt$, con C_M , C_R , coppia motrice e resistente, rispettivamente, I momento di inerzia e q velocità angolare, per cui i motori elettrici di guida delle pompe sono generalmente sovradimensionati onde evitare prolungati regimi di avviamento a basse velocità angolari alle quali i motori elettrici presentano forti correnti di spunto con usura delle apparecchiature.



§ I° 4.3 – ANALISI DELLE CURVE CARATTERISTICHE.

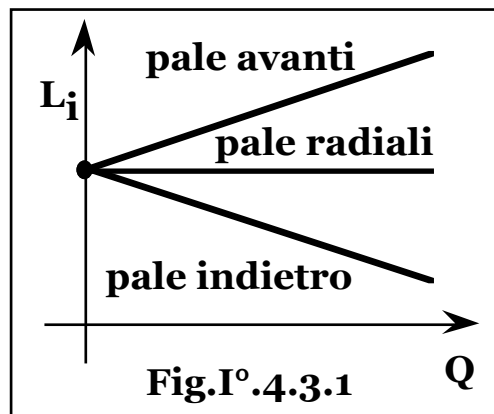
Le curve caratteristiche delle pompe centrifughe possono essere ricavate teoricamente dall'analisi fluidodinamica delle macchine idrauliche centrifughe, (**Fig. I° 4.3.1**), che fornisce l'andamento del lavoro idraulico ideale, (L_i), in funzione della portata e per diversa inclinazione delle pale, come:

$$L_i = L_{oa} + k_a Q, \quad (\text{pale rivolte avanti});$$

$$L_i = L_{oi} - k_i Q, \quad (\text{pale rivolte indietro});$$

$$L_i = L_{or}, \quad (\text{pale radiali}),$$

e dalla valutazione dei diversi contributi di perdita.



Per il calcolo delle curve: $L_m = L_m(Q)$, si ha: $L_m = L_i + R_m$, con R_m perdite meccaniche specifiche.

Le perdite meccaniche globali: $DP = d_s Q R_m$, essendo imputabili ad attriti e fenomeni di ventilazione, dipendono fondamentalmente dal numero di giri, si ha, pertanto: $DP = \text{costante}$.

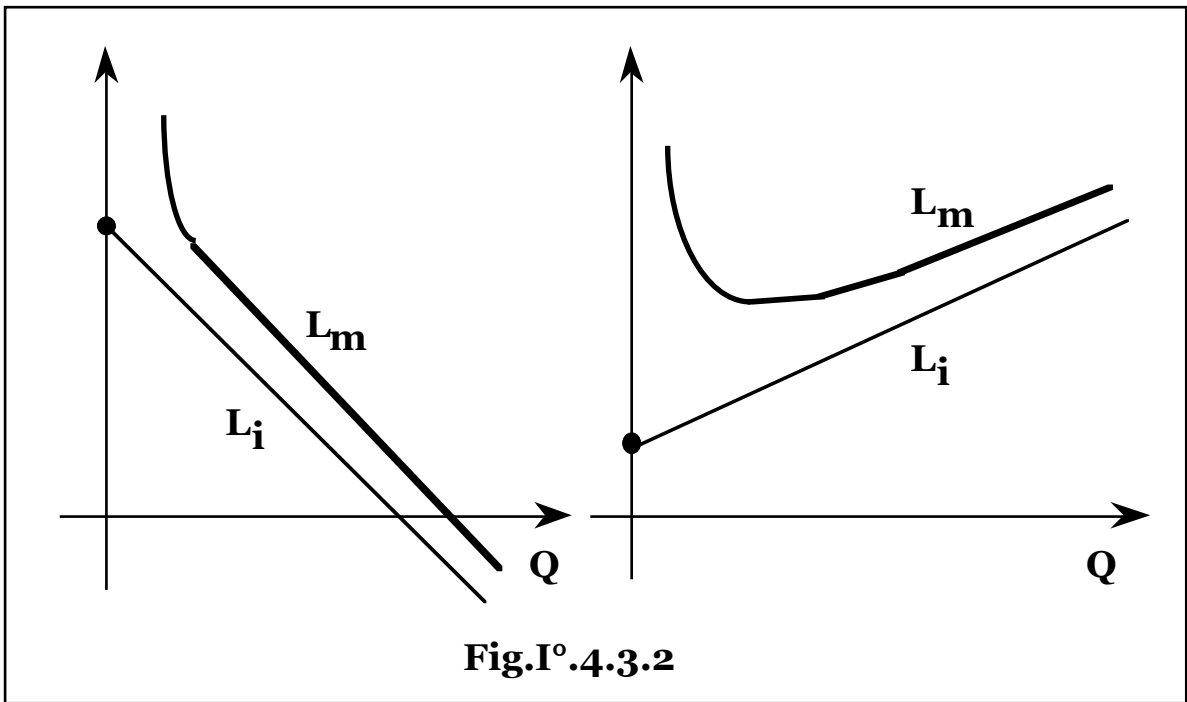
Si ottiene quindi, (**Fig. I° 4.3.2**):

$$L_m = L_i + DP/(d_s Q) = L_{oa} + k_a Q + DP/(d_s Q), \quad (\text{pale rivolte avanti});$$

$$L_m = L_i + DP/(d_s Q) = L_{oi} - k_i Q + DP/(d_s Q), \quad (\text{pale rivolte indietro});$$

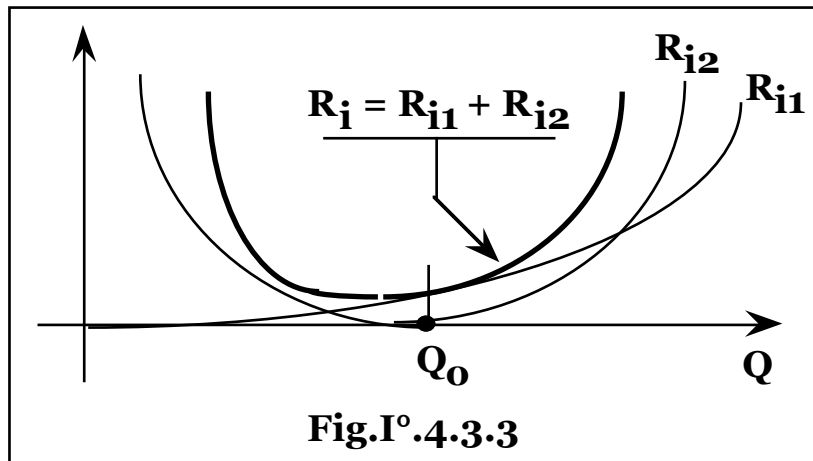
$$L_m = L_i + DP/(d_s Q) = L_{or} + DP/(d_s Q), \quad (\text{pale radiali}),$$

con: $\lim_{Q \rightarrow \infty} L_m = L_i; \quad \lim_{Q \rightarrow 0} L_m = \infty.$



Le perdite idrauliche specifiche, R_i , possono essere distinte in perdite per deflusso: $R_{i1} = k_1 Q^2$ e perdite per urto dovute a variazione di portata rispetto a quella nominale di progetto, (Q_0), con distorsione dei triangoli di velocità e perdita della condizione di tangenza della velocità relativa del fluido ai bordi della palettatura, (**Fig.I°.4.3.3**):

$$R_{i2} = k_2 (Q - Q_0)^2.$$



Determinati sperimentalmente i coefficienti k_1 e k_2 , la curva:

$H = H(Q)$, risulta:

$H = L_i - R_i = L_{oa} + k_a Q - k_1 Q^2 - k_2 (Q - Q_0)^2$, (pale rivolte avanti);

$H = L_i - R_i = L_{oi} - k_i Q - k_1 Q^2 - k_2 (Q - Q_0)^2$, (pale rivolte indietro);

$H = L_i - R_i = L_{or} - k_1 Q^2 - k_2 (Q - Q_0)^2$, (pale radiali).

§ I° 4.4 - FUNZIONAMENTO REGOLARE.

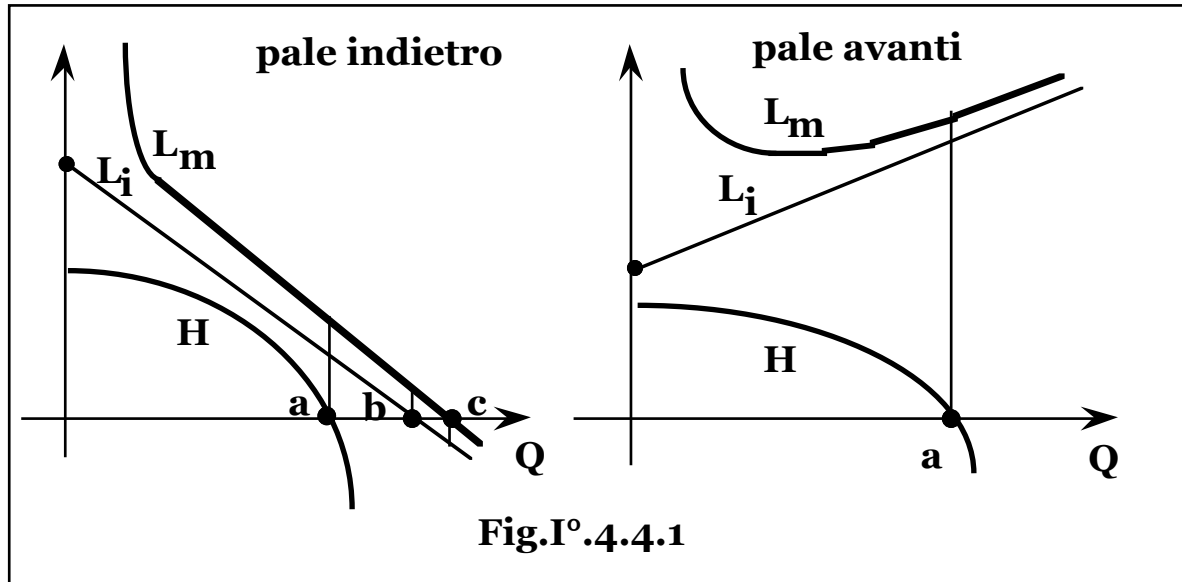
In condizioni normali di funzionamento, al variare della portata si distinguono diversi campi di funzionamento.

Per macchine con **pale rivolte indietro**, (ritenendo convenzionalmente positivi i valori relativi alla cessione di energia al fluido), si ha, (**Fig.I° 4.4.1**): $Q < Q_a$: $L_m > 0$; $L_i > 0$; $H > 0$: il funzionamento è da macchina operatrice.

$Q_a < Q < Q_b$: $L_m > 0$; $L_i > 0$; $H < 0$: il lavoro speso è sufficiente a vincere le perdite meccaniche, ($L_i > 0$), ma non anche quelle idrauliche, ($H < 0$); per il deflusso della portata è, quindi, necessario spendere lavoro meccanico, ($L_m > 0$), e avere carico idraulico maggiore a monte della pompa, ($H < 0$): il funzionamento risulta dunque di tipo puramente dissipativo.

$Q_b < Q < Q_c$: $L_m > 0$; $L_i < 0$; $H < 0$: il lavoro speso non è sufficiente a vincere neppure le perdite meccaniche, ($L_i < 0$), mentre il carico a monte della pompa, ($H < 0$), è in grado di vincere le perdite idrauliche e dare lavoro motore, ($L_i < 0$), ma non risulta sufficiente a vincere anche le perdite meccaniche, ($L_m > 0$): per il deflusso della portata è

ancora necessario spendere lavoro meccanico, ($L_m > 0$), e avere carico idraulico maggiore a monte della pompa, ($H < 0$): il funzionamento risulta dunque di tipo puramente dissipativo.



$Q > Q_c$: $H < 0$; $L_i < 0$; $L_m < 0$: la prevalenza a monte della macchina, ($H < 0$), è in grado di vincere sia le perdite idrauliche, ($L_i < 0$), che quelle meccaniche, ($L_m < 0$), il funzionamento risulta quindi di tipo motore.

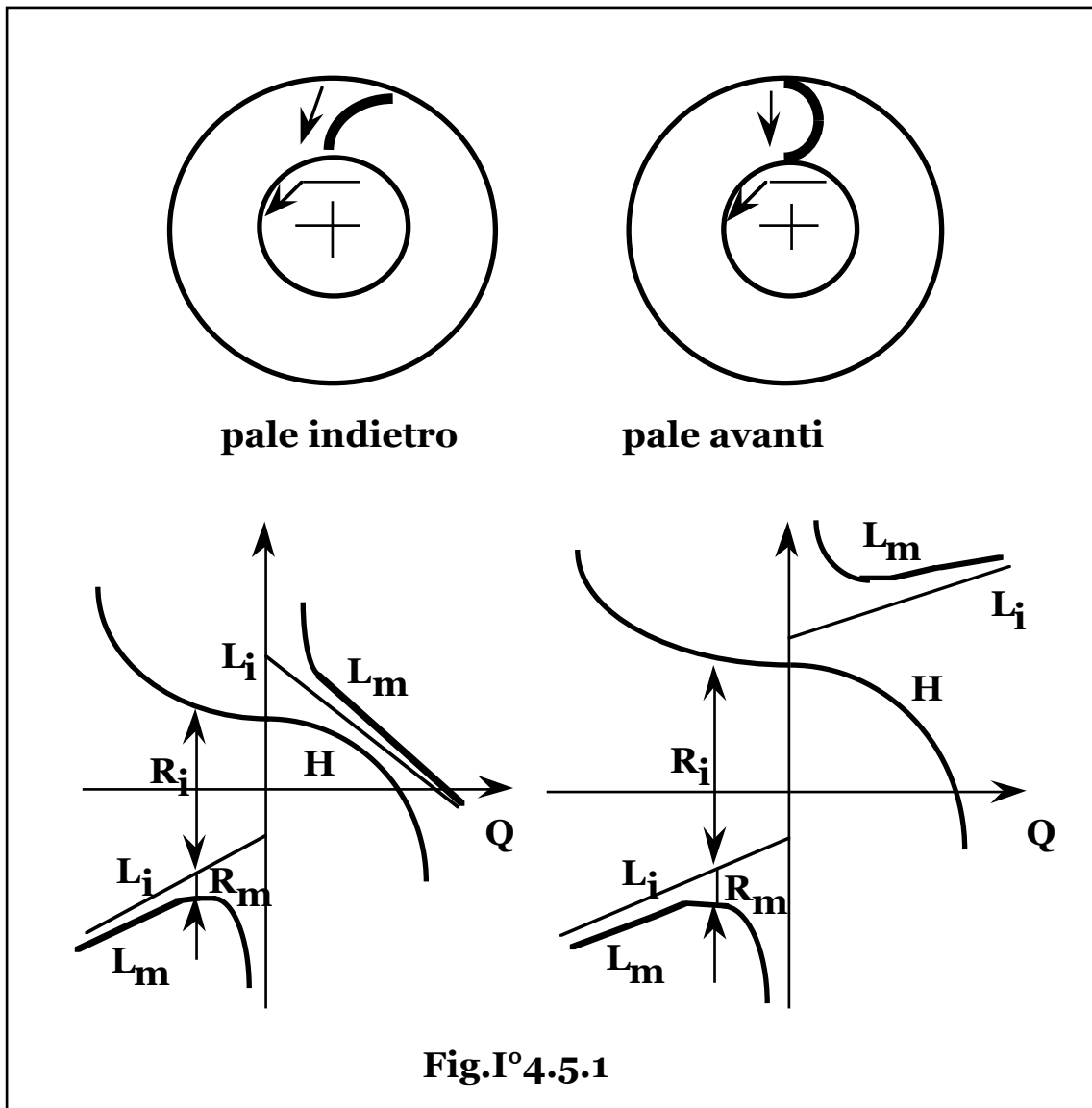
Per macchine con **pale rivolte avanti** o **radiali**, si ha, (**Fig.I° 4.4.1**):
 $Q < Q_a$: $L_m > 0$; $L_i > 0$; $H > 0$: funzionamento da macchina operatrice;
 $Q > Q_a$: $L_m > 0$; $L_i > 0$; $H < 0$: funzionamento di tipo dissipativo con prevalenza, maggiore a monte della macchina, non in grado di vincere le perdite idrauliche.

§ I° 4.5 – FUNZIONAMENTO ANOMALO. PORTATA CENTRIPETA.

Qualora agenti esterni vincano la potenza e la resistenza propria della pompa, la portata può invertirsi e risultare centripeta. Le curve caratteristiche possono, quindi, essere considerate per tutto il campo reale dei valori di Q .

Per portate negative il bordo di uscita, (verso l'interno della pompa), risulta rivolto avanti sia per palettature rivolte avanti che indietro, mentre per palettature radiali tale risulta pure il bordo di uscita per

portate centripete, (**Fig.I°4.5.1**), e conseguentemente di tali tipi risultano, qualitativamente, le curve caratteristiche.



Per portate negative, le curve dei lavori specifici, (L_i , L_m), vengono convenzionalmente situate nel semipiano negativo per conservare segno positivo alla potenza assorbita: $P = d_s(-L_m)(-Q) = d_s L_m Q > 0$.
 Dai grafici sperimentali risulta comunque che per portate negative si ha: $R_i + R_m > |L_m|$; $L_m Q > 0$,
 e non è, pertanto, possibile la cessione di energia al fluido; il funzionamento risulta dunque di tipo dissipativo.

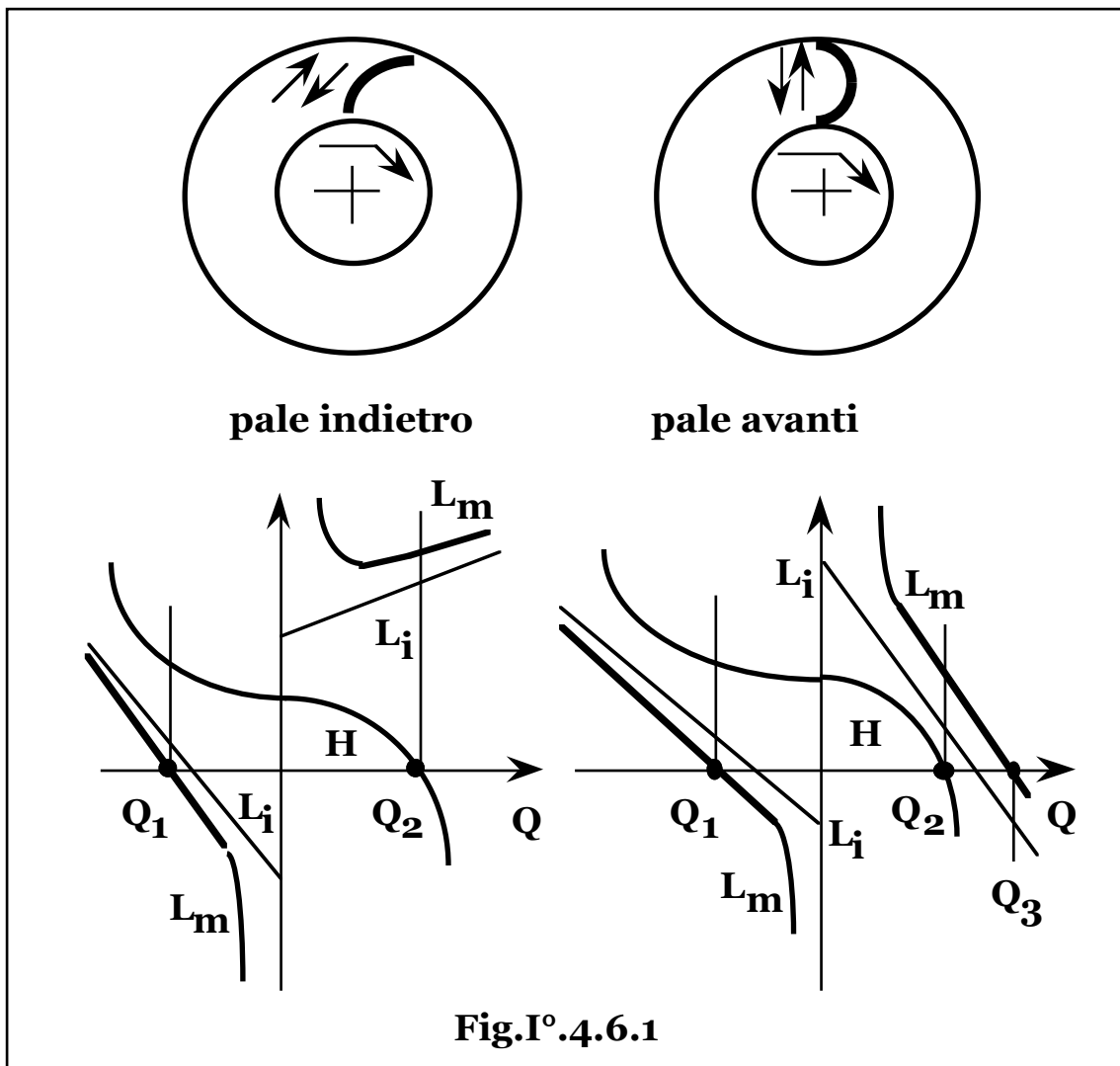
§ I°.4.6 – FUNZIONAMENTO ANOMALO. ROTAZIONE INVERTITA.

Per **pale rivolte indietro** nel caso di rotazione invertita, si ha che per $Q > 0$, il bordo di uscita risulta rivolto in avanti, mentre per $Q < 0$, risulta rivolto indietro e conseguentemente di tali tipi risultano, qualitativamente, le curve caratteristiche, (**Fig.I°.4.6.1**).

La macchina realizza, quindi, differenti tipi di funzionamento al variare della portata: $0 < Q < Q_2$: $L_m > 0$; $L_i > 0$; $H > 0$: il funzionamento risulta di tipo operatore;

$Q < Q_1$: $L_m Q < 0$; $R_i + R_m < H$: il funzionamento risulta di tipo motore, (potenza negativa);

$Q_1 < Q < 0$ e $Q > Q_2$: $R_i + R_m > |L_m|$; $L_m Q > 0$: il funzionamento risulta di tipo dissipativo.



Per **pale rivolte avanti** il bordo di uscita risulta rivolto indietro sia per portate positive che negative e conseguentemente di tale tipo risultano, qualitativamente, le curve caratteristiche, (**Fig.I°.4.6.1**).

La macchina realizza, quindi, differenti tipi di funzionamento al variare della portata: $0 < Q < Q_2$: $L_m > 0$; $L_i > 0$; $H > 0$: il funzionamento risulta di tipo operatore;

$Q_2 < Q < Q_3$ e $Q_1 < Q < 0$: $L_m Q > 0$; $R_i + R_m > |L_m|$: il funzionamento risulta di tipo dissipativo;

$Q > Q_3$ e $Q < Q_1$: $R_i + R_m < |H|$; $L_m Q < 0$: il funzionamento risulta di tipo motore.

Per **palettatura radiale**, (**Fig.I°.4.6.2**), data la simmetria geometrica, le curve caratteristiche sono indipendenti dal senso di rotazione e i regimi di funzionamento risultano, quindi, gli stessi:

$0 < Q < Q_0$: $L_m > 0$; $L_i > 0$; $H > 0$: il funzionamento risulta di tipo operatore;

$Q > Q_0$: $L_m Q > 0$; $R_m < |L_m| < R_i + R_m$: il funzionamento risulta di tipo dissipativo;

$Q < 0$: $|H| < R_i$; $L_m Q > 0$: il funzionamento risulta di tipo dissipativo.

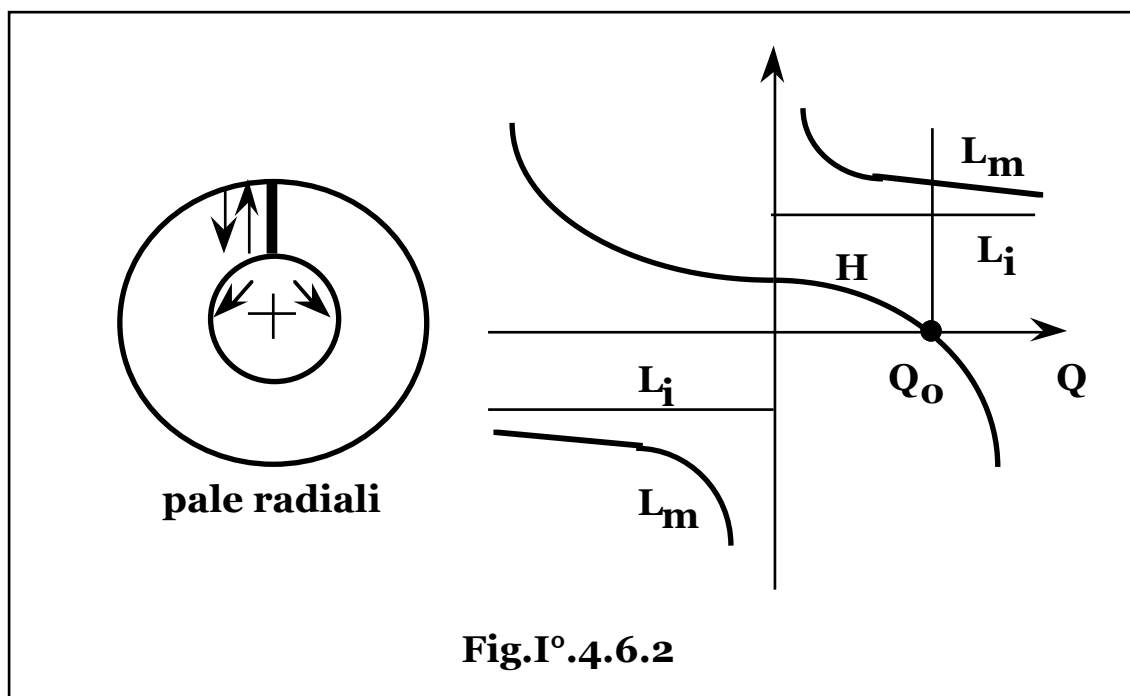


Fig.I°.4.6.2

§ I°.4.7 – ACCOPPIAMENTI DI POMPE.

Le specifiche di circuito, (prevalenze e portate), sono spesso ottenute tramite l'installazione di più macchine collegate fra loro in un unico gruppo di pompaggio, sia per esigenze di esercizio, (interruzioni parziali di funzionamento in caso di manutenzione o guasti), che di impianto, (apparecchiature di ridotte dimensioni e potenze).

In caso di accoppiamento in **serie**, (**Fig.I°4.7.1**), le pompe sono attraversate dalla medesima portata, pertanto la curva caratteristica dell'insieme si ottiene assegnando alla prevalenza globale, (**H₁₂**), il valore pari alla somma delle prevalenze parziali, (**H₁**, **H₂**), per ogni valore di portata: **H₁₂ = H₁ + H₂**.

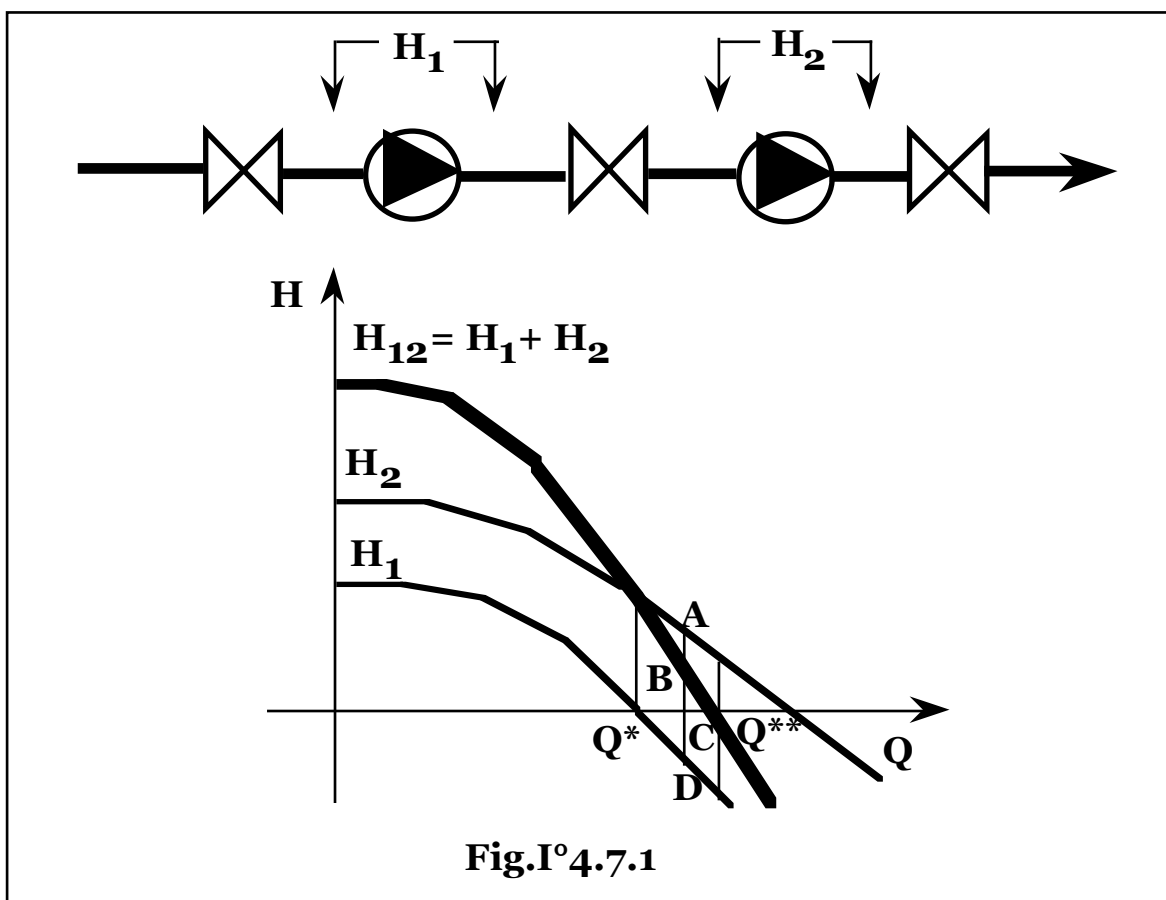


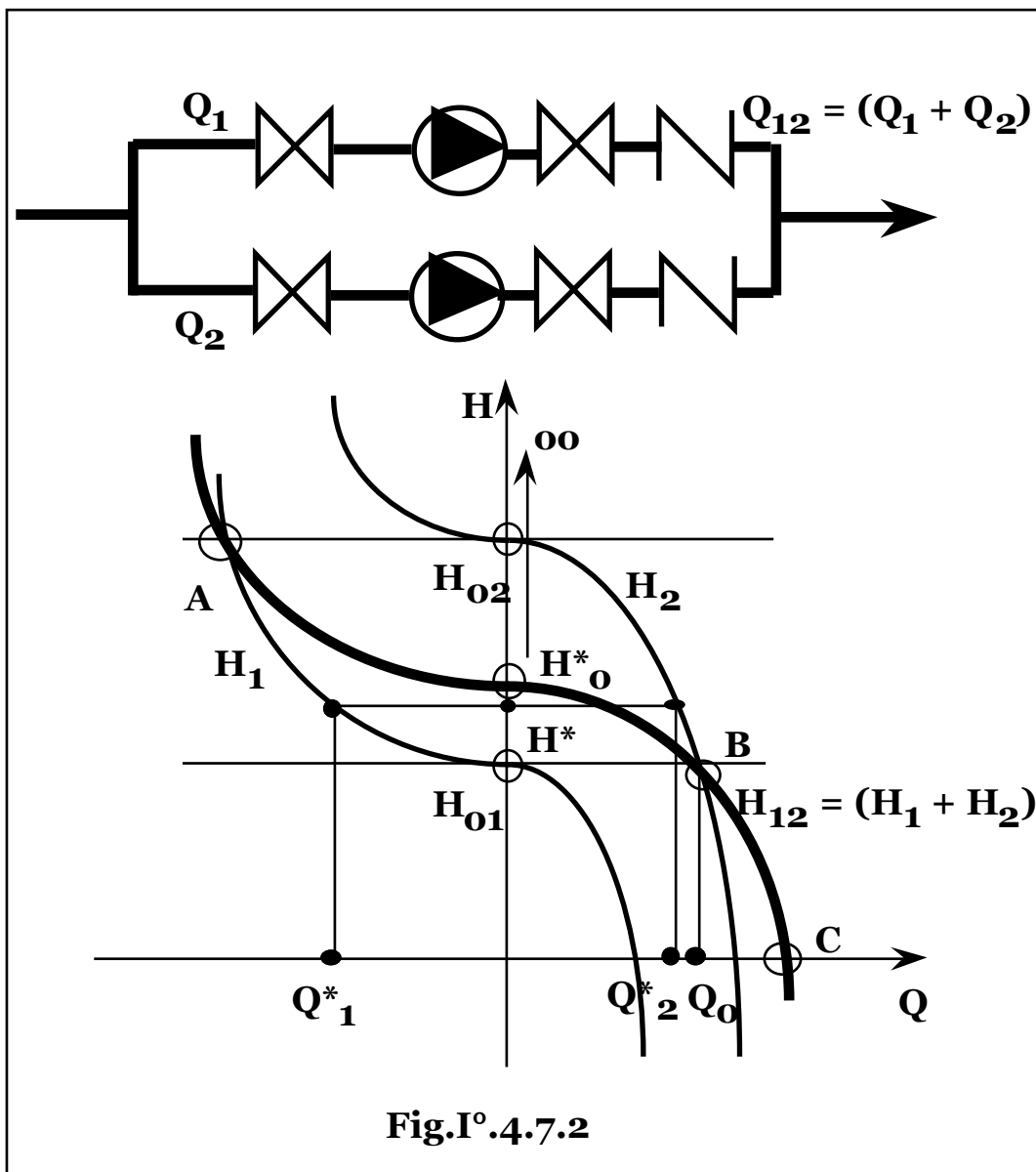
Fig.I°4.7.1

Per **Q > Q***, la pompa **1** non è più in grado di erogare prevalenza positiva, ma ne richiede per l'attraversamento della portata di fluido. Tale prevalenza di compenso, (**CD = AB**), viene ceduta dalla pompa **2**, mentre la restante, (**BC**), viene utilmente ceduta al fluido.

Per $Q = Q^{**}$, il sistema risulta in equilibrio con portata nulla, mentre per $Q > Q^{**}$, è necessaria prevalenza a monte per l'attraversamento delle pompe.

Pertanto la portata di annullamento della prevalenza, minima fra quelle delle pompe presenti, costituisce il limite superiore per la portata di esercizio del gruppo.

In caso di accoppiamento in **parallelo**, (**Fig.I°.4.7.2**), le pompe sono soggette alla medesima prevalenza, mentre la portata totale, (Q_{12}), risulta pari alla somma delle portate parziali, (Q_1, Q_2): $Q_{12} = Q_1 + Q_2$.



La curva caratteristica dell'insieme si ottiene, quindi, assegnando alla portata globale il valore pari alla somma delle portate parziali per ogni valore della prevalenza.

I diversi rami in parallelo devono presentare la medesima impedenza fluidodinamica a evitare vie preferenziali di attraversamento.

A valle di ogni pompa, oltre a normali valvole di intercettazione per smontaggi parziali, è prevista una valvola di non ritorno.

In caso contrario per prevalenze: $H^* > H_{o1}$, ($Q < Q_o$), la pompa **1** diviene sede di portata negativa e risulta: $Q^*_{12} = |Q_2^*| - |Q_1^*|$, eventualmente nulla o negativa per $H > H_o^*$.

Pertanto l'inserzione della valvola di non ritorno sposta la curva teorica, (AH_o^*BC), nella curva, ($oo H_{o2}BC$).

Nell'intervallo: $H_{o1} < H < H_{o2}$, ($0 < Q < Q_o$), ha effetto solo la pompa **2** a prevalenza maggiore, mentre la valvola di non ritorno sulla pompa **1**, che dissipa la sua potenza per mantenere il fluido presente nel condotto alla prevalenza H_{o1} , (e che in tal caso va pertanto disinserita), ne impedisce il riflusso. Per $H > H_{o2}$, entrambe le valvole di non ritorno impediscono il riflusso di portata nelle corrispondenti pompe che dissipano le rispettive potenze per mantenere il fluido presente nei condotti rispettivamente alla prevalenza H_{o1} e H_{o2} , (e che in tal caso vanno pertanto disinserite), mentre la portata totale risulta nulla.

§ I°.4.8 - INDICE DI CAVITAZIONE.

Qualora una pompa prelevi fluido da un serbatoio posto a quota inferiore, (**Fig.I°.4.8.1**), l'equazione di bilancio energetico fra le sezioni di pelo libero del serbatoio, (**1**), e di ingresso nella pompa, (**2**),

risulta: $1/2(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1)/d_s + R_c + R_e = 0$,

con R_c , R_e perdite per deflusso lungo la condotta e per imbocco nella pompa, rispettivamente. Si ottiene, quindi per la pressione di imbocco alla pompa: $p_2/d_s = p_1/d_s - c_2^2/2 - gH_g - R_c - R_e$, con:

$H_g = (z_2 - z_1)$, e avendo supposto: $c_1 < c_2$, e quindi: $c_1^2 \ll c_2^2$.

Indicando con $p_s(T)$, la pressione di saturazione del fluido alla temperatura T , deve risultare: $p_2 > p_s(T)$, a evitare fenomeni di ebollizione nel liquido con creazione di bolle o cavità, (cavitazione), e conseguente malfunzionamento della pompa.

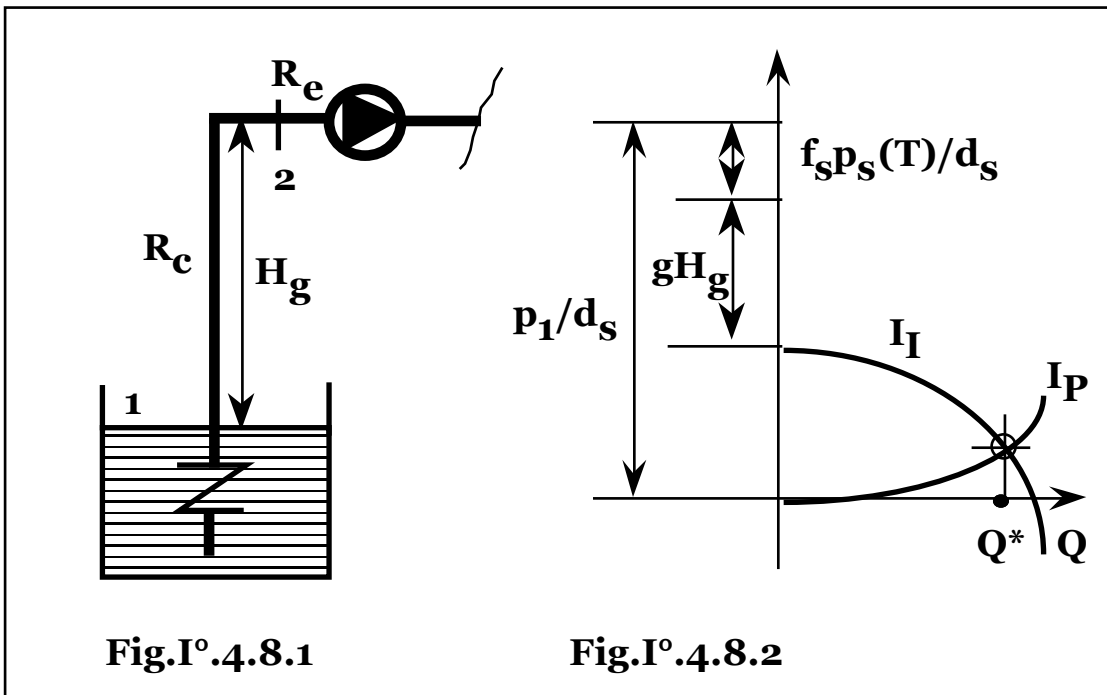


Fig.I° .4.8.1

Fig.I° .4.8.2

La condizione di funzionamento che evita fenomeni di cavitazione risulta, quindi: $p_2/d_s = p_1/d_s - c_2^2/2 - gH_g - R_c - R_e > f_s p_s(T)/d_s$, avendo previsto un coefficiente di sicurezza: $f_s > 1$, a evitare che prima del raggiungimento delle condizioni di ebollizione, si inneschino fenomeni di cavitazione per liberazione dei gas disciolti nel fluido. Separando le grandezze che dipendono dalle caratteristiche dell'installazione, da quelle relative alla pompa, si ottiene:

$$p_1/d_s - f_s p_s(T)/d_s - gH_g - R_c > c_2^2/2 + R_e, \text{ ovvero: } I_I > I_P,$$

con: $I_I = p_1/d_s - f_s p_s(T)/d_s - gH_g - R_c$, indice dell'impianto;

$$I_P = c_2^2/2 + R_e, \text{ indice della pompa.}$$

Tenuto conto della costanza dei termini: p_1/d_s , $f_s p_s(T)/d_s$ e gH_g e dell'andamento parabolico con la portata dei termini: R_c , R_e e $c_2^2/2$, fissate le condizioni di impianto e della pompa, risulta: $I_I > I_P$, (**Fig.I° 4.8.2**), per portate inferiori al limite Q^* : $Q < Q^*$.

Per il funzionamento con portate $Q > Q^*$, l'indice dell'impianto deve essere incrementato limitando le perdite R_c , (maggiori diametri delle condotte, riduzione delle accidentalità), e/o riducendo il salto di quota H_g , fino a renderlo eventualmente negativo ponendo la pompa sotto battente, ($z_2 < z_1$), condizione indispensabile in presenza di liquidi saturi, (condense d'acqua o frigorifere), per le quali si ha: $p_s(T) = p_1$.

La condotta va munita di una valvola di fondo di non ritorno, affinché anche durante i periodi di arresto della pompa la tubazione a monte della pompa stessa rimanga piena di liquido e all'avviamento sia possibile l'adescamento.

§ I°.4.9 – CURVA CARATTERISTICA DEL CIRCUITO.

In un circuito fluidodinamico la variazione di energia specifica del fluido, (H_c), fra due sezioni **a** e **b**, (prevalenza del circuito), coincide con il lavoro specifico che è necessario cedere per ottenerla, ovvero, dall'equazione energetica:

$$H_c = L = 1/2(c_b^2 - c_a^2) + g(z_b - z_a) + \int_a^b v(p)dp + R =$$

$$= 1/2(c_b^2 - c_a^2) + g(z_b - z_a) + (p_b - p_a)/d_s + Dp_d/d_s + Dp_c/d_s,$$

essendo: $\int v(p)dp = (p_b - p_a)/d_s$, trascurabile la generazione di calore dissipativo, (**R**), e **Dp_d**, **Dp_c**, le perdite di carico, imputabili agli attriti fluidodinamici lungo il circuito e alle turbolenze indotte da accidentalità concentrate, proporzionali all'energia cinetica specifica contenuta nel fluido, ovvero al quadrato della velocità e quindi della portata e pertanto esprimibili in forma quadratica come:

$$Dp_d = K_1 Q^2; \quad Dp_c = K_2 Q^2,$$

da cui: $H_c = g(z_b - z_a) + (p_b - p_a)/d_s + KQ^2$, (**Fig.I°.4.9.1**),

con:
$$K = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{1}{D_b^4} - \frac{1}{D_a^4} \right) + K_1 + K_2$$
, costante dipendente solo dalle

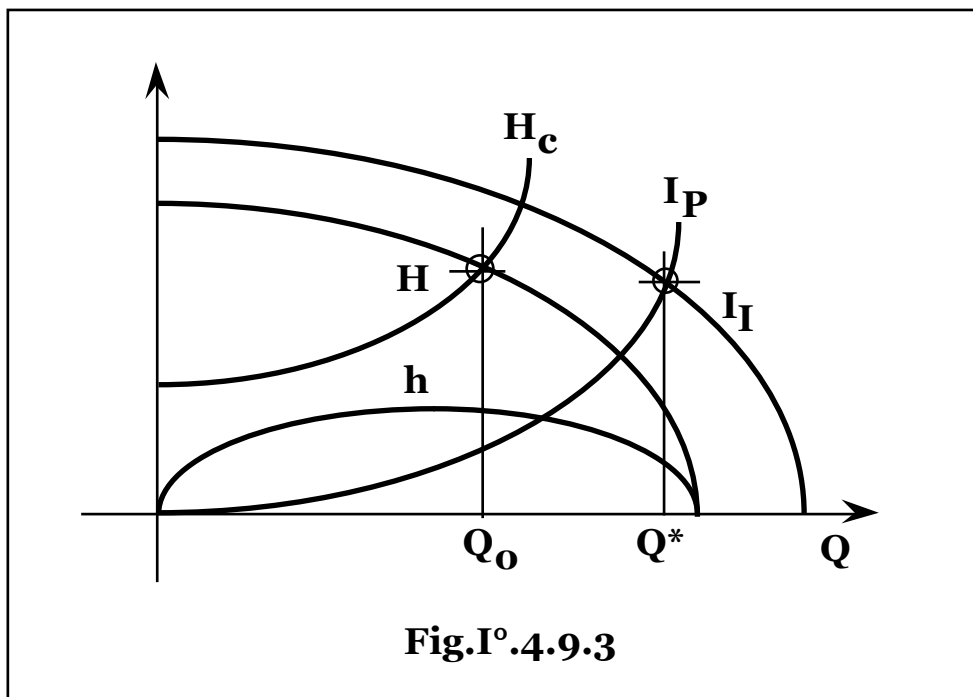
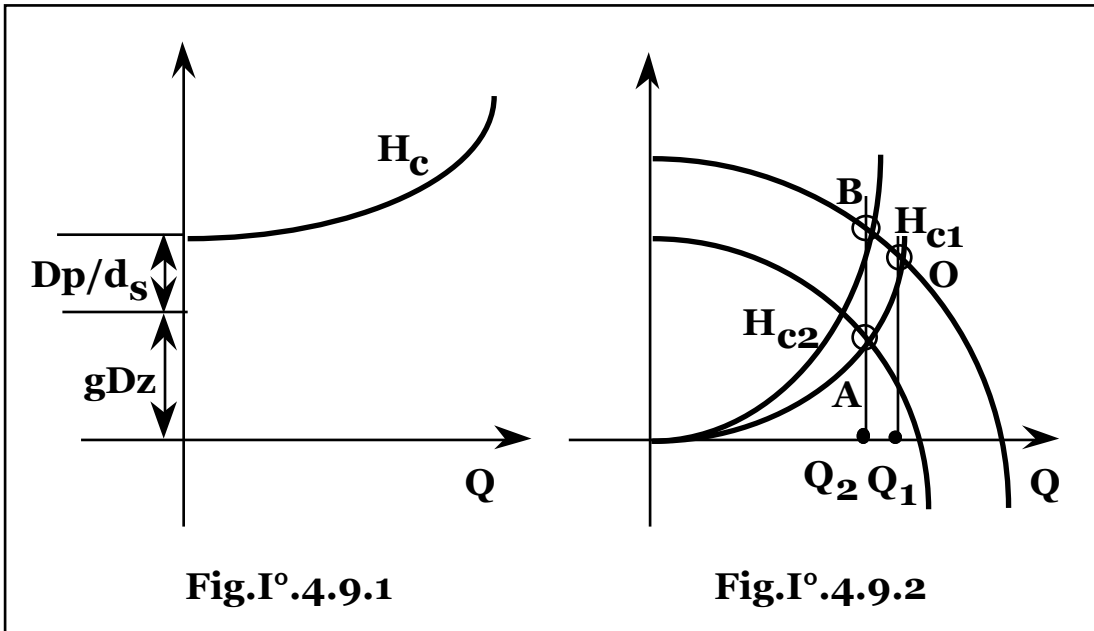
caratteristiche costruttive del circuito.

Per un circuito chiuso l'energia specifica da fornire al fluido, (essendo in tal caso: $c_a = c_b$, $z_a = z_b$, $p_a = p_b$), risulta: $H_c = (K_1 + K_2)Q^2 = KQ^2$.

A regime, indicando con **H** la prevalenza fornita dalla pompa inserita nel circuito, la portata di funzionamento risulta la radice, (**Fig.I°.4.9.2**), dell'equazione: $H(Q) = H_c(Q)$.

La variazione della portata, (dalla Q_1 di regime a una generica Q_2), risulta, pertanto possibile, oltre che per variazione del numero di giri della pompa, (dal punto di funzionamento **O** al punto **A** lungo la curva del circuito H_{c1}), anche per variazione della curva del circuito, (dal punto di funzionamento **O** al punto **B** passando dalla curva H_{c1} alla H_{c2}), ottenibile agendo sul parametro **K** anche con semplice

variazione di un solo coefficiente di perdita k_{ci} , relativo all'apertura o chiusura di un organo di intercettazione, (valvola, saracinesca, rubinetto), che assume, pertanto, il ruolo di organo di regolazione.



La visione di insieme di tutte le condizioni ottimali di funzionamento di un gruppo di pompaggio inserito in un circuito, è data pertanto da

un grafico complessivo, (**Fig.I°.4.9.3**), in cui si riportano la curva caratteristica e l'indice della pompa e del circuito e il rendimento della macchina, per la verifica della capacità della pompa di erogare la portata richiesta senza inneschi di cavitazione e in condizioni prossime ai massimi valori di rendimento.

§ I°.4.10 – IL TRANSITORIO DEI GRUPPI DI POMPAGGIO.

Qualora il regime di funzionamento venga perturbato anche solo per parzializzazione o chiusura di un organo di intercettazione sulla linea o per qualsivoglia variazione di impedenza del circuito, si verificano squilibri fra la prevalenza fornita dal gruppo di pompaggio e quella richiesta dal circuito con innesco di transitori di funzionamento con variazioni di portata e di altre grandezze.

Tali variazioni possono anche risultare di tipo oscillatorio tendenti a nuove, (o alle precedenti), condizioni di regime o al contrario a divergere inducendo sollecitazioni dannose per le condotte, riscaldamento del fluido, malfunzionamento delle pompe, dissipazioni di energia e fino a compromettere l'integrità del gruppo con impossibilità di mantenere attivo il sistema.

Il bilancio energetico in condizioni di transitorio risulta:

$$d_s Q (H - H_c) = dE_c / dt,$$

con: $E_c = \sum_{i=1}^n d_s \frac{\pi D_i^2}{4} L_i \frac{c_i^2}{2} = d_s Q^2 \sum_{i=1}^n \frac{2L_i}{\pi D_i^2}$, energia cinetica totale di

un fluido di densità d_s circolante con portata Q in una condotta composta da n tratti di lunghezza L_i e diametro D_i .

Si ottiene quindi:

$$d_s Q (H - H_c) = \frac{dE_c}{dt} = d_s Q \frac{dQ}{dt} \sum_{i=1}^n \frac{4L_i}{\pi D_i^2} = b d_s Q \frac{dQ}{dt}, \text{ con: } b = \sum_{i=1}^n \frac{4L_i}{\pi D_i^2},$$

costante dipendente solo dalle caratteristiche costruttive del circuito.

L'equazione generale di bilancio in transitorio, diviene quindi:

$$H - H_c = b dQ / dt, \text{ ovvero: } H - g(z_b - z_a) - (p_b - p_a) / d_s - KQ^2 = b dQ / dt,$$

mentre in caso di circuito chiuso, si ha: $H - KQ^2 = b dQ / dt$.

Qualora le quote delle sezioni a e b possano variare durante il transitorio come nel caso di un circuito composto da due serbatoi collegati da una tubazione, (**Fig.I°.4.10.1**), indicando con Q_0 la

portata di regime, V_a e V_b i volumi di liquido contenuti nei serbatoi e con S_a e S_b le corrispondenti sezioni orizzontali, si ottiene:

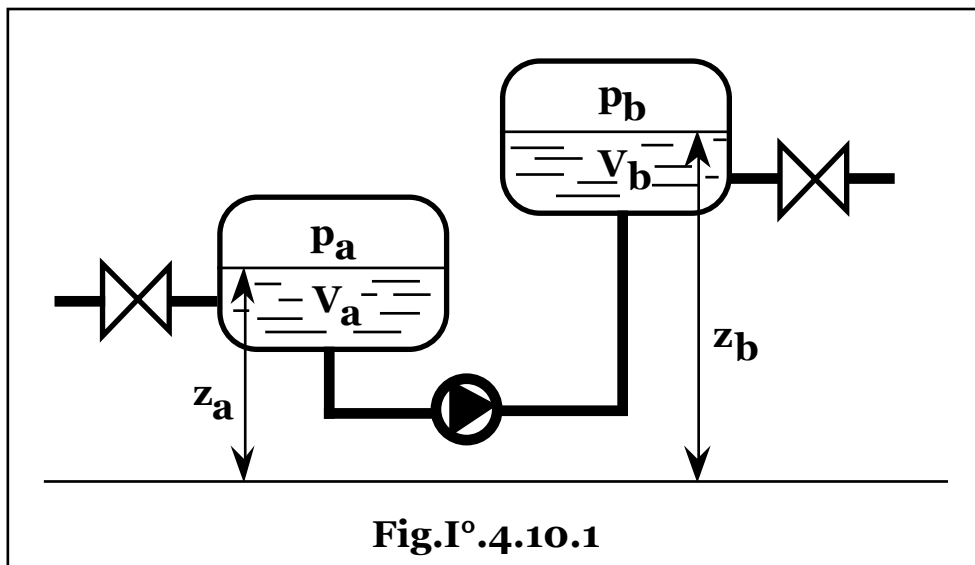
$$Q(t) - Q_0 = -dV_a/dt = dV_b/dt = -S_a dz_a/dt = S_b dz_b/dt$$

e quindi: $V_a = V_{a0} - \int_0^t [Q(t) - Q_0] dt$; $V_b = V_{b0} + \int_0^t [Q(t) - Q_0] dt$;

$$z_a = z_{a0} - 1/S_a \int_0^t [Q(t) - Q_0] dt; \quad z_b = z_{b0} + 1/S_b \int_0^t [Q(t) - Q_0] dt,$$

con: V_{a0} , V_{b0} , z_{a0} , z_{b0} , volumi di fluido contenuto nei serbatoi e quote dei peli liberi dei serbatoi all'istante iniziale, ($t = 0$). Risulta,

pertanto: $(z_b - z_a) = (1/S_b + 1/S_a) \int_0^t [Q(t) - Q_0] dt + (z_{b0} - z_{a0})$.



Qualora la pressione delle sezioni **a** e **b** possa variare durante il transitorio come nel caso di un circuito di collegamento di due serbatoi chiusi, (**Fig.I°.4.10.1**), indicando con V_{ta} e V_{tb} i volumi totali dei serbatoi e con P_{a0} e P_{b0} le pressioni presenti nei serbatoi all'istante iniziale, ($t = 0$), supponendo che la trasformazione del gas che sovrasta il liquido sia isoterma, si ha:

$P_a(V_{ta} - V_a) = P_{a0}(V_{ta} - V_{a0})$; $P_b(V_{tb} - V_b) = P_{b0}(V_{tb} - V_{b0})$, da cui:

$$P_a = P_{a0} \frac{V_{ta} - V_{a0}}{V_{ta} - V_a} = P_{a0} \frac{V_{ta} - V_{a0}}{V_{ta} - \left(V_{a0} - \int_0^t [Q(t) - Q_0] dt \right)} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{P_{ao}}{1 + \frac{\int_0^t [Q(t) - Q_o] dt}{V_{ta} - V_{ao}}}; \\
P_b = P_{bo} \frac{V_{tb} - V_{bo}}{V_{tb} - V_b} &= P_{bo} \frac{V_{tb} - V_{bo}}{V_{tb} - \left(V_{bo} + \int_0^t [Q(t) - Q_o] dt \right)} = \\
&= \frac{P_{bo}}{1 - \frac{\int_0^t [Q(t) - Q_o] dt}{V_{tb} - V_{bo}}}.
\end{aligned}$$

Nota, pertanto, la funzione $H = H(Q)$, l'equazione di bilancio:

$$H(Q) - g(z_b - z_a) - (p_b - p_a)/d_s - KQ^2 = b \, dQ/dt, \text{ ovvero:}$$

$$\begin{aligned}
&H(Q) - g\left(\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}\right) \int_0^t [Q(t) - Q_o] dt + g(z_{bo} - z_{ao}) + \\
&+ \frac{1}{d_s} \left[\frac{p_b}{1 - \frac{\int_0^t [Q(t) - Q_o] dt}{V_{tb} - V_{bo}}} - \frac{p_a}{1 + \frac{\int_0^t [Q(t) - Q_o] dt}{V_{ta} - V_{ao}}} \right] - KQ^2(t) = b \frac{dQ(t)}{dt}
\end{aligned}$$

risulta definita e la sua soluzione: $Q = Q(t)$, descrive il completo comportamento in transitorio del circuito.

§ I°.4.11 - STABILITA' DI FUNZIONAMENTO.

Dalle condizioni di regime in cui si ha, (Fig.I°.4.11.1):

$$Q = Q_o; \quad H = H_c = H_o = H_{co},$$

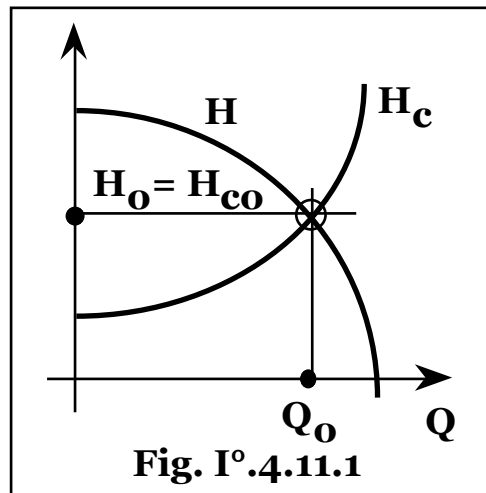
una perturbazione di portata, DQ , modifica il valore delle funzioni:

$$H = H(Q); \quad H_c = H(Q).$$

Se la perturbazione è sufficientemente limitata da permettere lo sviluppo in serie troncato al primo termine delle funzioni da essa dipendenti, risulta: $H = H_o + (dH/dQ)_o DQ$; $H_c = H_{co} + (dH_c/dQ)_o DQ$ con: $(H - H_c) = b \, dQ/dt$.

Essendo: $dH/dQ < 0$, $dH_c/dQ > 0$ e $H_o = H_{co}$, si ottiene, quindi:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{DQ}{b} \left(\left| \frac{dH}{dQ} \right| + \left| \frac{dH_c}{dQ} \right| \right).$$



Il punto di funzionamento risulta, quindi, stabile in quanto il sistema reagisce con effetto contrario alla perturbazione che lo ha provocato, ($dQ/dt < 0$, per $DQ > 0$; $dQ/dt > 0$, per $DQ < 0$), con ripristino delle condizioni di regime.

Dalla relazione generale: $dQ/dt = -DQ/b (dH_c/dQ - dH/dQ)$, si ottiene infine la condizione di stabilità del punto di funzionamento per curve di qualunque tipo: $dH_c/dQ > dH/dQ$.

§ I° .4.12 – FENOMENO DEL POMPAGGIO.

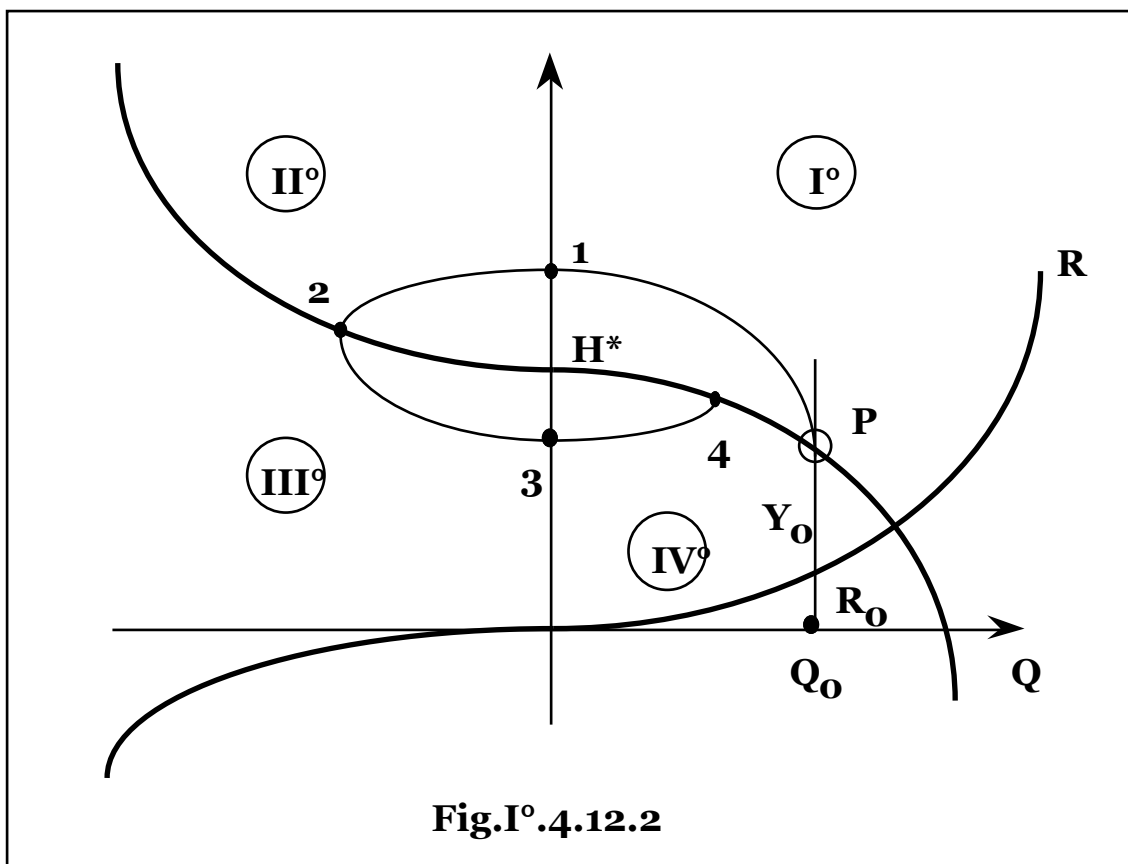
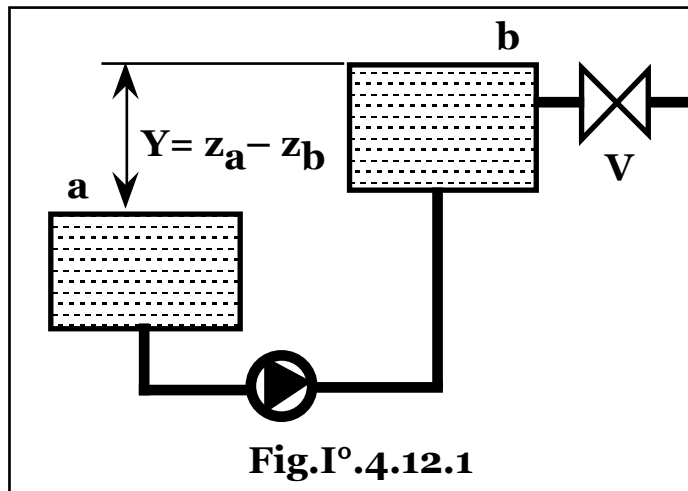
Il ciclo di pompaggio risulta un particolare caso di instabilità che si innesca in circuiti composti da due serbatoi aperti all'atmosfera, posti a quote diverse e collegati da una tubazione alla chiusura, (o più in generale per variazione di impedenza), di un organo di intercettazione posto sulla tubazione di collegamento, (**Fig.I° .4.12.1**).

Indicando con: $Y = z_b - z_a$ la differenza di quota dei peli liberi dei due serbatoi e con R le perdite fluidodinamiche, risulta, [$p_a = p_b$ ed essendo trascurabile la variazione di energia cinetica:

$$1/2(c_b^2 - c_a^2)]: H_c = Y + R.$$

A regime si ha, pertanto: $H_c - H_{c0} = H_0 - Y_0 - R_0$, mentre in transitorio vale la relazione: $H - H_c = H - Y - R = b dQ/dt$.

Alla chiusura della valvola, (**V**), si ha: $Y > Y_0$ e quindi: $H - Y - R < 0$, da cui: $dQ/dt < 0$.



In tali condizioni l'equazione di bilancio in transitorio risulta, (**Fig.I°.4.12.2**): $H + b |dQ/dt| = Y + R$, ovvero alla prevalenza statica, (**H**), si somma il termine dinamico di diminuzione di energia cinetica,

($b |dQ/dt|$), a bilanciare il salto di quota Y e le perdite R e il punto di funzionamento si sposta lungo la curva, (dinamica), $P-1$, rimanendo crescente il termine Y e quindi negativa la variazione di portata, ($dQ/dt < 0$).

Nel punto **1**, la portata si annulla e poichè in tali condizioni il salto di quota Y , (che risulta pari al segmento **1-0** essendo nulle le perdite), risulta maggiore della prevalenza della pompa a portata nulla, (H^*), la porta diviene centripeta, ($Q < 0$).

In tali condizioni risulta: $Y = H + R + b |dQ/dt|$, ovvero la differenza di quota deve bilanciare la prevalenza della pompa, le perdite fluidodinamiche e l'aumento di energia cinetica del fluido.

Essendo $Q < 0$, il salto di quota Y diminuisce progressivamente, mentre la prevalenza della pompa, (H), e le perdite fluidodinamiche, (R), risultano crescenti. Si giunge, pertanto, alla condizione, (punto **2**): $Y = H + R$, e quindi con: $dQ/dt = 0$.

Poichè, tuttavia, il salto di quota Y continua a diminuire, ($Q < 0$), e l'equazione dinamica è: $Y = H + R - b dQ/dt$, deve risultare $dQ/dt > 0$ e quindi $Y = H + R - b |dQ/dt|$, ovvero il termine dinamico di diminuzione di energia cinetica, ($b |dQ/dt|$), si somma alla differenza di quota a bilanciare la prevalenza della pompa, (H), e le perdite fluidodinamiche, (R), con curva di prevalenza dinamica, ($H - b |dQ/dt|$), che risulta minore, (tratto **2-3**), della curva di prevalenza statica, (H).

Nel punto **3** la portata torna ad annullarsi e poichè la prevalenza H^* risulta maggiore della differenza di quota Y , (che risulta pari al segmento **3 - 0** essendo nulle le perdite), e la portata diviene centrifuga, ($Q > 0$), con: $dQ/dt > 0$.

L'equazione dinamica risulta, pertanto: $H = Y + R + b |dQ/dt|$, ovvero la prevalenza della pompa bilancia il salto di quota, le perdite fluidodinamiche e l'aumento di energia cinetica del fluido.

Risultando crescenti il salto di quota, ($Q > 0$), e le perdite, ($dQ/dt > 0$), e decrescente la prevalenza della pompa all'aumentare della portata, si giunge, (punto 4), alla condizione $H = Y + R$, con, quindi: $dQ/dt = 0$.

Da questo punto il fenomeno tende a ripetersi con oscillazioni delle quote di pelo libero dei serbatoi stabili o tendenti a smorzarsi nel punto, ($H^*, 0$), a meno di fenomeni di risonanza.

Per la valutazione quantitativa del fenomeno, si ha:

$$Y = z_b - z_a = (1/S_b + 1/S_a) \int_0^t Q(t)dt + (z_{bo} - z_{ao}),$$

e tenuto conto che le perdite vanno computate a diverso membro a seconda che la portata sia positiva o negativa: $R = KQ |Q|$, da cui:

$$H - g(1/S_b + 1/S_a) \int_0^t Q(t) dt + g(z_{b0} - z_{a0}) - KQ|Q| = b \, dQ/dt.$$

In assenza di gruppi di pompaggio e con perdite trascurabili, si ha: $H(Q) = R(Q) = 0$, derivando la relazione si ottiene, quindi:

$$Q(t) + \frac{b}{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}} \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} = 0, \text{ ed essendo: } Q(t) = \frac{1}{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}} \frac{dY(t)}{dt},$$

$$Y(t) + \frac{b}{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}} \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} = 0.$$

Il moto risulta, quindi, armonico con le funzioni: $Q(t)$ e $Y(t)$, che

assumono un andamento sinusoidale di pulsazione: $\omega_t = \sqrt{\frac{\frac{1}{S_b} + \frac{1}{S_a}}{b}}$:

$$Q(t) = Q_0 \cos \omega_t t = (Y_0/\omega_t) \sin \omega_t t;$$

$$Y(t) = Y_0 \cos \omega_t t = (Q_0/\omega_t) \sin \omega_t t + Y_0.$$

La frequenza di pompaggio propria del circuito vale, pertanto: $\omega_t/2\pi$, che risulta, quindi, la frequenza di risonanza per oscillazioni indotte da fenomeni di pompaggio o da macchine operatrici di tipo pulsante.

Il fenomeno del pompaggio, (che può verificarsi non solo alla chiusura, ma anche per variazione di impedenza di un organo di intercettazione sulla linea che collega i serbatoi), induce sollecitazioni dannose per le condotte, riscaldamento del fluido, malfunzionamento del gruppo di pompaggio e dissipazione di energia. Pertanto, nei casi in cui sia prevedibile, viene impedito con l'inserzione di una valvola di non ritorno a valle della pompa.

§ I°.4.13 – POMPE ASSIALI.

Le curve caratteristiche delle pompe assiali risultano qualitativamente del tutto simili a quelle relative alle pompe centrifughe.

Le pendenze risultano, tuttavia, maggiori con rilevanti variazioni di prevalenza per modeste variazioni di portata.

§ I°.4.14 – MACCHINE OPERATRICI PER FLUIDI COMPRIMIBILI.

Le macchine operatrici impiegate per conferire aumento di carico a fluidi comprimibili si distinguono a seconda dell'incremento di pressione, (**Dp**), indicativamente in soffianti o ventilatori, (**Dp < 10⁴ Pa**), e compressori, (**Dp > 10⁴ Pa**).

§ I°.4.15 – SOFFIANTI O VENTILATORI.

Per differenze di pressione: **Dp < 10⁴ Pa**, la densità del fluido può essere considerata costante. Infatti in tali ipotesi la compressione del fluido comprimibile, (da uno stato fisico **1** a uno stato fisico **2**), può essere ritenuta isoterma per cui si ha:

$(d_{s2} - d_{s1})/d_{s1} = (p_2 - p_1)/p_1$, che risulta, per $p_1 \sim 10^5$ Pa e considerando le massime variazioni di pressione:

$$\left(\frac{d_{s2} - d_{s1}}{d_{s1}} \right)_{\max} = \left(\frac{p_2 - p_1}{p_1} \right)_{\max} \sim 0,1.$$

Il fluido viene, quindi, descritto come incomprimibile con curve caratteristiche in funzione della portata volumetrica, (costante), simili a quelle relative alle macchine operatrici per fluidi incomprimibili, con prevalenza: $H = 1/2(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1)/d_s$, che risulta circa uguale a: $H \sim Dp/d_s$, essendo in pratica trascurabili i termini cinetico e di quota.

§ I°.4.16 – COMPRESSORI.

Analogamente a quanto avviene per le macchine idrauliche, anche i compressori si distinguono in **volumetrici**, alternativi o rotativi, (a ingranaggi, lobi), e **rotativi**, centrifughi o assiali, (turbocompressori). Anche le macchine volumetriche per fluidi comprimibili sono in genere caratterizzate da elevati rapporti di compressione e modeste portate, possono, inoltre, presentare lo svantaggio di portate pulsanti. Le macchine rotative sono, in genere, caratterizzate da maggiori portate e rapporti di pressione limitati, la portata risulta comunque, costante.

I compressori alternativi presentano maggiori temperature di fine compressione e quindi, maggiori potenze termiche di raffreddamento, ma generalmente migliori rendimenti rispetto alle macchine rotative, nelle quali si hanno non trascurabili portate di riflusso.

Anche per fluidi **comprimibili**, energia cinetica e di pressione possono trasformarsi in un condotto a sezione variabile in uscita dalla macchina.

La relazione di bilancio risulta: $1/2(c_o^2 - c^2) + \int_p^{p_o} v dp = 0$, con:

$$c^2 = \frac{16G^2}{\pi^2 D^4 d_s^2(p, T)} = \frac{16G^2}{\pi^2 D^4} \left(\frac{RT}{p} \right)^2,$$

da cui indicando con **n** l'esponente della politropica, (assai prossimo a quello dell'isoentropica per brevità del tratto e assenza di accidentalità), la relazione fra pressione e diametro, (e conseguentemente velocità), risulta:

$$\frac{8G^2 R^2}{\pi^2} \left(\frac{T_o^2}{D_o^4 p_o^2} - \frac{T^2}{D^4 p^2} \right) = \frac{n}{n-1} RT_o \left[\left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right],$$

ovvero, essendo: $\frac{T}{T_o} = \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{n-1}{n}}$:

$$\frac{8G^2 RT_o}{\pi^2 p_o^2} \left(\left(\frac{p}{p_o} \right)^{-\frac{2}{n}} \frac{1}{D^4} - \frac{1}{D_o^4} \right) = \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right].$$

Per diametri illimitati, la pressione tenderebbe al valore:

$$p = p_o \left(1 + \frac{8G^2 RT_o}{\pi^2 D_o^4 p_o^2} \frac{n-1}{n} \right)^{\frac{n}{n-1}}, \text{ e velocità nulla.}$$

In realtà poiché le variazioni di qualsiasi grandezza fisica viaggiano con la velocità del suono nel mezzo, qualora il flusso divenga sonico, lo stato fisico a monte diviene indipendente dalle condizioni a valle in quanto nessuna variazione può risalire la corrente.

Ne risulta un flusso costante con velocità di efflusso limitata a quella

del suono nel mezzo: $(c_s = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \frac{R_o}{M} T})$, con grandezze costanti per

ulteriori diminuzioni di diametro.

Il valore della pressione sonora, (**p_s**), si ottiene dalla relazione:

$$\frac{1}{2}(c_o^2 - c_s^2) = \frac{8G^2}{\pi^2 D_o^4} \left(\frac{RT_o}{p_o} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{c_p}{c_v} \frac{R_o}{M} T_s = \frac{n}{n-1} RT_o \left[\left(\frac{p_s}{p_o} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right],$$

con: $\frac{T_s}{T_o} = \left(\frac{p_s}{p_o} \right)^{\frac{n-1}{n}}$, da cui:

$$D_s = \sqrt[4]{\frac{16G^2}{\pi^2 d_s^2 \frac{c_p}{c_v} RT_s}} = \sqrt[4]{\frac{16G^2 c_v RT_s}{\pi^2 p_s^2 c_p}},$$

(per ulteriori aumenti della velocità è richiesto un condotto divergente), e la portata diminuisce con la sezione di passaggio.

Per le rilevanti differenze di pressione, la densità del fluido risulta variabile e la portata volumetrica, (Q_a), viene convenzionalmente riferita alla densità di aspirazione, (d_{sa}).

Per le macchine operatrici per fluidi comprimibili, non sono disponibili diagrammi di lavoro in funzione della portata da cui dedurre la curve caratteristiche, ma viene calcolato direttamente il lavoro speso.

Per la valutazione del rendimento fluidodinamico, (h_i), definito come:

$$h_i = \frac{\text{energia richiesta per trasformazione ideale}}{\text{energia necessaria per trasformazione reale}} = \frac{\text{lavoro speso per trasformazione ideale}}{\text{lavoro speso per trasformazione reale} + \text{calore sottratto}},$$

indicando con: G_f la portata di fluido refrigerante;

c_f il calore specifico del fluido refrigerante;

T_e, T_u le temperature di ingresso e uscita del fluido refrigerante,

la potenza termica di refrigerazione, (Q), ceduta all'esterno durante la trasformazione, risulta: $Q = -q d_{sa} Q_a = G_f c_f (T_u - T_e)$, da cui:

$$q = -G_f c_f (T_u - T_e) / (d_{sa} Q_a).$$

Il lavoro specifico di compressione risulta, pertanto:

$$L = R \int_1^2 v dp = (h_2 - h_1) - q = c_p (T_2 - T_1) + G_f c_f (T_u - T_e) / (d_{sa} Q_a),$$

valutabile sperimentalmente con un circuito di prova di misura delle grandezze: $G_f, T_e, T_u, T_2, T_1, d_{sa}, Q_a$.

Il lavoro specifico di compressione, (H_k), ceduto in una trasformazione isoentropica, ($p v^k = p_1 v_1^k$), o prevalenza richiesta in condizioni di trasformazione ideale, vale:

$$H_k = c_p(T_2 - T_1) = \int_1^2 v dp = p_1 v_1 \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right].$$

Il rendimento fluidodinamico, (h_i), del compressore risulta quindi:

$$h_i = \frac{L_i - R_i}{L_i} = \frac{T_2 - T_1}{(T_2 - T_1) + \frac{G_f c_f (T_u - T_e)}{c_p d_{sa} Q_a}} = \frac{H_k}{L_i}.$$

Per raffreddamenti spinti delle macchine, la temperatura di fine compressione può risultare inferiore a quella isoentropica: $T_2 < T_2$, con conseguente salto entalpico inferiore, per cui qualora il calore di raffreddamento sia inferiore al risparmio di lavoro, il rendimento rispetto all'isoentropica può teoricamente risultare anche maggiore dell'unità.

Rilevata, infine, la potenza meccanica assorbita dalla macchina, (P), il lavoro meccanico specifico risulta: $L_m = P/(d_{sa} Q_a)$, da cui il rendimento meccanico: $h_m = L_i/L_m = (L_m - R_m)/L_m$, e quello globale del compressore: $h = h_i h_m = (H_k/L_i)(L_i/L_m) = H_k/L_m$.

Pertanto noto il rapporto di pressioni richiesto, è noto il lavoro specifico ideale ceduto con trasformazione isoentropica, (H_k), da cui:

$$L_i = H_k/h_i; \quad L_m = L_i/h_m = H_k/h_i h_m = H_k/h; \\ P = d_{sa} Q_a L_m = d_{sa} Q_a H_k/h.$$

La funzione H_k è indipendente dalla portata risultando variabile solo con il rapporto di pressioni: $H_k = H_k(p_2/p_1)$, mentre dipendenti dalla portata risultano i rendimenti, (h_i, h_m).

Pertanto in un grafico (H_k, Q_a), la famiglia di curve caratteristiche relative alla trasformazione isoentropica, risultano rette orizzontali, mentre sugli stessi diagrammi viene riportato l'andamento delle curve sperimentali di rendimento: $h_i = h_i(Q_a)$; $h_m = h_m(Q_a)$, o alternativamente essendo: $H_k = H_k(p_2/p_1)$, si grafica direttamente il rapporto di compressione: p_2/p_1 .

La curva di prevalenza della macchina risulta quindi:

$$H(Q_a) = H_k - R_i(Q_a) = h_i(Q_a) H_k.$$

Pertanto nota la portata volumetrica in aspirazione, (Q_a), e il rapporto di pressioni richiesto, (p_2/p_1), si ricava il valore di H_k e la curva dei rendimenti fluidodinamico: $h_i = h_i(Q_a)$, e meccanico: $h_m = h_m(Q_a)$, da cui il rendimento globale: $h = h_i(Q_a)h_m(Q_a)$ e la potenza meccanica richiesta: $P = \frac{H_k G}{h(G)} = \frac{d_{sa} H_k Q_a}{h(Q_a)}$.

§ I° 4.14 – CURVE CARATTERISTICHE DEI CIRCUITI. STABILITA' DI FUNZIONAMENTO.

In un circuito fluidodinamico percorso da un fluido comprimibile, le trasformazioni di compressione relative al lavoro ceduto per aumentare il carico totale e compensare le perdite di carico, nonché le espansioni dissipative, comportano generazione di calore all'interno del fluido tale da indurre variazioni sensibili di temperatura, (trascurabili per fluidi incomprimibili), con conseguente possibilità di scambi di calore lungo la linea fra il circuito e l'ambiente, che variano le differenze di entalpia agli estremi fino ad annullarle qualora lo scambio termico sia pari all'intero calore generato e la temperatura finale risulti pari al valore iniziale, ($Dh = c_p DT = 0$).

La prevalenza richiesta dal circuito fra due sezioni, (**a** e **b**), o curva caratteristica, (H_c), ovvero il lavoro da cedere al fluido, (**L**), risulta quindi pari alla differenza di carico totale alle estremità, tenuto conto del calore generato e scambiato dal fluido.

Potendo trascurare i termini cinetico e di quota, l'equazione energetica in forma entalpica, infatti: $L + q = h_b - h_a$, indica che la variazione di energia del fluido è pari alla somma algebrica del lavoro e del calore scambiati globalmente con l'esterno.

Tuttavia qualora all'interno del fluido energia meccanica si trasformi in calore, se globalmente il bilancio è nullo, il fluido necessita del lavoro corrispondente all'energia meccanica dissipata.

In caso di una trasformazione isoentalpica, il degrado di energia di pressione bilancia costantemente il raffreddamento conseguente all'espansione e la temperatura, (e quindi l'entalpia), rimane costante, ma il fluido necessita dell'energia meccanica di compressione fino alla pressione iniziale.

Pertanto il lavoro specifico che è necessario cedere per ottenere la variazione di energia specifica del fluido, (H_c), o curva caratteristica del circuito, non è pari alla differenza fra le grandezze energetiche agli estremi del circuito, ma coincide con il lavoro reale di compressione,

pari alla somma del contributo necessario all'incremento di carico utile nominale, $(\int_{p_a}^{p_b} v(p) dp)$, e di quello, $(\int_{p_b}^{p_b+Dp} v(p) dp)$, necessario alla compensazione delle perdite di carico specifiche, distribuite e concentrate imputabili agli attriti fluidodinamici lungo il tratto e alle turbolenze indotte da accidentalità, che globalmente comportano una perdita di carico totale, (ovvero di energia specifica), che in pratica, essendo trascurabili i contributi cinetico e di quota, coincide con una caduta di pressione, Dp , che evidentemente risulta l'unico contributo in caso di circuito chiuso.

La caduta di pressione, Dp , risulta funzione delle caratteristiche del fluido, delle dimensioni geometriche del circuito, delle pressioni e della portata di fluido, per cui fissate le condizioni di esercizio, la curva caratteristica del circuito, risulta una funzione della portata G , [introducendo una densità media del fluido, la caduta risulta proporzionale al quadrato della portata:

$$Dp(G) = Dp(d_{sa}Q_a) = KG^2 = K(d_{sa}Q_a)^2].$$

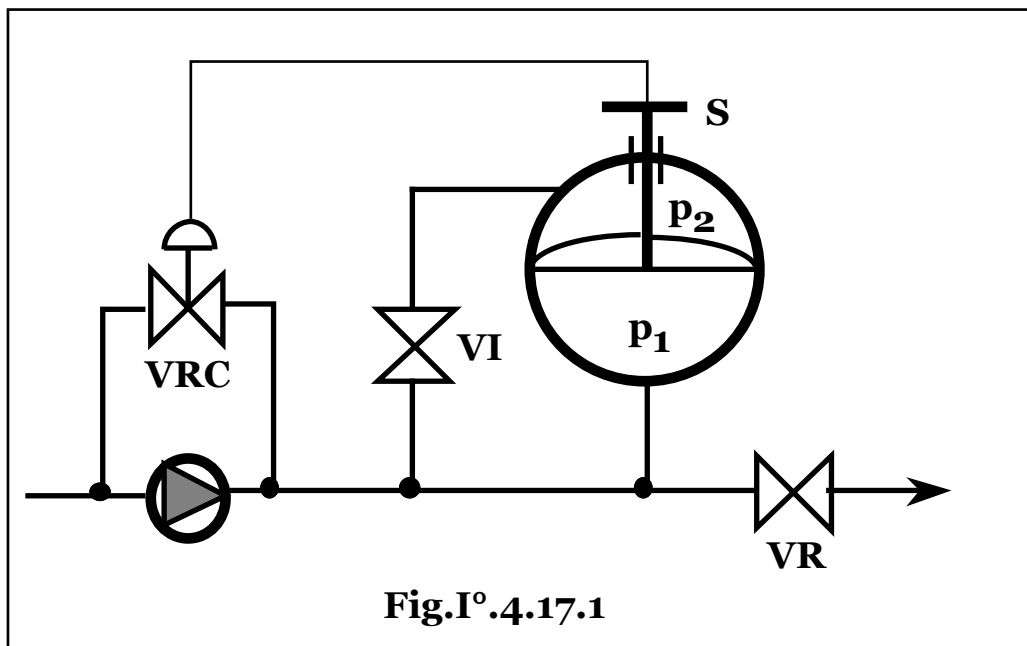
Pertanto, note le caratteristiche del circuito, fissato il rapporto di pressioni richiesto, (p_b/p_a) , e la portata: $G = d_{sa}Q_a$, resta fissato il Dp di caduta e quindi il lavoro ideale, (H_k) , e reale richiesto.

$$H_c(G) = H_c(d_{sa}Q_a) = \frac{H_k}{h_i(G)h_m(G)} = \frac{H_k}{h(G)} = \frac{H_k}{h(d_{sa}Q_a)}.$$

Circa la stabilità di funzionamento, quantitativamente i fenomeni di instabilità e il fenomeno del pompaggio per i compressori risultano particolarmente marcati a causa delle tipiche configurazioni delle curve caratteristiche, mentre in presenza di fluidi comprimibili, l'inserzione di una valvola di non ritorno, (e quindi di una accidentalità), comporta non trascurabili dissipazioni di potenza.

Si realizzano, pertanto, dispositivi a bassa impedenza, (**Fig.I°.4.17.1**), in grado di porre un limite inferiore alla portata elaborata dal compressore.

Alla parzializzazione della valvola di regolazione **VR** corrisponde un aumento della pressione p_1 , con conseguente innalzamento dello stelo **S** il quale, tramite un trasduttore di spostamento, comanda l'apertura della valvola di ricircolo **VRC** impedendo che la portata totale che attraversa il compressore scenda al di sotto di un limite prefissato, innescando fenomeni di instabilità.



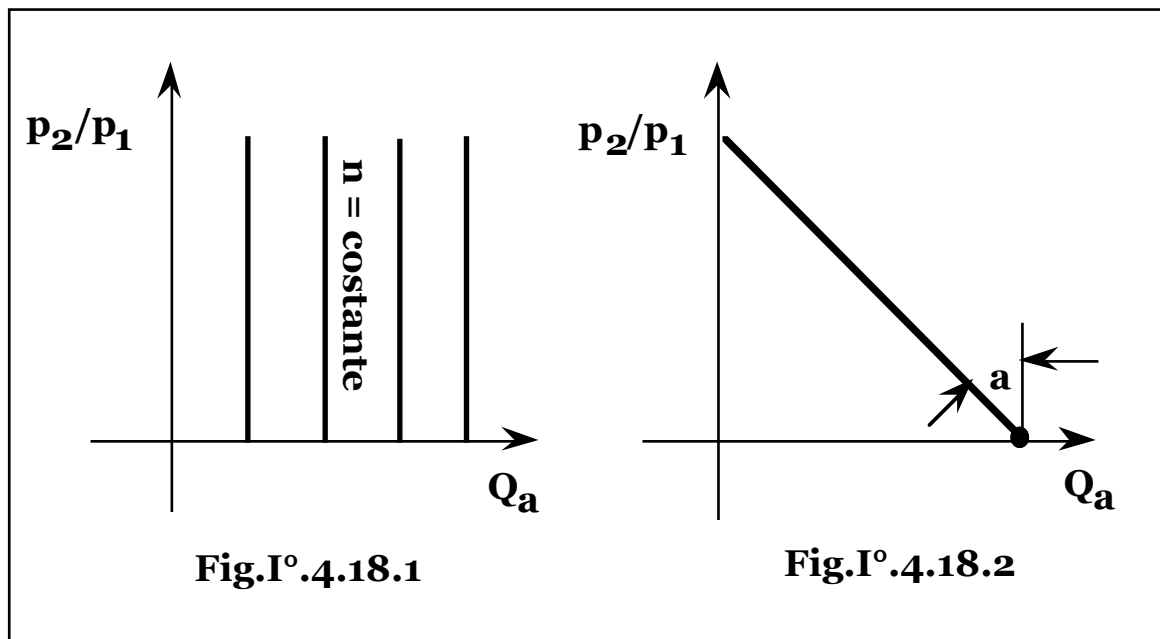
Dopo un breve transitorio la valvola **VI** ristabilisce l'uguaglianza fra le pressioni **p₁** e **p₂** in una nuova condizione di regime con chiusura della valvola di ricircolo e termine delle relative perdite di laminazione.

§ I° 4.18 – CURVE CARATTERISTICHE PER MACCHINE VOLUMETRICHE.

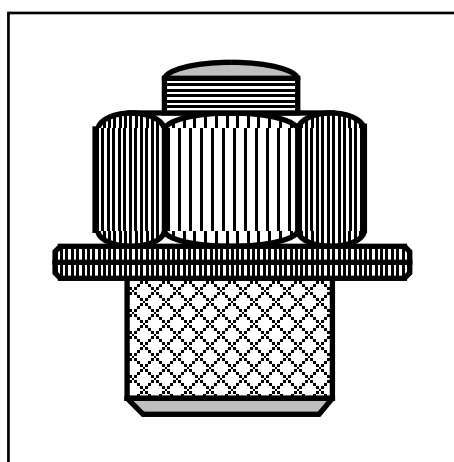
Le macchine volumetriche per fluidi incomprimibili e comprimibili, (alternative, a lobi, a palette, a ingranaggi, a vite), sono dispositivi in grado di trasferire una portata volumetrica in aspirazione, che dipende solo dalla cilindrata e dalla velocità angolare della macchina stessa, da un ambiente a un altro, indipendentemente dalla differenza di pressione esistente.

Le curve caratteristiche: $H_k = H_k(Q_a)$, o $p_2/p_1 = p_2/p_1(Q_a)$, risultano quindi in teoria, semirette verticali, (**Fig.I° 4.18.1**), essendo la portata dipendente, (fissata la cilindrata), solo dalla velocità angolare della macchina, per qualunque rapporto di pressioni.

In pratica nelle macchine alternative a causa della presenza di uno spazio nocivo le curve caratteristiche assumono una certa inclinazione con diminuzione di portata all'aumentare del rapporto di pressioni fino al punto in cui si ha compressione ed espansione del solo fluido contenuto nello spazio nocivo, con portata netta nulla, (**Fig.I° 4.18.2**).



In caso di macchine rotative volumetriche, si ha un analogo scostamento dalla verticale causato dalla portata di riflusso per trafilemento che si innesca dalla mandata verso l'aspirazione e che risulta crescente col rapporto di pressioni con diminuzione della portata netta, fino al suo annullamento quando la portata di riflusso eguaglia quella di aspirazione.



CAP. I° 5 – APPARECCHIATURE PER LO SCAMBIO DI ENERGIA TERMICA.

§ I°.5.1 – LE APPARECCHIATURE DI SCAMBIO DI ENERGIA TERMICA.

Si definiscono scambiatori di calore i dispositivi atti al trasferimento di energia termica fra due o più fluidi.

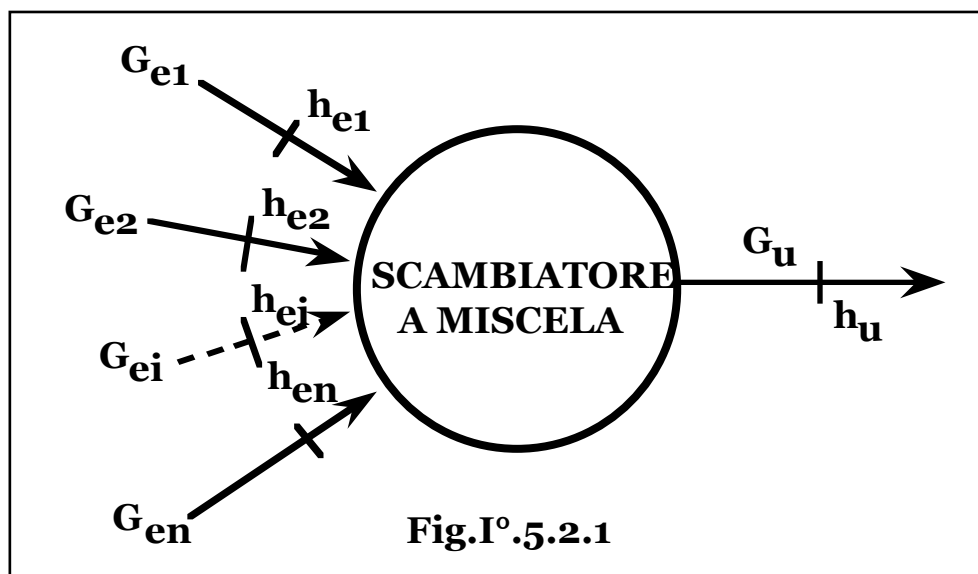
Durante il fenomeno di scambio, i fluidi si mantengono a pressione costante, a meno delle perdite di carico dovute al moto nei circuiti presenti nelle apparecchiature.

§ I°.5.2 – SCAMBIATORI DI CALORE A MISCELA.

Si indicano come scambiatori di calore a miscela le apparecchiature nelle quali i fluidi a diversa temperatura vengono a contatto direttamente senza interposizione di superficie di scambio.

La superficie di contatto risulta, quindi, praticamente illimitata e i parametri in uscita uniformi.

La potenza termica viene scambiata fra i fluidi per differenze di temperatura, (e non di entalpia), per cui a miscelazione avvenuta tutte le portate risultano alla medesima temperatura finale, (T_u), ma non alla stessa entalpia, (h_{ui}), essendo il legame fra le due grandezze differente per ogni fluido.



Indicando con G_{ei} l'iesima di n portate di fluido in ingresso avente entalpia h_{ei} e con G_u , h_u la portata globale di fluido in uscita e

l'entalpia media della miscela, (**Fig.I°5.2.1**), le equazioni di conservazione della massa e dell'energia risultano:

$$G_u = \sum_{i=1}^n G_{ei}; \quad G_u h_u = \sum_{i=1}^n G_{ei} h_{ei},$$

da cui:

$$h_u = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} h_{ei}}{\sum_{i=1}^n G_{ei}} = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} h_{ei}}{G_u}.$$

Qualora le portate di fluido si mantengano monofase e sufficientemente lontane dalla saturazione in tutto il processo di scambio, si ha: $dh = c_p dT$, con calore specifico c_p costante, (o pari al valore medio), e quindi il bilancio energetico risulta:

$$\left(\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} \right) T_u = \sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei}, \text{ da cui: } T_u = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei}}{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi}},$$

o parimenti, definito il calore specifico medio, (c_{pm}), della miscela:

$$c_{pm} = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi}}{\sum_{i=1}^n G_{ei}} = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi}}{G_u}, \text{ si ottiene: } G_u c_{pm} T_u = \sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei},$$

da cui:

$$T_u = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei}}{c_{pm} \sum_{i=1}^n G_{ei}} = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei}}{G_u c_{pm}}.$$

Infine, per portate di un medesimo fluido, si ha:

$$G_u c_p T_u = \sum_{i=1}^n G_{ei} c_p T_{ei}, \text{ da cui: } T_u = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} T_{ei}}{\sum_{i=1}^n G_{ei}} = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} T_{ei}}{G_u}.$$

La potenza termica scambiata dall'*i*-esima portata di fluido, (Q_i), vale:

$$Q_i = G_{ei} (h_{ei} - h_{ui}),$$

con somma algebrica delle potenze termiche trasferite nello scambiatore evidentemente nulla:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n G_{ei} (h_{ei} - h_{ui}) = \sum_{i=1}^n G_{ei} h_{ei} - \sum_{i=1}^n G_{ei} h_{ui} = 0,$$

essendo: $\sum_{i=1}^n G_{ei} h_{ei} = \sum_{i=1}^n G_{ei} h_{ui}$, per la conservazione dell'energia.

Qualora possa porsi: $dh = c_p dT$, si ha:

$$Q_i = G_{ei} c_{pi} (T_{ei} - T_u) = G_{ei} c_{pi} \left(T_{ei} - \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei}}{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi}} \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei} - \sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi} T_{ei}}{\sum_{i=1}^n G_{ei} c_{pi}} = 0,$$

con ancora somma algebrica delle potenze termiche nulla.

In caso di due sole portate, (**1** e **2**), di fluido, si ha: $Q_1 = -Q_2$, ovvero:

$G_1(h_1 - h_{u1}) = G_2(h_{u2} - h_2)$, ovvero:

$$G_1 c_{p1} (T_1 - T_u) = G_2 c_{p2} (T_u - T_2), \text{ con: } T_u = \frac{G_1 c_{p1} T_1 + G_2 c_{p2} T_2}{G_1 c_{p1} + G_2 c_{p2}}$$

e quindi: $Q_1 = -Q_2 = \frac{G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1} + G_2 c_{p2}} (T_1 - T_2)$,

che viene indicata come potenza termica dello scambiatore.

Per effetto dell'intimo contatto fra i fluidi, negli scambiatori a miscela la potenza termica scambiata dalle diverse portate non risulta funzione delle dimensioni delle apparecchiature che, (a meno di eventuali funzioni di accumulo dei corpi stessi), risultano fissate dall'esigenza di avere tempi medi di permanenza dei fluidi all'interno di essi, (t_p), sufficienti alla miscelazione e allo scambio termico fra le portate, con conseguente uniformità delle grandezze in uscita.

Infatti indicando con V il volume dello scambiatore, il tempo medio di permanenza dei fluidi ai suo interno risulta:

$$t_p = \frac{V}{\sum_{i=1}^n \frac{G_{ei}}{d_{si}}} = \frac{d_{sm} V}{G_u}, \text{ ovvero: } V = t_p \sum_{i=1}^n \frac{G_{ei}}{d_{si}} = t_p \frac{G_u}{d_{sm}},$$

con: d_{si} e $d_{sm} = \frac{G_u}{\sum_{i=1}^n \frac{G_{ei}}{d_{si}}}$, densità dell' i esima portata di fluido e media della miscela nello scambiatore.

In condizioni bifase la variazione di entropia dell' i esimo fluido comprende un primo contributo durante il cambiamento di fase:

$$D_{si} = \int \frac{dQ}{T} = G_{ei} \frac{h_u - h_{ei}}{T_{ci}}, \text{ (con } T_{ci} \text{ temperatura di condensazione o}$$

vaporizzazione), e il contributo: $D_{si} = \int_{T_{ci}}^{T_u} G_{ei} c_{pi} \frac{dT}{T} = G_{ei} c_{pi} \ln \frac{T_u}{T_{ci}}$,

fino al raggiungimento della temperatura finale della miscela, mentre

$$\text{per fluidi monofase si ha: } D_{si} = \int_{T_{ei}}^{T_u} G_{ei} c_{pi} \frac{dT}{T} = G_{ei} c_{pi} \ln \frac{T_u}{T_{ei}}.$$

La variazione entropica totale, (D_{st}), pari alla somma algebrica di quelle dei singoli fluidi, (a meno della soluzione ovvia di fluidi nelle medesime condizioni e quindi assenza di scambio termico), non può mai risultare nulla in quanto condizioni uniformi in uscita, o miscelazione di fluidi in condizioni diverse, risulta un fenomeno

irreversibile richiedendo comunque una spesa energetica di separazione alle condizioni iniziali.

§ I°.5.3 – SCAMBIATORI DI CALORE A SUPERFICIE.

Si definiscono a superficie gli scambiatori nei quali i fluidi percorrono circuiti diversi rimanendo separati e la trasmissione di energia termica avviene attraverso superficie interposte.

Le apparecchiature di questo tipo risultano tassative in presenza di fluidi di natura diversa, quando lo scambio di energia termica avviene fra fluidi a pressione diversa, o comunque quando per qualsivoglia esigenza impiantistica le portate di fluido devono rimanere separate anche oltre lo scambiatore.

In presenza di superficie di scambio è possibile bilanciare le resistenze termiche dei fluidi realizzando eventuali pareti alettate o prevedere sezioni a circolazione forzata, mentre disponendo di circuiti separati è possibile realizzare condotte opportune per i diversi fluidi e sostenere eventuali rilevanti pressioni con e solo in opportune geometrie con conseguente riduzione degli spessori delle pareti, migliore utilizzo dei materiali e quindi minori costi.

Gli scambiatori a superficie, tuttavia, non sono in grado di sfruttare tutto il salto di temperatura teoricamente disponibile, essendo sempre richiesto un salto termico finito per sostenere la trasmissione di calore attraverso superficie di scambio di dimensioni e conducibilità termiche necessariamente finite.

Per gli scambiatori a superficie essendo possibile seguire il percorso di ogni portata dall'ingresso all'uscita, è valutabile l'andamento dell'entalpia, (o della temperatura), di ogni fluido nell'attraversamento dell'apparecchiatura.

Nel caso di fluidi che durante lo scambio si trovino in condizioni di cambiamento di fase, (bifase), la relativa potenza termica scambiata, (**Q**), vale: $Q = \pm G D h$ e la trasmissione di calore avviene a temperatura costante, mentre nel caso di fluidi a temperatura variabile, (monofase) e sufficientemente distanti dalla saturazione, risulta: $Q = \pm G c_p D T$ e la trasmissione di calore avviene a temperatura variabile linearmente crescente/decescente con la potenza termica, per cui in un piano **T-Q** le trasformazioni sono rappresentate da curve rettilinee orizzontali per fluidi bifase, (**T** = costante), e di pendenza costante per fluidi monofase: $dT/dQ = \pm 1/Gc_p$.

Le trasformazioni comunque complesse dei fluidi che scambiano potenza termica, (e/o le apparecchiature nelle quali le trasformazioni avvengono), possono essere suddivise in quattro tipi di scambio, (e/o

di sezioni di scambiatori): **condensatore**, **evaporatore**, scambiatori **equicorrente** e **controcorrente**.

A meno di casi particolari, infine, gli scambiatori di calore impiegati negli impianti, sono alimentati da due sole portate, risultando l'effetto utile dell'apparecchiatura il riscaldamento o raffreddamento, (ovvero aumento o diminuzione di entalpia nel caso bifase), di un fluido a spese dell'altro.

Per il dimensionamento globale degli scambiatori di calore, non è possibile impiegare la relazione: $Q(S) = \frac{DT}{R_t} S$, (S superficie di

scambio), in quanto lungo lo scambiatore, varia la temperatura dei fluidi monofase e il salto termico risulta quindi variabile: $DT = DT(S)$. E' quindi necessario procedere all'integrazione, lungo tutta l'apparecchiatura, della relazione valida in una generica sezione infinitesima dello scambiatore:

$$dQ(S) = \frac{DT(S)}{R_t} dS = \frac{T(S) - t(S)}{R_t} dS,$$

con T temperatura del fluido che cede calore e t temperatura del fluido che lo riceve.

La potenza termica scambiata, oltre che come trasmessa attraverso la superficie di scambio, è esprimibile come incremento/decremento di entalpia delle portate di fluido e in caso di fluidi monofase si ha:

$$dQ(S) = \pm G_1 c_{p1} dT(S); \quad dQ(S) = \pm G_2 c_{p2} dt(S),$$

ove il segno positivo/negativo è relativo alla pendenza delle curve di riscaldamento/raffreddamento delle portate di fluido nella direzione di integrazione.

Si ha quindi: $d[T(S) - t(S)] = \pm dQ \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} \mp \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)$,

da cui: $\frac{d[T(S) - t(S)]}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} \mp \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} = \pm \frac{T(S) - t(S)}{R_t} dS$,

ovvero: $\frac{d[T(S) - t(S)]}{T(S) - t(S)} = \pm \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} \mp \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) \frac{dS}{R_t}$, che integrata

fornisce: $S = \pm \frac{R_t}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} \mp \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \left\{ \ln[T(S) - t(S)] \right\}_0^S$.

Fissate le temperature di ingresso, (T_e, t_e), le caratteristiche dei fluidi, (c_{p1}, c_{p2}), dello scambiatore, (R_t) e di esercizio, (G_1, G_2), l'espressione della superficie di scambio insieme alle relazioni di scambio termico: $Q(S) = \pm G_1 c_{p1} [T(S) - T_e]$; $Q(S) = \pm G_2 c_{p2} [t(S) - t_e]$, permette quindi il completo calcolo dell'andamento delle grandezze: $Q(S), T(S), t(S)$, lungo lo scambiatore.

Infine eliminando nella relazione di dimensionamento le portate di fluido tramite le relazioni di scambio globale:

$$Q = \pm G_1 c_{p1} (T_u - T_e); Q = \pm G_2 c_{p2} (t_u - t_e),$$

con T_u, t_u , temperature di uscita dei fluidi, rispettivamente, si ottiene la dipendenza della potenza termica dalla superficie di scambio e dai salti termici globali.

Qualora uno dei fluidi risulti bifase, si ha: $T = \text{costante}$ e la relativa portata scompare dalle relazioni di dimensionamento, divenendo analiticamente nullo il termine: $1/Gc_p = dT/dQ = 0$, (fisicamente risultando in tal caso l'andamento della temperatura, (costante), indipendente dalla portata di fluido, il termine risulta ininfluenza sullo scambio termico funzione dalla differenza di temperatura e non di entalpia).

§ I° .5.4 – DIMENSIONAMENTO DEGLI SCAMBIATORI DI CALORE A SUPERFICIE. CONDENSATORI.

In questo caso il fluido che cede calore risulta in condizioni di cambiamento di fase, (bifase), mentre il fluido che riceve calore risulta a temperatura variabile, (monofase).

Per il dimensionamento dello scambiatore, indicando con:

G_1 portata del fluido bifase in fase di condensazione alla temperatura costante T_c ;

G_2, c_{p2} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di riscaldamento;

T_e, T_u temperatura di ingresso e uscita del fluido monofase;

R_t resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

la relazione: $dQ(S) = \frac{T_c - T(S)}{R_t} dS$, essendo: $Q(S) = G_2 c_{p2} [T(S) - T_e]$,

ovvero: $dQ(S) = G_2 c_{p2} dT(S)$, risulta: $\frac{dT(S)}{T_c - T(S)} = \frac{dS}{G_2 c_{p2} R_t}$, che

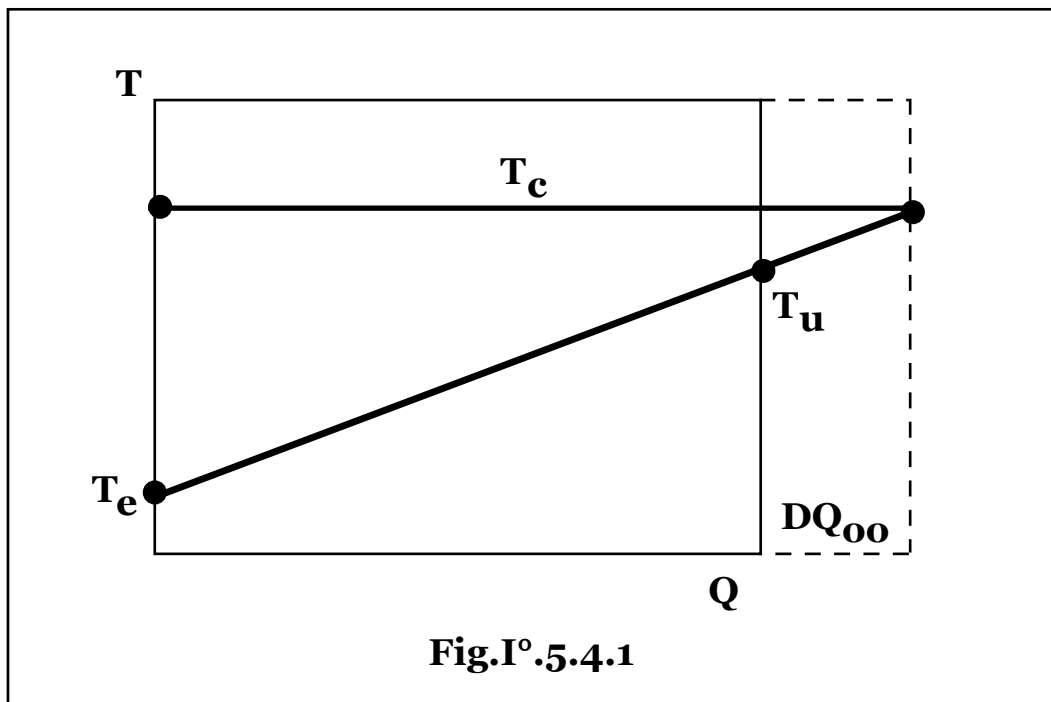
integrata fra ingresso e uscita dallo scambiatore porge:

$$S = G_2 c_{p2} R_t \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}$$

Poichè risulta: $\lim_{T_u \rightarrow T_e} S = 0$; $\lim_{T_u \rightarrow T_c} S = \infty$, fissate le temperature di condensazione, (T_c), di ingresso del fluido monofase, (T_e) e la resistenza termica dello scambiatore (R_t), il dimensionamento dello scambiatore con: $0 < S < \infty$, permette l'ottenimento di una qualunque temperatura di uscita del fluido monofase, (T_u), compresa nell'intervallo: $T_e < T < T_c$, (Fig.I° 5.4.1), e corrispondentemente una potenza termica scambiata:

$$0 < Q < G_2 c_{p2} (T_u - T_e) + DQ_{\infty} = G_2 c_{p2} (T_c - T_e)$$

essendo $DQ_{\infty} = G_2 c_{p2} (T_c - T_u)$, l'incremento di potenza ottenibile da dimensioni finite, (S), a scambiatore illimitato, ($S \rightarrow \infty$).



Sostituendo la relazione: $T_u(S) = T_e + \frac{Q(S)}{G_2 c_{p2}}$, nell'espressione di dimensionamento: $S = G_2 c_{p2} R_t \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}$,

si ottiene:
$$Q(S) = G_2 c_{p2} (T_c - T_e) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right);$$

$$T_u(S) = T_e + (T_c - T_e) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right).$$

Il valore medio della differenza di temperatura fra i fluidi, (pesato sulla superficie di scambio), risulta:

$$DT_m = \frac{1}{S} \int_0^S (T_c - T(S)) dS = \frac{1}{S} \int_0^S (T_c - T_e) e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} dS =$$

$$= \frac{G_2 c_{p2} R_t}{S} (T_c - T_e) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right),$$

da cui, inserendo l'espressione della superficie di scambio:

$$DT_m = \frac{(T_c - T_e) - (T_c - T_u)}{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}},$$

ottenibile anche direttamente considerando che poichè due fluidi fra i quali si ha una differenza di temperatura costante, (DT), si scambiano attraverso una superficie S , una potenza termica pari a: $Q = (S/R_t)DT$, il salto termico costante equivalente alla situazione reale di fluidi a temperature variabili durante lo scambio, (DT_m), si ottiene ponendo:

$$Q(S) = G_2 c_{p2} (T_c - T_e) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right) = \frac{S}{R_t} DT_m, \text{ da cui:}$$

$$DT_m = \frac{G_2 c_{p2} R_t (T_c - T_e)}{S} \left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right) = \frac{(T_c - T_e) - (T_c - T_u)}{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}}$$

Indicando con: $t_1 = T_c - T_e$; $t_2 = T_c - T_u$, le differenze di temperatura agli estremi dello scambiatore, si ha: $Q = \frac{S}{R_t} \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}}$,

indicato come salto termico logaritmico medio, (DT_{lm}):

$$DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}}, \text{ parametro dipendente solo dalle condizioni in}$$

ingresso e in uscita dello scambiatore, da cui: $Q = \frac{S}{R_t} DT_{lm}$.

L'andamento della temperatura risulta lineare solo con la potenza termica scambiata e non con le dimensioni dello scambiatore, per cui la differenza di temperatura dei fluidi fra ingresso e uscita dallo scambiatore non può essere mediata. Risulta, infatti:

$$DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} \neq T_c - \frac{T_e + T_u}{2} = \frac{(T_c - T_e) + (T_c - T_u)}{2} = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

Per superficie di scambio illimitate, le massime grandezze di scambio risultano:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_2 c_{p2} (T_c - T_e);$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} T_u(S) = T_c;$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} h_u(S) = h_e - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1} (T_c - T_e).$$

All'aumentare della potenza termica scambiata, in un condensatore come in ogni tipo di scambiatore, diminuisce il salto termico fra i fluidi e di conseguenza la potenza trasmessa per unità di superficie.

Ne risultano quindi, limitazioni tecniche nel dimensionamento delle apparecchiature.

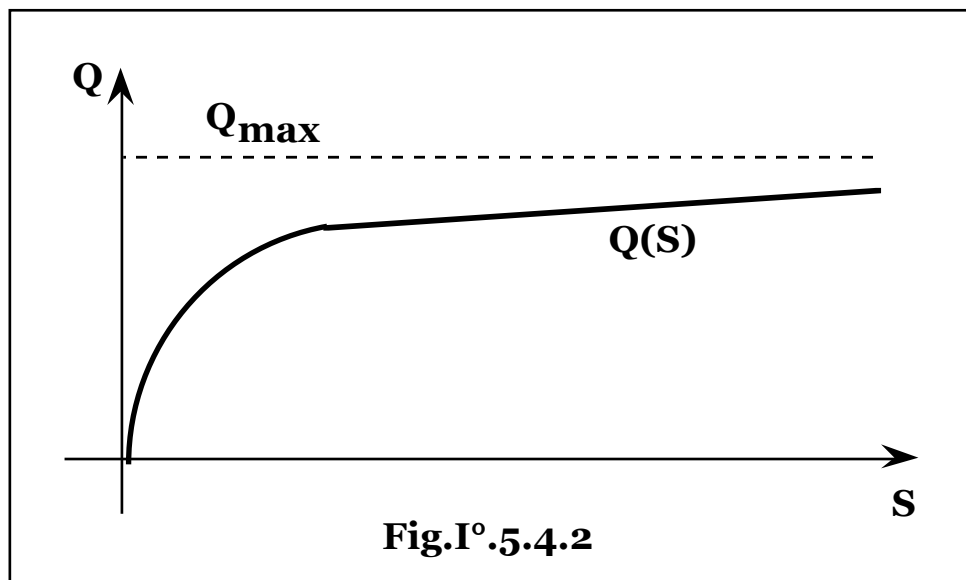
Dallo studio della funzione $Q = Q(S)$, risulta:

$$\lim_{S \rightarrow 0} Q(S) = 0; \quad \lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_2 c_{p2} (T_c - T_e) = Q_{max};$$

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_c - T_e}{R_t} e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} > 0 \quad \forall S;$$

$$\frac{d^2 Q(S)}{dS^2} = -\frac{T_c - T_e}{G_2 c_{p2} R_t^2} e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} < 0 \quad \forall S.$$

La funzione $Q = Q(S)$, assume quindi andamento monotono crescente da zero per superficie nulla all'asintoto orizzontale, ($Q = Q_{\max}$), per superficie che tende all'infinito, (Fig.I°5.4.2).



Si definisce indice dello scambiatore, (i_s), il rapporto: $Q(S)/Q_{\max}$, fra la potenza termica scambiata dall'apparecchiatura e quella massima teoricamente scambiabile, (con superficie infinita).

Risulta quindi:

$$i_s(S) = \frac{Q(S)}{Q_{\max}} = 1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} = \frac{G_2 c_{p2} (T_u - T_e)}{G_2 c_{p2} (T_c - T_e)} = \frac{T_u - T_e}{T_c - T_e},$$

$[0 < i_s(S) < 1, \text{ per: } 0 < S < \infty]$, ovvero: $S = G_2 c_{p2} R_t \ln \frac{1}{1 - i_s}$, mentre

la potenza termica scambiata per unità di superficie di scambiatore: $dQ(S)/dS$, diminuisce esponenzialmente all'aumentare della

superficie, annullandosi per superficie illimitata quando il salto termico tende a zero.

Risulta, pertanto, più indicativo esprimere la superficie di scambio in unità $G_2 c_{p2} R_t$, piuttosto che in unità superficiali, essendo il parametro: $S/G_2 c_{p2} R_t$, a determinare il comportamento del sistema.

A livello di limite indicativo, si ha:

$$Q(S) \approx 0,95 Q_{\max}, \text{ per: } S = 3 G_2 c_{p2} R_t.$$

Nell'espressione del salto termico logaritmico medio, esprimendo i salti termici reali dei fluidi come pari a quelli massimi, (superficie illimitata), per l'indice dello scambiatore, si ottiene la relazione fra il salto termico logaritmico medio e l'indice dello scambiatore.

Indicando con $DT_{\max} = T_c - T_e$, il salto termico massimo fra le temperature di ingresso dei fluidi, risulta:

$$DT_{lm} = DT_{\max} \frac{i_s}{\ln \frac{1}{1-i_s}}, \text{ con: } \lim_{i_s \rightarrow 0} DT_{lm} = DT_{\max}, \text{ (in assenza di}$$

scambio i fluidi si mantengono alle temperature originarie lungo qualunque percorso);

$\lim_{i_s \rightarrow 1} DT_{lm} = 0$, (per indice unitario la superficie di scambio tende a

infinito e quindi, restando finita la potenza termica scambiata: Q_{\max} , tende a zero il salto termico logaritmico medio).

Il salto termico logaritmico medio, risulta pari a quello aritmetico: $DT_{lm} = 1/2 DT_{\max}$, per: $i_s = 0,7968$.

Per il fluido che cede calore, (bifase), si ha: $Q = G_1(h_e - h_u)$, da cui:

$$h_u(S) = h_e - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1} (T_c - T_e) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right).$$

Indicando con h_v , il valore dell'entalpia del liquido saturo, alle dimensioni relative alla uguaglianza:

$$h_v = h_e - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1} (T_c - T_e) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right),$$

ovvero per:
$$S = G_2 c_{p2} R_t \ln \left\{ \frac{1}{1 - \frac{G_1 (h_v - h_e)}{G_2 c_{p2} (T_c - T_e)}} \right\},$$

il fluido cessa di essere bifase e lo scambiatore diviene a temperature variabili.

§ I° .5.5 – EVAPORATORI.

In questo caso il fluido che cede calore risulta a temperatura variabile, (monofase), mentre il fluido che riceve calore risulta in condizioni di cambiamento di fase, (bifase).

Per il dimensionamento dello scambiatore, indicando con:

G_1, c_{p1} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di raffreddamento;

G_2 portata del fluido bifase in fase di evaporazione alla temperatura costante T_v ;

T_e, T_u temperatura di ingresso e uscita del fluido monofase;

R_t resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

la relazione: $dQ(S) = \frac{T(S) - T_v}{R_t} dS$, essendo: $Q(S) = G_1 c_{p1} [T_e - T(S)]$,

ovvero: $dQ(S) = - G_1 c_{p1} dT(S)$, risulta: $-\frac{dT(S)}{T(S) - T_v} = \frac{dS}{G_1 c_{p1} R_t}$, che

integrata fra ingresso e uscita dallo scambiatore porge:

$$S = G_1 c_{p1} R_t \ln \frac{T_e - T_v}{T_u - T_v}.$$

Poichè risulta: $\lim_{T_u \rightarrow T_e} S = 0$; $\lim_{T_u \rightarrow T_v} S = \infty$, fissate le temperature di

evaporazione, (T_v), di ingresso del fluido monofase, (T_e), e la resistenza termica dello scambiatore, (R_t), il dimensionamento dello scambiatore con: $0 < S < \infty$, permette l'ottenimento di una qualunque temperatura di uscita del fluido monofase, (T_u), compresa nell'intervallo: $T_v < T_u < T_e$, (Fig.I° .5.5.1), e corrispondentemente una potenza termica scambiata: $0 < Q < G_1 c_{p1} (T_e - T_u) + DQ_{\infty} = G_1 c_{p1} (T_e - T_v)$, essendo: $DQ_{\infty} = G_1 c_{p1} (T_u - T_v)$, l'incremento di

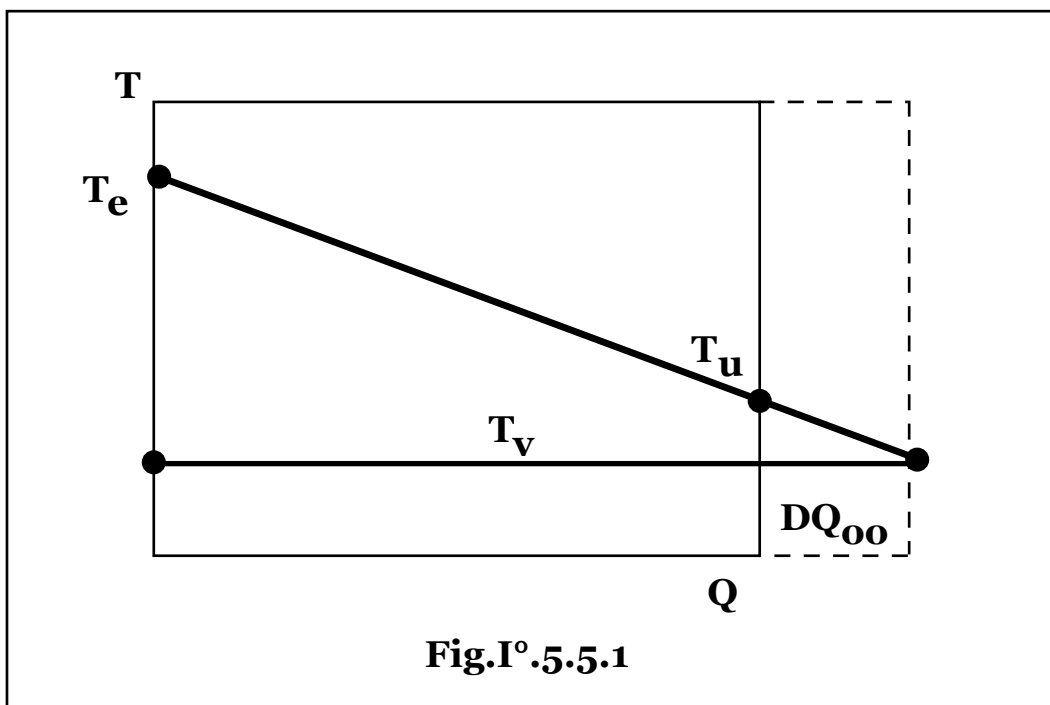
potenza ottenibile da dimensioni finite, (S), a scambiatore illimitato, ($S \rightarrow \infty$).

Sostituendo la relazione: $T_u(S) = T_e - \frac{Q(S)}{G_1 c_{p1}}$, nell'espressione di

dimensionamento: $S = G_1 c_{p1} R_t \ln \frac{T_e - T_v}{T_u - T_v}$, si ottiene:

$$Q(S) = G_1 c_{p1} (T_e - T_v) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} \right);$$

$$T_u(S) = T_e - (T_e - T_v) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} \right).$$



Il valore medio della differenza di temperatura fra i fluidi, (pesato sulla superficie di scambio), risulta:

$$DT_m = \frac{1}{S} \int_0^S \{ (T(S) - T_v) \} dS = \frac{1}{S} \int_0^S \left\{ (T_e - T_v) e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} \right\} dS =$$

$$= \frac{G_1 c_{p1} R_t}{S} (T_e - T_v) \left\{ 1 - e^{-\frac{S}{G_2 c_{p2} R_t}} \right\},$$

da cui, inserendo l'espressione della superficie di scambio:

$$DT_m = \frac{(T_e - T_v) - (T_u - T_v)}{\ln \frac{T_e - T_v}{T_u - T_v}},$$

ottenibile anche direttamente come salto termico costante equivalente alla situazione reale di fluidi a temperature variabili durante lo scambio, (DT_m):

$$Q(S) = G_1 c_{p1} (T_e - T_v) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} \right) = \frac{S}{R_t} DT_m, \text{ da cui:}$$

$$DT_m = \frac{G_1 c_{p1} R_t (T_e - T_v)}{S} \left(1 - e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} \right) = \frac{(T_e - T_v) - (T_u - T_v)}{\ln \frac{T_e - T_v}{T_u - T_v}}.$$

Indicando con: $t_1 = T_c - T_e$; $t_2 = T_c - T_u$, le differenze di

temperatura agli estremi dello scambiatore, si ha: $Q = \frac{S}{R_t} \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}}$,

indicato come salto termico logaritmico medio, (DT_{lm}):

$$DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}}, \text{ parametro dipendente solo dalle condizioni in}$$

ingresso e in uscita dello scambiatore, da cui: $Q = \frac{S}{R_t} DT_{lm}$.

Ancora la differenza di temperatura dei fluidi fra ingresso e uscita dallo scambiatore non può essere mediata. Risulta, infatti:

$$DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} \neq \frac{T_e + T_u}{2} - T_v = \frac{(T_e - T_v) + (T_u - T_v)}{2} = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Per superficie di scambio illimitate, le massime grandezze di scambio risultano:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_1 c_{p1} (T_e - T_v);$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} T_u(S) = T_v;$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} h_u(S) = h_e + \frac{G_1 c_{p1}}{G_2} (T_e - T_v).$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} h_u(S) = h_e + \frac{G_1 c_{p1}}{G_2} (T_e - T_v).$$

Dallo studio della funzione $Q = Q(S)$, risulta:

$$\lim_{S \rightarrow 0} Q(S) = 0; \quad \lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_1 c_{p1} (T_e - T_v) = Q_{max};$$

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - T_v}{R_t} e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} > 0 \quad \forall S;$$

$$\frac{d^2 Q(S)}{dS^2} = -\frac{T_e - T_v}{G_1 c_{p1} R_t^2} e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} < 0 \quad \forall S.$$

La funzione $Q = Q(S)$, assume quindi andamento monotono crescente da zero per superficie nulla all'asintoto orizzontale, ($Q = Q_{max}$), per superficie che tende all'infinito, (Fig.I°5.4.2).

L'indice dello scambiatore risulta quindi:

$$i_s(S) = \frac{Q(S)}{Q_{max}} = 1 - e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} = \frac{G_1 c_{p1} (T_e - T_u)}{G_1 c_{p1} (T_e - T_v)} = \frac{T_e - T_u}{T_e - T_v},$$

[$0 < i_s(S) < 1$, per: $0 < S < \infty$], ovvero: $S = G_1 c_{p1} R_t \ln \frac{1}{1 - i_s}$, mentre

la potenza termica scambiata per unità di superficie di scambiatore: $dQ(S)/dS$, diminuisce esponenzialmente all'aumentare della superficie annullandosi per superficie illimitata quando il salto termico tende a zero e si ha: $Q(S) \approx 0,95 Q_{max}$, per: $S = 3 G_1 c_{p1} R_t$.

Indicando con $DT_{max} = T_e - T_v$, il salto termico massimo fra le temperature di ingresso dei fluidi, risulta:

$$DT_{lm} = DT_{max} \frac{i_s}{\ln \frac{1}{1-i_s}}, \text{ con: } \lim_{i_s \rightarrow 0} DT_{lm} = DT_{max}, \text{ (in assenza di}$$

scambio i fluidi si mantengono alle temperature originarie lungo qualunque percorso);

$\lim_{i_s \rightarrow 1} DT_{lm} = 0$, (per indice unitario la superficie di scambio tende a

infinito e quindi, restando finita la potenza termica scambiata: Q_{max} , tende a zero il salto termico logaritmico medio).

Il salto termico logaritmico medio, risulta pari a quello aritmetico: $DT_{lm} = 1/2 DT_{max}$, per: $i_s = 0,7968$.

Per il fluido che riceve calore, (bifase), si ha: $Q = G_2(h_u - h_e)$, da cui:

$$h_u(S) = h_e + \frac{G_1 c_{p1}}{G_2} (T_e - T_v) \left(1 - e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} \right).$$

Nel caso in cui entrambi i fluidi risultino bifase ed entrambe le trasformazioni avvengano, quindi, a temperatura costante, (T_c e T_v),

si ha: $Q = \frac{S}{R_t} DT = \frac{S}{R_t} (T_c - T_v) = G_1 Dh_c = G_2 Dh_v$, e la potenza

termica risulta quindi linearmente crescente con la superficie di scambio, fino alla saturazione di uno dei due fluidi.

Si ha ancora: $DT_{lm} = DT$, essendo:

$$\lim_{t_1 \rightarrow t_2} DT_{lm} = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{1}{\frac{1}{t_1}} = t_1 = t_2 = DT.$$

§ I° 5.6 – SCAMBIATORI EQUICORRENTE.

Lo scambiatore si indica come percorso equicorrente quando le sezioni di ingresso e di uscita dei fluidi, (entrambi monofase), sono situate dalla medesima parte, rispettivamente, ovvero quando in ingresso alla massima temperatura del fluido che cede calore corrisponde la minima temperatura del fluido che riceve calore e viceversa in uscita.

Per il dimensionamento dello scambiatore, indicando con:

- G_1, c_{p1}** portata e calore specifico del fluido monofase in fase di raffreddamento;;
- G_2, c_{p2}** portata e calore specifico del fluido monofase in fase di riscaldamento;
- T_e, T_u** temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di raffreddamento;
- t_e, t_u** temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di riscaldamento;
- R_t** resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

la relazione: $dQ(S) = \frac{T(S) - t(S)}{R_t} dS$, essendo:

$$Q(S) = G_1 c_{p1} [T_e - T(S)] = G_2 c_{p2} [t(S) - t_e],$$

ovvero: $dT(S) = -\frac{dQ(S)}{G_1 c_{p1}}$; $dt(S) = \frac{dQ(S)}{G_2 c_{p2}}$,

e quindi: $dQ(S) = -\frac{d[T(S) - t(S)]}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}}$,

risulta: $\frac{d[T(S) - t(S)]}{T(S) - t(S)} = -\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right) \frac{dS}{R_t}$,

che integrata fra ingresso e uscita dallo scambiatore porge:

$$S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{T_e - t_e}{T_u - t_u}.$$

Per T_u che tende a T_e , lo scambio di calore tende a zero e quindi t_u tende a t_e , mentre la superficie di scambio tende a zero.

Viceversa per T_u che tende a t_u , la superficie di scambio risulta illimitata e dal bilancio della potenza termica scambiata, con $T_u = t_u = T_{oo}$: $G_1 c_{p1} (T_e - T_{oo}) = G_2 c_{p2} (T_{oo} - t_e)$, si ottiene:

$$T_{oo} = \frac{G_1 c_{p1} T_e + G_2 c_{p2} t_e}{G_1 c_{p1} + G_2 c_{p2}}.$$

In funzione della superficie di scambio dello scambiatore, ($0 < S < oo$), si ottiene quindi qualunque temperatura T_u , con: $T_{oo} < T_u < T_e$, (Fig.I° 5.6.1), ovvero t_u , con: $t_e < t_u < T_{oo}$, essendo i due valori comunque legati dalla relazione di scambio termico globale:

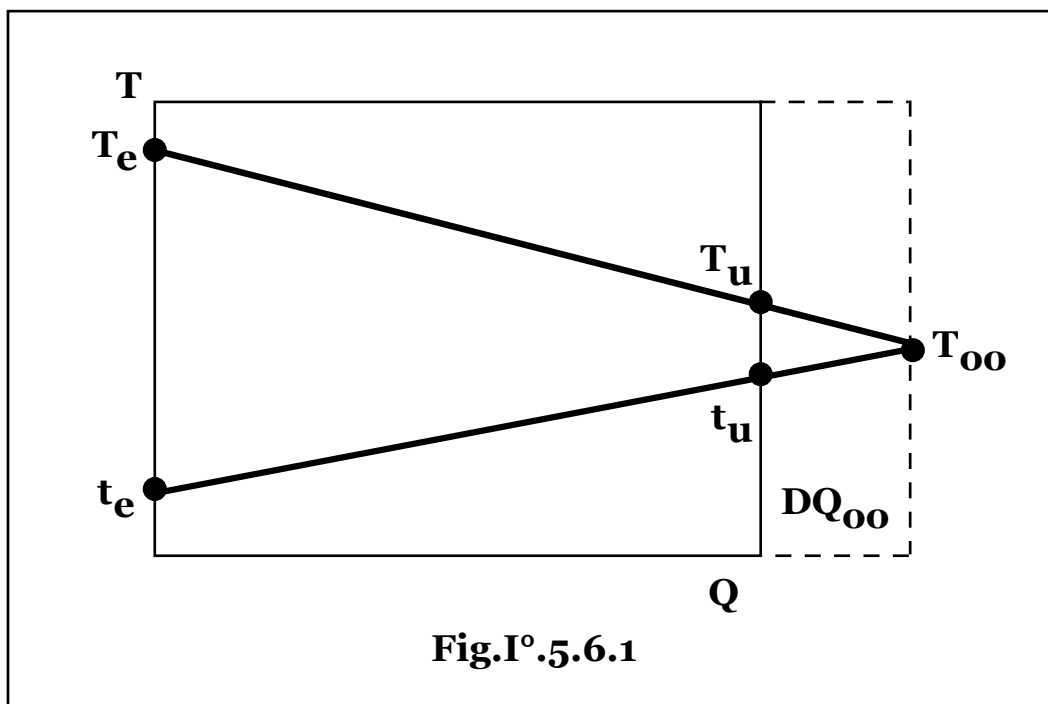
$$G_1 c_{p1} (T_e - T_u) = G_2 c_{p2} (t_u - t_e),$$

e corrispondentemente una potenza termica scambiata:

$$0 < Q < G_1 c_{p1} (T_e - T_u) + DQ_{oo} = G_1 c_{p1} (T_e - T_{oo}),$$

ovvero: $0 < Q < G_2 c_{p2} (t_u - t_e) + DQ_{oo} = G_2 c_{p2} (T_{oo} - t_e),$

essendo $DQ_{oo} = G_1 c_{p1} (T_u - T_{oo}) = G_2 c_{p2} (T_{oo} - t_u)$, l'incremento di potenza ottenibile da dimensioni finite, (S), a scambiatore illimitato, (S → oo).



Sostituendo le relazioni: $T_u(S) = T_e - \frac{Q(S)}{G_1 c_{p1}}$, $t_u(S) = t_e + \frac{Q(S)}{G_2 c_{p2}}$, nell'espressione di dimensionamento:

$$S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{T_e - t_e}{T_u - t_u}, \text{ si ottiene:}$$

$$Q(S) = \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \left[1 - e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \right];$$

$$T_u(S) = T_e - \frac{T_e - t_e}{1 + \frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}}} \left[1 - e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \right];$$

$$t_u(S) = t_e + \frac{T_e - t_e}{1 + \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}}} \left[1 - e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \right].$$

Il salto termico costante equivalente alla situazione reale di fluidi a temperature variabili durante lo scambio, (DT_m), si ottiene ponendo:

$$Q(S) = \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \left[1 - e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \right] = \frac{S}{R_t} DT_m,$$

$$\text{ovvero: } DT_m = \frac{R_t}{S} \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \left[1 - e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \right].$$

da cui inserendo l'espressione della superficie di scambio, si ottiene:

$$DT_m = \frac{(T_e - t_e) - (T_u - t_u)}{\ln \frac{T_e - t_e}{T_u - t_u}},$$

ottenibile parimenti come differenza di temperatura fra i fluidi media

pesata sulla superficie di scambio: $DT_m = \frac{1}{S} \int_0^S \{(T(S) - t(S)) dS\}$.

Indicando con: $t_1 = T_e - t_e$; $t_2 = T_u - t_u$, le differenze di temperatura

agli estremi dello scambiatore, si ha: $Q = \frac{S}{R_t} \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}}$, indicato come

salto termico logaritmico medio, (DT_{lm}): $DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}}$, parametro

dipendente solo dalle condizioni in ingresso e in uscita dello scambiatore, da cui: $Q = \frac{S}{R_t} DT_{lm}$.

Ancora la differenza di temperatura dei fluidi fra ingresso e uscita dallo scambiatore non può essere mediata. Risulta, infatti:

$$DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} = \frac{T_e + T_u}{2} - \frac{t_u + t_e}{2} = \frac{(T_e - t_e) + (T_u - t_u)}{2} = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Per superficie di scambio illimitate, le massime grandezze di scambio risultano:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} T_u(S) = T_e - \frac{T_e - t_e}{1 + \frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}}};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} t_u(S) = t_e + \frac{T_e - t_e}{1 + \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}}}.$$

Dallo studio della funzione: $Q = Q(S)$, risulta:

$$\lim_{S \rightarrow 0} Q(S) = 0; \quad \lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} = Q_{max}.$$

Risulta, infatti:

$$Q_{max} = G_1 c_{p1} (T_e - T_{oo}) = G_1 c_{p1} \left(T_e - \frac{G_1 c_{p1} T_e + G_2 c_{p2} t_e}{G_1 c_{p1} + G_2 c_{p2}} \right) = \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}}$$

ovvero:

$$Q_{max} = G_2 c_{p2} (T_{oo} - t_e) = G_2 c_{p2} \left(\frac{G_1 c_{p1} T_e + G_2 c_{p2} t_e}{G_1 c_{p1} + G_2 c_{p2}} - t_e \right) = \frac{T_e - t_e}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}}$$

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t} e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} > 0 \quad \forall S;$$

$$\frac{d^2Q(S)}{dS^2} = - \frac{T_e - t_e}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right) R_t^2} e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)} < 0 \quad \forall S.$$

La funzione $Q = Q(S)$, assume quindi andamento monotono crescente da zero per superficie nulla all'asintoto orizzontale, ($Q = Q_{\max}$), per superficie che tende all'infinito, (Fig.I°5.4.2).

L'indice dello scambiatore risulta, quindi:

$$i_s(S) = \frac{Q(S)}{Q_{\max}} = 1 - e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)} =$$

$$= \frac{G_1 c_{p1}(T_e - T_u)}{G_1 c_{p1}(T_e - T_{oo})} = \frac{G_2 c_{p2}(t_u - t_e)}{G_2 c_{p2}(T_{oo} - t_e)} = \frac{T_e - T_u}{T_e - T_{oo}} = \frac{t_u - t_e}{T_{oo} - t_e},$$

$$[0 < i_s(S) < 1, \text{ per: } 0 < S < \infty], \text{ ovvero: } S = \frac{R_t}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}\right)} \ln \frac{1}{1 - i_s},$$

mentre la potenza termica scambiata per unità di superficie di scambiatore: $dQ(S)/dS$, diminuisce esponenzialmente all'aumentare della superficie annullandosi per superficie illimitata quando il salto termico tende a zero e si ha:

$$Q(S) \approx 0,95Q_{\max}, \text{ per: } S = 3 \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}}.$$

Indicando con $DT_{\max} = T_e - t_e$, il salto termico massimo fra le

temperature di ingresso dei fluidi, risulta: $DT_{lm} = DT_{\max} \frac{i_s}{\ln \frac{1}{1 - i_s}}$,

con: $\lim_{i_s \rightarrow 0} DT_{lm} = DT_{\max}$, (in assenza di scambio i fluidi si

mantengono alle temperature originarie lungo qualunque percorso);

$\lim_{i_s \rightarrow 1} DT_{lm} = 0$, (per indice unitario la superficie di scambio tende a

infinito e quindi, restando finita la potenza termica scambiata: Q_{\max} , tende a zero il salto termico logaritmico medio).

Il salto termico logaritmico medio, risulta pari a quello aritmetico:
 $DT_{1m} = 1/2 DT_{max}$, per: $i_s = 0,7968$.

§ I° .5.7 – SCAMBIATORI CONTROCORRENTE.

Lo scambiatore si indica come percorso controcorrente quando le sezioni di ingresso e di uscita dei fluidi, (entrambi monofase), sono incrociate, ovvero quando in ingresso alla massima temperatura del fluido che cede calore corrisponde la massima temperatura del fluido che riceve calore e viceversa in uscita.

Per il dimensionamento dello scambiatore, indicando con:

G_1, c_{p1} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di raffreddamento;

G_2, c_{p2} portata e calore specifico del fluido monofase in fase di riscaldamento;

T_e, T_u temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di raffreddamento;

t_e, t_u temperatura di ingresso e uscita del fluido in fase di riscaldamento;

R_t resistenza termica totale supposta costante lungo tutto lo scambiatore,

nella relazione: $dQ(S) = \frac{T(S) - t(S)}{R_t} dS$, occorre considerare che

scegliendo un verso di percorrenza, (e quindi di integrazione), dello scambiatore, le pendenze delle curve di temperatura delle portate di fluido risultano di segno concorde.

Procedendo lungo lo scambiatore, la temperatura del fluido più caldo risulta decrescente: $dQ(S) = - G_1 c_{p1} dT(S)$, e parimenti decrescente nella stessa direzione risulta la temperatura del fluido più freddo che procede in senso contrario: $dQ(S) = - G_2 c_{p2} dt(S)$.

Si ottiene quindi: $d[T(S) - t(S)] = -dQ(S) \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)$,

ovvero: $dQ(S) = - \frac{d[T(S) - t(S)]}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}$,

da cui: $\frac{d[T(S) - t(S)]}{T(S) - t(S)} = - \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) \frac{dS}{R_t}$,

che integrata fra le sezioni estreme dello scambiatore porge:

$$S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{T_e - t_u}{T_u - t_e}$$

L'espressione della superficie di scambio mantiene comunque significato fisico, (positiva).

Infatti dalla relazione di scambio termico globale:

$$Q = G_1 c_{p1} (T_e - T_u) = G_2 c_{p2} (t_u - t_e),$$

si ottiene: $T_e = T_u + \frac{Q}{G_1 c_{p1}}$; $t_u = t_e + \frac{Q}{G_2 c_{p2}}$,

da cui: $(T_e - t_u) = (T_u - t_e) + Q \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)$,

e quindi per: $\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} < 0$, si ha: $(T_e - t_u) < (T_u - t_e)$, da

cui: $\ln \frac{T_e - t_u}{T_u - t_e} < 0$, e quindi: $S > 0$ e viceversa.

In funzione della superficie di scambio, da zero a infinito risulta

quindi, (Fig.I° 5.7.1): $t_e < t_u < T_e$ per: $\frac{1}{G_1 c_{p1}} < \frac{1}{G_2 c_{p2}}$;

$$t_e < T_u < T_e \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} > \frac{1}{G_2 c_{p2}},$$

essendo comunque le due temperature di uscita, (T_u e t_u), legate dalla relazione di scambio globale: $G_1 c_{p1} (T_e - T_u) = G_2 c_{p2} (t_u - t_e)$, e corrispondentemente una potenza termica scambiata:

$$0 < Q < G_1 c_{p1} (T_e - T_u) + Dq_{00} = G_2 c_{p2} (t_u - t_e) + Dq_{00} = G_2 c_{p2} (T_e - t_e),$$

per: $\frac{1}{G_1 c_{p1}} < \frac{1}{G_2 c_{p2}}$;

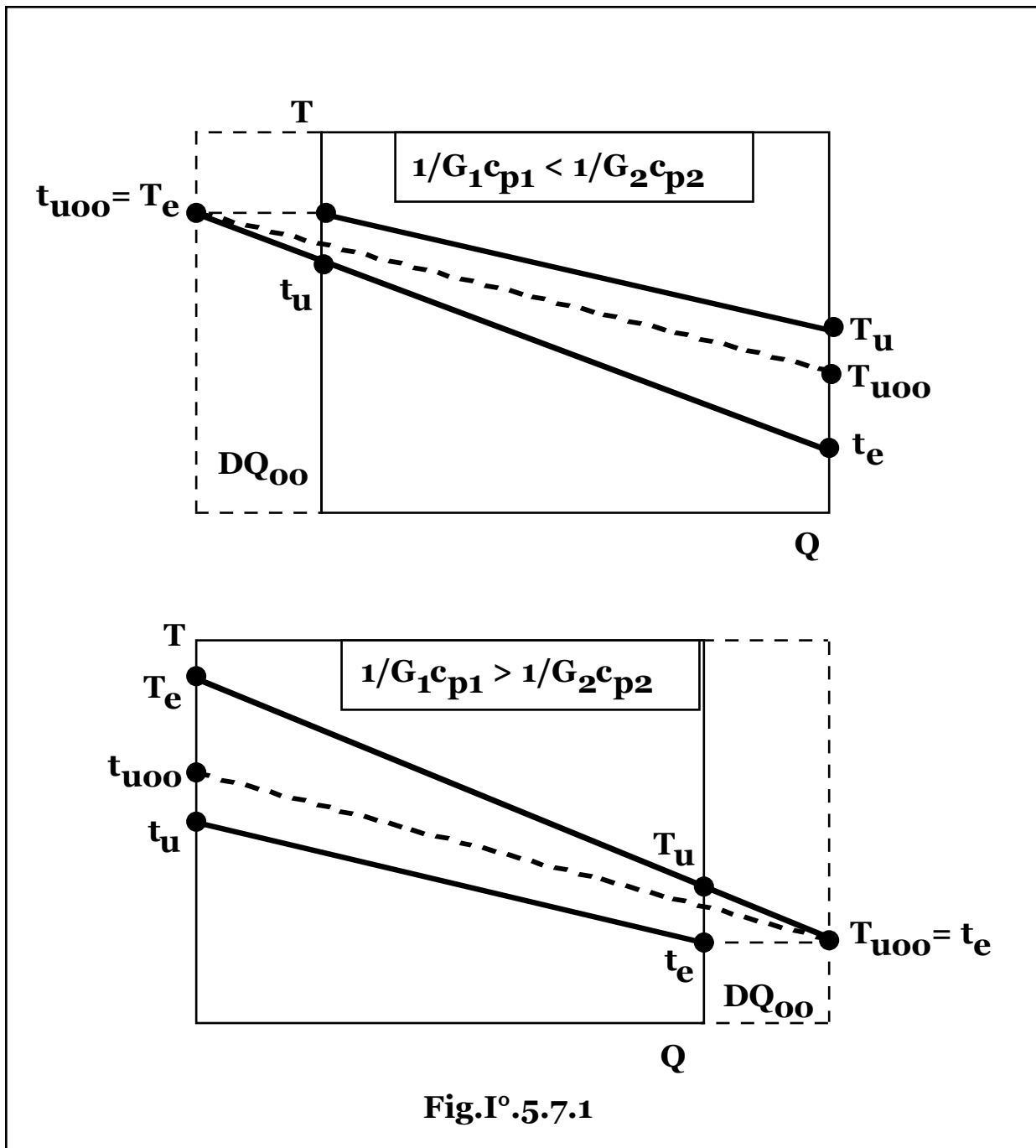
$$0 < Q < G_1 c_{p1} (T_e - T_u) + Dq_{00} = G_2 c_{p2} (t_u - t_e) + Dq_{00} = G_1 c_{p1} (T_e - t_e),$$

per: $\frac{1}{G_1 c_{p1}} > \frac{1}{G_2 c_{p2}}$,

essendo: $DQ_{00} = G_2 c_{p2} (T_e - t_u)$, per: $\frac{1}{G_1 c_{p1}} < \frac{1}{G_2 c_{p2}}$;

$$DQ_{00} = G_1 c_{p1} (T_u - t_e), \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} > \frac{1}{G_2 c_{p2}},$$

l'incremento di potenza ottenibile da dimensioni finite, (**S**), a scambiatore illimitato, (**S** → ∞).



Il salto termico medio equivalente può ottenersi eguagliando le espressioni della potenza termica scambiata, o come media pesata della differenza termica reale lungo lo scambiatore, ma anche combinando la relazione di dimensionamento dell'apparecchiatura di scambio termico con le espressioni della potenza termica scambiata:

$$Q = G_1 c_{p1} (T_e - T_u); Q = G_2 c_{p2} (t_u - t_e),$$

da cui:

$$Q = \frac{S}{R_t} \frac{(T_e - t_u) - (T_u - t_e)}{\ln \frac{T_e - t_u}{T_u - t_e}},$$

che posto: $t_1 = T_e - t_u$; $t_2 = T_u - t_e$, risulta:

$$Q = \frac{S}{R_t} \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} = \frac{S}{R_t} DT_{lm},$$

parametro dipendente solo dalle condizioni in ingresso e in uscita

dello scambiatore, da cui: $Q = \frac{S}{R_t} DT_{lm}$.

Ancora la differenza di temperatura dei fluidi fra ingresso e uscita dallo scambiatore non può essere mediata. Risulta, infatti:

$$DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} = \frac{T_e + T_u}{2} - \frac{t_u + t_e}{2} = \frac{(T_e - t_u) + (T_u - t_e)}{2} = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Sostituendo le relazioni: $T_u(S) = T_e - \frac{Q(S)}{G_1 c_{p1}}$, $t_u(S) = t_e + \frac{Q(S)}{G_2 c_{p2}}$,

nell'espressione di dimensionamento:

$$S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{T_e - t_u}{T_u - t_e}, \text{ si ottiene:}$$

$$Q(S) = (T_e - t_e) \frac{e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} - 1}{e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}}};$$

$$T_u(S) = T_e - (T_e - t_e) \frac{e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} - 1}{\frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}} e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} - 1};$$

$$t_u(S) = t_e + (T_e - t_e) \frac{e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} - 1}{e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}}}$$

Per superficie di scambio illimitate, le massime grandezze di scambio risultano:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_1 c_{p1} (T_e - t_e); \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} > \frac{1}{G_2 c_{p2}};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_2 c_{p2} (T_e - t_e); \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} < \frac{1}{G_2 c_{p2}};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} T_u(S) = T_e - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}} (T_e - t_e); \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} < \frac{1}{G_2 c_{p2}};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} T_u(S) = t_e; \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} > \frac{1}{G_2 c_{p2}};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} t_u(S) = T_e; \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} < \frac{1}{G_2 c_{p2}};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} t_u(S) = t_e + \frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}} (T_e - t_e); \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} > \frac{1}{G_2 c_{p2}}.$$

Dallo studio della funzione $Q = Q(S)$:

$$\lim_{S \rightarrow 0} Q(S) = 0;$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_1 c_{p1} (T_e - t_e) = Q_{\max}; \quad \text{per: } G_1 c_{p1} < G_2 c_{p2};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_2 c_{p2} (T_e - t_e) = Q_{\max}; \quad \text{per: } G_1 c_{p1} > G_2 c_{p2};$$

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t} \frac{e^{\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)^2}{\left[\frac{e^{\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right]^2} =$$

$$= \frac{T_e - t_e}{R_t} \frac{e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)^2}{\left[\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}}{G_2 c_{p2}} \right]^2} > 0 \quad \forall S$$

$$\frac{d^2 Q(S)}{dS^2} < 0 \quad \forall S,$$

risulta che la funzione: $Q = Q(S)$, ha andamento monotono crescente da zero per superficie nulla all'asintoto orizzontale, ($Q = Q_{\max}$), per superficie che tende all'infinito, (**Fig.I° 5.4.2**).

La potenza termica scambiata per unità di superficie di scambiatore, ($dQ(S)/dS$), diminuisce esponenzialmente all'aumentare della superficie annullandosi per superficie illimitata quando il salto

termico tende a zero e per: $S = 3 \frac{R_t}{\left| \frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right|}$, si ha:

per: $G_1 c_{p1} > G_2 c_{p2}$:

$$Q(S) = \frac{(T_e - t_e)(e^3 - 1)}{e^3 - \frac{1}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}}}} \approx 0,95 G_2 c_{p2} (T_e - t_e) \approx 0,95 Q_{\max};$$

per: $G_1 c_{p1} < G_2 c_{p2}$:

$$Q(S) \approx \frac{(T_e - t_e)(e^{-3} - 1)}{e^{-3} - \frac{1}{G_2 c_{p2} - G_1 c_{p1}}} \approx 0,95 G_1 c_{p1} (T_e - t_e) \approx 0,95 Q_{\max}.$$

L'indice dello scambiatore risulta:

$$i_s(S) = \frac{\frac{S}{e} \frac{R_t \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}{-1}}{\frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}} \frac{S}{e} \frac{R_t \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}{-1}}, \quad \text{per: } G_1 c_{p1} > G_2 c_{p2},$$

$$\text{ovvero: } S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{1 - i_s}{1 - i_s \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}}};$$

$$i_s(S) = \frac{\frac{S}{e} \frac{R_t \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}{-1}}{\frac{S}{e} \frac{R_t \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}{-1} - \frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}}}, \quad \text{per: } G_1 c_{p1} < G_2 c_{p2},$$

$$\text{ovvero: } S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{1 - i_s \frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}}}{1 - i_s},$$

risultando comunque: $0 < i_s(S) < 1$, per: $0 < S < \infty$.

Per scambiatori controcorrente la relazione fra salto termico logaritmico medio e indice dello scambiatore risulta:

$$DT_{lm} = DT_{\max} \frac{i_s \left(1 - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}} \right)}{\frac{1 - \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1}} i_s}{\ln \frac{1 - i_s}}}, \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} < \frac{1}{G_2 c_{p2}};$$

$$DT_{lm} = DT_{max} \frac{i_s \left(1 - \frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}} \right)}{\ln \frac{1 - \frac{G_1 c_{p1}}{G_2 c_{p2}} i_s}{1 - i_s}}, \quad \text{per: } \frac{1}{G_1 c_{p1}} > \frac{1}{G_2 c_{p2}}.$$

Per $G_1 c_{p1}$ che tende all'infinito le relazioni funzionali di entrambi gli scambiatori a temperature variabili tendono a quelle relative allo schema del condensatore, (la temperatura del fluido che cede calore diviene costante), mentre per $G_2 c_{p2}$ che tende all'infinito le relazioni funzionali di entrambi gli scambiatori a temperature variabili tendono a quelle relative allo schema dell'evaporatore, (la temperatura del fluido che riceve calore diviene costante).

Nel caso in cui risulti: $\frac{1}{G_1 c_{p1}} = \frac{1}{G_2 c_{p2}}$, (in particolare per uguali

portate di fluidi della stessa natura), l'espressione di calcolo della superficie di scambio assume forma indeterminata, risultando nullo

sia il denominatore: $\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} = 0$, che il logaritmo, (di

argomento unitario), a numeratore.

Essendo, tuttavia, in ogni generica sezione dello scambiatore:

$dQ = - G_1 c_{p1} dT = - G_2 c_{p2} dt$, in tal caso risulta: $d(T - t) = 0$, e quindi: $(T - t) = DT = \text{costante} = (T_e - t_u) = (T_u - t_e)$.

Dalla relazione: $dQ(S) = \frac{dS}{R_t} (T - t) = \frac{dS}{R_t} DT$, si ottiene, quindi:

$$S = R_t \frac{Q}{DT} = R_t G_1 c_{p1} \frac{T_e - T_u}{DT} = R_t G_2 c_{p2} \frac{t_u - t_e}{DT},$$

con: $(T_e - T_u) = (t_u - t_e)$, per: $G_1 c_{p1} = G_2 c_{p2}$.

L'espressione: $Q(S) = \frac{S}{R_t} DT_{lm}$, è formalmente ancora applicabile in

quanto il salto termico logaritmico medio risulta pari alla differenza costante di temperatura essendo:

$$\lim_{t_1 \rightarrow t_2} DT_{lm} = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{1}{\frac{1}{t_1}} = t_1 = t_2 = DT.$$

Combinando la relazione di dimensionamento:

$$Q = \frac{S}{R_t} DT = \frac{S}{R_t} (T_e - t_u) = \frac{S}{R_t} (T_u - t_e),$$

con le espressioni della potenza termica scambiata, ($G_1 c_{p1} = G_2 c_{p2} = G_c$): $Q = G_c p (T_e - T_u) = G_c p (t_u - t_e)$;

si ottiene: $T_u = T_e - \frac{Q}{G_c p}$; $t_u = t_e + \frac{Q}{G_c p}$,

e quindi: $Q = \frac{S}{R_t} (T_e - t_u) = \frac{S}{R_t} (T_u - t_e) = \frac{S}{R_t} \left[(T_e - t_e) - \frac{Q}{G_c p} \right]$,

da cui: $Q(S) = \frac{\frac{S}{R_t} (T_e - t_e)}{1 + \frac{S}{G_c p R_t}} = \frac{G_c p (T_e - t_e)}{1 + \frac{G_c p R_t}{S}}$;

$$T_u(S) = T_e - \frac{(T_e - t_e)}{1 + \frac{G_c p R_t}{S}}; \quad t_u(S) = t_e + \frac{(T_e - t_e)}{1 + \frac{G_c p R_t}{S}}.$$

Per superficie di scambio nulla si ha: $T_u = T_e$, $t_u = t_e$, da cui: $Q = 0$, mentre per superficie di scambio illimitate, si ha:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_c p (T_e - t_e); \quad \lim_{S \rightarrow \infty} T_u(S) = t_e; \quad \lim_{S \rightarrow \infty} t_u(S) = T_e,$$

da cui: $DT = 0$, con le due curve di temperatura coincidenti.

Al variare della superficie di scambio fra zero e infinito, pertanto, risulta, (Fig.I° 5.7.2): $t_e < T_u < T_e$; $t_e < t_u < T_e$, con:

$(T_e - T_u) = (t_u - t_e)$, e corrispondentemente una potenza termica scambiata:

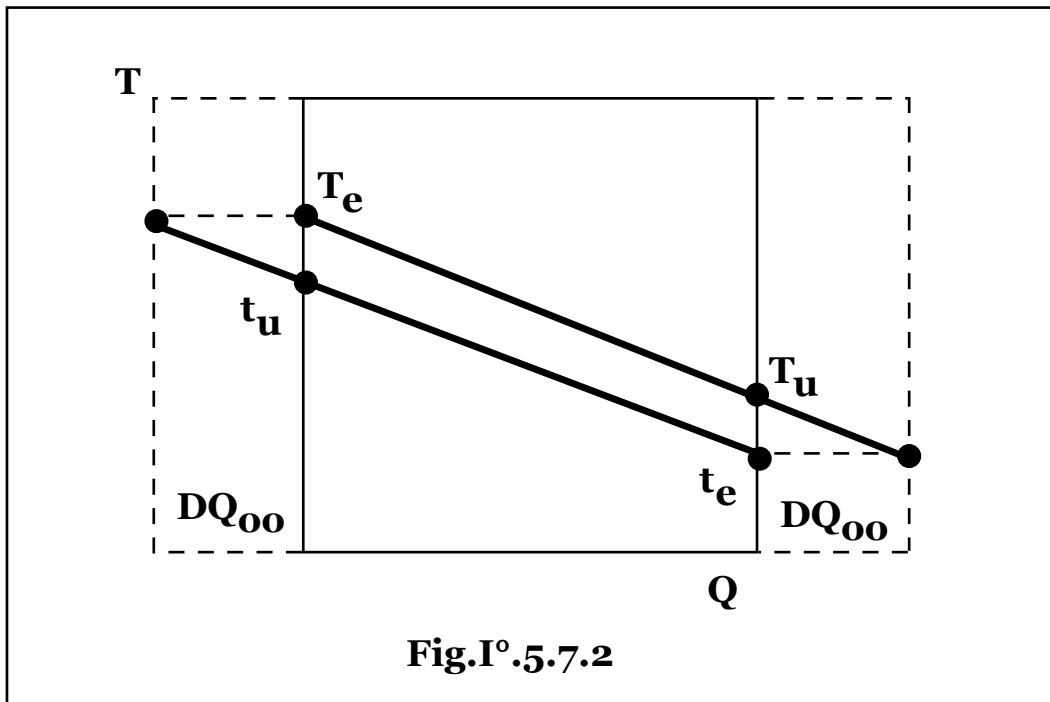
$$0 < Q < G_1 c_{p1} (T_e - T_u) + DQ_{\infty} = G_2 c_{p2} (t_u - t_e) + DQ_{\infty} = G_1 c_{p1} (T_e - t_e) = G_2 c_{p2} (T_e - t_e),$$

essendo: $DQ_{\infty} = G_1 c_{p1} (T_u - t_e) = G_2 c_{p2} (T_e - t_u)$,

l'incremento di potenza ottenibile da dimensioni finite, (S), a scambiatore illimitato, ($S \rightarrow \infty$).

Dallo studio della funzione: $Q = Q(S)$, si ottiene:

$$\lim_{S \rightarrow 0} Q(S) = 0; \quad \lim_{S \rightarrow \infty} Q(S) = G_c p (T_e - t_e) = Q_{\max};$$



$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t \left(1 + \frac{S}{G_{cp} R_t}\right)^2} > 0 \quad \forall S;$$

$$\frac{d^2Q(S)}{dS^2} = - \frac{2(T_e - t_e)}{G_{cp} R_t^2 \left(1 + \frac{S}{G_{cp} R_t}\right)^3} < 0 \quad \forall S.$$

La funzione $Q = Q(S)$, assume quindi andamento monotono crescente da zero per superficie nulla all'asintoto orizzontale, ($Q = Q_{\max}$), per superficie che tende all'infinito, (Fig.I° 5.4.2), ma con andamento meno ripido rispetto alle curve relative agli altri tipi di scambiatore in quanto la pendenza della curva, ($dQ(S)/dS$), diminuisce all'aumentare della superficie di scambio ancora in funzione del parametro: $S/G_{cp}R_t$, ma in forma polinomiale e non esponenziale.

Per: $S = 3G_{cp}R_t$, infatti, si ha: $Q(S) \approx 0,75Q_{\max}$.

L'indice dello scambiatore risulta:

$$i_s(S) = \frac{Q(S)}{Q_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{G_{cp} R_t}{S}} = \frac{G_{cp}(T_e - T_u)}{G_{cp}(T_e - t_e)} = \frac{G_{cp}(t_u - t_e)}{G_{cp}(T_e - t_e)} =$$

$$= \frac{T_e - T_u}{T_e - t_e} = \frac{t_u - t_e}{T_e - t_e},$$

ovvero: $S = Gc_p R_t \frac{1}{\frac{1}{i_s} - 1}$, con ancora: $0 < i_s(S) < 1$, per: $0 < S < \infty$.

Per scambiatori controcorrente a correnti parallele, la relazione fra il salto termico logaritmico medio e l'indice dello scambiatore risulta:
 $DT_{lm} = DT = T_e - t_u = T_e - t_u + t_e - t_e = (T_e - t_e) - (t_u - t_e) =$
 $(T_e - t_e)(1 - i_s) = DT_{max}(1 - i_s).$

§ I° 5.8 – PRESTAZIONI ED EFFICIENZA DEGLI SCAMBIATORI.

La variazione di entropia nell'unità di tempo per ogni fluido, risulta:

$Ds = \int_0^Q \frac{dQ}{T}$, con contributo negativo per il fluido che cede calore, (Ds_c), e positivo per il fluido che riceve calore, (Ds_f), da cui la variazione totale, (Ds_t), pari alla somma algebrica dei contributi: $Ds_t = Ds_c + Ds_f$.

In ogni sezione infinitesima di scambiatore quindi, si ha comunque aumento globale di entropia in quanto essendo la temperatura del fluido caldo necessariamente superiore a quella del fluido freddo, risulta: $|ds_c| < |ds_f|$, e quindi: $ds_t = -|ds_c| + |ds_f| > 0$.

Pertanto, a meno della soluzione ovvia, (assenza di scambio termico: $T_u = T_e$; $t_u = t_e$), una variazione nulla di entropia, si ottiene solo qualora ogni quantità infinitesima di calore, (dQ), sia sottratta a un fluido e ceduta all'altro alla stessa temperatura, ovvero con salto termico infinitesimo fra i fluidi lungo tutto lo scambiatore, che necessariamente comporta una superficie di scambio illimitata.

Condensatore.

$$Ds_c = -\frac{Q}{T_c} = -G_2 c_{p2} \frac{T_u - T_e}{T_c};$$

$$Ds_f = \int_0^Q \frac{dQ}{T} = \int_{T_e}^{T_u} G_2 c_{p2} \frac{dT}{T} = G_2 c_{p2} \ln \frac{T_u}{T_e},$$

con aumento globale di entropia, (Ds_t), pari a:

$$Ds_t = Ds_c + Ds_f = G_2 c_{p2} \left(\ln \frac{T_u}{T_e} - \frac{T_u - T_e}{T_c} \right) > 0 \quad \forall T_e < T_u < T_c.$$

Evaporatore.

$$Ds_c = - \int_0^Q \frac{dQ}{T} = \int_{T_e}^{T_u} G_1 c_{p1} \frac{dT}{T} = G_1 c_{p1} \ln \frac{T_u}{T_e};$$

$$Ds_f = \frac{Q}{T_v} = G_1 c_{p1} \frac{T_e - T_u}{T_v},$$

con aumento globale di entropia, (Ds_t), pari a:

$$Ds_t = Ds_c + Ds_f = G_1 c_{p1} \left(\frac{T_e - T_u}{T_v} + \ln \frac{T_u}{T_e} \right) > 0 \quad \forall T_v < T_u < T_e.$$

In caso di fluidi entrambi bifase si ha: $Ds_c = - Q/T_c$; $Ds_f = Q/T_v$, da cui:

$$Ds_t = Ds_c + Ds_f = Q \left(\frac{1}{T_v} - \frac{1}{T_c} \right) = \frac{T_c - T_v}{T_c T_v} G_1 Dh_c = \frac{T_c - T_v}{T_c T_v} G_2 Dh_v,$$

con: Dh_c , Dh_v , salto entalpico dei due fluidi, rispettivamente.

In tal caso è teoricamente possibile realizzare uno scambiatore isoentropico, ovvero a variazione globale nulla di entropia per: $T_c = T_v$, cui corrisponde un salto termico DT nullo lungo tutto lo scambiatore e una superficie di scambio: $S = QR_t/DT$, illimitata.

Scambiatori equicorrente.

$$Ds_c = - \int_0^Q \frac{dQ}{T} = \int_{T_e}^{T_u} G_1 c_{p1} \frac{dT}{T} = G_1 c_{p1} \ln \frac{T_u}{T_e};$$

$$Ds_f = \int_0^Q \frac{dQ}{T} = \int_{t_e}^{t_u} G_2 c_{p2} \frac{dt}{t} = G_2 c_{p2} \ln \frac{t_u}{t_e},$$

con aumento globale di entropia, (Ds_t), pari a:

$$Ds_t = Ds_c + Ds_f = G_1 c_{p1} \ln \frac{T_u}{T_e} + G_2 c_{p2} \ln \frac{t_u}{t_e}.$$

Scambiatori controcorrente.

$$Ds_c = - \int_0^Q \frac{dQ}{T} = \int_{T_e}^{T_u} G_1 c_{p1} \frac{dT}{T} = G_1 c_{p1} \ln \frac{T_u}{T_e};$$

$$Ds_f = \int_0^Q \frac{dQ}{T} = \int_{t_u}^{t_e} G_2 c_{p2} \frac{dt}{t} = G_2 c_{p2} \ln \frac{t_e}{t_u},$$

con aumento globale di entropia, (Ds_t), pari a:

$$Ds_t = Ds_c + Ds_f = G_1 c_{p1} \ln \frac{T_u}{T_e} + G_2 c_{p2} \ln \frac{t_e}{t_u}.$$

Gli scambiatori controcorrente a rette di scambio parallele, ($G_1 c_{p1} = G_2 c_{p2}$), e coincidenti: $T_u = t_e$; $T_e = t_u$, (di cui il caso di curve di temperatura entrambe orizzontali per fluidi bifase costituisce un caso particolare), sono teoricamente scambiatori isoentropici, ovvero con trasmissione di calore attraverso salti di temperatura infinitesimi, con: $S = QR_t/DT \rightarrow \infty$.

Gli scambiatori controcorrente risultano termodinamicamente più efficienti rispetto a quelli equicorrente, essendo la potenza termica, scambiata fra salti medi di temperatura inferiori.

E infatti disponendo, al limite, di superficie di scambio illimitata, mentre con scambiatori di calore controcorrente si ottiene, (per: $G_1 c_{p1} = G_2 c_{p2}$), un fenomeno isoentropico, (scambio termico attraverso differenze di temperature infinitesime con temperatura di uscita del fluido che cede calore pari alla minima disponibile nel sistema t_e , e con temperatura di uscita del fluido che riceve calore pari alla massima temperatura disponibile nel sistema T_e), con gli scambiatori equicorrente si ottiene una temperatura di uscita del fluido da raffreddare: $T_u = T_{\infty}$, superiore alla minima temperatura disponibile nel sistema, (t_e), o una temperatura di uscita del fluido che riceve calore: $t_u = T_{\infty}$, inferiore alla massima temperatura disponibile nel sistema, (T_e).

Indicando con Q_e e Q_c le potenze termiche scambiate con scambiatori equicorrente e controcorrente, si ottiene, a parità di altre condizioni:

$$\frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = \frac{1}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \frac{\frac{S}{e^{G_1 c_{p1} R_t}} - \frac{S}{e^{-G_2 c_{p2} R_t}}}{G_1 c_{p1}} +$$

$$\begin{aligned}
& \frac{-\frac{S}{e^{G_1 c_{p1} R_t}} - \frac{S}{e^{G_2 c_{p2} R_t}}}{G_2 c_{p2}} \\
& + \frac{\frac{S}{e^{G_1 c_{p1} R_t}} - \frac{S}{e^{G_2 c_{p2} R_t}}}{S},
\end{aligned}$$

da cui: $\lim_{G_1 c_{p1} \rightarrow \infty} \frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = \lim_{G_2 c_{p2} \rightarrow \infty} \frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = 1$, in quanto in tali

casi gli scambiatori tendono agli schemi condensatore ed evaporatore rispettivamente, per i quali è ininfluenza il verso di percorrenza.

Parimenti i due schemi risultano coincidenti per superficie nulla e risulta infatti: $\lim_{S \rightarrow 0} \frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = 1$.

Segue un primo tratto, (quindi in generale la prima parte dello scambiatore), in cui la disposizione equicorrente comporta un maggiore salto termico fra i fluidi con conseguente miglior utilizzo delle superficie di scambio a parità di altre condizioni e la funzione $Q_e(S)/Q_c(S)$, risulta quindi crescente, [$Q_e(S)/Q_c(S) > 1$].

Al crescere delle dimensioni, invece, il salto termico nella disposizione equicorrente si riduce progressivamente, la disposizione diviene meno efficiente e la funzione diviene quindi decrescente con andamento monotono scendendo a valori inferiori all'unità, [$Q_e(S)/Q_c(S) < 1$], fino ai limiti della saturazione verso i rispettivi limiti massimi di potenza termica scambiabile per superficie illimitate, in cui si ha:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = \frac{G_2 c_{p2}}{G_1 c_{p1} + G_2 c_{p2}}, \quad \text{per: } G_1 c_{p1} < G_2 c_{p2};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = \frac{G_1 c_{p1}}{G_1 c_{p1} + G_2 c_{p2}}, \quad \text{per: } G_1 c_{p1} > G_2 c_{p2};$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = \frac{1}{2}, \quad \text{per: } G_1 c_{p1} = G_2 c_{p2}.$$

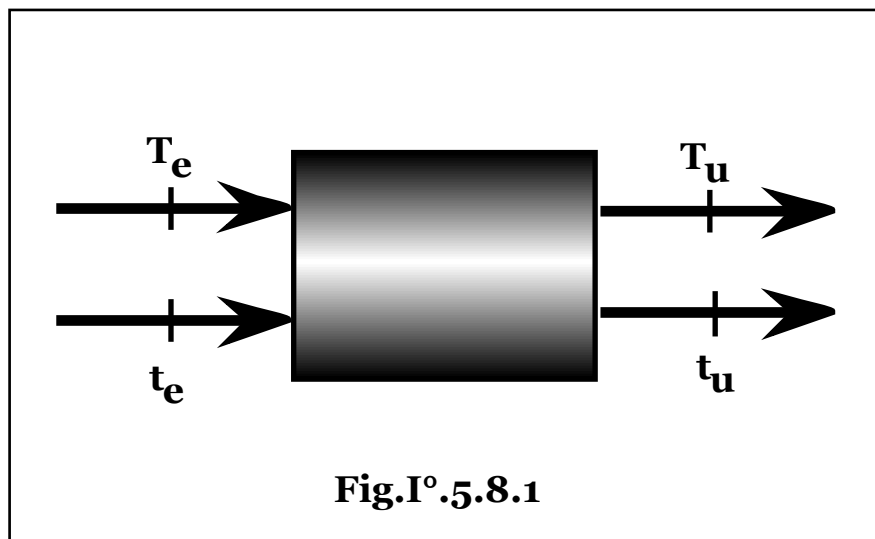
La funzione pertanto dal valore unitario per $S = 0$, cresce fino a un massimo radice dell'equazione: $\frac{d}{dS} \frac{Q_e(S)}{Q_c(S)} = 0$, quindi decresce fino al

valore asintotico inferiore all'unità, passando quindi per un nuovo valore unitario che fissa, a parità di altre condizioni, una dimensione limite per la superficie di scambio, al di sotto della quale risulta

conveniente la disposizione equicorrente e al di sopra quella controcorrente.

Si conclude, comunque, che per qualunque tipo di scambiatore di calore a superficie, (**Fig.I°.5.8.1**), indicando con:

- t₁** = differenza di temperatura fra i fluidi a una estremità dello scambiatore;
- t₂** = differenza di temperatura fra i fluidi all'altra estremità dello scambiatore,



e posto: $DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}}$, risulta comunque: $Q = \frac{S}{R_t} DT_{lm}$,

indipendentemente dalla scelta dell'estremità, (ingresso o uscita), per

i salti termici **t₁** e **t₂**, essendo: $DT_{lm} = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1}{t_2}} = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{t_2}{t_1}}$.

Il salto termico logaritmico medio, pari al salto termico costante equivalente fra fluidi a temperature variabili durante lo scambio, risulta anche pari alla differenza fra le temperature medie dei due fluidi.

Le curve di temperatura, lineari con la potenza termica scambiata, (in un piano **T-Q**, essendo $dQ = Gc_p dT$, il fenomeno è descritto da curve

rettilinee orizzontali per i fluidi bifase: $\mathbf{T} = \text{costante}$ e di pendenza: $\frac{d\mathbf{T}}{d\mathbf{Q}} = \frac{1}{Gc_p}$, per fluidi monofase), risultano esponenziali con la superficie di scambio, tendenti a valori asintotici, (o polinomiali per scambiatori controcorrente a pendenze parallele).

Per qualunque tipo di scambiatore di calore le grandezze:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(\mathbf{S}); \mathbf{T}_u = \mathbf{T}_u(\mathbf{S}); \mathbf{t}_u = \mathbf{t}_u(\mathbf{S}),$$

variabili in funzione della superficie di scambio progressivamente incontrata, possono essere espresse anche in funzione delle dimensioni lineari delle apparecchiature, o del tempo.

Infatti, indicando con \mathbf{L} la dimensione lineare di percorrenza dei fluidi nello scambiatore e con $\mathbf{A}(\mathbf{L})$ la superficie di scambio per unità di lunghezza di detta linea di percorrenza, la superficie totale di scambio

risulta: $\mathbf{S}(\mathbf{L}) = \int_0^{\mathbf{L}} \mathbf{A}(\mathbf{L})d\mathbf{L}$, da cui le funzioni: $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(\mathbf{S}) = \mathbf{Q}(\mathbf{L})$, $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{S}) = \mathbf{T}(\mathbf{L})$, $\mathbf{t} = \mathbf{t}(\mathbf{S}) = \mathbf{t}(\mathbf{L})$, ovvero gli andamenti geometrici delle funzioni lungo lo scambiatore, variabili a seconda della forma della funzione $\mathbf{A}(\mathbf{L})$.

La velocità del fluido lungo le condotte di attraversamento dello scambiatore, (dipendente dalle perdite di carico del circuito e dalla prevalenza delle macchine operatrici di circolazione), risulta pari a:

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{L}) = d\mathbf{L}/dt, \text{ da cui: } \mathbf{L}(t) = \int_0^t \mathbf{v}_s(\mathbf{L}) dt.$$

Si ottiene pertanto: $\mathbf{S}(t) = \int_0^{\mathbf{L}} \mathbf{A}(\mathbf{L})d\mathbf{L} = \int_0^t \mathbf{A}[\mathbf{L}(t)]\mathbf{v}_s[\mathbf{L}(t)]dt$, da cui le funzioni: $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(\mathbf{S}) = \mathbf{Q}(\mathbf{L}) = \mathbf{Q}(t)$; $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{S}) = \mathbf{T}(\mathbf{L}) = \mathbf{T}(t)$, ovvero gli andamenti temporali delle funzioni.

Per: $\mathbf{A}(\mathbf{L}) = \text{costante} = \mathbf{A}$, si ha: $\mathbf{S} = \mathbf{A}\mathbf{L}$, e le curve: $\mathbf{Q}(\mathbf{L})$, $\mathbf{T}(\mathbf{L})$ e $\mathbf{t}(\mathbf{L})$, risultano coincidenti con le curve: $\mathbf{Q}(\mathbf{S})$, $\mathbf{T}(\mathbf{S})$, $\mathbf{t}(\mathbf{S})$, a meno di un fattore di scala, (\mathbf{A}).

Per: $\mathbf{v}_s[\mathbf{L}(t)] = \text{costante} = \mathbf{v}_s$, si ha: $\mathbf{L} = \mathbf{v}_s t$; $\mathbf{S} = \mathbf{A}\mathbf{v}_s t$, e le curve: $\mathbf{Q}(t)$, $\mathbf{T}(t)$, risultano coincidenti con le curve: $\mathbf{Q}(\mathbf{S})$, $\mathbf{T}(\mathbf{S})$, di tipo esponenziale tendente a valori asintotici, (o polinomiali per scambiatori controcorrente a pendenze parallele), a meno di un fattore di scala, ($\mathbf{A}\mathbf{v}_s$).

§ I° 5.9 – OTTIMIZZAZIONE ECONOMICA DEGLI SCAMBIATORI DI RECUPERO.

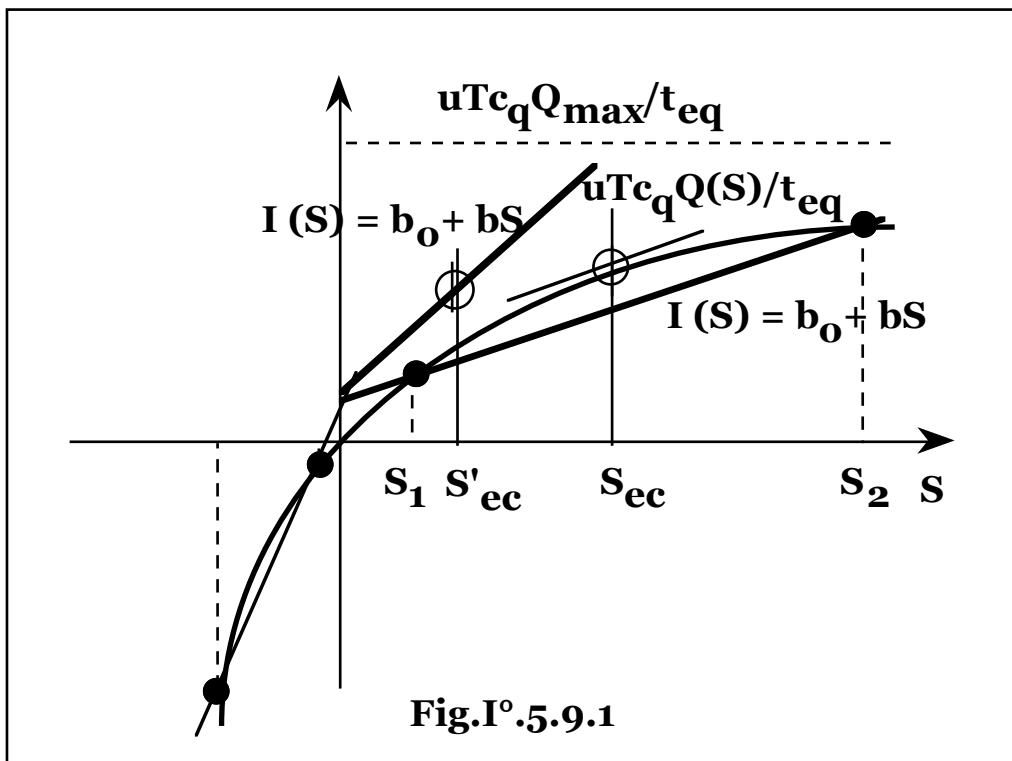
Per qualunque valutazione di merito ed eventuale ottimizzazione riferita a un certo criterio di paragone, occorre assegnare ai beni o servizi prodotti, recuperati, o trasferiti, un valore della corrispondente natura.

In caso di scambiatori installati allo scopo di recuperare calore altrimenti disperso, l'energia termica trasmessa risulta un utile conseguente a un investimento, (il sistema di recupero).

Definito il costo dell'energia termica, il dimensionamento delle apparecchiature assume quindi caratteristiche economiche passibili delle conseguenti valutazioni e ottimizzazioni.

Il **VAN** dell'investimento vale:
$$\mathbf{VAN(S)} = \mathbf{Q(S)} \frac{\mathbf{uTc_q}}{\mathbf{t_{eq}}} - \mathbf{I(S)},$$

- con: **T** periodo di riferimento, (o periodo rateale);
u fattore di carico;
c_q costo specifico dell'energia termica;
t_{eq} tasso di ammortamento effettivo dell'energia termica;
I(S) costo del sistema di recupero, funzione delle dimensioni, (**S**), dello scambiatore.



La funzione **I(S)**, è approssimabile con sufficiente precisione tramite una relazione lineare con la superficie di scambio: $\mathbf{I(S)} = \mathbf{b_0} + \mathbf{bS}$, da

cui nota la funzione $Q(S)$, è possibile valutare, in ogni condizione di impianto e di funzionamento, (**Fig.I°.5.9.1**), l'eventuale intervallo/i, ($S_1 < S < S_2$), di convenienza economica al recupero, [$VAN(S) > 0$].

In tale intervallo/i, tracciando la tangente alla curva degli utili, ($uTQ(S)c_q/t_{eq}$), parallela alla retta degli oneri, ($b_0 + bS$), si determina il massimo scostamento fra li due termini del **VAN**, ovvero le condizioni, ($S = S_{ec}$), di massima economia.

La tangente, $T(S)$, alla curva: $uTQ(S)c_q/t_{eq}$, nel generico punto: $S =$

$$S_0, \text{ ha equazione: } T(S) = uTQ(S_0) \frac{c_q}{t_{eq}} + \frac{uTc_q}{t_{eq}} \left[\frac{dQ(S)}{dS} \right]_{S=S_0} (S - S_0),$$

pertanto la superficie di massima economia si ottiene eguagliandone

$$\text{la pendenza a quella del retta degli oneri: } \frac{uTc_q}{t_{eq}} \frac{dQ(S)}{dS} = b, \text{ o}$$

impiegando direttamente l'equazione di ottimizzazione economica:

$$\frac{dVAN(S)}{dS} = \frac{uTc_q}{t_{eq}} \frac{dQ(S)}{dS} - \frac{dI(S)}{dS} = 0,$$

ovvero: $\frac{uTc_q}{t_{eq}} \frac{dQ(S)}{dS} = b$, verificando che l'intervallo di convenienza,

[$VAN(S) > 0$], e il suo massimo, ($S = S_{ec}$), abbiano significato fisico, (superficie reali e positive), ed economico, ovvero che risulti:

$$\left[\frac{d^2VAN(S)}{dS^2} \right]_{S=S_{ec}} < 0,$$

e che l'estremante sia di massima economia, [$VAN(S_{ec}) > 0$], e non di minima perdita, [$VAN(S_{ec}) < 0$].

Condensatori.

L'equazione di ottimizzazione economica, essendo:

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_c - T_e}{R_t} e^{-\frac{S}{G_2 c_p 2 R_t}}; \quad \frac{dI(S)}{dS} = b,$$

$$\text{risulta: } \frac{uTc_q(T_c - T_e)}{t_{eq} R_t} e^{-\frac{S}{G_2 c_p 2 R_t}} - b = 0,$$

da cui:
$$S_{ec} = G_2 c_{p2} R_t \ln \frac{u T_{cq} (T_c - T_e)}{b t_{eq} R_t},$$

con:
$$\left[\frac{d^2 VAN(S)}{dS^2} \right]_{S=S_{ec}} = - \frac{b}{G_2 c_{p2} R_t} < 0.$$

Evaporatori.

L'equazione di ottimizzazione economica, essendo:

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - T_v}{R_t} e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}}; \quad \frac{dI(S)}{dS} = b,$$

risulta:
$$\frac{u T_{cq} (T_e - T_v)}{t_{eq} R_t} e^{-\frac{S}{G_1 c_{p1} R_t}} - b = 0,$$

da cui:
$$S_{ec} = G_1 c_{p1} R_t \ln \frac{u T_{cq} (T_e - T_v)}{b t_{eq} R_t},$$

con:
$$\left[\frac{d^2 VAN(S)}{dS^2} \right]_{S=S_{ec}} = - \frac{b}{G_1 c_{p1} R_t} < 0.$$

Scambiatori equicorrente.

L'equazione di ottimizzazione economica, essendo:

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t} e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}; \quad \frac{dI(S)}{dS} = b,$$

risulta:
$$\frac{u T_{cq} T_e - t_e}{t_{eq} R_t} e^{-\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} - b = 0,$$

da cui:
$$S_{ec} = \frac{R_t}{\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}}} \ln \frac{u T_{cq} (T_e - t_e)}{b t_{eq} R_t},$$

$$\text{con: } \left[\frac{d^2 \text{VAN}(S)}{dS^2} \right]_{S=S_{ec}} = -\frac{b}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) < 0.$$

In tutti i casi la condizione di esistenza di una superficie economica avente significato fisico, ($S_{ec} > 0$), risulta comunque: $\frac{uTc_q DT}{bt_{eq} R_t} > 1$, con DT salto termico fra le temperature di ingresso dei fluidi.

Scambiatori controcorrente.

L'equazione di ottimizzazione economica, essendo:

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t} \frac{\frac{S}{e} \frac{R_t}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)^2}{\left[\frac{\frac{S}{e} \frac{R_t}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right]^2};$$

$$\frac{dI(S)}{dS} = b, \text{ risulta:}$$

$$\frac{uTc_q(T_e - t_e)}{t_{eq} R_t} \frac{\frac{S}{e} \frac{R_t}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)^2}{\left[\frac{\frac{S}{e} \frac{R_t}{\left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right]^2} - b = 0$$

ovvero:

$$\frac{\frac{S}{e} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}{G_1^2 c_{p1}^2} + \frac{-\frac{S}{e} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)}{G_2^2 c_{p2}^2} =$$

$$= \frac{2}{G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} + \frac{u T c_q (T_e - t_e)}{t_{eq} R_t \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)^2}$$

Per le caratteristiche delle funzioni iperboliche, si ha:

$e^x = \cosh x + \sinh x$; $e^{-x} = \cosh x - \sinh x$, da cui:

$$\left(\frac{1}{G_1^2 c_{p1}^2} + \frac{1}{G_2^2 c_{p2}^2} \right) \cosh \frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{G_1^2 c_{p1}^2} - \frac{1}{G_2^2 c_{p2}^2} \right) \sinh \frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) =$$

$$= \frac{2}{G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} + \frac{u T c_q (T_e - t_e)}{t_{eq} R_t \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)^2}$$

Poichè si ha inoltre: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$;

$$\cosh(a + b) = \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b,$$

risulta:

$$p \cosh \left[\frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) + q \right] =$$

$$= p \cosh \frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) \cosh q +$$

$$+ p \sinh \frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) \sinh q,$$

identicamente uguale al primo membro dell'equazione di ottimizzazione per:

$$p = \frac{2}{G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}};$$

$$q = \operatorname{ar\,cosh} \left(\frac{G_1^2 c_{p1}^2 + G_2^2 c_{p2}^2}{2G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} \right).$$

Pertanto l'equazione di ottimizzazione risulta:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} \operatorname{cosh} \frac{S}{R_t} \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) + \\ & + \operatorname{ar\,cosh} \left(\frac{G_1^2 c_{p1}^2 + G_2^2 c_{p2}^2}{2G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} \right) = \frac{2}{G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} + \\ & + \frac{uTc_q(T_e - t_e)}{t_{eq} R_t \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right)^2}, \end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned} S_{ec} = & \frac{R_t}{\left| \frac{1}{G_1 c_{p1}} - \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right|} \times \\ & \times \left\{ \operatorname{ar\,cosh} \left[1 + \frac{uTc_q(T_e - t_e) (G_1 c_{p1} - G_2 c_{p2})^2}{2bt_{eq} R_t G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} \right] - \right. \\ & \left. - \operatorname{ar\,cosh} \left(\frac{G_1^2 c_{p1}^2 + G_2^2 c_{p2}^2}{2G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Per: $1/G_1 c_{p1} < 1/G_2 c_{p2}$, nella relazione di ottimizzazione cambia segno l'argomento di entrambe le funzioni iperboliche e il coefficiente della funzione seno iperbolico. Poichè, tuttavia, la funzione $\operatorname{cosh}x$ è pari e la funzione $\operatorname{sinh}x$ è dispari, l'equazione rimane la medesima per inversione dei termini $1/G_1 c_{p1}$ e $1/G_2 c_{p2}$, da cui il segno di modulo nell'espressione della superficie di scambio economica.

Circa il segno della superficie economica, si ha: $S_{ec} > 0$, per:

$$\operatorname{ar\,cosh} \left[1 + \frac{uTc_q(T_e - t_e) (G_1 c_{p1} - G_2 c_{p2})^2}{2bt_{eq} R_t G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} \right] >$$

$$> \operatorname{ar\,cosh} \left(\frac{G_1^2 c_{p1}^2 + G_2^2 c_{p2}^2}{2G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} \right),$$

ovvero:
$$\frac{uTc_q(T_e - t_e) (G_1 c_{p1} - G_2 c_{p2})^2}{2bt_{eq}R_t G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} > \frac{G_1^2 c_{p1}^2 + G_2^2 c_{p2}^2}{2G_1 c_{p1} G_2 c_{p2}} - 1,$$

essendo la funzione **coshx** crescente.

La condizione di esistenza di una superficie economica avente significato fisico, ($S_{ec} > 0$), risulta, pertanto, ancora: $\frac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} > 1$.

Nel caso in cui si abbia: $G_1 c_{p1} = G_2 c_{p2} = G_c p$, si ottiene:

$$\frac{dQ(S)}{dS} = \frac{T_e - t_e}{R_t \left(1 + \frac{S}{G_c p R_t} \right)^2}; \quad \frac{dI(S)}{dS} = b.$$

L'equazione di ottimizzazione economica risulta, pertanto:

$$\frac{uTc_q(T_e - t_e)}{t_{eq}R_t \left(1 + \frac{S}{G_c p R_t} \right)^2} - b = 0,$$

da cui:
$$S_{ec} = G_c p R_t \left[\sqrt{\frac{uTc_q(T_e - t_e)}{bt_{eq}R_t}} - 1 \right],$$

con:
$$\left[\frac{d^2VAN(S)}{dS^2} \right]_{S=S_{ec}} = - \frac{2(T_e - t_e)}{G_c p R_t \left[\frac{uTc_q(T_e - t_e)}{bt_{eq}R_t} \right]^{\frac{3}{2}}} < 0,$$

e si ha: $S_{ec} > 0$, ancora per: $\frac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} > 1$.

La funzione $dQ(S)/dS$, risulta monotona decrescente per tutte le disposizioni di scambio essendo: $DT/R_t \geq dQ(S)/dS > 0$, per:

$0 \leq S < \infty$, con DT/R_t , che risulta, quindi, il suo valore massimo per: $S = 0$.

Il massimo valore della pendenza della curva degli utili vale dunque:

$$\frac{uTc_q}{t_{eq}} \left(\frac{dQ(S)}{dS} \right)_{S=0} = \frac{uTc_qDT}{t_{eq}R_t}$$

La condizione geometrica di positività, (ovvero esistenza), della superficie di scambio economica: $\frac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} > 1$, è dunque che la pendenza della curva dei costi di impianto, (**b**), sia minore di quella massima della curva degli utili: $\frac{uTc_qDT}{t_{eq}R_t} > b$, rendendo possibile,

(essendo **b₀**, costo limite di estrapolazione a superficie nulla, positivo e quindi **VAN(0) < 0**), l'incontro delle due curve e quindi l'esistenza di un intervallo in cui si abbia: **VAN(S) > 0**, per valori positivi della superficie di scambio. In caso contrario la curva degli oneri risulta sempre maggiore di quella degli utili e si ha: **VAN(S) < 0** \forall **S**.

Al variare del parametro **b₀**, (che non compare nelle condizioni di ottimizzazione essendo analiticamente una costante in procedimenti di derivazione), la retta degli oneri si sposta parallelamente a sè stessa per cui mentre la condizione: **b < uTc_qDT/(t_{eq}R_t)**, assicura che la funzione: **VAN(S)**, abbia comunque un massimo per **S > 0**, il valore della costante **b₀** fissa il segno della funzione, ovvero che l'estremante rappresenti condizioni di massimo utile, [**VAN(S_{ec}) > 0**], o minima perdita, [**VAN(S_{ec}) < 0**].

La condizione limite si ha per intersezioni della curva degli utile e degli oneri, coincidenti in un punto di tangenza, (punto dopppio), sito nel semipiano positivo delle superficie di scambio e ottenibile quindi come soluzione del sistema:

$$\begin{cases} uTQ(S) \frac{c_q}{t_{eq}} = I(S) \\ \frac{d}{dS} \left[\frac{uTc_q}{t_{eq}} Q(S) \right] = \frac{dI(S)}{dS} \end{cases}, \quad \text{ovvero: } \frac{\frac{dI(S)}{dS}}{\frac{dQ(S)}{dS}} = \frac{I(S)}{Q(S)}$$

Con riferimento alla funzione: **VAN(S)**, il sistema risulta:

$$\begin{cases} VAN(S) = uTQ(S) \frac{c_q}{t_{eq}} - I(S) = 0 \\ \frac{dVAN(S)}{dS} = \frac{uTc_q}{t_{eq}} \frac{dQ(S)}{dS} - \frac{dI(S)}{dS} = 0 \end{cases},$$

con: $d^2VAN(S)/dS^2 < 0 \forall S$, per ogni disposizione di scambio ed essendo, in tal caso: $VAN(S) < 0 \forall S$, diversa dal punto di tangenza. Poichè la seconda relazione del sistema esprime le condizioni di ottimizzazione economica con soluzione: $S = S_{ec}$, eliminando la superficie dal sistema si ottiene l'equazione: $VAN(S_{ec}) = 0$, che fissa la condizione di tangenza delle due curve e quindi il limite di convenienza economica al recupero, per i parametri presenti.

Per $b_o = 0$, l'equazione risulta: $\frac{uTc_qDT}{bt_{eq}R_t} = 1$, e le curve risultano

tangenti nell'origine.

In ogni caso fissato il valore di tutti i parametri tranne due, assunti come coordinate del corrispondente piano, la curva: $VAN(S_{ec}) = 0$, lo divide, pertanto, in due semipiani rispettivamente di convenienza e non convenienza al recupero della potenza termica.

In particolare fissate le condizioni di impianto, (portate e caratteristiche dei fluidi, tipo e geometria dello scambiatore di recupero, costo specifico dell'energia termica, e condizioni di finanziamento), rimangono variabili i parametri di esercizio, (u e DT), e quelli di investimento, (b_o e b).

Fissati i costi di investimento, la funzione limite $VAN(S_{ec}) = 0$, divide il piano $u - DT$, in due regioni permettendo di identificare quella relativa alle coppie di valori, (u, DT), ovvero le condizioni di esercizio, che rendono economico il recupero.

Viceversa fissate le condizioni di esercizio, le soluzioni, (b_o, b), della funzione limite $VAN(S_{ec}) = 0$, identificano la famiglia di rette tangenti alla curva degli utili $uTQ(S)c_q/t_{eq}$, ovvero la famiglia di rette dei costi limite di convenienza all'installazione di scambiatori di calore di recupero.

Qualora si voglia tenere conto degli oneri di gestione e manutenzione della apparecchiature di scambio termico, si ha:

$$VAN(S) = \frac{uTc_q}{t_{eq}} Q(S) - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I(S),$$

e nelle relazioni le costanti b_o e b , vanno corrette ponendo:

$$b'_o = b_o \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right); \quad b' = b \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right).$$

Si nota, infine, come per qualunque tipo di scambiatore la superficie di scambio economica, (S_{ec}), dipenda debolmente dal costo specifico

dell'energia recuperata, (c_q), essendo la relazione funzionale di tipo logaritmico, arco coseno iperbolico, o radice.

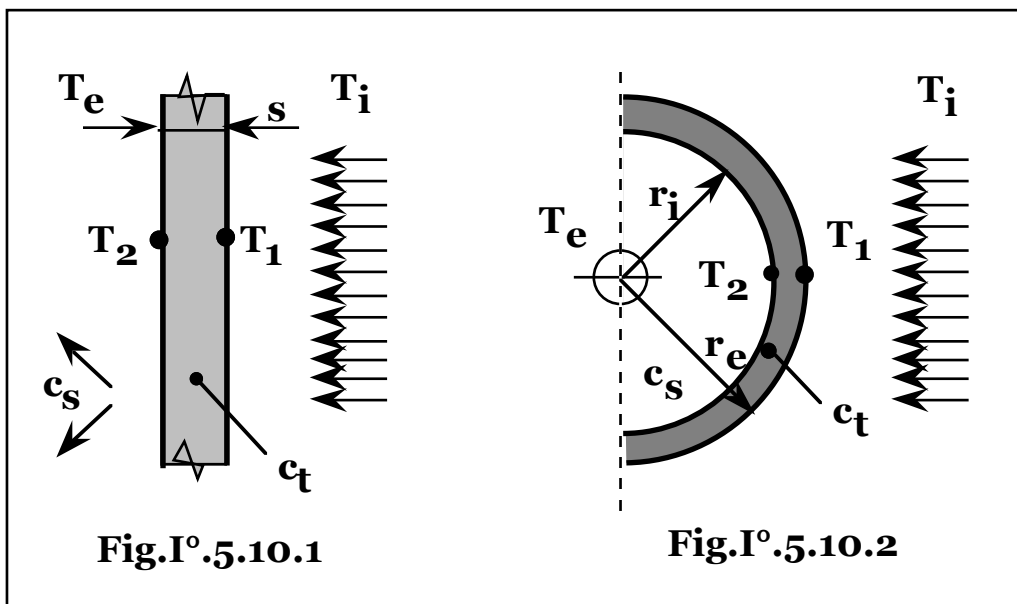
§ I° 5.10 – SCAMBIATORI A IRRAGGIAMENTO.

Qualora le temperature di scambio risultino di sufficiente livello, il contributo dell'irraggiamento diviene apprezzabile fino a risultare preponderante.

Geometria piana.

In geometria piana, (**Fig.I° 5.10.1**), il contributo dell'irraggiamento, in termini di potenza termica scambiata, vale: $Q = c_a s_o S(T_i^4 - T_1^4)$.

La medesima potenza termica trasmessa attraverso e oltre la parete, risulta: $Q = (T_1 - T_e) S/R_t$, con: $R_t = s/c_t + 1/c_s$, resistenza termica alla conduzione della parete e convettiva del fluido interno, per unità di superficie.



Poichè l'irraggiamento risulta apprezzabile per elevati valori della temperatura di irraggiamento della sorgente di calore, il suo contributo diviene sensibile, (tenuto conto delle comuni temperature dei fluidi negli scambiatori), per: $T_i \gg T_1$ e quindi il termine T_1^4 appare trascurabile rispetto a T_i^4 , ($T_i^4 \gg T_1^4$).

La relazione fra la potenza termica e la superficie di scambio diviene, quindi: $Q = c_a s_o S T_i^4$, ovvero: $S = Q / (c_a s_o T_i^4)$, indipendente dalla temperatura dei corpi riceventi, (T_1).

In funzione della temperatura di irraggiamento, (T_i), le temperature di parete per ogni verifica di compatibilità strutturale o di esercizio, posto: $Q = c_a s_o S T_i^4 = (T_1 - T_e) S / R_t$, risultano: $T_1 = T_e + R_t c_a s_o T_i^4$.

Geometria cilindrica.

In geometria cilindrica, (**Fig.I°5.10.2**), si ha:

$$Q = 2r_e L c_a s_o (T_i^4 - T_1^4) = (T_1 - T_e) L / R_t, \text{ con:}$$

$$R_t = \ln \frac{r_e}{r_i} + \frac{1}{2\pi c_t} + \frac{1}{2\pi c_s r_i}, \text{ resistenza termica alla conduzione della}$$

parete e convettiva del fluido interno, per unità di lunghezza del corpo cilindrico;

L lunghezza del corpo cilindrico.

Trascurando il termine T_1^4 , rispetto a T_i^4 , si ottiene la temperatura dei corpi riceventi, (T_1), in funzione di quella di irraggiamento, (T_i):

$T_1 = T_e + 2r_e R_t c_a s_o T_i^4$ e la relazione fra la potenza termica trasmessa e la superficie di scambio: $2r_e L = Q / (c_a s_o T_i^4)$, indipendente dalla temperatura dei corpi riceventi.

Per i fluidi termovettori risulta:

$$Q = G c_p (T_u - T_e); \quad (\text{fluido monofase});$$

$$Q = G (h_u - h_e); \quad (\text{fluido bifase}).$$

In entrambe le geometrie, assumendo per la superficie di scambio, (**S**), la proiezione di quella effettiva sul piano normale alla direzione di irraggiamento, si ha per qualunque tipo di scambiatore: $S = Q / c_a s_o T_i^4$, da cui: $Q(S) = c_a s_o T_i^4 S$;

$$T_u(S) = T_e + (c_a s_o T_i^4 S) / (G c_p), \quad (\text{fluido monofase});$$

$$h_u(S) = h_e + (c_a s_o T_i^4 S) / G, \quad (\text{fluido bifase}),$$

essendo l'espressione entalpica valida in ogni caso data l'ininfluenza del profilo di temperatura del fluido durante lo scambio, sulla potenza termica trasmessa.

La potenza termica a bassa temperatura appare spesso come energia di scarto non essendo sempre possibile un suo economico utilizzo,

mentre la potenza termica ad alta temperatura per il suo elevato valore termodinamico è convenientemente utilizzata per conversione in energia meccanica/elettrica.

Per scambiatori di recupero a irraggiamento, il **VAN** dell'investimento risulta lineare con la superficie irraggiata, essendo lineare con la superficie sia la curva degli utili: $uTc_q Q(S)/t_{eq} = uTc_q c_a s_o T_i^4 S/t_{eq}$, che quella degli oneri: $I(S) = b_o + bS$, da cui:

$$VAN(S) = \frac{uTc_q}{t_{eq}} Q(S) - I(S) = \left(\frac{uTc_q}{t_{eq}} c_a s_o T_i^4 - b \right) S - b_o.$$

L'equazione di economia, [$VAN(S) > 0$], risulta pertanto, verificata innanzitutto se risulta: $b < uTc_q c_a s_o T_i^4 / t_{eq}$, (pendenza della curva degli oneri inferiore a quella degli utili), e in tal caso tenuto conto del

costo estrapolato a zero, (b_o), per superficie: $S > \frac{b_o}{\frac{uTc_q}{t_{eq}} c_a s_o T_i^4 - b}$,

mentre il **VAN** appare linearmente crescente con la superficie irraggiata, ovvero con la potenza termica installata.

§ I°.5.11 – ECONOMIA DI UTILIZZO DI BENI O SERVIZI DISPONIBILI.

Qualora si disponga, (come nel caso di utilizzo di fonti rinnovabili di energia o di recupero di energia di scarto), di una potenza termica o meccanica, (o più in generale di una potenzialità in beni o servizi disponibili), l'entità di tale potenza, (**P**), risulta in ogni caso una funzione delle dimensioni delle apparecchiature impiegate per utilizzarla.

Qualora detta potenza sia uniformemente distribuita o comunque di entità proporzionale alle dimensioni delle apparecchiature, è lecito supporre una dipendenza lineare del costo impianto dalla potenza installata, ($I_o = qP$), e di conseguenza il **VAN** dell'investimento risulta:

$$VAN = PuT \frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) qP = \left[uT \frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) q \right] P.$$

Il termine c_e nell'espressione, è il valore del costo specifico di produzione o acquisto convenzionale di mercato dell'energia ottenuta, (o più in generale del bene o servizio), pertanto l'equazione di economia, ($VAN > 0$), risulta verificata per: $uT \frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) q > 0$,

ovvero per: $c_e > \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qt_e}{uT}$, essendo il termine: $\left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qt_e}{uT}$,

il costo

specifico di recupero dell'energia, (o del bene o servizio).

Infatti, posto $VAN(c_e) = 0$, si ottiene il costo specifico dell'energia

disponibile, (c_e^*): $c_e^* = \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qt_e}{uT}$, che risulta costante e quindi

l'utile totale attualizzato appare proporzionale alla potenza installata:

$$\begin{aligned} \frac{(c_e - c_e^*)PuT}{t_e} &= \left[c_e - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qt_e}{uT} \right] \frac{PuT}{t_e} = \\ &= PuT \frac{c_e}{t_e} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) qP = VAN. \end{aligned}$$

In presenza di dipendenze funzionali dei costi di investimento e della potenza installata, qualora le due grandezze risultino ancora proporzionali, il costo specifico di utilizzo dell'energia, (o del bene o servizio), disponibile, (c_e^*). rimane comunque costante, mentre l'utile totale attualizzato, (VAN), essendo lineare con la potenza, (P), ne segue l'eventuale massimizzazione.

Nel caso generale in cui non risulti costante il rapporto fra le dimensioni delle apparecchiature, (e quindi il costo impianto), e la potenza captata, ovvero non vi sia semplice proporzionalità fra l'onere di impianto e la potenzialità installata, nell'espressione del VAN e del costo specifico, tali funzioni mantengono la loro individualità e l'utile non appare linearmente crescente con la potenza captata, ma in presenza di intervalli con: $VAN > 0$, possono esistere estremanti della funzione in corrispondenza quindi, di una potenza captata economica.

Le eventuali condizioni di ottimizzazione riferite rispettivamente al VAN , (massimo utile, ovvero massimo valore del VAN), e al costo specifico, c_e^* , (minimo costo specifico del bene o servizio ottenuto), non hanno alcuna correlazione in quanto il minimo costo specifico si riferisce alle condizioni di massima efficienza di captazione, produzione o recupero, ma non tiene conto della quantità di beni o servizi utilizzati, che concorre a formare il reale utile globale, quantificabile come differenza fra il costo specifico convenzionale e ottenibile, rispettivamente, per l'entità dei beni o servizi utilizzati e corrispondentemente l'analisi funzionale porta a risultati diversi.

Per funzioni di una sola variabile, (x), si ha:

$$\mathbf{VAN}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{c}_e - \mathbf{c}_e^*(\mathbf{x})}{t_e} \mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{u}^T,$$

che tenuto conto dell'espressione del costo proprio del bene o servizio captato: $\mathbf{c}_e^*(\mathbf{x}) = \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x}) t_e}{\mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{u}^T}$, funzione della variabile \mathbf{x} non essendo più proporzionali i costi delle apparecchiature alla potenza installata, coincide con quella generale:

$$\mathbf{VAN}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{P}(\mathbf{x}) \mathbf{u}^T \mathbf{c}_e}{t_e} - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{I}(\mathbf{x}).$$

L'equazione di ottimizzazione economica: $\frac{d\mathbf{VAN}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{0}$, per il calcolo del valore ottimale della variabile, (e quindi della potenza captata

economica), risulta, quindi: $\frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{c}_e}{t_e \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right)}$.

La condizione di minimizzazione del costo specifico del bene o servizio

captato: $\frac{d\mathbf{c}_e^*(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{0}$, invece, risulta: $\frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x})}{\mathbf{P}(\mathbf{x})}$,

che non coincide con la relazione: $\frac{d\mathbf{VAN}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{0}$, a meno che non

risulti: $\frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} \left[= \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x})}{\mathbf{P}(\mathbf{x})} \right] = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{c}_e}{t_e \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right)}$,

nel qual caso poichè le condizioni di annullamento e di massimo del $\mathbf{VAN}(\mathbf{x})$, sono rispettivamente:

$$\mathbf{VAN}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \text{per: } \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x})}{\mathbf{P}(\mathbf{x})} = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{c}_e}{t_e \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right)};$$

$$\frac{d\mathbf{VAN}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{0}, \quad \text{per: } \frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{c}_e}{t_e \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right)},$$

la condizione:
$$\frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x})}{\mathbf{P}(\mathbf{x})} = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{c}_e}{t_e \left(\mathbf{f}_f + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right)},$$

risulta il sistema delle due e cioè la condizione di massimo della funzione $\mathbf{VAN}(\mathbf{x})$, con: $\mathbf{VAN}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, $[\mathbf{VAN}(\mathbf{x}_{ec}) = \mathbf{0}]$, ovvero la condizione di tangenza delle curve degli utili e degli oneri in un punto doppio.

Nell'ipotesi: $\mathbf{I}(\mathbf{x}) = \mathbf{q}\mathbf{P}(\mathbf{x})$, essendo il costo specifico comunque

costante, la condizione:
$$\frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x})}{\mathbf{P}(\mathbf{x})},$$
 si riduce a un'identità, ($\mathbf{q} = \mathbf{q}$),

mentre la condizione:

$$\frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{c}_e}{t_e \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right)},$$
 risultando il \mathbf{VAN} linearmente crescente con la

potenza installata, si riduce alla condizione di annullamento del \mathbf{VAN}

stesso:
$$\mathbf{u}^T \frac{\mathbf{c}_e}{t_e} = \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{q}.$$

Si conclude, pertanto, che l'equazione di ottimizzazione economica risulta in ogni caso: $d\mathbf{VAN}(\mathbf{x})/d\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Qualora anche il fattore di carico sia dipendente dalla variabile \mathbf{x} :

$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$, (o comunque in generale), la quantità di beni o servizi generati a periodo rateale vale: $\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x})^T$, e le relazioni risultano:

$$\mathbf{VAN}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(\mathbf{x}) \frac{\mathbf{c}_e}{t_e} - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \mathbf{I}(\mathbf{x}),$$
 da cui l'equazione di ottimizzazione

$$\frac{d\mathbf{VAN}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{0},$$
 diviene:
$$\frac{\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{d\mathbf{E}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{\mathbf{c}_e}{t_e \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right)};$$

$$\mathbf{c}_e^*(\mathbf{x}) = \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x})t_e}{\mathbf{E}(\mathbf{x})},$$
 da cui l'equazione di ottimizzazione:

$$\frac{dc_e^*(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = 0, \text{ diviene: } \frac{\frac{dI(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{dE(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{I(\mathbf{x})}{E(\mathbf{x})}.$$

Un caso tipico di non linearità fra gli oneri di impianto e la potenzialità installata, è relativo ai sistemi di captazione, produzione o recupero, in cui si presentino fenomeni di saturazione, ovvero potenze limitate superiormente che richiedono, cioè, dimensioni specifiche delle apparecchiature crescenti all'aumentare della potenza utilizzata. Conseguentemente indicando con la variabile \mathbf{x} la dimensione delle apparecchiature, il **VAN** passa dal valore nullo per $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, (o in pratica negativo per la presenza di un costo di estrapolazione a potenza zero), a meno infinito per dimensioni delle apparecchiature illimitate essendo, in tal caso, finito l'utile, (proporzionale alla potenza utilizzabile, limitata superiormente), e illimitato l'onere di impianto. Nel caso di scambiatori di calore, (o di ogni altra apparecchiatura o impianto di pari comportamento), la potenza captata in funzione della superficie di scambio, (\mathbf{x}), tende a un valore asintotico finito esprimibile con relazioni del tipo: $P(\mathbf{x}) = c_1(1 - e^{-c_2\mathbf{x}})$, con potenza per unità dimensionale: $dP(\mathbf{x})/d\mathbf{x} = c_1c_2e^{-c_2\mathbf{x}}$, decrescente all'aumentare della superficie di scambio.

Supposta una dipendenza lineare dei costi di investimento con le dimensioni: $I(\mathbf{x}) = b\mathbf{x}$, (trascurando l'ordinata all'origine b_0), il **VAN** dell'investimento risulta:

$$VAN = \frac{P(\mathbf{x})uTc_e}{t_e} - I(\mathbf{x}) = \frac{c_1uTc_e}{t_{eq}} \left(1 - e^{-c_2\mathbf{x}}\right) - b\mathbf{x},$$

da cui la condizione di ottimizzazione economica: $\frac{\frac{dI(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}}{\frac{dP(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}}} = \frac{uTc_e}{t_e}$,

fornisce: $\mathbf{x}_{ec} = \frac{1}{c_2} \ln \frac{uTc_1c_2c_e}{bt_e}$.

Il costo specifico di produzione risulta:

$$c_e^*(\mathbf{x}) = \frac{t_e I(\mathbf{x})}{uT P(\mathbf{x})} = \frac{t_e b}{uTc_1} \frac{\mathbf{x}}{(1 - e^{-c_2\mathbf{x}})},$$

con: $\lim_{x \rightarrow 0} c_e^*(x) = \frac{t_e b}{u T c_1 c_2}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} c_e^*(x) = \infty$;

$$\frac{dc_e^*(x)}{dx} = \frac{t_e b}{u T c_1} \frac{1 - (1 + c_2 x) e^{-c_2 x}}{(1 - e^{-c_2 x})^2} > 0 \quad \forall x > 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{dc_e^*(x)}{dx} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{dc_e^*(x)}{dx} = \frac{t_e b}{u T c_1},$$

ovvero costo specifico monotono crescente con le dimensioni.

Il costo specifico minimo si ottiene quindi per dimensioni nulle alle quali si verificano le più vantaggiose condizioni di captazione essendo massima l'efficienza dimensionale, (massimo salto termico), cui corrisponde tuttavia: $VAN(0) = 0$, (o negativo in presenza di un costo estrapolato a potenza zero).

Parimenti la relazione generale: $\frac{dI(x)}{dP(x)} = \frac{I(x)}{P(x)}$, ovvero:

$$\frac{dx}{dx} = \frac{I(x)}{P(x)}$$

$$\frac{b}{c_1 c_2 e^{-c_2 x}} = \frac{bx}{c_1 (1 - e^{-c_2 x})}, \text{ è verificata solo per: } x = 0, \text{ valore per}$$

cui si ha coincidenza di risultati con la condizione di ottimizzazione

economica, essendo: $\lim_{x \rightarrow 0} c_e^*(x) = \frac{t_e b}{u T c_1 c_2}$;

$$x_{ec} = \frac{1}{c_2} \ln \frac{u T c_1 c_2 c_e}{b t_e} = 0, \text{ per: } c_e = \frac{t_e b}{u T c_1 c_2}.$$

In presenza dell'ordinata all'origine b_0 , si ha:

$$c_e^*(x) = \frac{t_e}{u T c_1} \frac{b_0 + bx}{(1 - e^{-c_2 x})}, \text{ da cui la relazione di minimizzazione:}$$

$$\frac{dc_e^*(x)}{dx} = 0, \text{ risulta: } e^{-c_2 x} = \frac{1}{\frac{b_0}{b} c_2 + c_2 x + 1}, \text{ che ammette una sola}$$

soluzione significativa, ($x > 0$), ovvero costo specifico minimo per potenzialità non nulla, essendo:

$$\left(e^{-c_2 x} \right)_{x=0} = 1; \quad \left(\frac{1}{\frac{b_0}{b} c_2 + c_2 x + 1} \right)_{x=0} = \frac{1}{\frac{b_0}{b} c_2 + 1} < 1,$$

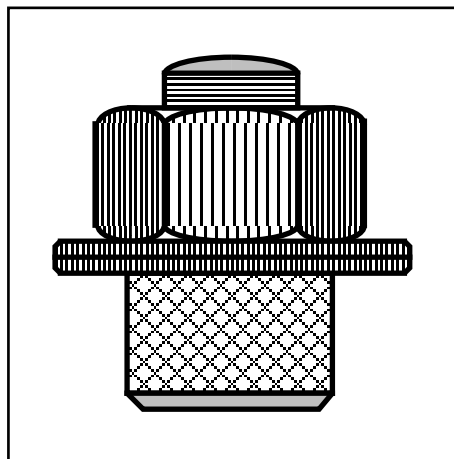
mentre al crescere della variabile l'esponenziale tendendo a zero più rapidamente dell'iperbole, finisce con l'incontrarla.

Il risultato è imputabile all'anomalia analitica dell'espressione del costo di investimento: $I(x) = b_0 + bx$, per il quale si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 0} c_e^*(x) = \infty.$$

Infatti il costo specifico di investimento: $\frac{I(x)}{x} = \frac{b_0}{x} + b$, illimitato per x

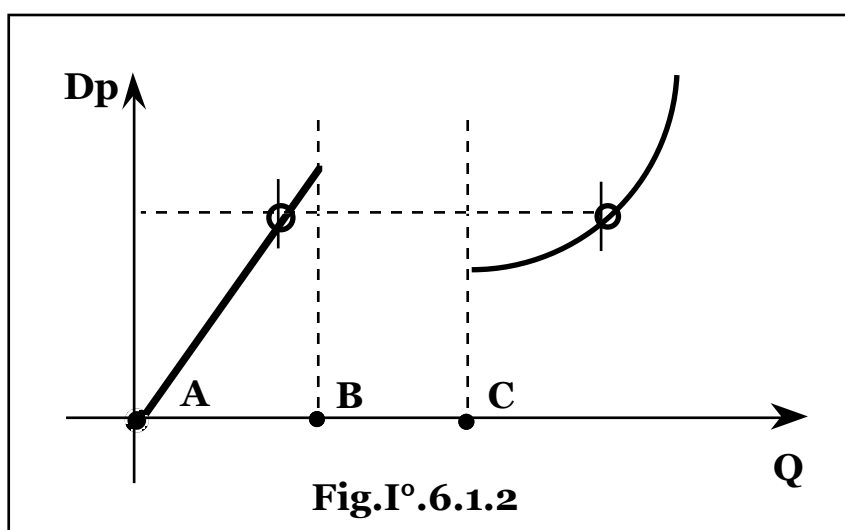
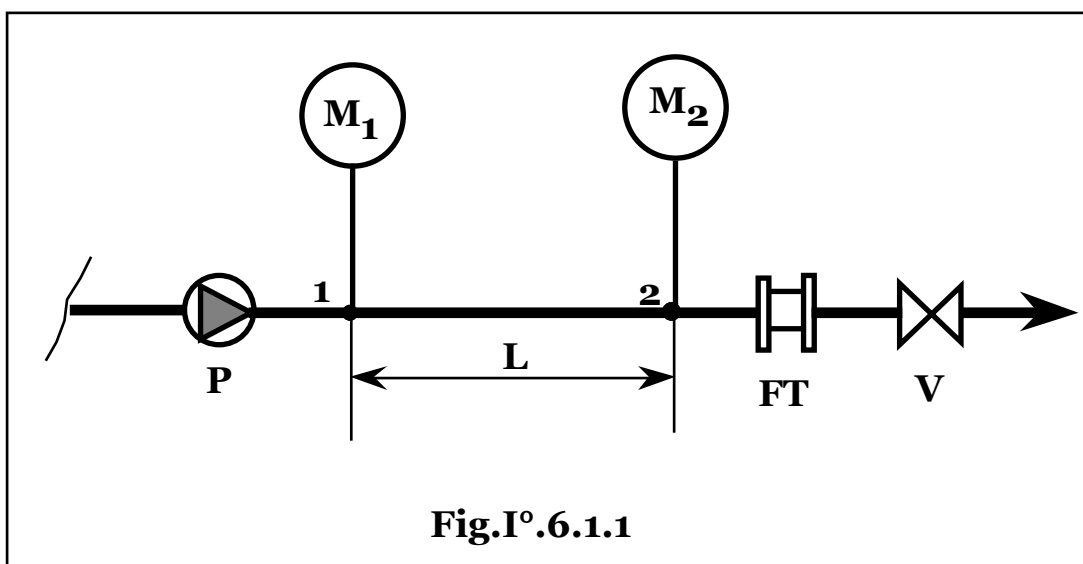
che tende a zero esclude tale valore dalla condizione di minimo costo di produzione spostandolo a valori finiti delle apparecchiature di captazione o recupero.



CAP.I°.6 – IL CIRCUITO TERMOFLUIDODINAMICO.

§ I°.6.1 – DIMENSIONAMENTO FLUIDODINAMICO DELLE CONDOTTE.

In una linea fluidodinamica, (**Fig.I°.6.1.1**), nella quale tramite azione su un organo di intercettazione **V**, è possibile modulare la portata **Q**, (in volume), o **G = d_sQ**, (in massa), generata da una macchina operatrice **P**, misurando, (con dispositivi a flangia tarata, **FT**), la portata e, (con un insieme di manometri **M₁**, **M₂**), la diminuzione di pressione **Dp** lungo un tratto di condotta di lunghezza **L**, è possibile ottenere sperimentalmente, (**Fig.I°.6.1.2**), l'andamento della funzione: **Dp = Dp(Q)**, o **Dp = Dp(G)**.



In caso di tratto di tubazione orizzontale e a diametro costante, non si hanno variazioni di energia potenziale di quota e, supposte le cadute di pressione sufficientemente contenute da trascurare la conseguente variazione di densità, cinetica, per cui la funzione rappresenta la variazione di carico totale, ovvero la dissipazione di energia specifica del fluido lungo il tratto.

La regione **A** corrisponde alle condizioni di moto laminare, la regione **C** a quelle di moto turbolento, mentre la regione **B**, corrisponde alla zona di transizione in cui non sono definibili quantitativamente valori sperimentali.

Analisi dimensionale.

Supposta monomia l'espressione analitica di una grandezza, (**X**), in funzione di altre grandezze, (**A, B, C, ...**), ovvero: $\mathbf{X} = \mathbf{kA}^{\mathbf{a}}\mathbf{B}^{\mathbf{b}}\mathbf{C}^{\mathbf{c}} \dots$, con **k** costante di proporzionalità, può essere definita tramite analisi dimensionale, procedendo per via sperimentale, con, successivamente, tutte le grandezze costanti tranne una, da cui i coefficienti **a, b, c, ...**, che fissano l'intensità con cui la grandezza dipende dalle altre, (positivi per dipendenza diretta, negativi per dipendenza inversa, unitari per dipendenza lineare, nulli per assenza di dipendenza, ecc.).

L'analisi dimensionale della perdita di carico per unità di lunghezza di condotta, ($\mathbf{R} = - \mathbf{dp}/\mathbf{dL}$), mostra che la dipendenza funzionale può

essere descritta analiticamente con la relazione: $\mathbf{R} = - \frac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dL}} = \mathbf{k}_a \frac{\mathbf{d}_s}{\mathbf{D}} \frac{\mathbf{c}^2}{2}$,

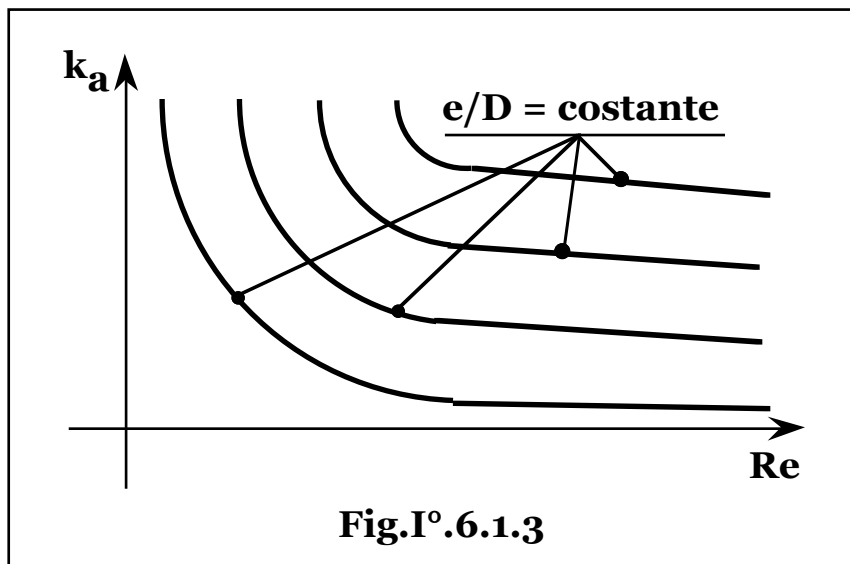
con: **D** diametro idraulico della condotta, (quattro volte la sezione diviso il perimetro);

k_a coefficiente di attrito.

Il numero, (adimensionale), di Reynolds, (**Re**): $\mathbf{Re} = \mathbf{cD}/\mathbf{v}_c = \mathbf{d}_s\mathbf{cD}/\mathbf{v}_d$, (**v_c, v_d**, viscosità cinematica e dinamica del fluido), risulta il parametro di similitudine fluidodinamica per il moto dei fluidi.

Ai bassi valori, (**Re < 2.300**), il moto risulta laminare, mentre per valori superiori, (**Re > 10⁵**), turbolento.

Il coefficiente di attrito risulta una funzione di **Re** e della rugosità o scabrezza relativa della condotta: **e/D**, (**e** misura della rugosità o scabrezza delle pareti interne), secondo grafici sperimentali, (**Fig.I° 6.1.3**).



Per la distinzione in intervalli di applicazione con formule empiriche, si definiscono lisce le tubazioni con: $e/D < 30/Re^{7/8}$, nel cui campo si ha:

Numero di Re	Tipo di moto	Coefficiente di attrito k_a
$Re < 2.300$	laminare	$K_a = 64/Re = 64v_c/(cD) = 64v_d/(d_s cD)$
$2.300 < Re < 10^5$	turbolento	$k_a = 0,316 Re^{-0,25}$
$10^5 < Re < 10^8$	turbolento	$k_a = (3,2 + 221 Re^{-0,237})10^{-3}$

Per: $e/D > 30/Re^{7/8}$, l'influenza della scabrezza diviene preponderante rispetto alla viscosità e il coefficiente di attrito risulta indipendente dal numero di Reynolds, Re e vale:

$$k_a = \frac{1}{\left(1,14 - 0,87 \ln \frac{e}{D}\right)^2}$$

Per: $e/D \sim 30/Re^{7/8}$, vale la correlazione:

$$\frac{1}{\sqrt{k_a}} = -0,87 \ln \left(0,27 \frac{e}{D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{k_a}}\right),$$

mentre per moto turbolento completamente sviluppato, il coefficiente di attrito può comunque essere considerato sufficientemente costante. La diversificazione della legge generale, richiesta dalla differente fenomenologia dei due campi di moto, viene inserita con una diversa

dipendenza funzionale della grandezza k_a , la cui espressione analitica in forma di coefficiente di proporzionalità appare giustificata dalla pratica preponderanza del moto di tipo turbolento completamente sviluppato, in cui il coefficiente di attrito può comunque essere considerato sufficientemente costante.

§ I°.6.2 – FLUIDI INCOMPRESSIBILI.

Moto turbolento.

In caso di fluidi incompressibili in moto turbolento, per l'integrazione

dell'equazione generale: $-dp = k_a \frac{d_s c^2}{D^2} dL$, si ha:

$$d_s = \text{costante}; k_a = \text{costante},$$

da cui: $Dp = k_a \frac{d_s c^2}{D^2} L$ e in caso di tubazioni circolari:

$$Dp = k_a \frac{d_s c^2}{D^2} L = \frac{8k_a d_s Q^2}{\pi^2 D^5} L = \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 d_s} L,$$

$$\text{essendo: } c = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4G}{\pi D^2 d_s}.$$

Per la funzione: $p = p(L)$, essendo: $Dp(L) = p_1 - p(L)$, si ottiene,

$$\text{quindi: } p(L) = p_1 \left(1 - \frac{8k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 p_1 d_s} \right); \quad -\frac{dp}{dL} = \frac{8k_a d_s Q^2}{\pi^2 D^5} = \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 d_s}.$$

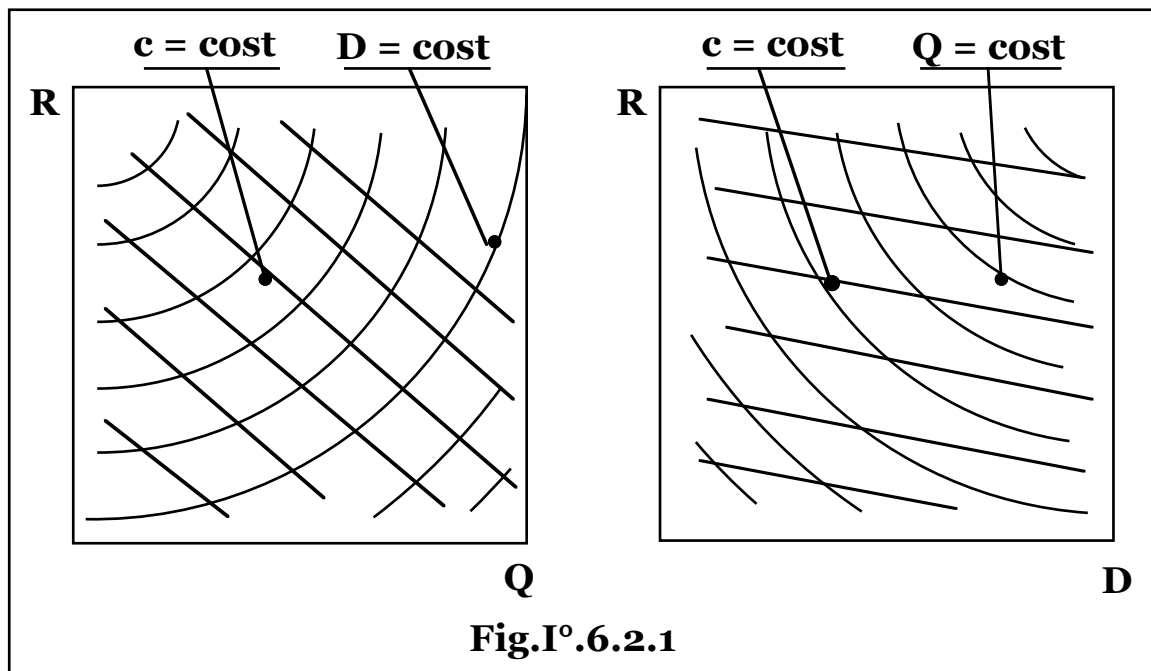
Essendo il massimo salto di pressione dissipabile pari alla pressione stessa p_1 , la massima distanza superabile dalla portata G di un fluido incompressibile, (L_{oi}), in moto turbolento, si ottiene ponendo: $Dp = p_1$, ovvero: $p(L) = 0$, (pari alla pressione ambiente se si considerano pressioni relative, o a zero, con raggiungimento del vuoto, in caso di

pressioni assolute), e risulta: $L_{oi} = \frac{\pi^2 D^5 p_1 d_s}{8k_a G^2}$.

$$\text{La relazione: } R = -\frac{dp}{dL} = k_a \frac{d_s c^2}{D^2} = \frac{8k_a d_s Q^2}{\pi^2 D^5} = \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 d_s},$$

viene comunemente riportata in grafico in funzione della portata in famiglie di curve per diversi valori della velocità del fluido e del

diametro della condotta, ovvero in funzione del diametro della condotta per diversi valori della velocità o della portata del fluido, (**Fig.I°.6.2.1**).



Il sistema risulta, cioè, definito da quattro variabili, (**R, Q, c, D**), legate da due relazioni: $R = k_a \frac{8d_s Q^2}{\pi^2 D^5}$; $c = \frac{4Q}{\pi D^2}$, e ammette quindi, due gradi di libertà, ovvero fissate due di esse è possibile risalire alle due rimanenti.

La potenza di circolazione richiesta da una portata in massa di fluido, (**G**), per superare una caduta di pressione, (**Dp**), risulta pari all'energia richiesta dall'unità di massa di fluido, (**Dp/d_s**), per la portata, ovvero: $P = G D p / d_s = Q D p$, e pertanto la potenza dissipata per unità di lunghezza, (**DP**), a causa delle perdite di carico, vale:

$$\frac{dP}{dL} = \left(- \frac{dp}{dL} \right) Q = QR = \frac{8k_a d_s Q^3}{\pi^2 D^5} = \frac{8k_a G^3}{d_s^2 \pi^2 D^5}$$

Tenendo conto anche della variazione del coefficiente di attrito con la scabrezza relativa della tubazione, la dipendenza delle perdite di carico in funzione del diametro della condotta, è secondo **D^{-5,33}**.

In genere, tuttavia, per semplicità e anche tenuto conto dell'incertezza circa la costante di proporzionalità, si trascura l'influenza della scabrezza relativa, (variabile, inoltre, nel tempo con l'usura della

tubazione), sul coefficiente di attrito mantenendo una dipendenza secondo D^{-5} .

Moto laminare.

In caso di moto laminare, per l'integrazione dell'equazione generale:

$$-dp = k_a \frac{d_s c^2}{D} dL,$$

si ha: $d_s = \text{costante}$, $k_a = 64/Re = 64 v_c/(cD)$, da cui:

$$Dp = \frac{32v_c d_s c}{D^2} L = \frac{128v_c d_s Q}{\pi D^4} L = \frac{128v_c G}{\pi D^4} L.$$

Per la funzione: $p = p(L)$, essendo: $Dp(L) = p_1 - p(L)$, si ottiene, quindi: $p(L) = p_1 - Dp(L) =$

$$= p_1 \left(1 - \frac{32v_c d_s c}{D^2 p_1} L \right) = p_1 \left(1 - \frac{128v_c d_s Q}{\pi D^4 p_1} L \right) = p_1 \left(1 - \frac{128v_c G}{\pi D^4 p_1} L \right);$$

$$R = -\frac{dp}{dL} = \frac{32v_c d_s c}{D^2} = \frac{128v_c d_s Q}{\pi D^4} = \frac{128v_c G}{\pi D^4}.$$

La massima distanza superabile dalla portata G di un fluido incomprimibile, (L_{oi}), in moto laminare, risulta: $L_{oi} = \frac{\pi D^4 p_1}{128v_c G}$.

La potenza di circolazione, (DP), dissipata per unità di lunghezza, vale:

$$\frac{dP}{dL} = \left(-\frac{dp}{dL} \right) Q = QR = \frac{128v_c d_s Q^2}{\pi D^4} = \frac{128v_c G^2}{\pi D^4 d_s}.$$

Il moto laminare appare svantaggiato dal punto di vista energetico.

A parità di perdite di carico e di condizioni geometriche, infatti, la portata risulta notevolmente ridotta rispetto al moto turbolento, per cui in pratica, per condotte correttamente dimensionate, il moto laminare si presenta solo con fluidi a elevata viscosità, (oli).

Nel dimensionamento delle pompe di circolazione, anche per moti di regime di tipo turbolento, occorre prevedere la potenza di spunto necessaria all'avvio per il superamento delle perdite di carico ai bassi valori della portata nella regione di moto laminare.

§ I°.6.3 – FLUIDI COMPRIMIBILI.

In caso di fluidi comprimibili si ha: $\mathbf{d}_s = \mathbf{d}_s(\mathbf{p}, \mathbf{T})$, mentre i valori di viscosità relativi ai fluidi di comune impiego, portano a regimi di moto turbolento in tutte le applicazioni pratiche, ($\mathbf{k}_a = \text{costante}$).

Supposta la trasformazione isoterma, risulta: $\mathbf{p}/\mathbf{d}_s = \mathbf{p}_1/\mathbf{d}_{s1}$, da cui:

$$\mathbf{R} = -\frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{L}} = \mathbf{k}_a \frac{\mathbf{d}_s}{\mathbf{D}} \frac{\mathbf{c}^2}{2} = \frac{8\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_s} = \frac{8\mathbf{k}_a\mathbf{p}_1\mathbf{G}^2}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_{s1}} \frac{1}{\mathbf{p}(\mathbf{L})},$$

e integrando:
$$\frac{1}{2} \left[\mathbf{p}_1^2 - \mathbf{p}^2(\mathbf{L}) \right] = \frac{8\mathbf{k}_a\mathbf{p}_1\mathbf{G}^2\mathbf{L}}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_{s1}},$$

da cui:
$$\mathbf{p}(\mathbf{L}) = \mathbf{p}_1 \sqrt{1 - \frac{16\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2\mathbf{L}}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_{s1}\mathbf{p}_1}};$$

$$\mathbf{Dp}(\mathbf{L}) = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}(\mathbf{L}) = \mathbf{p}_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{16\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2\mathbf{L}}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_{s1}\mathbf{p}_1}} \right);$$

$$\mathbf{R} = -\frac{d\mathbf{p}}{d\mathbf{L}} = \frac{\frac{8\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_{s1}}}{\sqrt{1 - \frac{16\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2\mathbf{L}}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{p}_1\mathbf{d}_{s1}}}.$$

Per perdite contenute, per le quali potendosi ritenere:

$$\frac{16\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2\mathbf{L}}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_{s1}\mathbf{p}_1} \ll 1,$$

è possibile troncare ai primi termini lo sviluppo in serie del radicale,

si ottiene:
$$\mathbf{Dp} \approx \mathbf{p}_1 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{16\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2\mathbf{L}}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{p}_1\mathbf{d}_{s1}} \right) \right] = \frac{8\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2\mathbf{L}}{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{d}_{s1}},$$

ovvero il modello relativo ai fluidi incomprimibili.

La massima distanza superabile dalla portata \mathbf{G} di un fluido

comprimibile, (\mathbf{L}_{oc}), risulta:
$$\mathbf{L}_{oc} = \frac{\pi^2\mathbf{D}^5\mathbf{p}_1\mathbf{d}_{s1}}{16\mathbf{k}_a\mathbf{G}^2}.$$

La potenza di circolazione, (**DP**), dissipata per unità di lunghezza,

$$\text{vale: } \frac{dP}{dL} = \left(-\frac{dp}{dL}\right) \frac{G}{d_s} = \left(-\frac{dp}{dL}\right) G \frac{p_1}{d_{s1}} \frac{1}{p(L)} = \frac{\frac{8k_a G^3}{\pi^2 D^5 d_{s1}^2}}{1 - \frac{16k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}}}$$

Per perdite di carico fino al vuoto, [**p(L) = 0**], in caso di trasformazione isoterma la potenza di circolazione tende all'infinito, essendo:

$$\frac{dP}{dL} = \left(-\frac{dp}{dL}\right) \frac{G}{d_s} = \left(-\frac{dp}{dL}\right) G \frac{p_1}{d_{s1}} \frac{1}{p(L)} = G \frac{p_1}{2d_{s1}} \frac{\frac{16k_a G^2}{\pi^2 D^5 d_{s1} p_1}}{1 - \frac{16k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 d_{s1} p_1}},$$

$$P(L) = \frac{G p_1}{2 d_{s1}} \int_0^L \frac{\frac{16k_a G^2}{\pi^2 D^5 d_{s1} p_1}}{1 - \frac{16k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 d_{s1} p_1}} dL = \frac{G p_1}{2 d_{s1}} \ln \left[1 - \frac{16k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 d_{s1} p_1} \right]_L^0 =$$

$$= \frac{G p_1}{2 d_{s1}} \ln \frac{1}{1 - \frac{16k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 d_{s1} p_1}},$$

che per: $L = \frac{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}}{16k_a G^2} = L_{oc}$, ovvero: **p(L) = 0**, tende a infinito.

Fisicamente per un fluido comprimibile, per trasformazione isoterma, (e per ogni trasformazione politropica con: **n ≤ 1**), al diminuire della pressione diminuisce la densità e quindi, a parità di portata in massa, aumenta la portata in volume e quindi la velocità di efflusso e conseguentemente le perdite di carico per unità di lunghezza, (ovvero la pendenza della curva di pressione in funzione della distanza percorsa).

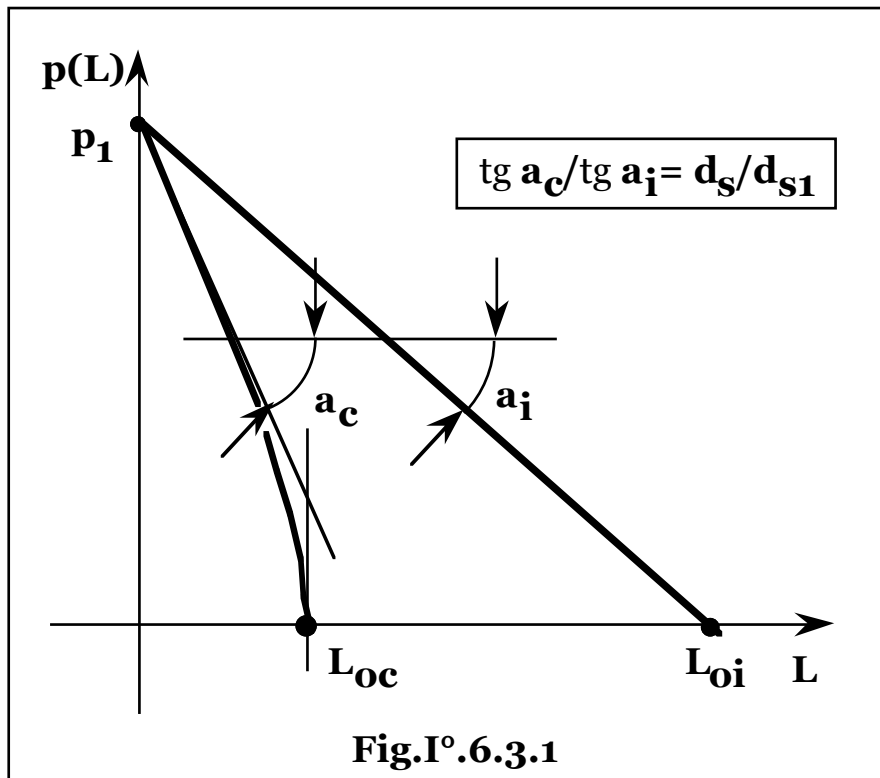
Dalla condizione di minimo per i massimi valori di densità, per: **L = 0**, (**Dp = 0**, **p = p₁**, **d_s = d_{s1}**), le perdite aumentano fino a valori illimitati per: **L = L_{oc}**, ove tendendo a zero la pressione e quindi la densità, la velocità e quindi le cadute di pressione, tendono a valori infiniti, (o

alternativamente il lavoro necessario a compensarle, tendendo all'infinito il volume specifico tende a valori illimitati).

Risulta, quindi, (**Fig.I°.6.3.1**): $(-dp/dL) = \text{costante}$, per fluidi incompruibili, mentre per fluidi comprimibili:

$$\frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 d_{s1}} \leq -\frac{dp}{dL} \leq \infty, \text{ per: } 0 \leq L \leq L_{oc}.$$

$$L_{oi}/L_{oc} = 2d_s/d_{s1}.$$



Pertanto, a parità di geometria e portata in massa, il rapporto di perdite di carico per unità di lunghezza, vale:

$$\frac{d_s}{d_{s1}} \leq \frac{\left(-\frac{dp}{dL}\right)_c}{\left(-\frac{dp}{dL}\right)_i} \leq \infty, \text{ per } 0 \leq L \leq L_{oc}.$$

Il rapporto fra le distanze massime superabili con: $D_p = p_1$, vale:

A parità di portata in massa, il rapporto dei diametri di tubazione che realizzano la medesima perdita di carico in caso di fluidi comprimibili e incompruibili, rispettivamente, (D_c/D_i) , vale:

$$\left(\frac{d_s}{d_{s1}}\right)^{\frac{1}{5}} \leq \frac{D_c}{D_i} \leq \infty, \text{ per: } 0 \leq L \leq L_{oc}.$$

Qualora la trasformazione sia descritta con la funzione politropica, si

ottiene: $\frac{1}{d_s} = \frac{p_1^{1/n}}{d_{s1}} \frac{1}{p(L)^{1/n}}$, da cui: $-\frac{dp(L)}{dL} = \frac{8k_a G^2 p_1^{1/n}}{\pi^2 D^5 d_{s1}} p(L)^{-1/n}$,

e quindi: $p(L) = p_1 \left\{ 1 - \frac{n+1}{n} \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}} L \right\}^{\frac{n}{n+1}}$;

$$\frac{dP(L)}{dL} = \left(-\frac{dp(L)}{dL} \right) \frac{G}{d_s} = \left(\frac{8k_a G^3 p_1^{2/n}}{\pi^2 D^5 d_{s1}^2} \frac{1}{p(L)^{2/n}} \right) =$$

$$= \frac{\frac{8k_a G^3}{\pi^2 D^5 d_{s1}^2}}{\left\{ 1 - \frac{n+1}{n} \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}} L \right\}^{\frac{2}{n+1}}}.$$

Integrando, con condizione al contorno: $P(0) = 0$, si ottiene:

$$P(L) = G \frac{p_1}{d_{s1}} \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{n+1}{n} \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}} L \right]^{\frac{n-1}{n+1}} \right\} =$$

$$= G \frac{p_1}{d_{s1}} \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \left[\left(1 - \frac{n+1}{n} \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}} L \right)^{\frac{n}{n+1}} \right]^{\frac{n-1}{n}} \right\} =$$

$$= G \frac{p_1}{d_{s1}} \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \left[\frac{p(L)}{p_1} \right]^{\frac{n-1}{n}} \right\} = G \frac{p_1}{d_{s1}} \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \left[\frac{p_1 - Dp(L)}{p_1} \right]^{\frac{n-1}{n}} \right\},$$

corrispondente al lavoro di espansione ottenibile dall'espansione dissipativa dalla pressione p_1 al valore finale: $p_1 - Dp(L)$:

$$P(L)/G = \int_{p_1 - Dp}^{p_1} p_1 v dp = p_1 v_1 \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \left[\frac{p_1 - Dp(L)}{p_1} \right]^{\frac{n-1}{n}} \right\}.$$

Per: $L = L_{oc} = \frac{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}}{16 k_a G^2}$, le perdite di carico eguagliano la pressione iniziale: $Dp = p_1$, giungendo fino al vuoto, [$p(L) = 0$], e quindi:

$P(L) = G \frac{p_1}{d_{s1}} \frac{n}{n-1} = G p_1 v_1 \frac{n}{n-1}$, che per trasformazione isoentropica fornisce il risultato valido per espansioni fino al vuoto:

$$P(L) = G \frac{k}{k-1} p_1 v_1 = G \frac{k}{k-1} R_a T_1 = G c_p T_1.$$

Infatti per ogni trasformazione politropica con esponente $n > 1$, al tendere a zero della pressione, parimenti tende a zero la temperatura e il volume specifico assume forma indeterminata potendo mantenere un valore finito, (o alternativamente la densità e quindi la velocità di efflusso, può mantenere un valore finito).

In pratica fissate le condizioni geometriche e la portata, l'equazione fluidodinamica può essere risolta anche in maniera iterativa.

Imposto un valore di tentativo per la pressione dopo il tratto L , (p_2'), si ottiene il corrispondente valore per la densità media, (d_{sm}'), da cui:

$$Dp' = \frac{8 k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 d_{sm}'}, \text{ con, in generale: } p_2' \neq p_1 - Dp'.$$

Posto come valore di secondo tentativo: $p_2'' = p_1 - Dp'$, si procede fino a verificare la condizione: $p_2^{(n)} \approx p_1 - Dp^{(n-1)}$.

Per il dimensionamento della condotta viene imposta una perdita di carico globale o per unità di lunghezza di tubazione, ($Dp = RL$), accettabile, da cui: $d_{sm} = 1/2[d_s(p_1, T_1) + d_s(p_1 - Dp, T_1)]$, e quindi:

$$D = 5 \sqrt{\frac{8k_a G^2 L}{\pi^2 d_{sm} Dp}} = 5 \sqrt{\frac{8k_a G^2}{\pi^2 d_{sm} R}}$$

Per i gas o vapori surriscaldati per i quali si ha: $d_s = d_s(p, T)$, le relazioni sono graficate in diagrammi ad eliminazione successiva di variabili, (**Fig.I°.6.3.2**).

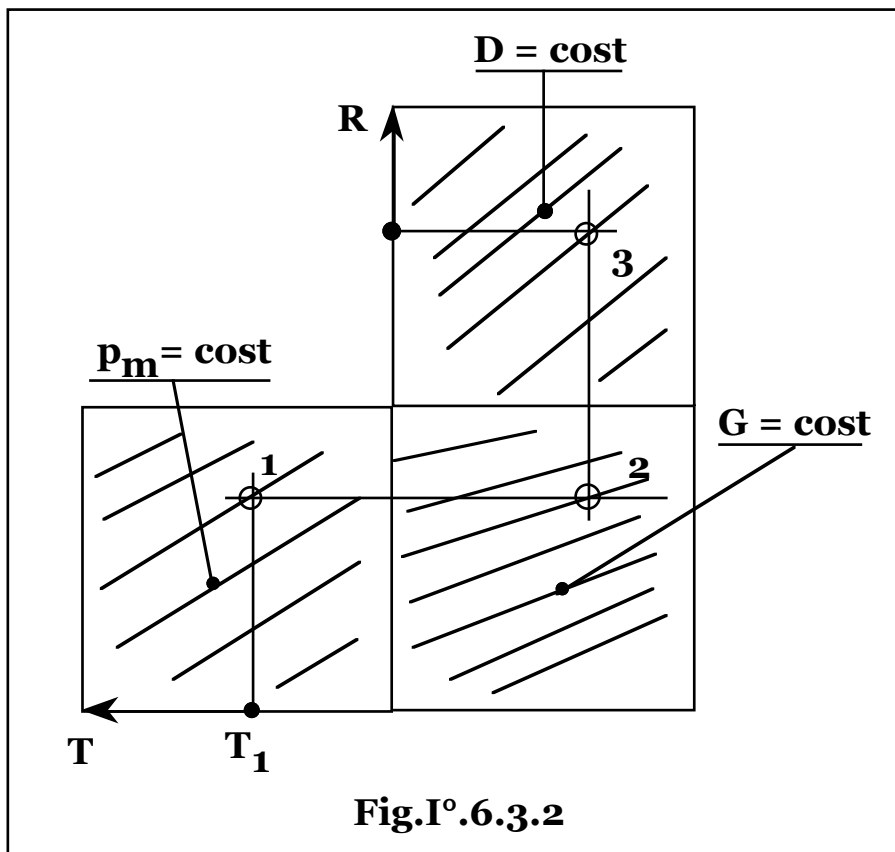
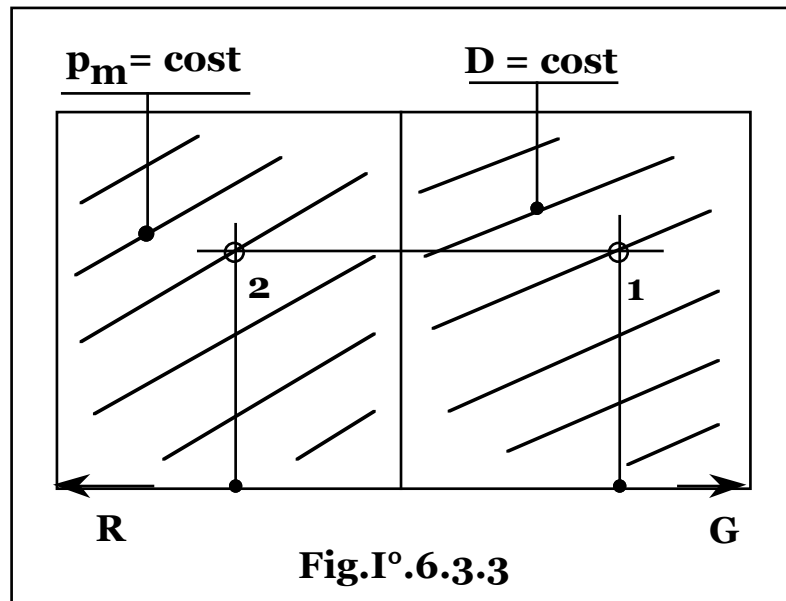


Fig.I°.6.3.2

Nota la temperatura, (T_1), e la pressione media, (p_m), si determina il punto **1**, (ovvero si elimina come variabile la densità media del fluido); fissati, (o eliminati), la portata, (punto **2**), e il diametro della condotta, (punto **3**), il sistema risulta definito nel suo valore di perdita di carico per unità di lunghezza, (R), (ovvero fissate due delle tre grandezze si ricava la rimanente).

In caso di vapori saturi si ha: $d_s = d_s(p)$, e nei relativi diagrammi, (**Fig.I°.6.3.3**), appare una variabile in meno: note tre delle quattro

variabili, (portata, diametro, pressione media e perdita di carico), si risale alla rimanente.



§ I° 6.4 - PERDITE DI CARICO CONCENTRATE.

Si indicano come concentrate le perdite di carico non imputabili a fenomeni di attrito fluidodinamico e quindi distribuite lungo tutte le condotte, ma a perturbazioni localizzate del flusso, dovute a disuniformità geometriche o accidentalità inserite nella linea.

Le perdite di carico concentrate, (Dp_c), sono quantificabili con la

relazione: $Dp_c = k_c d_s \frac{c^2}{2} = \frac{8k_c d_s Q^2}{\pi^2 D^4} = \frac{8k_c G^2}{\pi^2 D^4 d_s}$, che permette di

esprimerle in funzione dell'energia cinetica specifica del fluido, ($c^2/2$), e che risulta la definizione dei coefficienti di accidentalità, (k_c), che appaiono sufficientemente costanti.

Le perdite di carico concentrate possono esprimersi anche in termini di lunghezza equivalente, (L_e), definita come la lunghezza di tubazione rettilinea, di sezione costante e priva di accidentalità, che per attriti fluidodinamici comporta perdite di carico, (Dp), pari a quelle indotte dalla accidentalità stessa.

Risulta quindi: $Dp = k_c d_s c^2 / 2 = k_a d_s c^2 L_e / 2D$, da cui: $L_e = k_c D / k_a$.

§ I°.6.5 – TUBAZIONE APERTA SEMPLICE E A PIU' RAMI IN PARALLELO.

Tubazione aperta semplice.

La perdita di carico totale in una tubazione aperta a un solo ramo, per fluidi incomprimibili, (e comprimibili previa stima della densità media del fluido nei singoli tratti della condotta, d_{smi}), vale:

$$D_p = \sum_{i=1}^n \left(\frac{8k_a d_{smi} L_i}{\pi^2 D_i^5} + \frac{8d_{smi}}{\pi^2 D_i^4} \sum_{j=1}^{m_i} k_{cij} \right) Q^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^n \left(\frac{8k_a L_i}{\pi^2 D_i^5 d_{smi}} + \frac{8}{\pi^2 D_i^4 d_{smi}} \sum_{j=1}^{m_i} k_{cij} \right) G^2,$$

con: n numero di tronchi di tubazione a diametro costante, (D_i), e lunghezza L_i ;

m_i numero di accidentalità presenti nell' i esimo tronco;

k_{cij} j esimo coefficiente di accidentalità presente nell' i esimo tronco.

Indicando come lunghezza estrapolata dell' i esimo tronco, (L_i'), la

grandezza: $L_i' = L_i + \sum_{j=1}^{m_i} L_{eij} = L_i + \sum_{j=1}^{m_i} \frac{k_{cij} D_i}{k_a}$, con: $L_{eij} = k_{cij} D_i / k_a$,

j esima lunghezza equivalente dell' i esimo tronco, si ottiene:

$$D_p = \sum_{i=1}^n \frac{8k_a d_{smi} L_i'}{\pi^2 D_i^5} Q^2 = \sum_{i=1}^n \frac{8k_a L_i'}{\pi^2 D_i^5 d_{smi}} G^2.$$

Definito il coefficiente di incidenza delle perdite concentrate rispetto a quelle distribuite nell' i esimo tronco, (f_{ci}), come il rapporto:

$$f_{ci} = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} L_{eij}}{L_i},$$

si ottiene: $D_p = \sum_{i=1}^n \frac{8k_a d_{smi} (1 + f_{ci}) L_i}{\pi^2 D_i^5} Q^2 = \sum_{i=1}^n \frac{8k_a (1 + f_{ci}) L_i}{\pi^2 D_i^5 d_{smi}} G^2.$

In caso di tubazione a diametro costante, si ha:

$$\begin{aligned}
Dp &= \left(\frac{8k_a d_{sm} L}{\pi^2 D^5} + \frac{8d_{sm}}{\pi^2 D^4} \sum_{j=1}^m k_{cj} \right) Q^2 = \\
&= \left(\frac{8k_a L}{\pi^2 D^5 d_{sm}} + \frac{8}{\pi^2 D^4 d_{sm}} \sum_{j=1}^m k_{cj} \right) G^2 = \\
&= \frac{8k_a d_{sm} (1 + f_c) L}{\pi^2 D^5} Q^2 = \frac{8k_a (1 + f_c) L}{\pi^2 D^5 d_{sm}} G^2.
\end{aligned}$$

Tubazioni aperte a più rami in parallelo.

In un tratto di tubazione di lunghezza L e diametro D che collega due punti di un circuito fra i quali si ha una differenza di pressione Dp , si

ha: $Dp = I_f G^2$, da cui: $G = \sqrt{\frac{Dp}{I_f}}$, con il parametro:

$I_f = \frac{8k_a (1 + f_c) L}{\pi^2 d_{sm} D^5}$, che assume il significato di impedenza

fluidodinamica della tubazione.

Supposto di collegare i punti del circuito con n tratti in parallelo, di diametri D_i e lunghezze L_i , ognuno di questi è attraversato da una

portata G_i , (Fig. I° 6.5.1), tale che: $G_i = \sqrt{\frac{Dp}{I_{fi}}}$, con:

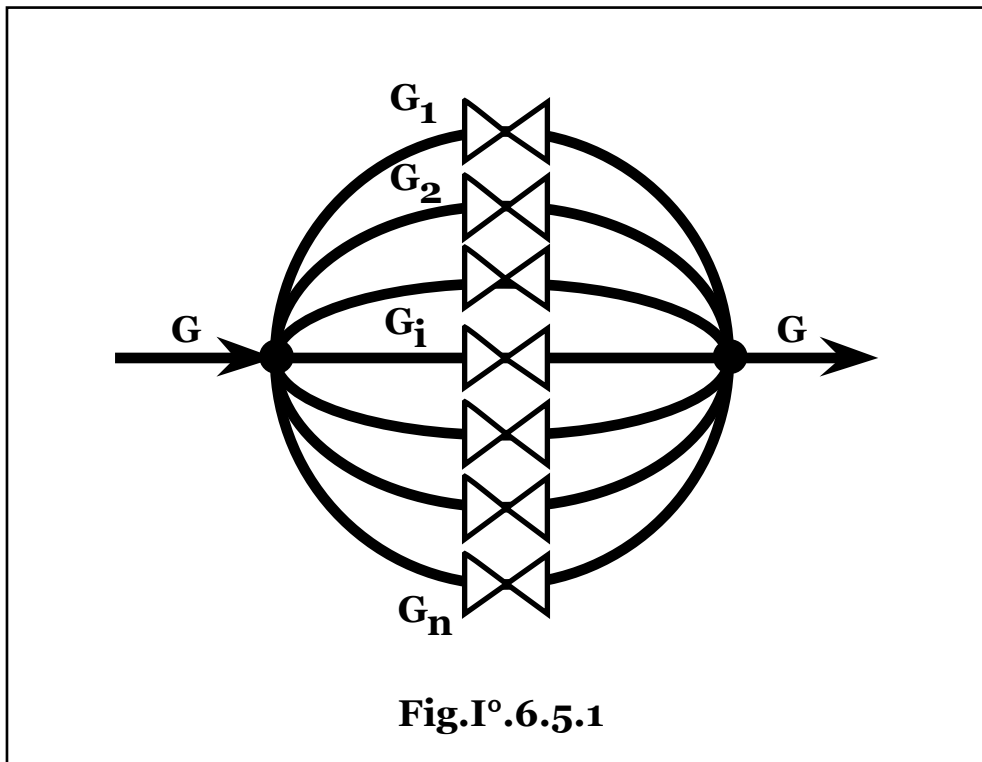
$$I_{fi} = \frac{8k_a (1 + f_c) L_i}{\pi^2 d_{sm} D_i^5}.$$

La portata totale: $G = \sum_{i=1}^n G_i$, risulta quindi pari a:

$$G = \sqrt{Dp} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{I_{fi}}} = \pi \sqrt{\frac{Dp d_{sm}}{8k_a (1 + f_c)}} \sum_{i=1}^n \frac{D_i^{5/2}}{L_i^{1/2}},$$

e nel caso in cui le tubazioni abbiano la stessa geometria:

$$G = n \pi \sqrt{\frac{Dp d_{sm} D^5}{8k_a (1 + f_c) L}}.$$



Il diametro di una tubazione semplice equivalente alla serie delle tubazioni in parallelo, (D_{eq}), di lunghezza L_o , si ottiene dalla

relazione: $G = \sqrt{\frac{Dp}{I_{fo}}}$, con: $I_{fo} = \frac{8k_a(1+f_c)L_o}{\pi^2 D_{eq}^5 d_{sm}}$, da cui:

$$\frac{D_{eq}^{5/2}}{L_o^{1/2}} = \sum_{i=1}^n \frac{D_i^{5/2}}{L_i^{1/2}},$$

ovvero in caso di tubazioni di pari geometria: $D_{eq} = n^{2/5} D$.

La sezione di passaggio risulta pertanto: $\frac{\pi}{4} D_{eq}^2 = \frac{\pi}{4} n^{4/5} D^2$, a fronte

di quella relativa alla serie di tubazioni in parallelo: $n \frac{\pi}{4} D^2$, con

rapporto: $1/n^{1/5}$, da cui un incremento di velocità del fluido: $n^{1/5}$.

Qualora in una sezione di circuito composto da n tubazioni in parallelo, m di queste vengano escluse, (come nel caso di più organi di intercettazione in parallelo, o gruppi di pompaggio composti da più pompe in parallelo), a parità di salto di pressione disponibile, (o imposto), la portata totale circolante, (G_{n-m}), diviene:

$$G_{n-m} = \sqrt{Dp} \sum_{i=1}^{(n-m)} \frac{1}{\sqrt{I_{fi}}} = \pi \sqrt{\frac{Dpd_{sm}}{8k_a(1+f_c)}} \sum_{i=1}^{(n-m)} \frac{D_i^{5/2}}{L_i^{1/2}},$$

con una diminuzione, (G_m), pari a:

$$G_m = \pi \sqrt{\frac{Dpd_{sm}}{8k_a(1+f_c)}} \sum_{i=(n-m+1)}^n \frac{D_i^{5/2}}{L_i^{1/2}}.$$

Risulta quindi, un aumento di impedenza, (DI_f), ovvero un incremento della curva caratteristica del circuito, pari a:

$$DI_f = \frac{Dp}{G_m^2} = \frac{8k_a(1+f_c)}{\pi^2 d_{sm} \left(\sum_{i=(n-m+1)}^n \frac{D_i^{5/2}}{L_i^{1/2}} \right)^2},$$

da compensare, per mantenere la medesima portata totale, con una complementare variazione delle curva di prevalenza del gruppo di pompaggio, o con una pari variazione, (DI_f), del coefficiente di perdita di uno o più organi di regolazione inseriti nel circuito, che al pari della impedenza fluidodinamica risultano coefficienti di proporzionalità fra le perdite di carico concentrate e il quadrato della portata.

In caso di tratti in parallelo di pari geometria, alla chiusura di m degli

n rami, si ottiene una perdita di portata: $G_m = m\pi \sqrt{\frac{Dpd_{sm}D^5}{8k_a(1+f_c)L}}$,

pari a: $(m/n)G$, ovvero proporzionale al numero dei rami esclusi, con:

$$DI_f = \frac{Dp}{G_m^2} = \frac{8k_a(1+f_c)}{m^2 \pi^2 d_{sm}} \frac{L}{D^5},$$

e in caso di due tubazioni una perdita di portata pari a: $1/2 G$.

§ I° 6.6 – DIAMETRO ECONOMICO DI UNA TUBAZIONE.

Nel dimensionamento di una linea fluidodinamica, nota la planimetria e la portata da elaborare, rimane un grado di libertà per la scelta del diametro della tubazione, (o della velocità del fluido).

Le velocità dei fluidi nelle condotte sono limitate inferiormente da possibilità di sedimentazione, alle basse velocità, di eventuali impurità presenti nei fluidi con conseguente diminuzione della sezione di passaggio fino alla ostruzione della luce, aumento delle perdite di carico, danni e malfunzionamenti agli accessori di linea con necessità di interventi di smontaggio e pulizia e superiormente da

problemi di vibrazioni, rumorosità e abrasioni delle particelle in sospensione sulle condotte, alle alte velocità.

Nell'intervallo di accettabilità tecnica, tuttavia, il sistema è passibile di ottimizzazione economica. Infatti al variare del diametro delle tubazioni variano gli oneri di installazione delle condotte e, in funzione delle corrispondenti variazioni di perdite di carico, gli oneri di installazione ed esercizio dei gruppi di pompaggio.

Indicando con q_p e q_t i costi specifici del gruppo di pompaggio, (comprensivo delle macchine operatrici e dei motori di guida), per unità di potenza utile, (P), e delle condotte per unità di massa dei relativi materiali costruttivi, il costo totale di installazione del sistema risulta:

$I = q_p P + q_t d_{st} V_t$, con d_{st} e V_t densità e volume del materiale costruttivo delle tubazioni, rispettivamente.

La potenza utile del gruppo di pompaggio, vale:

$$P(D) = Q \frac{D_p}{h_p} = \frac{8k_a(1+f_c)L}{h_p \pi^2 D^5 d_{sm}^2} G^3,$$

con h_p rendimento globale del gruppo di pompaggio.

Il volume del materiale costruttivo delle tubazioni risulta:

$$V_t = \pi(r_e^2 - r_i^2)L = \pi(r_e + r_i)(r_e - r_i)L \approx \pi D s L,$$

con: $s = (r_e - r_i)$, spessore della tubazione.

Lo spessore s di una tubazione dipende dal diametro della stessa secondo una relazione monomia del tipo: $s = kD^a$, con $a \sim 1/3$.

E' tuttavia possibile adottare una relazione lineare: $s = r_d D$, ponendo il rapporto spessore diametro: $r_d = k D^{-2/3} = r_d(D) = \text{costante}$, una volta che sia stimato approssimativamente il diametro della tubazione.

Si ottiene, quindi: $V_t = \pi L r_d D^2$, da cui:

$$I(D) = \frac{q_p 8k_a(1+f_c)LG^3}{h_p \pi^2 d_{sm}^2} \frac{1}{D^5} + q_t d_{st} \pi L r_d D^2.$$

Il costo totale attualizzato, (C_{ta}), del sistema risulta quindi:

$$\begin{aligned} C_{ta}(D) &= \frac{P(D)uT}{t_{ek}} c_k + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I(D) = \\ &= \frac{8k_a(1+f_c)LG^3}{h_p \pi^2 d_{sm}^2} \frac{uTc_k}{t_{ek}} \frac{1}{D^5} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \left(\frac{q_p 8k_a (1 + f_c) LG^3}{h_p \pi^2 d_{sm}^2} \frac{1}{D^5} + q_t d_{st} \pi L r_d D^2 \right) = \\
& = \frac{8k_a (1 + f_c) LG^3}{h_p \pi^2 d_{sm}^2} \left[\frac{uTc_k}{t_{ek}} + q_p \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \right] \frac{1}{D^5} + \\
& + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) q_t d_{st} \pi L r_d D^2,
\end{aligned}$$

con: c_k e t_{ek} costo specifico e tasso di ammortamento effettivo dell'energia impiegata per la guida del gruppo di pompaggio, rispettivamente.

Posto:
$$\frac{dC_{ta}(D)}{dD} = \frac{uTc_k}{t_{ek}} \frac{dP(D)}{dD} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{dI(D)}{dD} = 0,$$

l'equazione di ottimizzazione economica risulta:

$$\begin{aligned}
& - \frac{40k_a (1 + f_c) LG^3}{h_p \pi^2 d_{sm}^2} \left[\frac{uTc_k}{t_{ek}} + q_p \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \right] \frac{1}{D^6} + \\
& + 2 \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) q_t d_{st} \pi L r_d D = 0,
\end{aligned}$$

da cui il diametro economico della tubazione, (D_{ec}):

$$D_{ec} = \sqrt[7]{20 \left[\frac{uTc_k}{t_{ek} \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right)} + q_p \right] \frac{k_a (1 + f_c) G^3}{q_t d_{st} r_d h_p d_{sm}^2 \pi^3}}.$$

Nel caso più generale, la potenza del gruppo di pompaggio è comprensiva delle quote relative alla prevalenza geodetica, (o salto di quota): $Dp_g = g d_{sm} H_g$, con H_g salto totale di quota agli estremi della tubazione, all'eventuale aumento di pressione richiesto dall'utenza, (Dp_u), e a eventuali specifiche relative alla velocità di uscita, (c_u), che si traducono in variazioni di pressione, (Dp_c), a monte di un tratto finale di tubazione a sezione convergente o divergente che risulta:

$$\frac{Dp_c}{d_{sm}} = \frac{c_u^2 - c^2}{2} = \frac{8G^2}{d_{sm}^2 \pi^2} \left(\frac{1}{D_u^4} - \frac{1}{D^4} \right),$$

con: \mathbf{c}_u e $\mathbf{D}_u = \sqrt{\frac{4G}{\pi d_{sm} \mathbf{c}_u}}$, velocità del fluido richiesta all'utenza e relativo diametro di sbocco.

Si ottiene, quindi: $\mathbf{P}(\mathbf{D}) = \frac{G}{h_p d_{sm}} (\mathbf{D}p + \mathbf{D}p_g + \mathbf{D}p_u + \mathbf{D}p_c)$;

$$\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{D})}{d\mathbf{D}} = \frac{G}{h_p d_{sm}} \left(\frac{d\mathbf{D}p(\mathbf{D})}{d\mathbf{D}} + \frac{d\mathbf{D}p_g}{d\mathbf{D}} + \frac{d\mathbf{D}p_u}{d\mathbf{D}} + \frac{d\mathbf{D}p_c(\mathbf{D})}{d\mathbf{D}} \right) =$$

$$= \frac{G}{h_p d_{sm}} \left[-\frac{40k_a(1+f_c)LG^2}{d_{sm}\pi^2} \frac{1}{\mathbf{D}^6} + \frac{32G^2}{d_{sm}\pi^2} \frac{1}{\mathbf{D}^5} \right],$$

essendo: $\frac{d\mathbf{D}p_g}{d\mathbf{D}} = \frac{d\mathbf{D}p_u}{d\mathbf{D}} = 0$.

L'equazione di ottimizzazione economica:

$$\frac{d\mathbf{C}_{ta}(\mathbf{D})}{d\mathbf{D}} = \frac{uTc_k}{t_{ek}} \frac{d\mathbf{P}(\mathbf{D})}{d\mathbf{D}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \left[q_p \frac{d\mathbf{P}(\mathbf{D})}{d\mathbf{D}} + 2\pi q_t d_{st} r_d L \mathbf{D} \right] = 0,$$

risulta, quindi:

$$\left\{ \frac{40k_a(1+f_c)G^3}{h_p \pi^2 d_{sm}^2} \right\} - \left\{ \frac{32G^3}{h_p \pi^2 d_{sm}^2 L} \right\} \mathbf{D} = \left\{ \frac{2\pi q_t d_{st} r_d}{q_p + \frac{uTc_k}{t_{ek} \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right)}} \right\} \mathbf{D}^7,$$

ovvero: $\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2 \mathbf{D} = \mathbf{c}_3 \mathbf{D}^7$, la cui soluzione può essere rappresentata graficamente dall'intersezione della retta a primo membro con la polinomiale del settimo ordine a secondo, (**Fig.I°.6.6.1**).

In assenza del termine cinetico, ($\mathbf{D}p_c = 0$), si ha: $\mathbf{c}_2 = 0$, e la retta diviene orizzontale, fornendo la soluzione \mathbf{D}_{ec} .

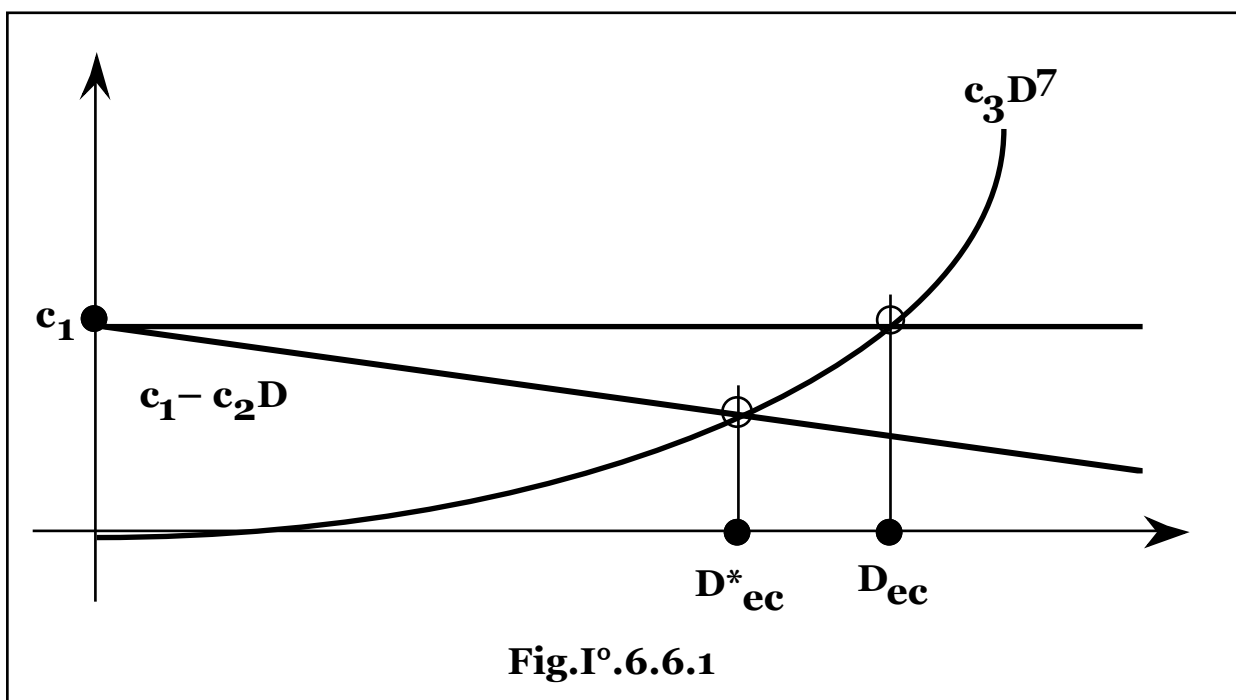
Rispetto al caso in cui sia assente il termine cinetico, si ottiene, quindi, una diminuzione del diametro economico della tubazione.

Infatti nell'ottimizzazione economica che contrappone un termine inversamente proporzionale al diametro della condotta, ($1/\mathbf{D}^5$), a uno proporzionale al diametro stesso, (\mathbf{D}^2), si inserisce un termine ancora inversamente proporzionale al diametro, ma negativo, ($-1/\mathbf{D}^4$), che sposta quindi il valore ottimo nella direzione di una sua crescita, ovvero a diametri inferiori, (per $\mathbf{c}_u > \mathbf{c}$, nel tratto finale è richiesto un

aumento di pressione per cui il termine cinetico, che deve risultare positivo, vale: $\frac{Dp_c}{d_{sm}} = \frac{c_u^2 - c^2}{2} = \frac{8G^2}{d_{sm}^2 \pi^2} \left(\frac{1}{D_u^4} - \frac{1}{D^4} \right) > 0$, essendo:

$D_u < D$, mentre per per $c_u < c$, nel tratto finale è richiesta una diminuzione di pressione per cui il termine cinetico, che deve risultare negativo, è ancora pari a:

$$\frac{Dp_c}{d_{sm}} = \frac{c_u^2 - c^2}{2} = \frac{8G^2}{d_{sm}^2 \pi^2} \left(\frac{1}{D_u^4} - \frac{1}{D^4} \right) < 0, \text{ essendo in tal caso: } D_u > D$$



Costo del trasporto idraulico.

Il sistema può essere valutato anche nella sua globalità, assegnando un valore al trasporto del fluido.

In tal caso, indicando con c_{tr} , il costo specifico del trasporto, il **VAN** dell'investimento risulta pari all'utile attualizzato: $\frac{GuTc_{tr}}{t_e}$, meno tutti gli oneri, ovvero il costo totale attualizzato:

$$VAN(D) = \frac{GuTc_{tr}}{t_e} - C_{ta}(D).$$

Nel caso il costo specifico sia quello di mercato, si valuta la condizione economica per l'investimento, ($VAN > 0$), mentre qualora risulti la variabile da calcolare, posto: $VAN(c_{tr}) = 0$, si ottiene:

$$c_{tr}(D) = \frac{C_{ta}(D)t_e}{GuT} = \frac{8k_a(1+f_c)LG^2}{h_p\pi^2 d_{sm}^2} \left[c_k + \frac{t_e q_p}{uT} \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \right] \frac{1}{D^5} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{t_e q_t d_{st} \pi L r_d D^2}{GuT}$$

Differendo le funzioni VAN e C_{ta} , solo per una costante, le condizioni di ottimizzazione coincidono.

Risulta, inoltre: $\frac{dVAN(D)}{dD} = -\frac{dC_{ta}(D)}{dD}$, in quanto la prima condizione corrisponde a un massimo della funzione e la seconda a un minimo.

§ I°.6.7 – DIMENSIONAMENTO DI RETI FLUIDODINAMICHE APERTE METODO DEL RAMO PRINCIPALE.

Una rete aperta comunque complessa consiste in una serie di successive ramificazioni a partire dalla condotta di adduzione iniziale fino alle diverse utenze e comprende quindi sezioni, (nodi), nelle quali la portata si ripartisce nei diversi rami a seconda dell'impedenza fluidodinamica che ogni via oppone al passaggio del fluido, ovvero della perdita di carico per unità di lunghezza: $R = - dp/dL$.

Il dimensionamento della rete consiste pertanto nella determinazione di quei diametri delle diverse tubazioni, (che concorrono a formare l'impedenza stessa), tali per cui le portate risultino quelle richieste dalle utenze.

Si indica come **ramo principale**, (**RP**), di una rete aperta comunque complessa, (**Fig.I°.6.7.1**), quel tratto compreso fra la sezione iniziale di pompaggio e una delle sezioni terminali, che appare per geometria e costituzione, il più sfavorito, ovvero affetto dalle maggiori perdite di carico.

Il **metodo del ramo principale** consiste nel dimensionamento del ramo stesso come una condotta semplice, fissando un valore costante delle perdite di carico per unità di lunghezza geometrica, (**R**).

Fluidi incomprimibili.

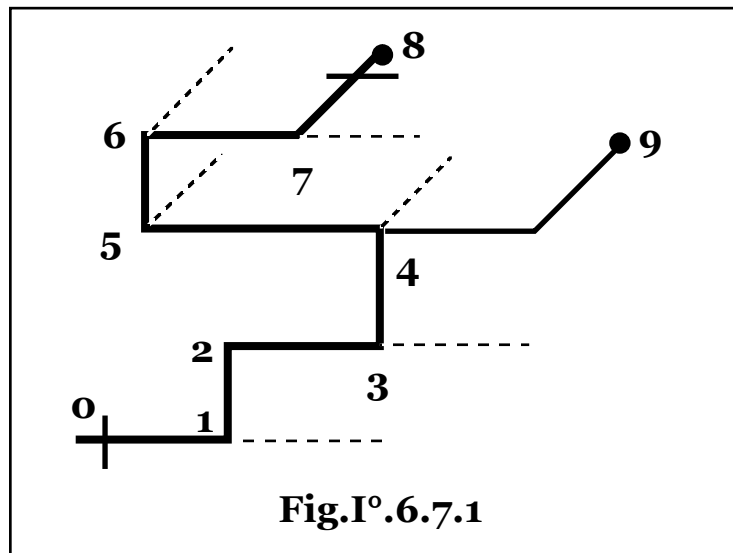
Dall'espressione della perdita di carico per unità di lunghezza geometrica in ogni tratto *i*esimo: $R = \frac{8k_a G_i^2}{d_s \pi^2 D_i^5}$, note le rispettive

portate, i corrispondenti diametri delle tubazioni si ottengono dal sistema di equazioni indipendenti: $D_i^5 = \frac{8k_a G_i^2}{d_s \pi^2 R}$, (*i* = 1, 2, ..., *n*),

con *n* numero di tratti a sezione costante del ramo principale, ovvero:

$$D_i^5 = \frac{8k_a(1 + f_{ci})G_i^2}{d_s \pi^2 R}, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

in caso si tenga conto anche delle perdite di carico concentrate.



E' evidente come sia equivalente considerare la perdita di carico per unità di lunghezza geometrica:

$R = \frac{8k_a G_i^2}{d_s \pi^2 D_i^5}$ e inserire l'effetto delle perdite di carico concentrate

nella relazione di dimensionamento: $D_i^5 = \frac{8k_a(1 + f_{ci})G_i^2}{d_s \pi^2 R}$, o

considerare la perdita di carico estrapolata: $R = \frac{8k_a(1 + f_{ci})G_i^2}{d_s \pi^2 D_i^5}$, da

cui direttamente la medesima relazione di dimensionamento, senza ulteriori correzioni.

Note la pressione richiesta all'utenza e la geometria della rete, fissata la perdita di carico per unità di lunghezza, (R), risulta nota la pressione, (p_i), in ogni nodo del ramo stesso, (o più in generale in ogni

sua sezione): $p_i = p_o - R \sum_o^i (1 + f_{ci})L_i - \sum_o^i Dp_{gi}$,

con: $\sum_o^i (1 + f_{ci})L_i$ lunghezza totale estrapolata dalla sezione di pompaggio all' i esimo nodo;

$\sum_o^i Dp_{gi}$ perdita geodetica globale dalla sezione di pompaggio all' i esimo nodo,

e poichè la pressione richiesta alla mandata della sezione di pompaggio, (p_o), risulta: $p_o = (p_u)_{RP} + (Dp_g)_{RP} + R(1 + f_c)L_{RP}$,

con: $(p_u)_{RP}$ pressione richiesta all'utenza collegata al ramo principale;

$(Dp_g)_{RP}$ perdita geodetica globale lungo tutto il ramo principale;

$R(1 + f_c)L_{RP}$ perdite di carico globali lungo tutto il ramo principale;

f_c valore medio del coefficiente f_{ci} ,

si ottiene:

$$p_i = (p_u)_{RP} + (Dp_g)_{RP} - \sum_o^i Dp_{gi} + R \left[(1 + f_c)L_{RP} - \sum_o^i (1 + f_{ci})L_i \right].$$

Per ogni ramo secondario compreso fra l' i esimo nodo del ramo principale e la k esima utenza, risulta dunque imposta la perdita di carico per unità di lunghezza geometrica, (R_{ik}), disponibile, pari a:

$$R_{ik} = \frac{p_i - Dp_{gik} - (p_u)_k}{L_{ik}},$$

con: Dp_{gik} perdita geodetica totale nel ramo secondario ik ;

$(p_u)_k$ pressione richiesta dalla k esima utenza;

L_{ik} lunghezza totale del ramo secondario ik .

Il dimensionamento di ogni ramo secondario con origine nell' i esimo nodo è, pertanto, ottenibile ancora col metodo del ramo principale considerando il suddetto ramo in maniera indipendente, con la condizione che la perdita di carico per unità di lunghezza sia pari a quella disponibile, (R_{RPi}), con riferimento al tratto più sfavorito a partire dal suddetto nodo, (ramo principale dall' i esimo nodo, RPi), e cioè col sistema di equazioni indipendenti, (comprehensive delle perdite

di carico concentrate): $D_j^5 = \frac{8k_a(1+f_{cj})G_j^2}{d_s\pi^2 R_{RPi}}$, ($j = 1, 2, \dots, n_i$), con n_i

numero di tratti a sezione costante del nuovo ramo principale RPi .

Imposta la perdita di carico R_{RPi} , (e note la pressione richiesta all'utenza finale e la geometria della rete), risulta, quindi, ancora nota la pressione, (p_j), in ogni nodo del ramo RPi , (o più in generale in ogni

sua sezione): $p_j = p_i - R_{RPi} \sum_i^j (1+f_{cj})L_j - \sum_i^j Dp_{gj}$, con: $\sum_i^j (1+f_{cj})L_j$

e $\sum_i^j Dp_{gj}$, lunghezza totale estrapolata e perdita geodetica globale,

dall' i esimo al j esimo nodo, per cui il procedimento può essere completato fino ai rami semplici terminali.

In un generico nodo in cui giungano n portate, (G_{ei}), con velocità c_{ei} , ($i = 1, 2, \dots, n$), e ne escano m , (G_{uj}), con velocità c_{uj} , ($j = 1, 2, \dots, m$), per il principio di conservazione dell'energia, deve mantenersi fra monte e valle, l'energia cinetica, (l'unica che può subire variazioni), con ogni aumento/diminuzione in ogni ramo, globalmente compensato da corrispondenti diminuzioni/aumenti negli altri a effetto totale nullo:

$$\sum_{i=1}^n G_{ei} \frac{c_{ei}^2}{2} = \sum_{j=1}^m G_{uj} \frac{c_{uj}^2}{2}, \text{ con: } \sum_{i=1}^n G_{ei} = \sum_{j=1}^m G_{uj}, \text{ con energia cinetica}$$

specifica media in ingresso, ($\frac{c_{em}^2}{2}$), pari a quella in uscita, ($\frac{c_{um}^2}{2}$):

$$\frac{c_{em}^2}{2} = \frac{\sum_{i=1}^n G_{ei} \frac{c_{ei}^2}{2}}{\sum_{i=1}^n G_{ei}} = \frac{\sum_{i=j}^m G_{uj} \frac{c_{uj}^2}{2}}{\sum_{i=1}^n G_{uj}} = \frac{c_{um}^2}{2}.$$

La medesima relazione, essendo: $\frac{c^2}{2} = \frac{8G^2}{d_s^2 \pi^2 D^4}$; $R = k_a \frac{d_s}{D} \frac{c^2}{2}$,

assume anche le forme: $\sum_{i=1}^n \frac{G_{ei}^3}{D_{ei}^4} = \sum_{j=1}^m \frac{G_{uj}^3}{D_{uj}^4}$;

$$\sum_{i=1}^n R_{ei} G_{ei} D_{ei} = \sum_{j=1}^m R_{uj} G_{uj} D_{uj}; \quad \sum_{i=1}^n R_{ei}^{(4/5)} G_{ei}^{(7/5)} = \sum_{j=1}^m R_{uj}^{(4/5)} G_{uj}^{(7/5)}.$$

Fluidi comprimibili.

In tal caso non risulta possibile avere una perdita di carico per unità di lunghezza costante a meno di non aumentare con continuità il diametro della condotta stessa.

Infatti risolvendo l'espressione della perdita di carico per unità di

lunghezza: $R = -\frac{dp}{dL} = \frac{8k_a G^2}{\pi^2 D^5 d_{s1}}$, in funzione del diametro, si

$$\sqrt{1 - \frac{16k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 p_1 d_{s1}}}$$

ottiene: $D^5(L) = \frac{8k_a G^2 L}{\pi^2 p_1 d_{s1}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{p_1^2}{R^2 L^2}} \right)$,

ovvero diametro variabile con la distanza, per $R =$ costante.

La perdita, che tende a infinito per $L = L_{oc}$, qualora R e/o L risultino

sufficientemente limitati, ($\frac{p_1}{RL} \gg 1$), diviene coincidente con la relazione valida per i fluidi incomprimibili:

$$D^5 \approx \frac{8k_a G^2 L}{\pi^2 p_1 d_{s1}} \left(1 + \frac{p_1}{RL} \right) \approx \frac{8k_a G^2}{\pi^2 R d_{s1}},$$

essendo in tal caso trascurabili le variazioni di densità.

Essendo in generale a partire da una generica pressione p_o :

$$Dp(L) = p_o \left(1 - \sqrt{1 - \frac{16k_a G^2 L}{\pi^2 D^5 d_{so} p_o}} \right), \text{ in ogni } i\text{-esimo tratto del ramo}$$

principale, il valore medio della perdita di carico per unità di

$$\text{lunghezza, risulta: } R = \frac{Dp(L_i)}{L_i} = \frac{p(i-1)}{L_i} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{16k_a G_i^2 L_i}{\pi^2 D_i^5 d_{s(i-1)} p(i-1)}} \right).$$

Supponendo fluidi assimilabili a gas, (o miscele di gas), perfetti e trasformazioni isoterme lungo ogni tratto, in generale si ha:

$$d_s(p, T) = \frac{p}{R_g T}, \text{ con } R_g \text{ costante, (eventualmente media), del fluido e}$$

$$\text{quindi: } d_{s(i-1)} = \frac{p(i-1)}{R_g T_i}, \text{ da cui:}$$

$$R = \frac{Dp(L_i)}{L_i} = \frac{p(i-1)}{L_i} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{16k_a G_i^2 L_i R_g T_i}{\pi^2 D_i^5 p(i-1)^2}} \right),$$

che risolta in funzione dei diametri dei singoli tratti, (D_i), fornisce il sistema di equazioni indipendenti di dimensionalmente dell'intero

$$\text{ramo principale: } D_i^5 = \frac{16k_a G_i^2 R_g T_i}{\pi^2 [2Rp(i-1) - L_i R^2]}, \quad (i = 1, 2, \dots, n_{RP}),$$

ovvero, tenuto conto delle perdite di carico concentrate:

$$D_i^5 = \frac{16k_a (1 + f_{ci}) R_g T_i G_i^2}{\pi^2 [2Rp(i-1) - L_i R^2]}, \quad (i = 1, 2, \dots, n_{RP}),$$

$$\text{con: } p(i-1) = (p_u)_{RP} + \left[(Dp_g)_{RP} - \sum_0^{i-1} Dp_{gi} \right] +$$

$$+R \left[(1 + f_c) L_{RP} - \sum_0^{i-1} (1 + f_{ci}) L_i \right].$$

Affinchè le grandezze assumano significato fisico, (reali e positive),

deve risultare: $\frac{16k_a G_i^2 L_i R_g T_i}{\pi^2 D_i^5 p_{(i-1)}^2} \leq 1$, da cui: $D_i^5 \geq \frac{16k_a G_i^2 L_i R_g T_i}{\pi^2 p_{(i-1)}^2}$,

con condizione limite: $R = \frac{p_{(i-1)}}{L_i} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{16k_a G_i^2 L_i R_g T_i}{\pi^2 D_i^5 p_{(i-1)}^2}} \right) = \frac{p_{(i-1)}}{L_i}$.

Per diametri inferiori, infatti, al termine del tratto di tubazione la pressione diverrebbe negativa e la perdita di carico assumerebbe valori immaginari, (fisicamente per portata in massa e diametro della condotta finiti, alla pressione, e quindi densità, che tende a zero corrisponde una velocità di efflusso che tende all'infinito).

La condizione: $D_i^5 = \frac{16k_a G_i^2 R_g T_i}{\pi^2 [2Rp_{(i-1)} - L_i R^2]} \geq \frac{16k_a G_i^2 L_i R_g T_i}{\pi^2 p_{(i-1)}^2}$, diviene:

$[p_{(i-1)} - RL_i]^2 \geq 0$, che tenuto conto delle soluzioni introdotte con l'elevazione al quadrato della relazione risolvente, risulta ancora:

$R \leq p_{(i-1)}/L_i$, per cui la relazione di dimensionamento mantiene comunque significato fisico, con diametro, (reale e positivo), che varia

da infinito per $R = 0$, al suo valore minimo: $D_i^5 = \frac{16k_a G_i^2 L_i R_g T_i}{\pi^2 p_{(i-1)}^2}$,

per: $R = p_{(i-1)}/L_i$, ovvero qualora la pressione al termine del tratto sia nulla, (il risultato non è incompatibile con una sezione infinita richiesta a pressione nulla, in quanto il diametro trovato è quello medio nel tratto di condotta e nel calcolo del suo valore come media pesata lungo la tubazione, la pressione risulta nulla solo nel tratto infinitesimo terminale).

Note la pressione richiesta all'utenza, la geometria della rete e i salti geodetici, fissata la perdita di carico per unità di lunghezza, (R), risulta quindi ancora nota la pressione in tutti i suoi nodi e quindi la perdita di carico per unità di lunghezza geometrica, (R_{ik}), disponibile

per ogni ramo secondario compreso fra l'*i*esimo nodo del ramo principale e la *k*esima utenza: $R_{ik} = \frac{P_i - D_{pgik} - (P_u)_k}{L_{ik}}$.

Il dimensionamento ogni ramo secondario con origine nell'*i*esimo nodo è, pertanto, ottenibile ancora col metodo del ramo principale col sistema di equazioni indipendenti, (comprehensive dell'effetto delle perdite di carico concentrate):

$$D_j^5 = \frac{16k_a(1+f_{cj})G_j^2 R_g T_j}{\pi^2 \left[2R_{RPi} P^{(j-1)} - L_j R_{RPi}^2 \right]}, \quad (j = 1, 2, \dots, n_i),$$

con:
$$P^{(j-1)} = (P_u)_{RPi} + \left[(D_{pg})_{RPi} - \sum_0^{j-1} D_{pgj} \right] +$$

$$+ R_{RPi} \left[(1+f_c)L_{RPi} - \sum_0^{j-1} (1+f_{cj})L_j \right],$$

con: R_{RPi} perdita di carico disponibile riferita al tratto più sfavorito a partire dal suddetto nodo, (ramo principale RPi);

n_i numero di tratti a sezione costante del nuovo ramo principale RPi ;

$(P_u)_{RPi}$ pressione richiesta all'utenza collegata al ramo principale RPi ;

$R_{RPi}(1+f_c)L_{RPi}$ perdite di carico globali lungo tutto il nuovo ramo principale,

e di seguito fino ai rami semplici terminali.

In pratica data la comune modesta incidenza delle perdite di carico rispetto alle pressioni totali, è possibile supporre la densità costante in ogni tratto di condotta, ovvero variabile a gradini a partire da ogni nodo e utilizzare in ogni ramo il modello relativo ai fluidi incomprimibili con valori medi di densità.

Supponendo trasformazioni isoterme in ogni tratto e indicando con T_i la temperatura assoluta media del fluido nell'*i*esimo tratto a sezione costante, si ha: $d_{si} = \frac{P_i}{R_g T_i}$, per cui i diametri delle tubazioni del

ramo principale comprensivi dell'effetto delle perdite di carico concentrate, si ottengono dal sistema di equazioni indipendenti:

$$D_i^5 = \frac{8k_a(1+f_{ci})G_i^2}{\pi^2 R} \frac{R_g T_i}{P_i}, \quad (i=1, 2, \dots, n), \text{ ovvero:}$$

$$D_i^5 = \frac{8k_a(1+f_{ci})R_g T_i G_i^2}{\pi^2 \left\{ R \left[(P_u)_{RP} + (D_{Pg})_{RP} - \sum_0^i D_{Pgi} \right] + R^2 \left[(1+f_c)L_{RP} - \sum_0^i (1+f_{ci})L_i \right] \right\}}$$

Qualora si scelga per la pressione in ogni tratto il suo valore all'inizio del tratto stesso, si ottiene una sottostima del diametro della tubazione, (inversamente proporzionale alla pressione stessa), e viceversa in caso di scelta del suo valore al termine del tratto.

Può quindi essere scelto il valore medio di pressione e quindi densità:

$$d_{smi} = \frac{d_{s(i-1)} + d_{si}}{2} = \frac{1}{R_g T_i} \left[\frac{P(i-1) + P_i}{2} \right],$$

con i diametri delle tubazioni del ramo principale che si ottengono dal sistema di equazioni indipendenti, (comprensive delle perdite di carico

concentrate): $D_i^5 = \frac{8k_a(1+f_{ci})G_i^2}{d_{smi}\pi^2 R}, \quad (i=1, 2, \dots, n).$

Nota la pressione in ogni nodo del ramo principale, la perdita di carico per unità di lunghezza geometrica, (R_{ik}), disponibile per ogni ramo secondario compreso fra l'*i*esimo nodo del ramo principale e la *k*esima

utenza risulta: $R_{ik} = \frac{P_i - D_{Pgik} - (P_u)_k}{L_{ik}}$ e il dimensionamento di

ogni ramo secondario con origine nell'*i*esimo nodo è, pertanto, ottenibile ancora col metodo del ramo principale.

In teoria qualunque tratto fra la sezione iniziale e un'utenza terminale potrebbe essere scelto come ramo principale, dimensionando i rami secondari in base alle conseguenti perdite disponibili.

In tal caso tuttavia non sarebbe più verificata la disuguaglianza:

$R_{ik} > R$, ovvero perdite disponibili maggiori di quelle del ramo principale e a partire dall'*i*esimo nodo, il carico totale richiesto nel ramo secondario potrebbe risultare maggiore rispetto al ramo principale con possibilità di valori risultanti della perdita R_{ik} tali da richiedere inaccettabili sovradimensionamenti della rete, o

addirittura valori: $R_{ik} < 0$, con impossibilità di convogliare le portate richieste.

In pratica pertanto, qualora si verifichi la condizione $R_{ik} < R$, risulta evidentemente errata la scelta del ramo principale che deve coincidere, dall'iesimo nodo, col ramo secondario ik stesso.

In presenza di atmosfera, il termine geodetico, (Dp_g), risulta:

$$Dp_g = (d_s - d_{sa})gH_g,$$

con: d_s e d_{sa} densità del fluido e dell'atmosfera, rispettivamente.

Si ha quindi: $Dp_g \approx d_s g H_g$ per i liquidi, $Dp_g = 0$, per aria e generalmente trascurabile per i gas in comuni condizioni di impianto.

In ogni caso risultando le cadute di pressione per perdite di carico, (Dp_r): $Dp_r \propto 1/d_s$ e $Dp_g \propto d_s$, si ha: $Dp_g/Dp_r \propto d_s^2$ e quindi, a parità di altre condizioni, l'incidenza delle cadute di pressione per salti geodetici rispetto alle perdite di carico si riduce, passando da fluidi incomprimibili a fluidi comprimibili, di circa cinque – sei ordini di grandezza e quindi per fluidi comprimibili le perdite geodetiche risultano comunemente trascurabili.

Nel dimensionamento tecnico basato sul metodo del ramo principale, l'unica variabile, (o grado di libertà), impostabile arbitrariamente, (nel rispetto delle caratteristiche tecniche di funzionamento della rete, come le velocità di efflusso nelle condotte), risulta la perdita di carico per unità di lunghezza nel ramo principale, (R), in funzione della quale si ottiene la pressione p_0 , e quindi la potenza del gruppo di pompaggio da installare e parimenti risultano funzione di R le pressioni nei nodi da cui tutti i diametri delle tubazioni.

Il costo totale attualizzato, risulta quindi: $C_{ta} = C_{ta}(R)$, da cui l'equazione di ottimizzazione economica: $dC_{ta}(R)/dR = 0$, fornisce il valore delle perdite R di minimo onere globale.

§ I°.6.8 – TEMPERATURE DI PARETE. LIMITAZIONI TERMICHE.

Le temperature delle pareti interposte fra fluidi a diversa temperatura, risultano intermedie fra queste in funzione delle resistenze termiche parziali.

Per qualunque geometria, indicando con: T_c , T_f , T_p , le temperature del fluido più caldo, più freddo e della parete interposta e con R_{tc} , R_{tf} , R_{tm} , le corrispondenti resistenze termiche alla convezione, (fluido caldo-parete, parete-fluido freddo), e alla conduzione nella parete, posta la temperatura di parete da considerare sul lato caldo, si ha:

$$Q = \frac{T_c - T_p}{R_{tc}} = \frac{T_p - T_f}{R_{tm} + R_{tf}}, \text{ da cui: } \frac{T_c - T_p}{T_p - T_f} = \frac{R_{tc}}{R_{tm} + R_{tf}};$$

$$T_p = \frac{T_c(R_{tm} + R_{tf}) + T_f R_{tc}}{R_{tc} + R_{tm} + R_{tf}} = \frac{T_c \left(\frac{R_{tm}}{R_{tc}} + \frac{R_{tf}}{R_{tc}} \right) + T_f}{1 + \frac{R_{tm}}{R_{tc}} + \frac{R_{tf}}{R_{tc}}},$$

ovvero salti termici parziali inversamente proporzionali alle rispettive resistenze termiche, (nel caso la temperatura di parete sia sul lato freddo nell'espressione risultano invertite le temperature dei fluidi). Poichè nella comune ipotesi in cui la resistenza della parete sia trascurabile rispetto a quella dei fluidi, ($R_{tm} \ll R_{tc}$), risulta:

$$\lim_{\frac{R_{tf}}{R_{tc}} \rightarrow 0} T_p = \frac{T_c \frac{R_{tm}}{R_{tc}} + T_f}{1 + \frac{R_{tm}}{R_{tc}}} \approx T_f; \quad \lim_{\frac{R_{tf}}{R_{tc}} \rightarrow \infty} T_p \approx T_c,$$

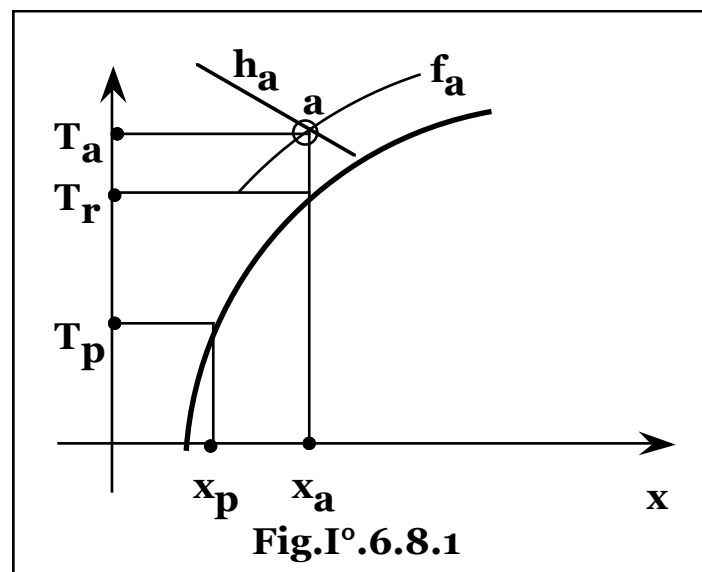
bilanciando le resistenze termiche dei fluidi, (con opportune alettature e/o prevedendo circolazione forzata), è possibile avvicinare i valori della temperatura di parete a quella di uno dei due fluidi allontanandola da limiti potenzialmente non sopportabili dai materiali, (in tali casi è generalmente impossibile intervenire con isolamenti in quanto i limiti per le pareti lo sono viepiù per i materiali costituenti gli isolanti).

Qualora invece siano imposti limiti, (inferiori o superiori), per le temperature dei fluidi a evitare fenomeni di saturazione con liberazione di condensa, (aeriformi), o di vapore, (liquidi), o fenomeni di stillicidio dell'aria sulle superficie delle strutture, (potenzialmente dannose per le pareti stesse e/o per le apparecchiature successive), conseguono limitazioni termiche per le pareti a contatto con i fluidi stessi, ovvero tenuto conto del valore costante della resistenza termica della parete nuda, valori imposti di isolamento.

E' quindi necessario determinare l'andamento delle temperature di parete, (T_p), in funzione delle temperature dei fluidi e del grado di isolamento.

Stillicidio.

Se aria umida incontra una superficie a temperatura T_p inferiore al limite di rugiada T_r , (**Fig.I°.6.8.1**), corrispondente al suo stato fisico, (**a**), sulla parete si ha formazione di una quantità di condensa pari a $(x_a - x_p)$, per unità di massa di aria secca, con possibili infiltrazioni sempre dannose per le strutture specie in caso di solidificazione dell'acqua con aumento di volume, mentre per gli isolanti si ha anche una conseguente diminuzione delle capacità resistive. L'isolamento limite che impedisce il fenomeno dello stillicidio, risulta pertanto, quello che porta la temperatura di parete a temperatura T_r .



Geometria piana.

Fra due regioni a temperatura T_a e T_b , separate da una parete di spessore s_m e conducibilità termica c_{tm} , isolata con uno spessore s di isolante di conducibilità termica c_{ti} , (**Fig.I°.6.8.2**), qualora l'isolante sia posto sulla superficie a contatto col fluido a temperatura T_a , la potenza termica trasmessa per unità di superficie, (Q), vale:

$$Q = \frac{T_a - T_b}{\frac{1}{c_{sa}} + \frac{s}{c_{ti}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb}}} = \frac{T_p - T_b}{\frac{s}{c_{ti}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb}}} = \frac{T_a - T_p}{\frac{1}{c_{sa}}}$$

con c_{sa} , c_{sb} , coefficienti di convezione ai due lati della parete.

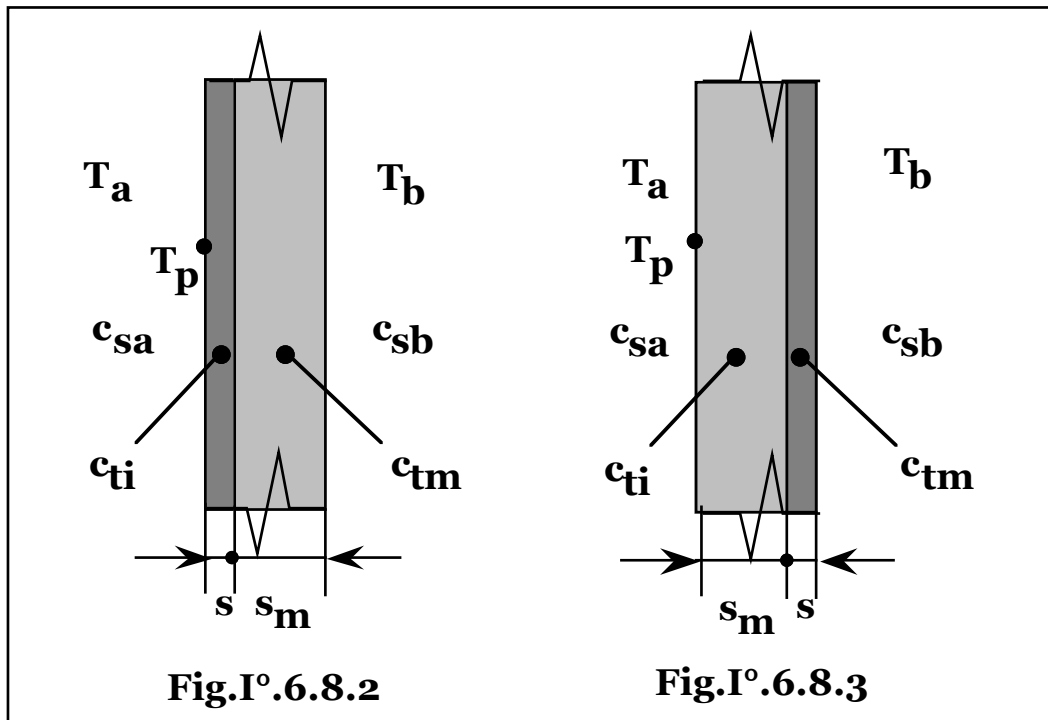


Fig. I° 6.8.2

Fig. I° 6.8.3

Dall'ultima uguaglianza si ottiene:

$$T_p = \frac{T_a \left(\frac{1}{c_{sb}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{s}{c_{ti}} \right) + \frac{T_b}{c_{sa}}}{\frac{1}{c_{sb}} + \frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{s}{c_{ti}} + \frac{1}{c_{sa}}}$$

ovvero:

$$s(T_p) = c_{ti} \left(\frac{1}{c_{sa}} \frac{T_p - T_b}{T_a - T_p} - \frac{s_m}{c_{tm}} - \frac{1}{c_{sb}} \right)$$

Indicando con T_1 la temperatura limite di parete, (di saturazione o di stillicidio), lo spessore di isolante termico che porta la temperatura di parete al valore limite T_1 , vale pertanto:

$$s(T_1) = c_{ti} \left(\frac{1}{c_{sa}} \frac{T_1 - T_b}{T_a - T_1} - \frac{s_m}{c_{tm}} - \frac{1}{c_{sb}} \right)$$

Per: $s(T_1) = 0$, si ottiene: $\frac{\frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sa}}}{1} = \frac{T_1 - T_b}{T_a - T_1}$, che coincide con la

relazione di bilancio fra il rapporto delle resistenze termiche parziali e i corrispondenti salti termici della parete nuda, ovvero:

$$T_p = \frac{T_a c_{sa} \left(\frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb}} \right) + T_b}{c_{sa} \left(\frac{s_m}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb}} \right) + 1} = T_1,$$

per cui non è richiesto isolamento per limitare la temperatura di parete.

La temperatura limite T_1 di stillicidio risulta dipendente dalle condizioni dell'aria e al limite di umidità relativa unitaria, ($T_a = T_1$), qualunque raffreddamento della parete comporta liberazione di condensa, per cui lo spessore di isolamento tende a valori illimitati.

Parimenti in caso di fluidi saturi qualunque raffreddamento in caso di vapore saturo, o riscaldamento in caso di liquido saturo porta alla liberazione di condensa o vapore con spessore di isolamento che tende a infinito.

Qualora l'isolante sia posto sulla superficie a contatto con il fluido a temperatura T_b , (**Fig.I°.6.8.3**), e quindi la temperatura di parete da considerare sia quella della struttura, le resistenze termiche in serie risultano le stesse e parimenti quindi i salti termici, per cui si ottengono i medesimi risultati.

Geometria cilindrica.

In geometria cilindrica con temperatura di parete limite all'esterno della condotta, (**Fig.I°.6.8.4**), per unità di lunghezza di corpo cilindrico, si ha:

$$Q = \frac{T_a - T_b}{\frac{1}{2\pi c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{sb} r_i}} =$$

$$= \frac{T_p - T_b}{\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{sb} r_i}} = \frac{T_a - T_p}{\frac{1}{2\pi c_{sa} r}}$$

ovvero:
$$\frac{T_p - T_b}{T_a - T_p} = c_{sa} r \left(\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right),$$

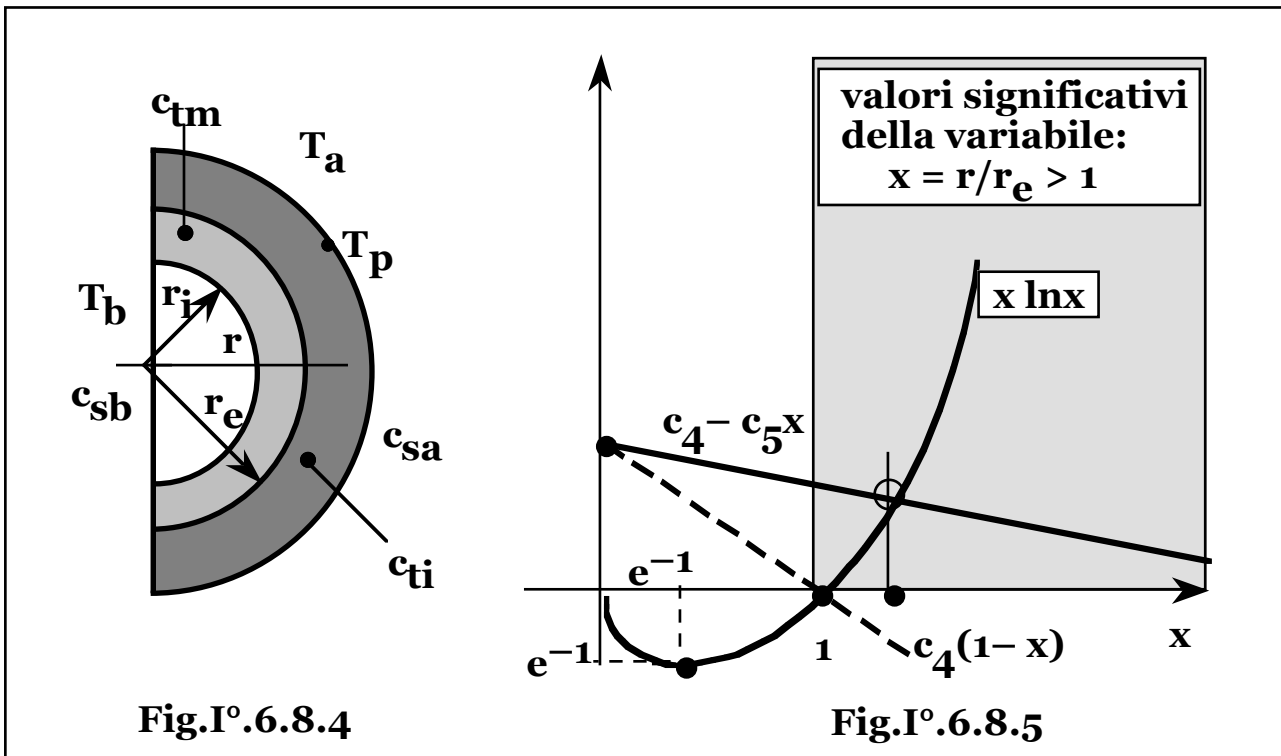


Fig. I° 6.8.4

Fig. I° 6.8.5

$$T_a \left(\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right) + \frac{T_b}{c_{sa} r}$$

e quindi:
$$T_p = \frac{\frac{1}{c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i}}{\frac{1}{c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i}},$$

mentre l'equazione risolvete per il calcolo del raggio, (r), di isolamento limite, (per: $T_p = T_1$), da cui lo spessore dell'isolante:

$\mathbf{s} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_e$, risulta:

$$\frac{T_1 - T_b}{T_a - T_1} = c_{sa} r \left[\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right],$$

ovvero:
$$\frac{r}{r_e} \ln \frac{r}{r_e} = \frac{c_{ti}}{c_{sa} r_e} \frac{T_1 - T_b}{T_a - T_1} - \frac{r}{r_e} c_{ti} \left(\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right).$$

Posto: $\mathbf{x} = \mathbf{r}/\mathbf{r}_e$, si ottiene l'equazione adimensionale: $\mathbf{x} \ln \mathbf{x} = \mathbf{c}_4 - \mathbf{c}_5 \mathbf{x}$, che risolta graficamente, (**Fig.I°.6.8.5**), mostra una sola soluzione significativa, ($\mathbf{x} = \mathbf{r}/\mathbf{r}_e > 1$), per valori del modulo della pendenza della retta superiore a quella della retta limite che si annulla per:

$\mathbf{x} = 1$, ($\mathbf{c}_4 = \mathbf{c}_5$), ovvero:
$$\frac{1}{c_{sa} r_e} \frac{T_1 - T_b}{T_a - T_1} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i},$$
 che coincide

con la relazione di equilibrio fra il rapporto delle resistenze termiche parziali e i corrispondenti salti termici della parete nuda:

$$\frac{\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{sb} r_i}}{1} = \frac{T_p - T_b}{T_a - T_p},$$

$$T_p = \frac{T_a c_{sa} r_e \left(\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right) + T_b}{c_{sa} r_e \left(\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i} \right) + 1} = T_1$$

per cui non è richiesto isolamento per evitare superamenti dei limiti.

Qualora la temperatura di parete limite sia quella all'interno della condotta, (**Fig.I°.6.8.6**), si ha:

$$Q = \frac{T_a - T_p}{\frac{1}{2\pi c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}}} = \frac{T_p - T_b}{\frac{1}{2\pi c_{sb} r_i}}$$

da cui:

$$\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{1}{c_{sa} r} = \frac{1}{c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_p}{T_p - T_b} - \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}}$$

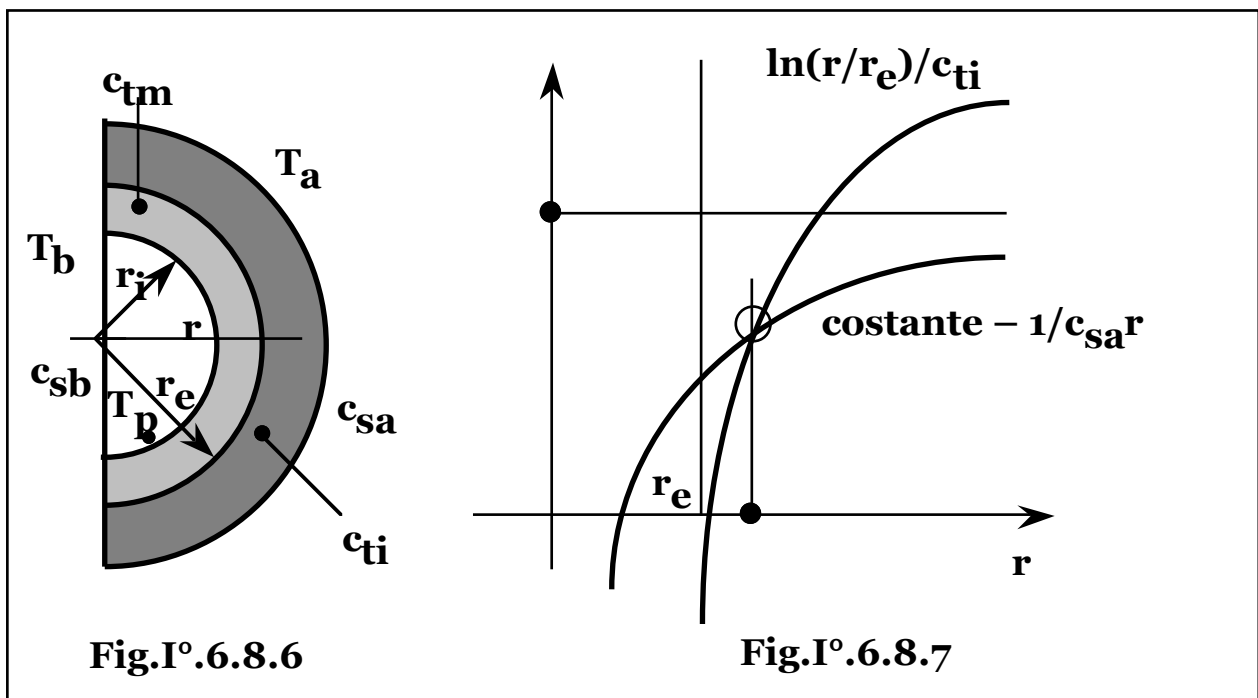


Fig.I° 6.8.6

Fig.I° 6.8.7

$$T_p = \frac{T_a + T_b \left(\frac{1}{c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} \right)}{\frac{1}{c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i}}$$

e quindi:

$$T_p = \frac{T_a + T_b \left(\frac{1}{c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} \right)}{\frac{1}{c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}} + \frac{1}{c_{sb} r_i}}$$

mentre l'equazione risolvente per il calcolo dello spessore di isolante

limite, (per: $T_p = T_l$), risulta:

$$\frac{\ln \frac{r}{r_e}}{c_{ti}} + \frac{1}{c_{sa} r} = \frac{1}{c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_l}{T_l - T_b} - \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{c_{tm}}$$

La costante a secondo membro è comunque positiva essendo:

$$\frac{1}{2\pi c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_p}{T_p - T_b} - \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} = \frac{1}{2\pi c_{sa} r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}},$$

e al limite di assenza di isolamento:

$$\frac{1}{2\pi c_{sb} r_i} \frac{T_a - T_p}{T_p - T_b} - \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} = \frac{1}{2\pi c_{sa} r_e},$$

per cui risolvendo graficamente l'equazione, (**Fig.I°.6.8.7**), si ha una e una sola soluzione significativa, ($r > r_e$), con condizione limite, ($r =$

r_e), che corrisponde a:
$$\frac{T_a - T_1}{\frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{sa} r_e}} = \frac{T_1 - T_b}{\frac{1}{2\pi c_{sb} r_i}},$$
 ovvero

temperatura di parete interna in assenza di isolamento, pari a T_1 .

§ I°.6.9 – DIMENSIONAMENTO ECONOMICO DELL'ISOLAMENTO TERMICO.

Geometria piana.

Attraverso una superficie piana unitaria che separa due ambienti fra i quali si ha un salto di temperatura DT , la potenza termica trasmessa, vale: DT/R_t , (ovvero affinché si mantenga un salto di temperatura DT è necessario cedere la potenza termica DT/R_t), pertanto, detto u il coefficiente di utilizzazione degli impianti termici o frigoriferi, l'energia termica, (Q_a), trasmessa a periodo di tempo di riferimento, (T), vale:

$$Q_a = uT DT/R_t.$$

In caso di un impianto di riscaldamento, il costo specifico dell'energia termica, (c_q), limitando l'analisi del costo ai soli oneri di esercizio, vale:

$$c_q = c_c / (k_i h_g),$$

con: c_c costo specifico del combustibile impiegato;
 k_i potere calorifico del combustibile impiegato;
 h_g rendimento del generatore di calore.

In caso di un impianto frigorifero, si ha: $c_q = c_k / h_f$, con:

c_k costo specifico dell'energia elettrica;

h_f coefficiente di effetto frigorifero.

Indicando con s lo spessore dell'isolante, il costo di installazione per unità di superficie, $I(s)$, può esprimersi come: $I(s) = c_o + c_i s$,

con: c_o costo fisso di installazione a unità di superficie;

c_i costo a unità di volume dell'isolante.

La resistenza termica totale della parete vale: $R_t = R_o + s/c_{ti}$, con:

$$R_o = \frac{1}{c_{si}} + \sum_{i=1}^n \frac{s_{mi}}{c_{tmi}} + \frac{1}{c_{se}},$$

resistenza termica della parete non isolata, c_{ti} conducibilità termica dell'isolante e c_{tmi} , s_{mi} conducibilità termica e spessore dell' i esimo strato resistivo della parete.

Il costo totale attualizzato del sistema impianto di riscaldamento/frigorifero più isolamento termico, (C_{ta}), risulta quindi:

$$\begin{aligned} C_{ta}(s) &= Q_a \frac{c_q}{t_{eq}} + I(s) = \frac{uTDT}{R_t} \frac{c_q}{t_{eq}} + c_o + c_i s = \\ &= \frac{uTDT}{R_o + \frac{s}{c_{ti}}} \frac{c_q}{t_{eq}} + c_o + c_i s. \end{aligned}$$

La funzione: $C_{ta} = C_{ta}(s)$, proveniente da infinito, (positivo), per:

$s = -c_{ti}R_o$, spostandosi verso il campo dei valori aventi significato fisico, ($s > 0$), incontra l'asse delle ordinate, ($s = 0$), nel punto: $DTc_q uT / (R_o t_{eq}) + c_o$, quindi per s che tende all'infinito tende alla retta asintotica: $c_o + c_i s$.

Essendo le radici dell'equazione di ottimizzazione: $dC_{ta}(s)/ds = 0$:

$$s = \pm \sqrt{DTc_{ti}c_q \frac{uT}{c_i t_{eq}}} - c_{ti}R_o,$$

e nel campo di interesse la concavità della curva sempre positiva, ($d^2C_{ta}(s)/ds^2 > 0$, $\forall s > -c_{ti}R_o$), l'unico estremante che corrisponde al solo valore della variabile eventualmente positivo:

$$s = \sqrt{DTc_{ti}c_q \frac{uT}{c_i t_{eq}}} - c_{ti}R_o, \text{ corrisponde a un minimo della funzione}$$

e risulta quindi la condizione di isolamento economico, ($s = s_{ec}$).

Il costo c_o non appare nella relazione, risultando analiticamente una costante in un processo di derivazione e in sostanza essendo l'ipotesi

di installare comunque un isolante di un qualche spessore e di dovere, quindi, in ogni caso sostenere l'onere c_o .

Il valore della resistenza R_o limite di convenienza economica all'isolamento, (R_o^*), si ottiene ponendo: $s_{ec} = 0$ e risulta:

$$R_o^* = \sqrt{\frac{DTc_q uT}{c_{ti}c_{iteq}}}$$

Generalmente la geometria piana si riferisce a impianti termici o frigoriferi in cui la potenza installata dipende dall'entità dell'isolamento, pertanto anche il costo di investimento dell'impianto risulta variabile in funzione dell'isolamento.

Nel caso in cui la potenza installata dell'impianto, (Q), sia pari, (o proporzionale), alla potenza termica trasmessa da o verso l'esterno, si ha: $Q = DT S/R_t$, con S e R_t superficie totale di trasmissione e

resistenza termica totale equivalenti del sistema: $\frac{S}{R_t} = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}$, con S_i

iesima superficie di trasmissione di resistenza termica globale R_{ti} .

Indicando con q il costo a unità di potenza dell'impianto, il relativo onere di installazione per unità di superficie di trasmissione, vale:

$$q \frac{Q}{S} = q \frac{DT}{R_t}$$

Il costo specifico totale di impianto, (comprensivo dell'isolamento),

risulta dunque: $I(s) = c_o + c_i s + q \frac{DT}{R_o + \frac{s}{c_{ti}}}$.

Il costo totale attualizzato del sistema, (C_{ta}), risulta quindi:

$$C_{ta}(s) = \frac{uTDT}{R_o + \frac{s}{c_{ti}}} \frac{c_q}{t_{eq}} + c_o + c_i s + \frac{qDT}{R_o + \frac{s}{c_{ti}}}$$

Posto: $dC_{ta}(s)/ds = 0$, si ottiene lo spessore economico dell'isolante

termico, (s_{ec}), pari a: $s_{ec} = \sqrt{\frac{DTc_{ti}}{c_i} \left(q + \frac{uTc_q}{t_{eq}} \right)} - c_{ti}R_o$, per il quale

occorre la medesima verifica di positività.

Il valore della resistenza R_o limite di convenienza economica all'isolamento, (R_o^*), si ottiene ponendo: $s_{ec} = 0$ e risulta:

$$R_o^* = \sqrt{\frac{DT}{c_i c_{ti}} \left(q + \frac{uTc_q}{t_{eq}} \right)}$$

Per considerare anche eventuali oneri gestionali, (proporzionali al costo di installazione), è sufficiente inserire a fattore del costo q il termine: $(1 + a/t_{em})$.

Per gli impianti di riscaldamento civili o industriali la potenza installata risulta pari a: $Q = f_a SDT/R_t$, con f_a coefficiente correttivo di sicurezza, ($f_a > 1$), per attenuazione, intermittenza avviamento ed esposizione, mentre l'energia termica dispersa a periodo, (annuo), di valutazione vale: $Q_a = f_g SGG/R_t$, con GG numero di gradi-giorno della zona.

Il costo totale attualizzato in funzione dello spessore dell'isolante termico del sistema, vale quindi:

$$C_{ta}(s) = \frac{q f_a SDT}{R_t(s)} + c_o + c_i s + \frac{f_g SGG c_q}{t_{eq} R_t(s)},$$

e quindi lo spessore economico dell'isolante termico, (s_{ec}), si ottiene come radice dell'equazione:

$$\frac{dC_{ta}(s)}{ds} = c_i - \frac{\left(q f_a DT + \frac{f_g GG c_q}{t_{eq}} \right)}{R_t^2(s)} \frac{dR_t(s)}{ds} = 0,$$

da cui:
$$s_{ec} = \sqrt{\left(q f_a DT + \frac{f_g GG c_q}{t_{eq}} \right) \frac{c_{ti}}{c_i} - c_{ti} R_o}$$

L'intervento di isolamento termico, può essere valutato anche come ottenimento di un utile, (risparmio di energia dissipata), a fronte di un onere di investimento, (opere di isolamento).

In tal caso si ha:
$$VAN(s) = \frac{uTDTc_q}{t_{eq}} \left(\frac{1}{R_o} - \frac{1}{R_o + \frac{s}{c_{ti}}} \right) - (c_o + c_i s) =$$

$$= \frac{uTDTc_q}{t_{eq} R_o} - \frac{uTDT}{\left(R_o + \frac{s}{c_{ti}} \right) t_{eq}} \frac{c_q}{t_{eq}} - (c_o + c_i s) = \frac{uTDTc_q}{t_{eq} R_o} - C_{ta}(s).$$

Differendo quindi le funzioni **VAN** e **C_{ta}**, solo per una costante, le condizioni di ottimizzazione coincidono.

Risulta, inoltre: $\frac{dVAN(s)}{ds} = -\frac{dC_{ta}(s)}{ds}$, in quanto la prima condizione corrisponde a un massimo della funzione e la seconda a un minimo.

Geometria cilindrica.

In geometria cilindrica l'energia termica trasmessa per unità di lunghezza di corpo cilindrico a periodo di riferimento, (o che è necessario cedere affinché si mantenga un salto di temperatura **DT**), risulta: **Q_a** = **uT DT/R_t(r)**, con:

$$R_t(r) = \frac{1}{2\pi c_{se}r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{si}r_i},$$

mentre il costo di installazione dell'isolamento per unità di lunghezza di corpo cilindrico, vale: **I(r)** = **c_o** + **c_i** π (r² - r_e²).

Il costo totale attualizzato del sistema, (**C_{ta}**), vale, quindi:

$$C_{ta}(r) = \frac{uTDT}{R_t(r)} \frac{c_q}{t_{eq}} + c_o + c_i \pi (r^2 - r_e^2).$$

L'equazione di ottimizzazione economica, [**dC_{ta}(r)/dr** = **0**], per il calcolo della radice **r_{ec}**, e quindi dello spessore economico di isolante:

s_{ec} = **r_{ec}** - **r_e**, risulta quindi:

$$\begin{aligned} \frac{dC_{ta}(r)}{dr} &= -\frac{uTDTc_q}{t_{eq}R_t^2(r)} \frac{dR_t(r)}{dr} + 2\pi c_i r = \\ &= -\frac{uTDTc_q}{t_{eq}R_t^2(r)} \left(\frac{1}{2\pi c_{ti}r} - \frac{1}{2\pi c_{se}r^2} \right) + 2\pi c_i r = 0, \end{aligned}$$

ovvero:
$$\frac{r^3 R_t^2(r)}{c_{se}r - c_{ti}} = \frac{uTDTc_q}{4\pi^2 t_{eq} c_i c_{ti} c_{se}},$$

delle cui soluzioni occorre verificare il senso fisico, (**r_{ec}** > **r_e**), e che risulti: **C_{ta}(r_{ec})** < **C_{ta}(r_e)** = **DTc_quT/(R_ot_{eq})**, altrimenti non conviene, (economicamente), isolare la tubazione.

Il valore della resistenza termica del corpo cilindrico non isolato:

$R_o = \frac{1}{2\pi c_{se} r_e} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{si} r_i}$, limite di convenienza economica all'isolamento, (R_o^*), si ottiene imponendo che per tale valore della variabile, ($r = r_e$, $s_{ec} = 0$), l'equazione di ottimizzazione economica sia

verificata, ovvero:
$$\frac{r_e^3 R_t^2(r_e)}{c_{se} r_e - c_{ti}} = \frac{u T D T c_q}{4\pi^2 t_{eq} c_i c_{ti} c_{se}}$$
,

da cui:
$$R_o^* = \sqrt{\frac{(c_{se} r_e - c_{ti}) D T u T c_q}{4\pi^2 r_e^3 c_i c_{se} c_{ti} t_{eq}}}$$
.

Per $r_e \leq c_{ti}/c_{se}$, (raggio critico), R_o^* risulta nulla o immaginaria in quanto non conviene mai isolare.

Qualora sia lecito trascurare la resistenza della parete nuda rispetto a quella dell'isolante, (eventualmente maggiorata di un fattore correttivo

$k_n > 1$), ovvero porre: $R_t(r) = k_n \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}}$, le relazioni risultano:

$$C_{ta}(r) = \frac{u T D T c_q}{t_{eq} k_n} \frac{2\pi c_{ti}}{\ln \frac{r}{r_e}} + c_o + c_i \pi (r^2 - r_e^2);$$

$$\frac{dC_{ta}(r)}{dr} = - \frac{2\pi c_{ti} u T D T c_q}{t_{eq} k_n} \frac{1}{r \ln^2 \left(\frac{r}{r_e} \right)} + 2c_i \pi r,$$

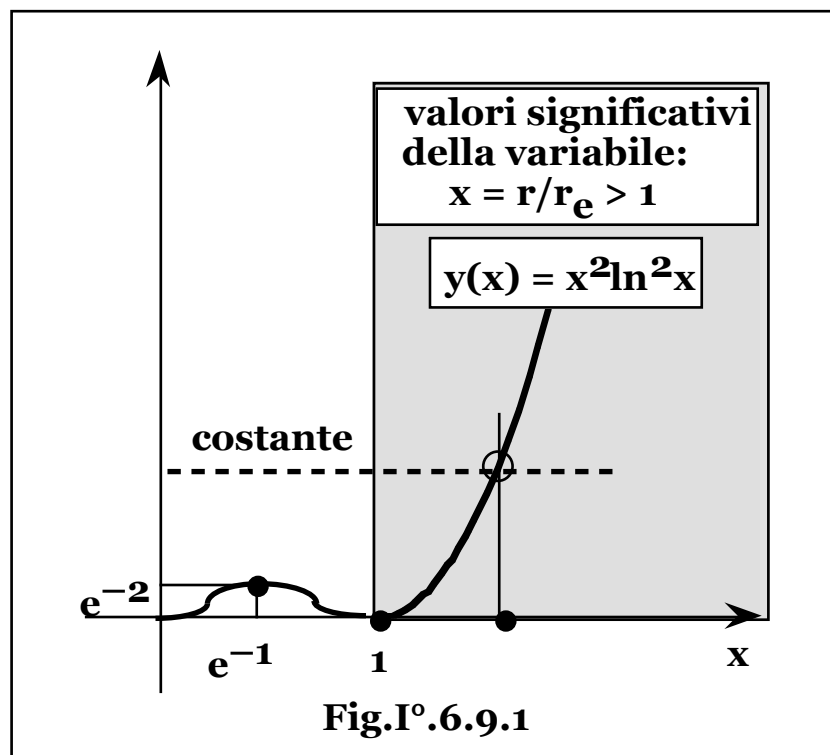
che posta uguale a zero risulta: $\left(\frac{r}{r_e} \right)^2 \ln^2 \left(\frac{r}{r_e} \right) = \frac{u T D T c_q c_{ti}}{k_n t_{eq} c_i r_e^2}$, ovvero

un'equazione adimensionale del tipo: $x^2 \ln^2 x = \text{costante}$, (**Fig.I°6.9.1**), che ammette una e una sola soluzione significativa, ($x_{ec} = r_{ec}/r_e > 1$), in ogni caso in quanto in assenza di isolamento, l'ipotesi di trascurare la resistenza termica della parete nuda, comporta un costo totale attualizzato illimitato.

Determinato il valore dello spessore economico dell'isolamento termico, è possibile verificare la correttezza del valore assegnato al

coefficiente: $k_n = \frac{R_o + \frac{\ln \frac{r_{ec}}{r_e}}{2\pi c t_i}}{\frac{\ln \frac{r_{ec}}{r_e}}{2\pi c t_i}} = 1 + \frac{2\pi c t_i R_o}{\ln \frac{r_{ec}}{r_e}}$, e ripetere il calcolo in

maniera iterativa fino alla convergenza del procedimento.



Generalmente la geometria cilindrica si riferisce a condotte di convogliamento di fluidi con dispersioni termiche comunque ridotte rispetto a quelle relative agli ambienti riscaldati, (o refrigerati), e agli altri contributi di scambio termico, per cui la potenza installata non risente sensibilmente dell'entità di tale isolamento e di conseguenza il relativo costo di impianto non compare nelle valutazioni di ottimizzazione economica.

A ottimizzazione effettuata, occorre verificare che lo spessore economico dell'isolante sia in grado di evitare fenomeni di saturazione del fluido, o di stillicidio dell'aria: in caso contrario la scelta di isolamento risulta il suddetto limite tecnico.

L'intervento di isolamento termico, può essere valutato anche come l'ottenimento di un utile, (risparmio di energia dissipata), a fronte un investimento, (opere di isolamento).

In tal caso si ha:

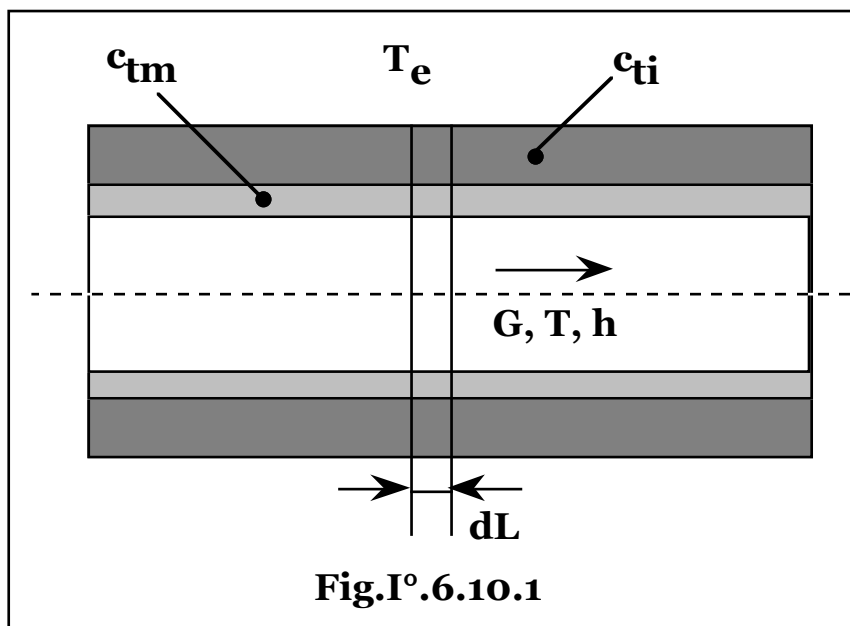
$$\begin{aligned} \mathbf{VAN(r)} &= \frac{\mathbf{uTD Tc_q}}{\mathbf{t_{eq}}} \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_o}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_t(r)}} \right) - \left(\mathbf{c_o} + \mathbf{c_i} \pi (\mathbf{r}^2 - \mathbf{r_e}^2) \right) = \\ &= \frac{\mathbf{uTD Tc_q}}{\mathbf{t_{eq}R_o}} - \frac{\mathbf{uTD Tc_q}}{\mathbf{t_{eq}R_t(r)}} - \left(\mathbf{c_o} + \mathbf{c_i} \pi (\mathbf{r}^2 - \mathbf{r_e}^2) \right) = \frac{\mathbf{uTD Tc_q}}{\mathbf{t_{eq}R_o}} - \mathbf{C_{ta}(r)}. \end{aligned}$$

Differendo quindi le funzioni **VAN** e **C_{ta}**, solo per una costante, le condizioni di ottimizzazione coincidono.

Risulta, inoltre: $\frac{d\mathbf{VAN(r)}}{d\mathbf{r}} = - \frac{d\mathbf{C_{ta}(r)}}{d\mathbf{r}}$, in quanto la prima condizione corrisponde a un massimo della funzione e la seconda a un minimo.

§ I°.6.10 – VARIAZIONI TERMICHE LUNGO LE TUBAZIONI.

In un tratto infinitesimo, (**dL**), di tubazione, (**Fig.I°.6.10.1**), percorsa da una portata di fluido **G** a temperatura diversa da quella dello spazio circostante, (**T_e**), viene scambiata in regime stazionario, la potenza termica: **dQ = ± (T - T_e)dL/R_t**, con **T**, temperatura del fluido nella sezione **L** e **R_t** resistenza termica per unità di lunghezza di condotta.



La stessa potenza termica per il fluido circolante risulta: **dQ = ± Gdh**, che in caso di fluidi monofase può esprimersi come: **dQ = ± Gc_pdT**.

In caso di **fluidi monofase**, si ha quindi:

$dQ = (T - T_e)dL/R_t = -Gc_p dT$, da cui: $T(L) = T_e + (T_o - T_e)e^{-\frac{L}{Gc_p R_t}}$,
 con T_o temperatura del fluido nella sezione di riferimento, ($L = 0$).

Pertanto fissate le condizioni iniziali, (T_o), e ambientali, (T_e), note o imposte tre delle quattro variabili, (G, R_t, T, L), che compaiono nella relazione, è possibile risalire alla rimanente, ovvero determinare, oltre all'andamento della temperatura con la distanza, la portata che in un certo tratto porta il fluido a una prefissata temperatura, la lunghezza di condotta che comporta una certa variazione termica di una data portata e le condizioni di isolamento, (R_t), richieste per l'ottenimento di condizioni di lunghezza e portata imposte:

$$G = \frac{L}{R_t c_p \ln \frac{T_o - T_e}{T - T_e}}; \quad L = G c_p R_t \ln \frac{T_o - T_e}{T - T_e}; \quad R_t = \frac{L}{G c_p \ln \frac{T_o - T_e}{T - T_e}}.$$

Le grandezze: R_t, G, L , mantengono comunque significato fisico, (reali e positive), in quanto risultando la temperatura T sempre compresa fra quella iniziale, (T_o), e quella esterna, (T_e), le differenze: $T_o - T_e$ e $T - T_e$, assumono in ogni caso lo stesso segno e risulta:

$$T_o - T_e > T - T_e.$$

Indicando con T_s la temperatura di saturazione del fluido, qualora risulti: $T_o > T_s > T_e$, ovvero: $T_o < T_s < T_e$, le grandezze limite oltre le quali il fluido entra nel campo bifase, risultano:
 lunghezza massima, (L_{max}), percorribile da un fluido monofase:

$$L_{max} = G c_p R_t \ln \frac{T_o - T_e}{T_s - T_e};$$

portata minima, (G_{min}), del fluido monofase:

$$G_{min} = \frac{L}{R_t c_p \ln \frac{T_o - T_e}{T_s - T_e}};$$

resistenza termica minima, (R_{tmin}), della condotta:

$$R_{tmin} = \frac{L}{G c_p \ln \frac{T_o - T_e}{T_s - T_e}}.$$

Infine la relazione di calcolo della temperatura iniziale richiesta, (T_o), in funzione delle altre grandezze, risulta:

$$T_o = T_e + (T - T_e) e^{\frac{L}{G c_p R_t}}$$

In caso di **fluidi bifase**, si ha: $T(L) = T_o = \text{costante}$, da cui:

$$dQ = \frac{T_o - T_e}{R_t} dL = -G dh, \text{ e quindi: } h(L) = h_o - \frac{T_o - T_e}{G R_t} L;$$

$$R_t = \frac{T_o - T_e}{h_o - h} \frac{L}{G}; \quad G = \frac{T_o - T_e}{h_o - h} \frac{L}{R_t}; \quad L = G R_t \frac{h_o - h}{T_o - T_e}.$$

Indicando con r_v il calore di vaporizzazione, (o condensazione), le grandezze limite oltre le quali il fluido diviene monofase, risultano: lunghezza massima, (L_{\max}), percorribile da un fluido bifase:

$$L_{\max} = \frac{G R_t r_v}{|T_o - T_e|};$$

portata minima, (G_{\min}), del fluido bifase:

$$G_{\min} = \frac{|T_o - T_e|}{r_v} \frac{L}{R_t};$$

resistenza termica minima, ($R_{t\min}$), della condotta:

$$R_{t\min} = \frac{|T_o - T_e|}{r_v} \frac{L}{G}.$$

Il valore dell'entalpia iniziale richiesta, (h_o), in funzione delle altre grandezze, risulta: $h_o = h + \frac{T_o - T_e}{G R_t} L$.

§ I°.6.11 - EQUILIBRIO TERMICO E FLUIDODINAMICO DI FLUIDI SATURI.

Nelle condotte percorse da fluidi in prossimità della saturazione, le fughe o rientrate termiche attraverso le pareti, (in caso di fluidi a temperatura superiore o inferiore all'ambiente circostante, rispettivamente), alle quali si aggiunge il calore generato dalle perdite per attriti fluidodinamici all'interno dei fluidi in moto, provocano condensazione o vaporizzazione di parte dei fluidi stessi.

La presenza di miscele bifase aumenta le perdite di carico nelle tubazioni e l'ingresso negli utilizzatori di fluidi non in grado di cedere o acquistare tutto il calore latente di condensazione, (o

vaporizzazione), come da condizioni di progetto, comporta la necessità di un supplemento di portata con aumento degli oneri di impianto e di esercizio.

§ I°.6.12 – CONDOTTE PERCORSE DA VAPORE SATURO.

In caso di fluidi saturi a temperatura superiore a quella dell'ambiente circostante, i due fenomeni possono essere bilanciati con ottenimento di fluido ancora saturo in ingresso alle utenze.

In un tratto elementare, (dL), di tubazione percorsa da fluido a temperatura di condensazione, T_c , in regime stazionario si ha trasmissione verso l'esterno della potenza termica:

$$dQ = (T_c - T_e)dL/R_t,$$

con T_e temperatura dell'ambiente circostante e:

$$R_t = \frac{1}{2\pi c_{se}r} + \frac{\ln \frac{r}{r_e}}{2\pi c_{ti}} + \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\pi c_{tm}} + \frac{1}{2\pi c_{si}r_i} \approx k_s \frac{\ln \frac{D}{D_e}}{2\pi c_{ti}},$$

nell'ipotesi di considerare costante il coefficiente maggiorativo, (k_s), della resistenza termica dovuta al solo isolante, equivalente alla resistenza globale della condotta.

Nello stesso tratto elementare di tubazione la potenza dissipata in

calore per perdite fluidodinamiche, (dP), vale: $dP = \frac{8k_a(1 + f_c)G^3}{d_{sv}^2\pi^2 D_i^5} dL$,

con d_{sv} densità del fluido saturo.

Eguagliando le due espressioni, si ottiene la relazione di calcolo del diametro di isolante che bilancia le due potenze termiche mantenendo costante l'entalpia del fluido e quindi le condizioni di saturazione:

$$\frac{T_c - T_e}{R_t} dL = \frac{8k_a(1 + f_c)G^3}{d_{sv}^2\pi^2 D_i^5} dL,$$

da cui:
$$\frac{R_t}{D_i^5} = \frac{(T_c - T_e)d_{sv}^2\pi^2}{8k_a(1 + f_c)G^3},$$

ovvero:
$$\ln \frac{D}{D_e} = k_1 D_i^5 = k_1 D_e^5,$$

con:
$$k_1 = \frac{c_{ti}(T_c - T_e)d_{sv}^2\pi^2}{4k_s k_a(1 + f_c)G^3}; \quad k_i = \frac{c_{ti}(T_c - T_e)d_{sv}^2\pi^2}{4k_s k_a(1 + f_c)G^3(1 + 2rd)^5},$$

considerando: $\frac{D_e}{D_i} = 1 + 2r_d \approx \text{costante}$.

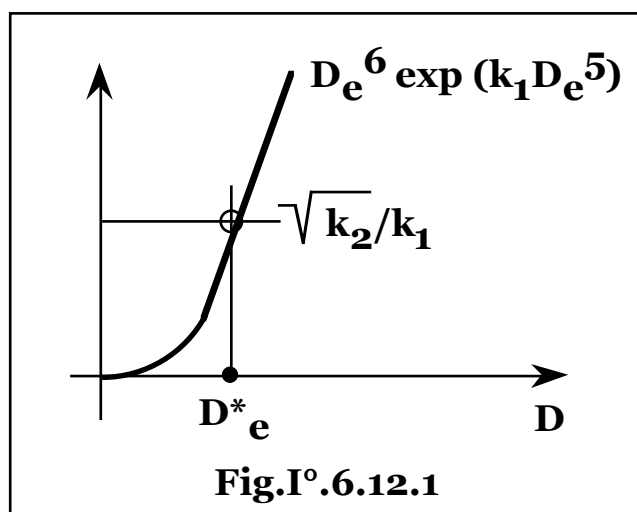
In condizioni di ottimizzazione economica per il diametro di isolante,

nell'ipotesi di porre: $R_t \approx \frac{k_s \ln \frac{D}{D_e}}{2\pi c t_i}$, vale la relazione:

$$D^2 \ln^2 \frac{D}{D_e} = \frac{4c t_i (T_c - T_e) u T c q}{c_i k_s t_{eq}} = k_2.$$

Pertanto se il valore della velocità del fluido, (e quindi fissata la portata il diametro della condotta), non è imposto da ulteriori considerazioni impiantistiche o economiche, il sistema:

$$\begin{cases} \ln \frac{D}{D_e} = k_1 D_e^5 \\ D^2 \ln^2 \frac{D}{D_e} = k_2 \end{cases}, \text{ ovvero: } \begin{cases} D_e^6 k_1 D_e^5 = \frac{\sqrt{k_2}}{k_1} \\ D = \frac{\sqrt{k_2}}{k_1} \frac{1}{D_e^5} \end{cases}.$$



La funzione $D_e^6 \exp(k_1 D_e^5)$, (Fig.I° 6.12.1), passa per l'origine e risulta monotona crescente per $D_e \geq 0$.

La radice, (D_e^*), dell'equazione: $D_e^6 \exp(k_1 D_e^5) = \frac{\sqrt{k_2}}{k_1}$: $D^* = \frac{\sqrt{k_2}}{k_1} \frac{1}{(D_e^*)^5}$,

ottenibile per via iterativa o graficamente, appare pertanto unica.

Qualora, invece, sia richiesto di fissare in maniera indipendente il diametro della tubazione per esigenze tecniche o economiche, se risulta: $D_e > D^*$, le perdite di carico non sono sufficienti a compensare le dispersioni termiche e pertanto è necessario un certo surriscaldamento a monte della tubazione, affinché il fluido risulti saturo secco nella sezione terminale.

Il fluido è, quindi, monofase e l'equazione di bilancio risulta, in tal

$$\text{caso: } \frac{T_c - T_e}{R_t} dL - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5} dL = -Gc_{pv}dT,$$

$$\text{da cui: } \frac{dT}{dL} + \frac{T}{Gc_{pv}R_t} = \frac{T_e}{Gc_{pv}R_t} + \frac{8k_a(1+f_c)G^2(1+2r_d)^5}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5},$$

con c_{pv} calore specifico del vapore surriscaldato.

L'integrale generale dell'equazione, è pari all'integrale dell'omogenea

$$\text{associata: } \frac{dT}{dL} + \frac{T}{Gc_{pv}R_t} = 0, \text{ che vale: } T(L) = c_1 e^{-\frac{L}{Gc_{pv}R_t}},$$

più un integrale particolare che può ottenersi ponendo: $T = \text{costante}$, da cui:

$$T = T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5}.$$

Si ottiene, pertanto:

$$T(L) = c_1 e^{-\frac{L}{Gc_{pv}R_t}} + T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5}.$$

Imponendo le condizioni al contorno: $T = T_o$, per $L = 0$, si ricava:

$$c_1 = T_o - T_e - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5}, \text{ e quindi:}$$

$$T(L) = \left[T_o - T_e - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5} \right] e^{-\frac{L}{Gc_{pv}R_t}} + T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5}.$$

Ricavato il diametro economico dell'isolante dall'equazione:

$$D^2 \ln^2 \frac{D}{D_e} = \frac{4c_{ti}(T_c - T_e)uTc_q}{c_i k_s t_{eq}},$$

e calcolato, quindi, il valore della resistenza termica R_t , imponendo che nella sezione finale della tubazione, ($L = L_f$), il fluido sia in condizioni di saturazione, ($T = T_s$):

$$T_s = \left[T_o - T_e - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5} \right] e^{-\frac{L_f}{Gc_{pv}R_t}} + T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5},$$

si ottiene il grado di sottoraffreddamento, richiesto:

$$T_o = T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5} + \left[T_s - T_e - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5} \right] e^{\frac{L_f}{Gc_{pv}R_t}}.$$

Per: $T_s < T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5}$, si ottiene: $T_o < T_s$, che

corrisponde, (essendo per $D_e = D^*$, costanti le condizioni termodinamiche del fluido per tutta la condotta e quindi $T = T_s$), a un diametro $D_e < D^*$; pertanto le dissipazioni di tipo fluidodinamico risultano maggiori delle fughe di calore, e il fluido a monte della condotta deve risultare umido.

La relativa equazione di bilancio, risulta:

$$Gdh = \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5} dL - \frac{T_s - T_e}{R_t} dL,$$

da cui: $\frac{dh}{dL} = \frac{8k_a(1+f_c)G^2(1+2r_d)^5}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5} - \frac{T_s - T_e}{GR_t}$,

e quindi: $h(L) = h_o + \left[\frac{8k_a(1+f_c)G^2(1+2r_d)^5}{d_{sv}^2 \pi^2 D_e^5} - \frac{T_s - T_e}{GR_t} \right] L.$

Imponendo che nella sezione finale della tubazione, ($L = L_f$), il fluido sia in condizioni di saturazione, ($h = h_s$), si ottiene l'entalpia, (ovvero il titolo del vapore), a monte della condotta:

$$h_o = h_s - \left[\frac{8k_a(1+f_c)G^2(1+2r_d)^5}{d_{sv}^2\pi^2D_e^5} - \frac{T_s - T_e}{GR_t} \right] L_f.$$

§ I°.6.13 – CONDOTTE PERCORSE DA LIQUIDO SATURO.

In caso di fluido a temperatura inferiore a quella dell'ambiente circostante, i fenomeni di rientrate termiche e dissipazioni per attriti fluidodinamici non sono contrastanti, ma complementari. Pertanto, affinché l'azione combinata della trasmissione termica e delle perdite di carico porti il liquido in condizioni di saturazione all'utenza, è necessario prevedere un opportuno grado di sottoraffreddamento a monte della condotta di trasferimento.

Si ottiene: $dQ = \frac{T_e - T}{R_t} dL$; $dP = \frac{8k_a(1+f_c)G^3}{d_{sl}^2\pi^2D_i^5} dL$, con d_{sl} densità del

fluido saturo.

L'equazione di bilancio risulta, quindi:

$$\frac{T_e - T}{R_t} dL + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5}{d_{sl}^2\pi^2D_e^5} dL = Gc_{pl}dT,$$

da cui: $\frac{dT}{dL} + \frac{T}{Gc_{pl}R_t} = \frac{T_e}{Gc_{pl}R_t} + \frac{8k_a(1+f_c)G^2(1+2r_d)^5}{c_{pl}d_{sl}^2\pi^2D_e^5}$,

con c_{pl} calore specifico del liquido sottoraffreddato.

L'integrale generale dell'equazione è pari all'integrale dell'omogenea associata:

$\frac{dT}{dL} + \frac{T}{Gc_{pl}R_t} = 0$, che vale: $T(L) = c_1 e^{-\frac{L}{Gc_{pl}R_t}}$, più un integrale

particolare che può ottenersi ponendo: $T = \text{costante}$, da cui:

$$T = T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2\pi^2D_e^5}.$$

Si ottiene, pertanto:

$$T(L) = c_1 e^{-\frac{L}{Gc_{pl}R_t}} + T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5}$$

Imponendo le condizioni al contorno: $T = T_o$, per $L = 0$, si ricava:

$$c_1 = T_o - T_e - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5}, \text{ e quindi:}$$

$$T(L) = \left[T_o - T_e - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5} \right] e^{-\frac{L}{Gc_{pl}R_t}} + T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5},$$

valida per: $T(L) < T_v$, con T_v temperatura di vaporizzazione del liquido, oltre la quale il fluido diviene bifase.

Il sistema pompa tubazione ammette ottimizzazione economica con definizione del diametro economico, ($D_e = D_{ec}$), della tubazione stessa, mentre dall'ottimizzazione economica dell'isolamento termico,

si ha:

$$D^2 \ln^2 \frac{D}{D_e} = \frac{4c_{ti}(T_e - T_v)uTck}{COPc_i k_s t_{ek}},$$

e quindi il diametro di isolamento economico, da cui:

$$R_t = k_s \frac{\ln \frac{D}{D_e}}{2\pi c_{ti}}$$

Pertanto imponendo che nella sezione finale della tubazione, ($L = L_f$), il fluido sia in condizioni di saturazione, ($T = T_v$):

$$T_v = \left[T_o - T_e - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5} \right] e^{-\frac{L_f}{Gc_{pl}R_t}} + T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5},$$

si ottiene il grado di sottoraffreddamento, richiesto:

$$T_o = T_e + \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5} - \left[T_e - T_v - \frac{8k_a(1+f_c)G^3(1+2r_d)^5 R_t}{d_{sl}^2 \pi^2 D_e^5} \right] e^{-\frac{L_f}{G_{cpl} R_t}}$$

§ I°.6.14 – LINEE DI TRASMISSIONE ENERGETICA.

Per una funzione: $y = y(x)$, monotona decrescente, supposto di riportare la grandezza y al valore iniziale, ($y = y_o$, per: $x = 0$), a intervalli regolari con mezzi esterni, la pendenza, se gli intervalli di ripristino sono sufficientemente contenuti, può ritenersi, (a meno dei gradini di risalita), costante: $dy(x)/dx = [dy(x)/dx]_o = -a$.

Il "rendimento di trasmissione" della grandezza y lungo il tratto, (Dx), di ripristino delle condizioni iniziali, vale quindi: $h = (y_o - aDx)/y_o$ e il rendimento totale, indicando con Dx_t la variazione totale della

variabile x :
$$h_t = \left(\frac{y_o - aDx}{y_o} \right)^{\frac{Dx_t}{Dx}} = \left(1 - a \frac{Dx}{y_o} \right)^{\frac{Dx_t}{Dx}}$$

Supponendo un ripristino continuo, si ha:

$$\lim_{Dx \rightarrow 0} h_t = \lim_{Dx \rightarrow 0} \left(1 - a \frac{Dx}{y_o} \right)^{\frac{Dx_t}{Dx}} = e^{-a \frac{Dx_t}{y_o}},$$

ovvero in funzione della variabile x : $h(x) = e^{-ax/y_o}$.

Per la trasmissione a distanza di potenza, la funzione risulta: $P = P(L)$, con L coordinata spaziale di trasferimento.

Trasmissione di potenza meccanica in forma di pressione di un fluido.

In tal caso si ha: $P = GDp/d_s$, con: $a = \frac{dP}{dL} = \frac{8k_a(1+f_c)G^3}{d_s^2 \pi^2 D^5}$,

$$\frac{a}{P} = \frac{8k_a(1+f_c)G^2}{d_s\pi^2D^5D_p}, \text{ da cui: } h(L) = e^{-\frac{8k_a(1+f_c)G^2}{d_s\pi^2D^5D_p}L}$$

Trasmissione di potenza termica.

In caso di fluidi monofase, si ha: $Q = Gc_pDT$; $a = \left(\frac{dQ}{dL}\right)_0 = \frac{DT}{R_t}$, (con R_t resistenza termica per unità di lunghezza della condotta di

trasporto del fluido), da cui: $\frac{a}{Q} = \frac{1}{Gc_pR_t}$, e quindi: $h(L) = e^{-\frac{L}{Gc_pR_t}}$,

mentre in caso di fluidi saturi, risulta: $Q = GDh$; $a = \frac{dQ}{dL} = \frac{DT}{R_t}$;

$$\frac{a}{Q} = \frac{DT}{GDhR_t}, \text{ da cui: } h(L) = e^{-\frac{DT}{GDhR_t}L}$$

Trasmissione di potenza elettrica.

Le perdite elettriche sono imputabili all'effetto Joule, per cui in un tratto elementare di conduttore si ha: $dP = -d(RI^2) = -I^2dR$, con R resistenza del conduttore e I corrente elettrica, supposta costante. Indicando con r_s la resistività per unità di lunghezza e di sezione, (S), del conduttore e con J , la densità di corrente, si ottiene:

$$R = r_sL/S, \quad J = I/S, \text{ da cui: } dP = -r_sJ^2SdL,$$

e quindi: $-a = dP/dL = -r_sJ^2S$; $-a/P = -r_sJ/V$,
essendo: $P = VI = VJS$, con V tensione applicata.

Si ottiene, quindi: $h(L) = e^{-\frac{r_sJL}{V}}$, da cui la convenienza a trasmettere la potenza elettrica alle massime tensioni tecnologicamente ed economicamente realizzabili.

I valori di rendimento di trasmissione relativi all'ipotesi di ripristino continuo delle condizioni iniziali, sono i massimi realizzabili. Infatti per Dx finito il rendimento vale:

$$h_d = \frac{y_0 - \frac{Dy}{Dx} Dx}{y_0} = 1 - \frac{\frac{Dy}{Dx} Dx}{y_0}.$$

Per $Dy/Dx = -a = \text{costante}$, il rendimento risulta sempre minore di quello relativo al ripristino continuo della grandezza:

$$h_d = 1 - a \frac{Dx}{y_0} < e^{-a \frac{Dx}{y_0}} = h.$$

Si ha, infatti: $h_d(0) = h(0) = 1$, mentre la pendenza, (negativa) della curva $h_d(x)$, risulta in modulo maggiore di quella della curva $h(x)$:

$$\left| \frac{dh_d(x)}{dx} \right| = \frac{a}{y_0} > \left| \frac{dh(x)}{dx} \right| = \frac{a}{y_0} e^{-a \frac{x}{y_0}}.$$

I risultati vanno corretti per il caso reale, ovvero di stazioni di ripristino delle condizioni iniziali a intervalli finiti.

Trasmissione di potenza meccanica in forma di pressione di un fluido.

In tal caso si ha: $dP/dL = -a = \text{costante}$, da cui:

$$h_d(L) = 1 - a \frac{L}{y_0} = 1 - \frac{8k_a(1+f_c)G^2L}{d_s\pi^2D^5D_p}.$$

La lunghezza massima percorribile, (L_{\max}), trasmettendo potenza:

$$h_d(L_{\max}) = 0, \text{ risulta: } L_{\max} = \frac{d_s\pi^2D^5D_p}{8k_a(1+f_c)G^2}.$$

Trasmissione di potenza termica.

In questo caso, non risulta: $dQ(L)/dL = -a = \text{costante}$, essendo:

$$\frac{dQ}{dL} = -\frac{DT}{R_t} e^{-\frac{L}{Gc_pR_t}},$$

e per il calcolo del rendimento occorre valutare la potenza, (variabile), dispersa nel tratto L :

$$-\int_0^L \frac{LdQ}{dL} dL = \int_0^L \frac{LDT}{R_t} e^{-\frac{L}{Gc_p R_t}} dL = Gc_p DT \left(1 - e^{-\frac{L}{Gc_p R_t}} \right),$$

e quindi: $h_d(L) = \frac{Q + \int_0^L \frac{LdQ}{dL} dL}{Q} = e^{-\frac{L}{Gc_p R_t}}$, ovvero pari al massimo ottenibile.

In questo caso, tuttavia, le due forme di potenza, (quella trasmessa e quella dissipata), non hanno la stessa natura, in quanto il moto del fluido non è sorretto dalla dissipazione di parte dell'energia trasportata, (termica), ma dalla potenza meccanica richiesta per compensarne le perdite di carico, che degrada, infine, in potenza termica.

Nel bilancio occorre, quindi, considerare come potenza utile trasmessa anche quella dissipata per perdite di carico e come potenza spesa l'equivalente termico dell'energia meccanica impiegata.

L'andamento della temperatura del fluido lungo la condotta, risulta la soluzione della equazione di bilancio:

$$-\frac{T - T_0}{R_t} dL + \frac{8k_a(1 + f_c)G^3}{d_s^2 \pi^2 D^5} dL = Gc_p dT, \text{ da cui:}$$

$$T(L) = \left[DT - \frac{8k_a(1 + f_c)G^3 R_t}{d_s^2 \pi^2 D^5} \right] e^{-\frac{L}{Gc_p R_t}} + T_0 + \frac{8k_a(1 + f_c)G^3 R_t}{d_s^2 \pi^2 D^5};$$

Il rendimento di trasmissione risulta, dunque:

$$h_d(L) = \frac{Q + \int_0^L \frac{LdQ(L)}{dL} dL}{Q + \frac{8k_a(1 + f_c)G^3 L}{h_t d_s^2 \pi^2 D^5}} = \frac{Q + \int_0^L \frac{[T(L) - T_0]}{R_t} dL}{Q + \frac{8k_a(1 + f_c)G^3 L}{h_t d_s^2 \pi^2 D^5}} =$$

$$= \frac{\left[\frac{DT}{R_t} - \frac{8k_a(1+f_c)G^3}{d_s^2\pi^2D^5} \right] \left(1 - e^{-\frac{L}{Gc_pR_t}} \right) + \frac{8k_a(1+f_c)G^2L}{R_t c_p d_s^2\pi^2D^5}}{\frac{DT}{R_t} + \frac{8k_a(1+f_c)G^2L}{R_t c_p h_t d_s^2\pi^2D^5}},$$

con h_t rendimento di conversione all'utenza di energia termica in energia meccanica/elettrica.

In caso di fluidi bifase, si ha: $Q = GDh$; $dQ/dL = -DT/R_t = -a$, e il rendimento risulta: $h_d(L) = 1 - a \frac{L}{y_o} = 1 - \frac{DTL}{GDhR_t}$, ovvero:

$$h_d(L) = \frac{\left[Q - \frac{DT}{R_t} L + \frac{8k_a(1+f_c)G^3L}{d_s^2\pi^2D^5} \right]}{Q + \frac{8k_a(1+f_c)G^3L}{h_t d_s^2\pi^2D^5}} = \frac{\left[Dh - \frac{DT}{GR_t} L + \frac{8k_a(1+f_c)G^2L}{d_s^2\pi^2D^5} \right]}{Dh + \frac{8k_a(1+f_c)G^2L}{h_t d_s^2\pi^2D^5}}.$$

Trasmissione di potenza elettrica.

In questo caso si ha: $-a = dP/dL = -r_s J^2 S = \text{costante}$, da cui:

$$h_d(L) = 1 - aL/y_o = 1 - r_s JL/V,$$

da cui la convenienza alla trasmissione alle massime tensioni tecnologicamente ed economicamente realizzabili.

La lunghezza di linea massima percorribile, (L_{\max}), trasmettendo potenza, [$h_d(L_{\max}) = 0$], risulta: $L_{\max} = V/(r_s J)$.

Circa le dimensioni delle linee di trasmissione, si ha:

$P = (\pi D^2/4)d_s c Dp$, per la trasmissione di potenza meccanica tramite un fluido in pressione, con c velocità del fluido nella condotta;

$Q = (\pi D^2/4) d_{sc} c_p DT$, ovvero: $Q = (\pi D^2/4) d_{sc} Dh$, con diametro di

isolamento pari a: $D e^{\frac{2\pi c t_i}{R_t}}$, per la trasmissione di potenza termica;

$P = (\pi D_c^2/4) JV$, con D_c diametro del conduttore, per la trasmissione di potenza elettrica.

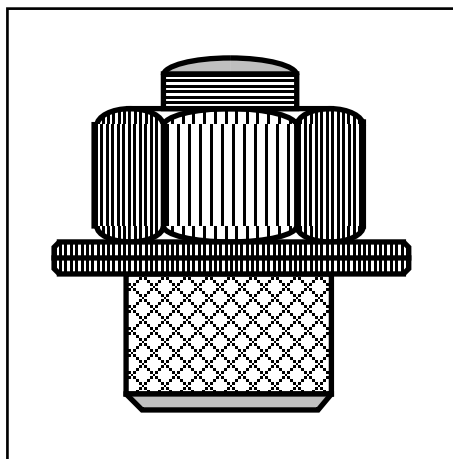
Il peso delle linee per unità di lunghezza vale, quindi:

$\pi D^2 d_{st} r_d$, con d_{st} densità del materiale costruttivo delle tubazioni, per la trasmissione di potenza meccanica e termica;

$(\pi D_c^2/4) d_{sr}$, con d_{sr} densità del conduttore, per la trasmissione di potenza elettrica.

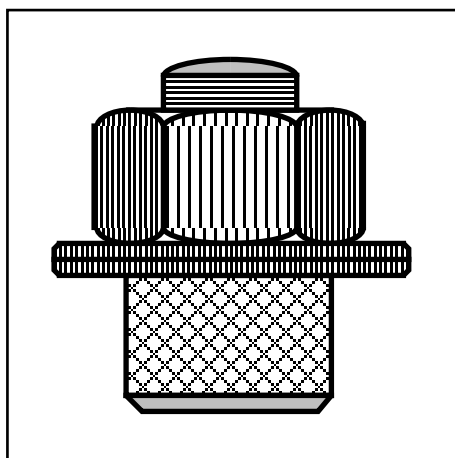
Rispetto alle linee elettriche, le linee fluidodinamiche di trasmissione di energia, presentano valori inferiori del rendimento e maggiori pesi, ingombri e quindi costi, mentre il rendimento delle macchine termiche e fluidodinamiche risulta assai inferiore a quello relativo alle macchine elettriche.

Il sistema di trasmissione energetica più economico appare, quindi, la linea elettrica sia per le ridotte dimensioni, affidabilità, flessibilità, agevole regolazione e semplice frazionamento, sia per gli elevati rendimenti di trasmissione e di utilizzazione, al punto da permettere lo sviluppo industriale svincolando le centrali di produzione di potenza dalle esigenze di frammentazione alle utenze e di ubicazione geografica rispetto ai centri industriali e civili di utilizzo.



Parte II°

Servizi generali di impianto



CAP.II° .1 – IL SERVIZIO ACQUA.

§ II° .1.1 – RETI IDRICHE A PORTATA COSTANTE.

In caso di utenze idriche, (o di un qualunque fluido allo stato liquido), che richiedono portate costanti, in ogni ramo della rete è costante la portata totale. Il dimensionamento tecnico, valutato in funzione di uno o più parametri scelti come variabili, permette pertanto, eventuali procedimenti di ottimizzazione economica globale del sistema.

§ II°.1.2 – RETI IDRICHE A PORTATA VARIABILE.

In generale nei servizi idrici di stabilimento, le portate richieste risultano curve periodiche, ovvero funzioni che si ripetono a intervalli regolari **T** , (giornalieri, settimanali o di altra durata), seguendo cicli di lavorazione industriali o consumi civili.

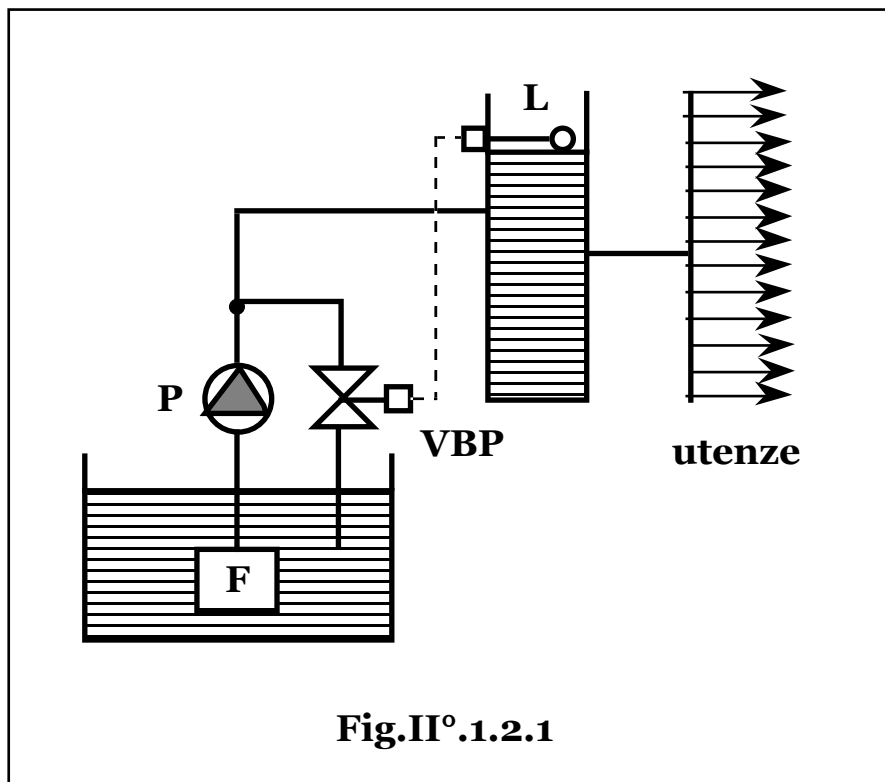
Il dato di progetto, (noto direttamente, o da valutarsi in base a dati empirici, o da ricavare sperimentalmente), è il diagramma temporale di richiesta.

Per il soddisfacimento delle specifiche richieste dalle utenze, è possibile inserire un gruppo di erogazione, (pompaggio e distribuzione), a portata variabile, o un gruppo di erogazione a portata costante pari alla massima richiesta con bypass delle eccedenze, ovvero un gruppo di erogazione a portata costante pari alla media richiesta, munito di un sistema di accumulo.

I gruppi a portata variabile comportano oneri aggiuntivi di investimento ed esercizio relativi ai sistemi di misura, controllo e regolazione, mentre le pompe a portata variabile risultano più complesse e quindi onerose come costi di investimento e parimenti aggravati risultano quelli di esercizio, a causa dei minori rendimenti di funzionamento e dei maggiori oneri di manutenzione.

Gli schemi a portata costante pari alla massima richiesta con bypass delle eccedenze, (**Fig.II°.1.2.1**), richiedono macchine operatrici sovradimensionate e dissipazione di energia per laminazione delle portate in eccesso attraverso la valvola di bypass, (**V_{BP}**), comandata da un elettrolivello, (**L**), con conseguente maggiorazione dei costi di installazione e di esercizio.

Con i sistemi ad accumulo si hanno i minori oneri di installazione e di esercizio dei gruppi di pompaggio, che risultano di minima potenza e a portata costante di progetto, ovvero a massimo rendimento, ma oneri aggiuntivi relativi al sistema di accumulo.



Il costo totale attualizzato: $C_A = \frac{PuTck}{tek} + \left(1 + \frac{a}{tem}\right) I_o$, risulta, pertanto, il parametro di scelta economica, a meno di motivi di sicurezza, (servizio antincendio), o necessità di sopperire a eventuali picchi di richiesta, che impongano comunque sistemi ad accumulo.

§ II° 1.3 – SERBATOIO DI COMPENSO.

Nei sistemi con serbatoio di compenso, (**Fig.II° 1.3.1**), si ha una prima pompa, (**P₁**), di prelievo da pozzi o falde comandata da un sistema a galleggiante, (**G₁**), posto in un pozzetto di raccolta, (**P_R**).

Da questo una seconda pompa, (**P₂**), invia acqua, (o altro fluido), al serbatoio di compenso tramite la valvola di ammissione, (**V_A**), comandata, insieme alla pompa **P₂**, da un secondo sistema a galleggiante, (**G₂**), posto nel serbatoio stesso.

Il serbatoio di compenso è costituito da un recipiente sopraelevato in cui si distinguono il volume di raccolta fanghi e impurità, (**V_F**), il volume per servizio antincendio ed emergenza, (**V_o**), e il volume utile di compenso, (**V**).

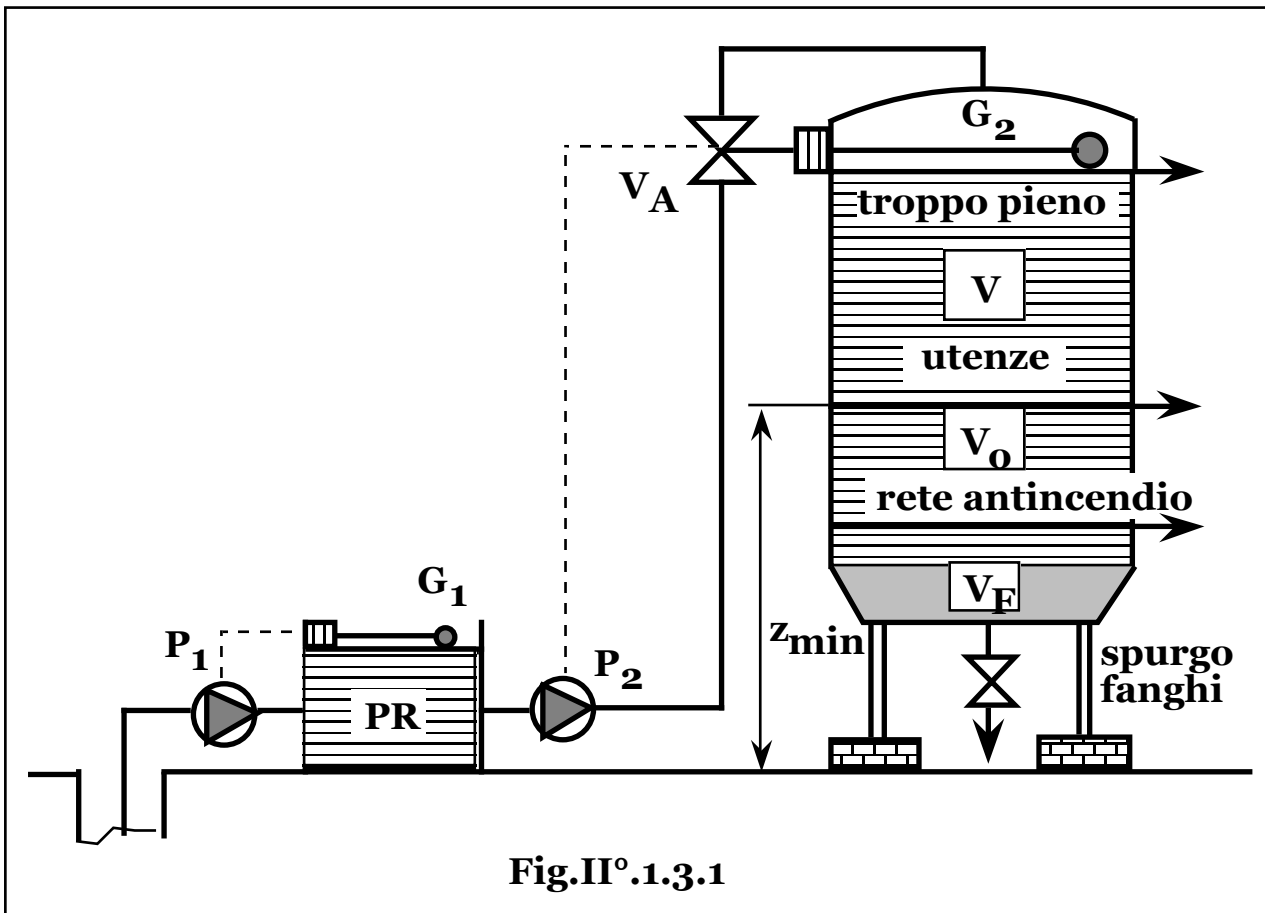


Fig.II° 1.3.1

Il sistema serbatoio di compenso è definito dalla quota del livello minimo dell'acqua, (z_m), e dal suo volume utile V .

Indicando con il pedice u le grandezze riferite alla sezione di ingresso all'utenza più sfavorita per richiesta di carico totale, il bilancio energetico fra il pelo libero del serbatoio e la sezione u , risulta:

$$\frac{c_m^2 - c_u^2}{2} + g(z_m - z_u) + \frac{p_m - p_u}{d_s} - \frac{D_p}{d_s} = 0,$$

con:

$$D_p = \sum_{i=1}^n \left(\frac{8k_a d_s L_i}{\pi^2 D_i^5} + \frac{8d_s}{\pi^2 D_i^4} \sum_{j=1}^{m_j} k_{cij} \right) Q_{i \max}^2,$$

essendo $Q_{i \max}$ le massime portate di progetto previste negli n rami a diametro costante, (D_i), e lunghezza L_i . del suddetto ramo principale.

Si ottiene, quindi: $z_m = z_u - \frac{p_m - p_u}{gd_s} + \frac{D_p}{gd_s} + \frac{c_u^2}{2g}$, essendo in genere: $c_m < c_u$ e quindi: $c_m^2 \ll c_u^2$.

Il serbatoio di compenso trova impiego nel campo delle basse prevalenze, essendo richiesta una quota di circa **10 m** di colonna d'acqua per **bar** di sovrappressione.

Dal punto di vista economico è possibile giungere a ottimizzazione economica al variare dei diametri delle condotte in funzione dei quali variano le perdite di carico e quindi la quota del serbatoio, con andamenti inversi.

Il diagramma di erogazione, (**Fig.II°.1.3.2**), globale, può generalmente essere squadrato con ordinate di compenso medie.

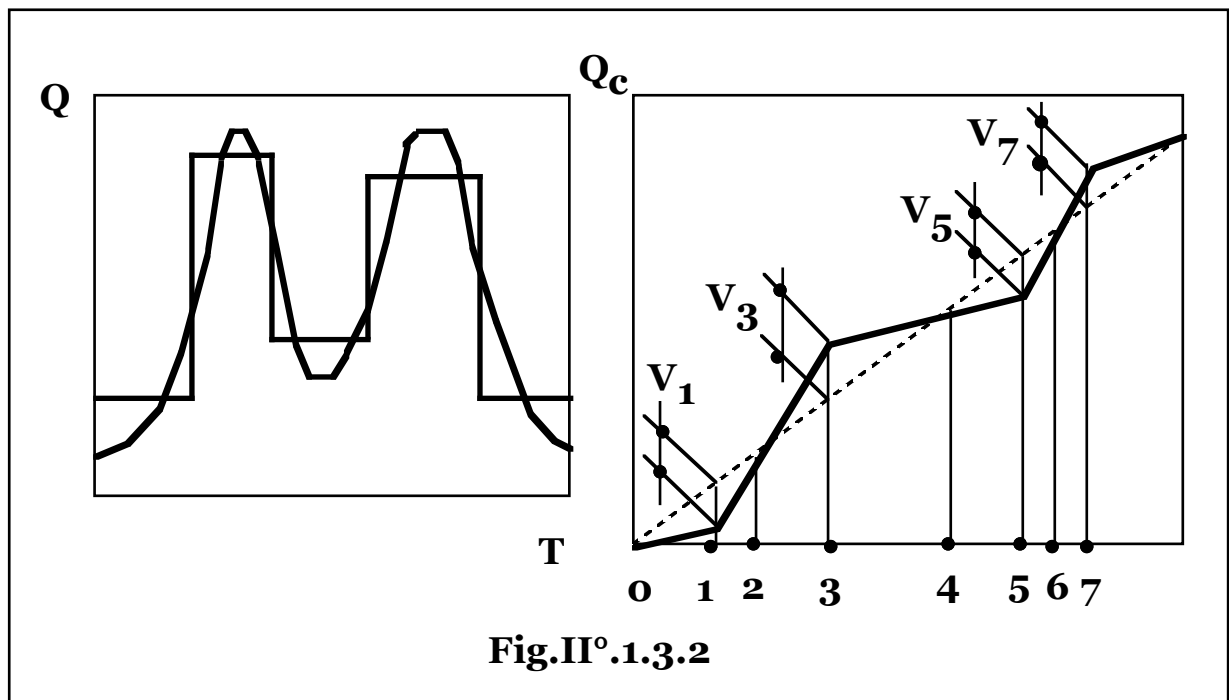


Fig.II°.1.3.2

In tal caso la curva integrale di consumo: $Q_c = \int_0^t Q(t)dt$, risulta una spezzata di immediata integrazione come somma di rettangoli, (portata costante x intervallo), mentre la portata, (costante), della pompa di alimentazione, (Q_p), risulta pari all'ordinata di compenso del diagramma di erogazione, ovvero alla pendenza della congiungente: $Q_c(0) - Q_c(T)$, che vale: $Q_p = Q_c(T)/T$.

La quantità di liquido contenuto nel serbatoio, (**Fig.II°.1.3.2**), negli istanti caratteristici, vale:

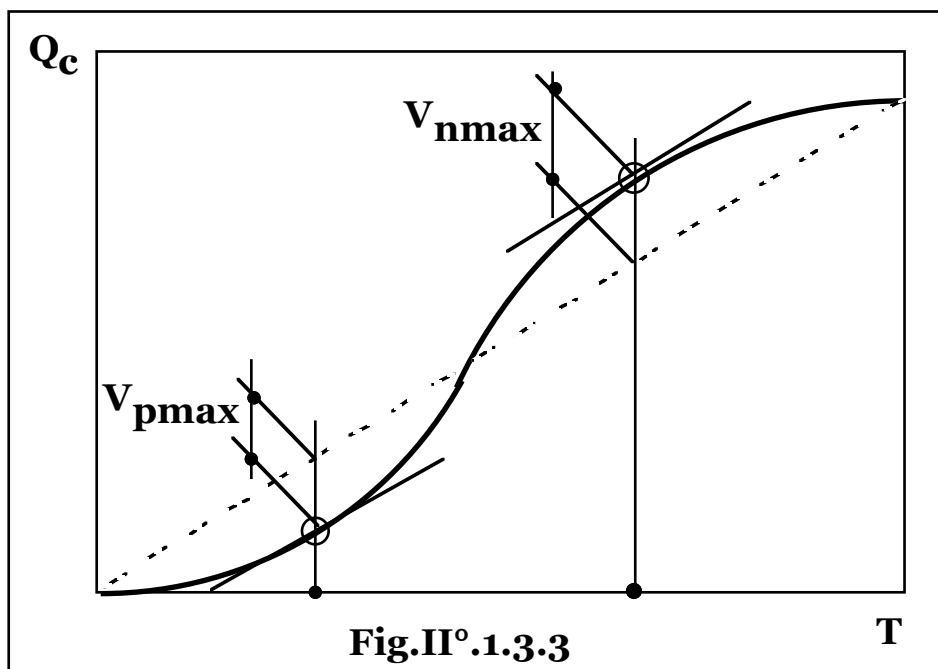
0	1	2	3	4	5	6	7	8
V_0	V_0+V_1	V_0	V_0-V_3	V_0	V_0+V_5	V_0	V_0-V_7	V_0

Posto uguale a zero il minimo volume di liquido contenuto nel serbatoio, si ottiene: $V_0 - V_3 = 0$, se $V_3 > V_7$, ($V_0 - V_7 = 0$, se $V_7 > V_3$), da cui: $V_0 = V_3$, ($V_0 = V_7$, se $V_7 > V_3$), e quindi:

0	1	2	3	4	5	6	7	8
V_3	$V_3 + V_1$	V_3	0	V_3	$V_3 + V_5$	V_3	$V_3 - V_7$	V_3

Pertanto il volume di liquido contenuto nel serbatoio oscilla, nel periodo T , da zero a un valore massimo pari a $V_3 + V_1$, se $V_1 > V_5$, ($V_3 + V_5$, se $V_5 > V_1$), ovvero, in generale, da zero alla somma degli scostamenti massimi, (positivi e negativi rispettivamente), fra la curva integrale di richiesta e quella, (rettilenea), di erogazione della pompa, che risulta, quindi, il volume minimo di funzionamento, (al netto di eventuali volumi di servizio, di sicurezza o di emergenza), del relativo serbatoio di compenso.

Da ogni curva integrale di consumo, (**Fig.II° .1.3.3**), quindi, le tangenti alla curva parallele al diagramma di erogazione della pompa, (ovvero alla congiungente gli estremi della curva stessa), individuando gli scostamenti massimi fra le due curve, (V_{pmax} e V_{nmax}), forniscono il volume minimo di funzionamento del relativo serbatoio di compenso, (V): $V = V_{pmax} + V_{nmax}$.



In presenza di sorgenti a portata costante, il corretto dimensionamento di un serbatoio di compenso, permette quindi, di soddisfare ogni utenza periodica, (a consumo globale per ciclo minore o uguale alla quantità di fluido erogato dalla sorgente costante), con qualsivoglia curva di richiesta.

§ II°.1.4 – IL PROBLEMA GENERALE DELL'ACCUMULO.

Il particolare elemento trattato, (un liquido), è del tutto indicativo essendo il caso immediatamente generalizzabile a un qualunque sistema utenza – sistema produttivo.

Infatti, in presenza di utenze che richiedano un volume variabile di prodotto, la linea di produzione può adeguarsi realizzando un pari volume variabile di prodotto o, a potenza produttiva costante pari alle media della richiesta, disponendo di un adeguato volume di accumulo del prodotto stesso.

La soluzione a produzione variabile necessita di una linea produttiva di potenza installata pari alla massima richiesta dalle utenze, a funzionamento, quindi, prevalentemente a carico ridotto e realizza, pertanto, minori fattori di carico complessivi con aggravio dei costi specifici di produzione sia per il conseguente incremento degli oneri specifici di impianto, manutenzione e manodopera, che di esercizio per una possibile diminuzione di efficienza produttiva al variare del carico dalle condizioni nominali di progetto.

Esclusa la soluzione di sistemi a potenzialità produttiva costante pari alla massima richiesta con eliminazione delle eccedenze, (improponibile in caso di beni o servizi), la soluzione con accumulo, permette, invece, a parità di prodotto globale, i minimi costi di impianto e gestione alle massime efficienze, richiedendo, tuttavia, oneri aggiuntivi di impianto ed esercizio del sistema di accumulo, (oltre a eventuali oneri per conservazione, manutenzione e possibile deperimento fino a una frazione di scarto del prodotto), e immobilizzo di capitale relativo al prodotto finito in attesa di utilizzo.

Un sistema di accumulo può essere dimensionato anche per tempo totale di produzione, (a periodo ciclico), T_p , diverso dal tempo totale di richiesta, (T_r).

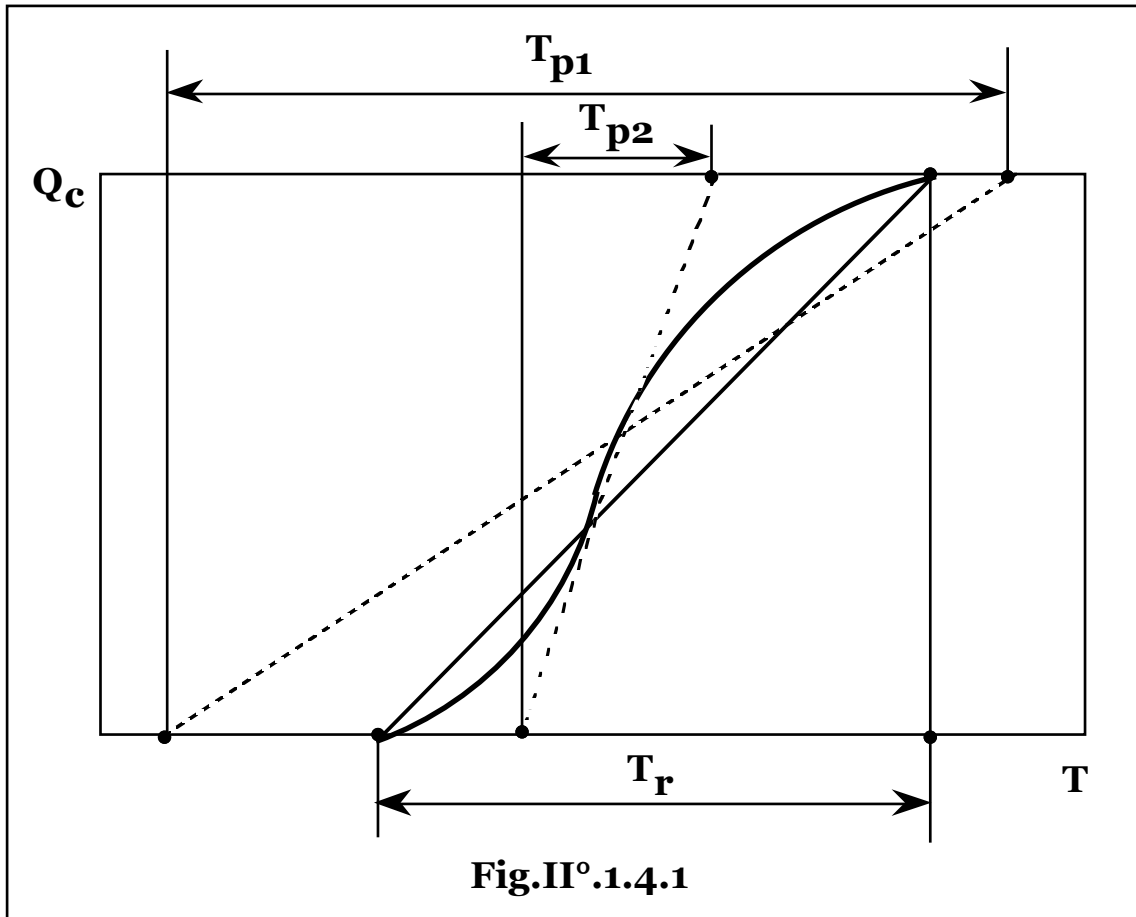
Nel caso dell'accumulo di liquido, a parità di tempo di richiesta, la portata della pompa diminuisce all'aumentare del tempo di intervento e viceversa, (Fig.II°.1.4.1), con:

$$\lim_{T_p \rightarrow \infty} Q_p = 0; \quad \lim_{T_p \rightarrow 0} Q_p = \infty,$$

mentre il volume del serbatoio di compenso tende ai valori:

$$\lim_{T_p \rightarrow \infty} V = Q_c(T); \quad \lim_{T_p \rightarrow 0} V = Q_c(T),$$

passando per eventuali minimi.



Risulta, quindi, possibile un eventuale ottimizzazione economica del sistema produttivo e di accumulo, al variare dei parametri di funzionamento.

Indicando con $\mathbf{R}(t)$, la curva periodica, (in funzione dei cicli di lavorazione o di utilizzo), di richiesta delle utenze, (bene o servizio/tempo), e con $\mathbf{P}(t)$, la curva costante di produzione, [$\mathbf{P}(t) = \mathbf{a}$], la quantità totale di prodotto per ciclo, (\mathbf{T}), vale:

$\mathbf{R}_c(\mathbf{T}) = \int_0^{\mathbf{T}} \mathbf{R}(t)dt$, essendo la funzione: $\mathbf{R}_c(t) = \int_0^t \mathbf{R}(t)dt$, la curva integrale di richiesta.

La corrispondente curva integrale di produzione, (**Fig. II° 1.4.2**), vale:

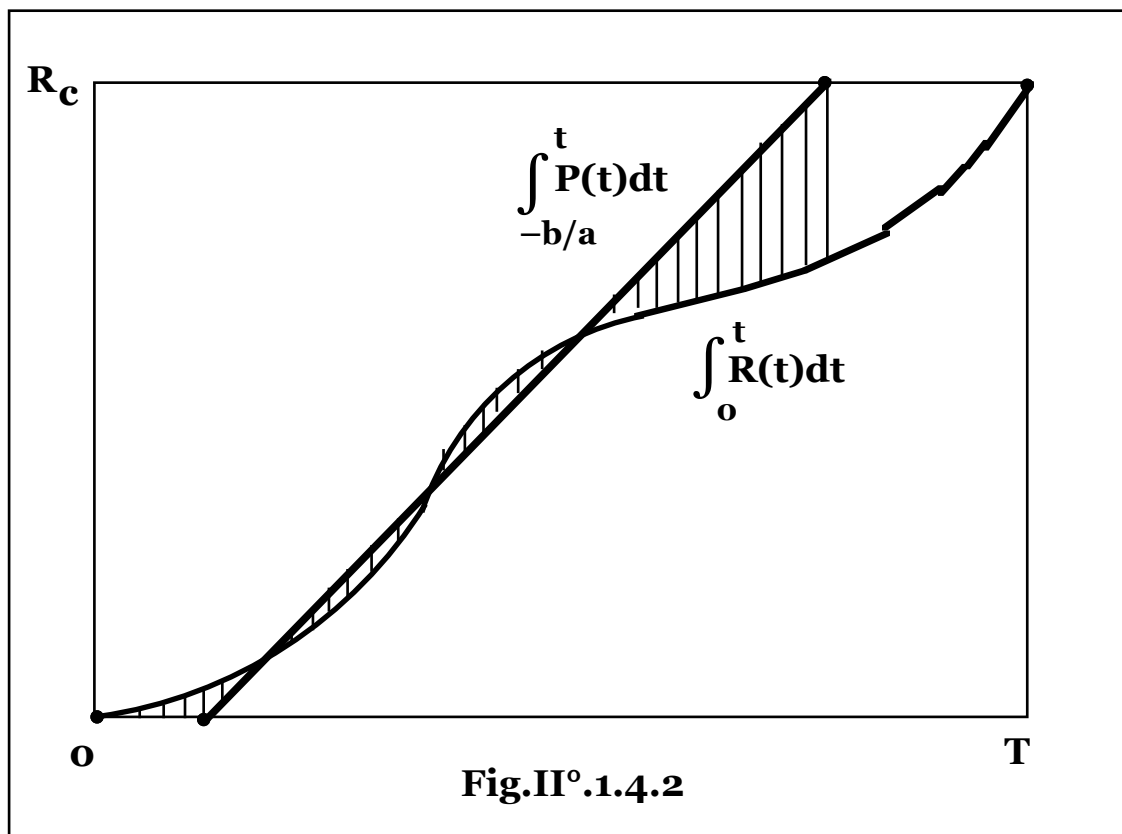
$\int_{t_0}^t P(t)dt = a(t-t_0)$, con t_0 , istante di innesco del sistema produttivo,

ovvero, posto: $b = -at_0$: $\int_{-\frac{b}{a}}^t P(t)dt = at + b$.

Il volume di accumulo globale necessario al sistema, pari alla somma dei valori assoluti dei massimi scostamenti delle due curve integrali, è quindi pari alla somma dei valori assoluti dei massimi valori fra quelli degli estremanti e degli estremi, (positivi e negativi), della funzione:

$$D(t) = \int_0^t R(t)dt - \int_{-\frac{b}{a}}^t P(t)dt,$$

nell'intervallo di contemporaneo funzionamento delle sezioni di erogazione e di utilizzo.



Posta l'origine dei tempi nell'istante iniziale del periodo di richiesta, l'intervallo di contemporaneo funzionamento, risulta:

$$\max\left\{0, -\frac{b}{a}\right\} \leq t \leq \min\left\{T, \frac{R_c(T) - b}{a}\right\},$$

in corrispondenza dei quattro possibili tipi di retta integrale di produzione, (**Fig.II°.1.4.3**), che si ottengono al variare dei parametri **a**, **b**.

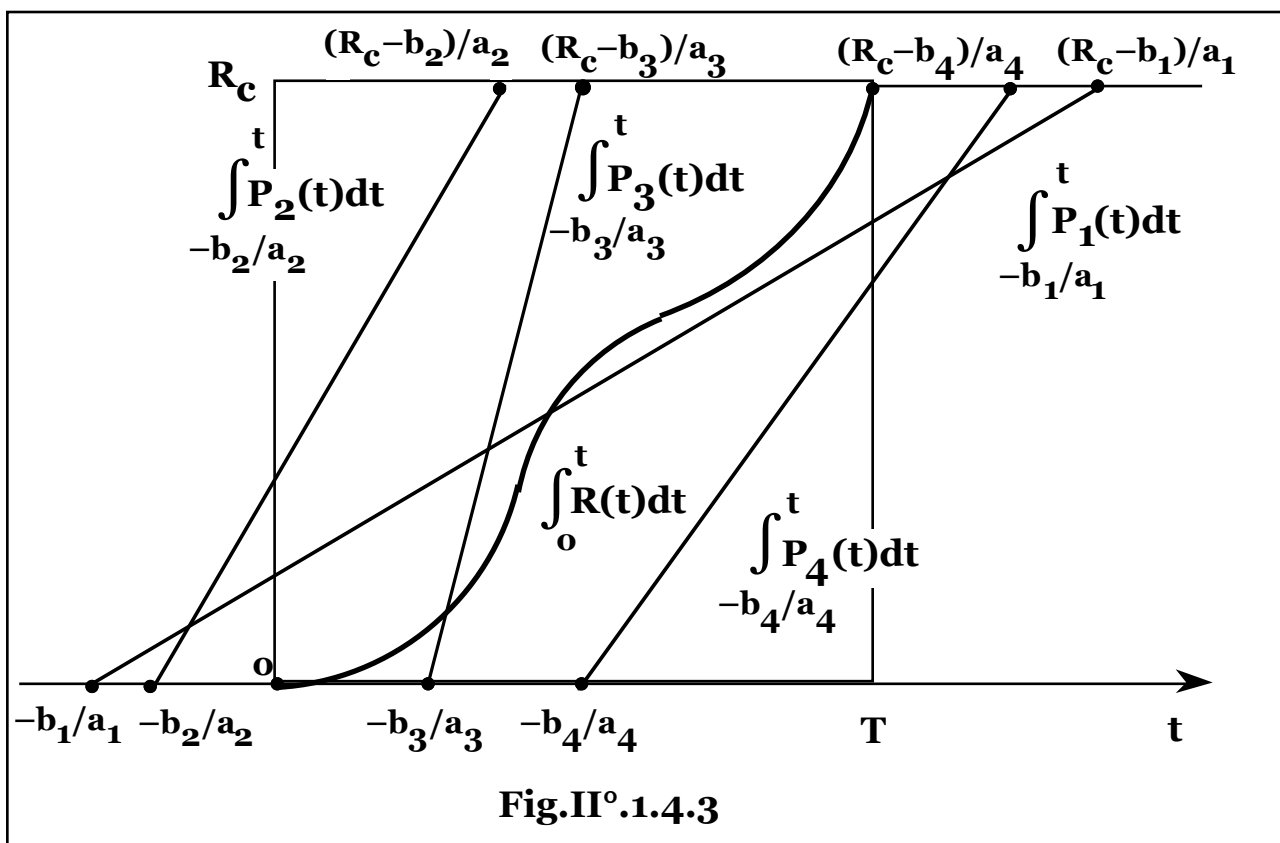
I massimi scostamenti delle curve integrali, sono pertanto pari ai massimi, (positivi e negativi), dell'insieme di valori:

$$D \left[\max \left(0, -\frac{b}{a} \right) \right], \quad D \left[\min \left(T, \frac{R_c(T) - b}{a} \right) \right],$$

e le radici dell'equazione:

$$\frac{dD(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_0^t R(t)dt - \int_{-\frac{b}{a}}^t P(t)dt \right) = R(t) - a = 0,$$

che come uguaglianza fra la pendenza della curva di richiesta e quella di erogazione, comprende i massimi scostamenti fra le due.



Qualora i periodi di erogazione e di richiesta non presentino alcun intervallo di sovrapposizione, il volume di accumulo deve contenere

tutta la produzione per ciclo e risulta quindi pari alla quantità globale di prodotto richiesto nel periodo T : $V = R_c(T) = \int_0^T R(t)dt$.

In generale il volume di accumulo risulta, quindi, una funzione dei parametri a e b : $V = V(a, b)$, mentre la potenza del sistema di produzione vale: $P(t) = a$.

Indicando con c_1 e c_2 i costi specifici di installazione, (eventualmente comprensivi della gestione), del sistema produttivo e di accumulo, rispettivamente, il costo totale di investimento dell'intero impianto vale: $I_0 = c_1 a + c_2 V(a, b) = I_0(a, b)$.

I parametri a e b , di minimizzazione del volume di accumulo e di ottimizzazione economica dell'intero sistema, (supponendo costante l'efficienza e quindi i costi totali attualizzati di esercizio del sistema al variare della potenzialità produttiva comunque costante), si ottengono quindi, (negli eventuali limiti impiantistici imposti), rispettivamente come radici dei sistemi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta}{\delta a} V(a, b) = 0 \\ \frac{\delta}{\delta b} V(a, b) = 0 \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta}{\delta a} I_0(a, b) = 0 \\ \frac{\delta}{\delta b} I_0(a, b) = 0 \end{array} \right. ,$$

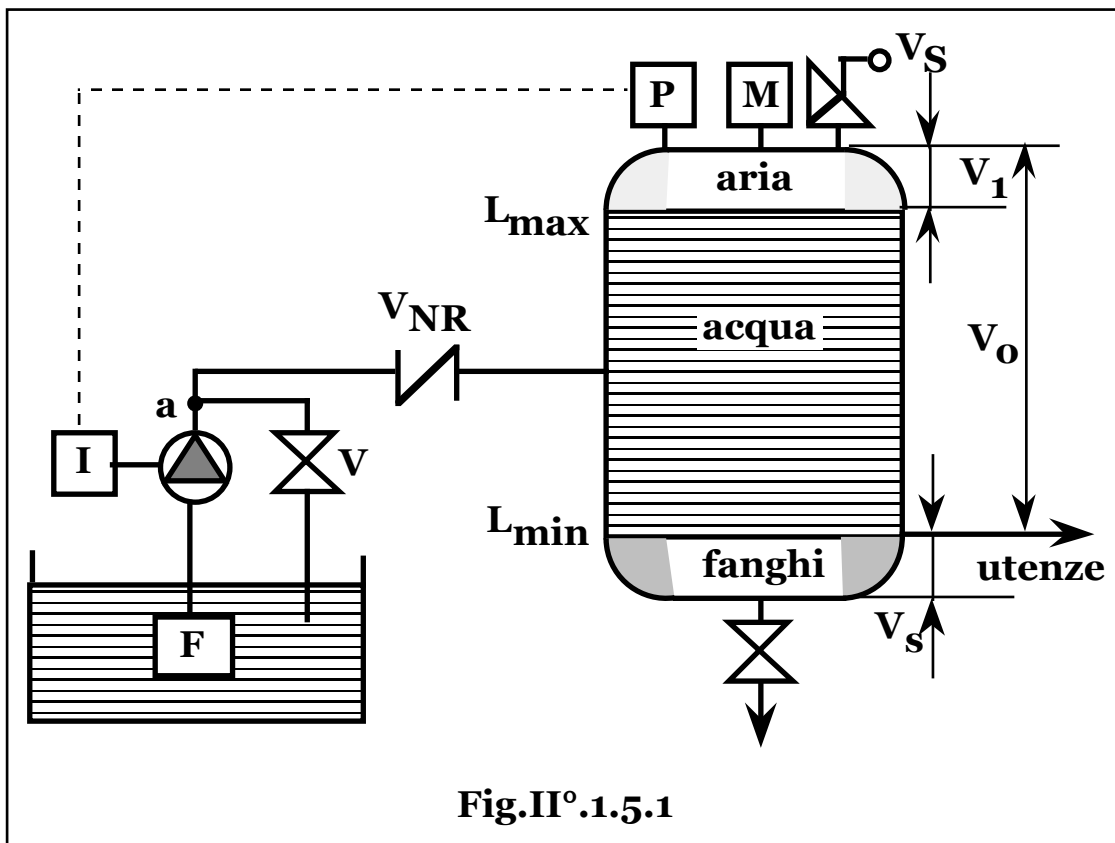
per funzioni: $V(a, b)$ e $I_0(a, b)$, analitiche e derivabili o, in caso contrario, dall'analisi numerica o per punti delle funzioni stesse.

§ II°.1.5 – AUTOCLAVE.

L'autoclave, (**Fig.II°.1.5.1**), risulta un sistema di accumulo composto da un serbatoio chiuso in pressione contenente un volume di liquido variabile fra un livello minimo e uno massimo, sovrastato da un gas inerte.

L'autoclave risulta vantaggiosa in tutti i casi in cui sono richiesti ingombri ridotti e tassativa quando sono richieste rilevanti prevalenze alle utenze. La pressione di esercizio appare, tuttavia, variabile in un determinato intervallo, in funzione del volume dell'autoclave stessa.

Indicando rispettivamente con: p_u , Dp e $Dp_g = g d_s H_g$, la pressione richiesta all'utenza, le perdite di carico globali e geodetica fra la sezione di uscita dall'autoclave e di ingresso all'utenza più sfavorita per richiesta di carico totale, in caso di massime portate di progetto, la pressione minima, (p_0), nell'autoclave, corrispondente al massimo volume occupato dal gas, (V_0), vale: $p_0 = p_u + Dp + Dp_g$.



Da tale limite inferiore il pressostato, (**P**), innesca la pompa di alimento, (provvista di valvola di fondo per l'adescamento), fermandola al raggiungimento della pressione massima di progetto, (**p₁**), corrispondente al minimo volume occupato dal gas, (**V₁**).

Il volume utile dell'autoclave, (**V**), vale, pertanto: **V = V₀ - V₁**.

Nell'ipotesi di compressione, (ed espansione), del gas isoterma, si ha: **p₀V₀ = p₁V₁**, e quindi: **V₁ = (p₀/p₁)V₀**, da cui:

$$\mathbf{V = V_0 - V_1 = V_0(1 - p_0/p_1)}.$$

Indicando con: **n_s** il numero di attacchi della pompa a unità di tempo;

T il periodo del ciclo;

t_r il tempo di riempimento dell'autoclave;

t_s il tempo di svuotamento dell'autoclave,

si ha: **n_s = 1/T = 1/(t_r + t_s)**.

Poichè le pompe sono in genere guidate da motori elettrici che all'avviamento presentano elevate correnti di spunto, problemi di surriscaldamento e scintille nei contatti striscianti mentre i transistori comportando comunque usura dei macchinari e perdita di efficienza e

vanno quindi limitati, il valore di n_s , ha un limite massimo, ovvero il periodo T , un limite minimo.

Indicando rispettivamente con: Q_p e Q_u , la portata della pompa e la massima di progetto globale delle utenze, il tempo di riempimento, (t_r), vale: $t_r = V/(Q_p - Q_u)$, con: $Q_p > Q_u$, mentre il tempo di svuotamento, (t_s), risulta: $t_s = V/(Q_u - Q_p)$, con: $Q_p < Q_u$.

I valori minimi dei tempi di riempimento e svuotamento, rispettivamente, valgono, quindi:

$t_{rmin} = V/Q_p$ per $Q_u = 0$, ovvero con utenze tutte chiuse;

$t_{smin} = V/Q_u$ per $Q_p = 0$ e utenze tutte aperte alla massima portata di progetto.

Si ottiene, quindi: $T_{min} = t_{rmin} + t_{smin} = \frac{1}{n_{smax}} = V \left(\frac{1}{Q_p} + \frac{1}{Q_u} \right)$.

Poichè deve comunque risultare: $Q_p \geq Q_u$, la condizione economica di installazione della pompa risulta: $Q_p = Q_u = Q$, da cui:

$T_{min} = 1/n_{smax} = 2V/Q$; $V = Q/2n_{smax}$, e quindi:

$$V_o = \frac{Q}{2n_{smax} \left(1 - \frac{p_o}{p_1} \right)}$$

In condizioni di minimo volume di liquido, il gas di copertura occupa il volume V_o , alla pressione p_o .

Si ha quindi: $V_o = m_a v_{ao}$, con m_a , massa del gas di copertura e v_{ao} , volume specifico alla pressione p_o , pari a: $v_{ao} = R_a T_o / p_o$, essendo R_a , la costante del gas e T_o , la temperatura, (costante), di esercizio.

Si ottiene quindi: $V = V_o(1 - p_o/p_1) = m_a v_{ao}(1 - p_o/p_1)$.

Tendendo generalmente i gas a sciogliersi nei liquidi, per evitare diminuzioni del volume utile, la massa m_a va periodicamente reintegrata con un compressore asservito a un pressostato e a un elettrolivello di controllo.

Oppure, in caso di aria come gas di copertura, aprendo a pompa ferma la valvola V , (**Fig.II°.1.5.1**), il tratto di tubazione che va dalla mandata della pompa, (punto a), alla valvola di non ritorno di immissione all'autoclave, (V_{NR}), si riempie di aria, che all'avviamento della pompa viene immessa nell'autoclave reintegrando le perdite avvenute.

§ II°.1.6 –RECUPERO DI ENERGIA DI PRESSIONE DA FLUIDI INCOMPRESSIBILI.

In diversi impianti per la distribuzione di fluidi, (incompressibili o comprimibili), strutture impiantistiche o esigenze di economia di trasporto comportano o impongono che i fluidi si trovino o siano mantenuti ad alta pressione, mentre all'utenza sono generalmente richieste pressioni nettamente inferiori.

Si interpongono pertanto, centrali di decompressione mediante gruppi di laminazione.

Si ha quindi a disposizione energia di pressione che altrimenti dissipata può essere utilmente impiegata per la produzione di energia meccanica in macchine operative o elettrica in turbine idrauliche o a gas.

In genere gli acquedotti comprendono più serbatoi con funzioni di piezometro e di accumulo alimentati dalle sorgenti e collegati fra di loro con dislivelli di alcune decine di metri. Il salto utile fra questi e fra l'ultimo e l'utenza, che richiede sovrappressioni non superiori a qualche bar, viene generalmente dissipato in valvole di laminazione.

Sono, pertanto, possibili interventi di minidraulica per l'utile impiego dell'energia di quota disponibile.

La valutazione di convenienza è essenzialmente economica con un **VAN** dell'investimento che risulta:

$$\text{VAN} = \frac{PuTc_k}{t_{ek}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) qP, \text{ con: } P = gdsQHght,$$

ove: **Q** portata media;

H_g salto utile;

h_t rendimento globale del gruppo,

ovvero con un costo specifico dell'energia elettrica generata pari a:

$$c_k = \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{qt_{ek}}{uT}.$$

Il tempo di ritorno dell'investimento, (**TR**), risulta, infine:

$$\text{TR} = \frac{q}{uTc_k - a q}.$$

I costi di impianto risultano sufficientemente contenuti e comunque inferiori a quelli relativi alle centrali convenzionali, mentre l'affidabilità delle tecniche di automazione e controllo consente di evitare i costi di personale decisamente penalizzanti per i sistemi di minidraulica, portando generalmente alla competitività questi sistemi di recupero.

§ II°.1.7 – ISOLAMENTO TERMICO DI RECIPIENTI E SERBATOI.

Per un contenitore di fluido, (**Fig.II°.1.7.1**), la potenza termica scambiata con l'ambiente esterno, vale:

$$Q = (T - T_e) \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} = \frac{(T - T_e) S}{R_{to}}$$

con: **T** temperatura del fluido contenuto nel recipiente;

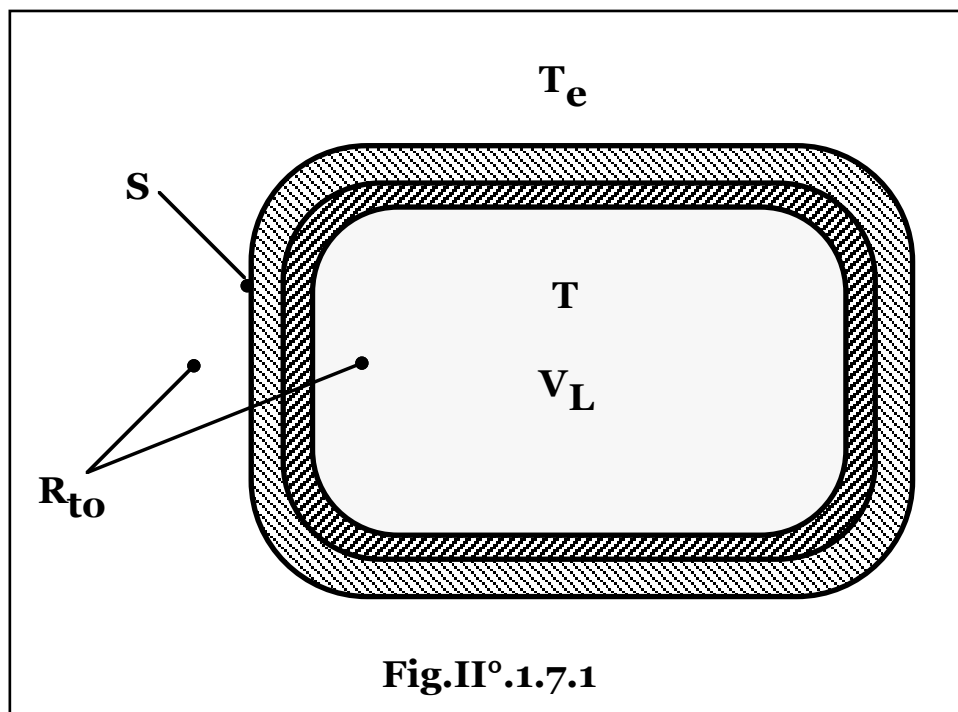
T_e temperatura dell'ambiente esterno;

S_i porzione di superficie di trasmissione a resistenza termica globale **R_{ti}**;

S = $\sum_{i=1}^n S_i$, superficie totale di frontiera;

$$R_{to} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} = \frac{S}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}}$$

resistenza termica globale media del serbatoio.



Trascurando la capacità termica della struttura del serbatoio rispetto a quella del fluido, (o qualora rilevante, introducendola con un

coefficiente maggiorativo a fattore di quella del fluido), la stessa potenza termica vale: $Q = -d_s V c_p dT/dt$, con: d_s , V , c_p , densità, volume e calore specifico del liquido contenuto nel recipiente.

Si ottiene, quindi: $(T - T_e) \frac{S}{R_{to}} = -d_s V c_p \frac{dT}{dt}$,

da cui: $-\frac{dT}{T - T_e} = \frac{S}{R_{to} d_s V c_p} dt$,

e quindi integrando: $\ln \frac{T_o - T_e}{T - T_e} = \frac{S}{R_{to} d_s V c_p} t$,

ovvero: $T(t) = T_e + (T_o - T_e) e^{-\frac{S}{R_{to} d_s V c_p} t}$,

essendo: $T_o = T(0)$, la temperatura del liquido all'istante iniziale di riferimento, ($t = 0$).

Indicando con t_f , l'intervallo di tempo di permanenza del fluido nel serbatoio, con $T_f = T(t_f)$, la temperatura finale a partire dalle condizioni iniziali, (T_o), note le condizioni geometriche del serbatoio, (S , V) e quelle ambientali, (T_e), imposte due delle tre variabili, (T_f , t_f , R_{to}), che compaiono nella relazione, è possibile risalire alla rimanente, ovvero determinare la temperatura finale, (T_f), o il tempo necessario, (t_f), a raggiungerne un determinato valore, o infine, il grado di isolamento richiesto, (R_{to}), per soddisfare le specifiche

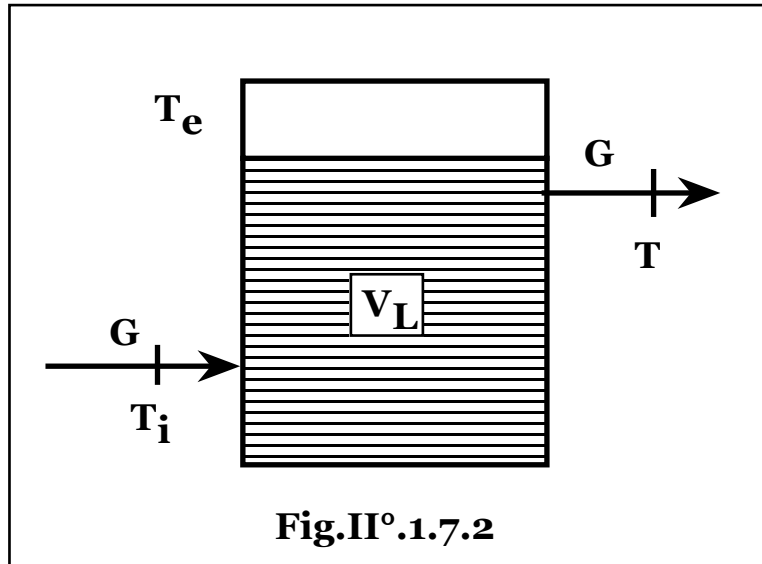
imposte: $T_f = T_e + (T_o - T_e) e^{-\frac{S}{R_{to} d_s V c_p} t_f}$;

$$t_f = \frac{R_{to} d_s V c_p}{S} \ln \frac{T_o - T_e}{T_f - T_e};$$

$$R_{to} = \frac{S}{d_s V c_p \ln \frac{T_o - T_e}{T_f - T_e}} t_f.$$

Le grandezze t_f e R_{to} mantengono comunque significato fisico, (reali e positive), in quanto risultando la temperatura finale compresa fra quella iniziale, (T_o), e quella ambiente, (T_e), le differenze: $T_o - T_e$ e $T_f - T_e$ assumono in ogni caso lo stesso segno e risulta:
 $T_o - T_e > T_f - T_e$.

Nel caso in cui il serbatoio sia attraversato da una portata G di liquido, con temperatura T_i in ingresso, (**Fig.II°.1.7.2**), l'equazione di bilancio risulta: $Gc_p T_i - (T - T_e)S/R_{to} - Gc_p T = d_s V c_p dT/dt$,



la cui soluzione è pari alla somma di quella dell'omogenea associata:

$$T (S/R_{to} + Gc_p) + d_s V c_p dT/dt = 0,$$

più un integrale particolare che può ottenersi ponendo: $dT/dt = 0$,

$$\text{con condizioni iniziali: } T(0) = T_o; \left(\frac{dT}{dt} \right)_{t=0} = \frac{(T_i - T_o)G}{d_s V} - \frac{(T_o - T_e)S}{R_{to} d_s V c_p}.$$

Si ottiene:

$$T(t) = \left(T_o - \frac{Gc_p T_i + \frac{S}{R_{to}} T_e}{Gc_p + \frac{S}{R_{to}}} \right) e^{-\frac{Gc_p + \frac{S}{R_{to}}}{d_s V c_p} t} + \frac{Gc_p T_i + \frac{S}{R_{to}} T_e}{Gc_p + \frac{S}{R_{to}}}.$$

Indicando con: $T_r = \frac{Gc_p T_i + \frac{S}{R_{to}} T_e}{Gc_p + \frac{S}{R_{to}}}$, la temperatura di regime alla

quale la temperatura del fluido $T(t)$, tende asintoticamente, ($t \rightarrow \infty$),

si ha:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{Gc_p + \frac{S}{R_{to}}}{d_s V c_p} (T_r - T_o) e^{-\frac{Gc_p + \frac{S}{R_{to}}}{d_s V c_p} t}$$

Poichè a meno che non risulti: $T_o = T_r$, (nel qual caso la temperatura rimane costante al valore iniziale), si ha: $dT(t)/dt \neq 0$, $\forall t$ e $dT(t)/dt < 0$, per $T_r < T_o$, e viceversa: $dT(t)/dt > 0$, per $T_r > T_o$, con valore assoluto che dal valore massimo per: $t = 0$, tende a zero per t tendente a infinito, la funzione, a partire dalle condizioni iniziali, (T_o), tende all'asintoto con andamento monotono decrescente per: $T_r < T_o$, ($dT(t)/dt < 0$), e monotono crescente per: $T_r > T_o$, ($dT(t)/dt > 0$), e quindi la temperatura di regime risulta la minima, o la massima, ovvero la condizione critica dell'intero transitorio.

Pertanto note le condizioni geometriche del serbatoio, (S), e quelle ambientali, (T_e , T_i), imposte due delle tre variabili, (T_r , G , R_{to}), che compaiono nella relazione, è possibile risalire alla rimanente, ovvero determinare la temperatura T_r di regime, o la portata G necessaria a imporre la temperatura stessa, o il grado di isolamento richiesto, (R_{to}), all'ottenimento delle condizioni imposte:

$$T_r = \frac{Gc_p T_i + \frac{S}{R_{to}} T_e}{Gc_p + \frac{S}{R_{to}}}; \quad G = \frac{S}{c_p R_{to}} \frac{T_e - T_r}{T_r - T_i}; \quad R_{to} = \frac{S}{Gc_p} \frac{T_e - T_r}{T_r - T_i}$$

La portata, (G), e la resistenza termica media, (R_{to}), mantengono comunque significato fisico, (positive).

La temperatura di regime T_r infatti, risulta intermedia fra le temperature T_e e T_i , essendone la media pesata, per cui le differenze: $T_e - T_i$ e $T_r - T_i$, assumono in ogni caso lo stesso segno.

§ II°.1.8 – UTENZE TERMICHE INTERMITTENTI.

Qualora un serbatoio, (o un qualunque corpo), di massa m e calore specifico medio c_p , che in regime di funzionamento deve essere mantenuto a una temperatura T_r maggiore di quella ambiente, (T_e), rimanga inutilizzato per un periodo di tempo t_o , per mantenerlo alla temperatura di regime occorre un dispendio di energia termica pari a:

$Q_{dc} = \frac{S}{R_{to}} (T_r - T_e)t_o$, essendo S e R_{to} la superficie totale di frontiera e la resistenza termica totale del sistema rispettivamente. Qualora il serbatoio venga, invece, lasciato raffreddare e successivamente riscaldato fino alla temperatura di utilizzo, l'energia termica dispersa nel transitorio risulta:

$Q_{di} = \frac{S}{R_{to}} \int_0^{t_o} [T_f(t) - T_e] dt = mc_p(T_r - T_1) + \frac{S}{R_{to}} \int_{t_1}^{t_o} [T_f(t) - T_e] dt$
 con t_1 e T_1 istante di inizio riscaldamento e corrispondente temperatura cui è giunto il serbatoio: $T_1 = T_f(t_1)$.

L'equazione di bilancio nel transitorio di raffreddamento risulta:

$$\frac{S}{R_{to}} [T_f(t) - T_e] = -mc_p \frac{dT}{dt},$$

da cui: $T_f(t) = (T_r - T_e)e^{-\frac{S}{R_{to}mc_p}t} + T_e$.

Indicando con Q la potenza termica di riscaldamento, l'equazione di bilancio del relativo transitorio risulta:

$$Q = \frac{S}{R_{to}} [T_r(t) - T_e] + mc_p \frac{dT}{dt},$$

da cui, essendo imposto che sia: $T_r(t) = T_r$, per $t = t_o$, si ottiene:

$$T_r(t) = \left[(T_r - T_e) - Q \frac{R_{to}}{S} \right] e^{-\frac{S}{R_{to}mc_p}(t-t_o)} + Q \frac{R_{to}}{S} + T_e.$$

L'istante di inizio riscaldamento si ottiene quindi come radice, (t_1), dell'equazione: $T_f(t) = T_r(t)$, ovvero:

$$(T_r - T_e)e^{-\frac{S}{R_{to}mc_p}t_1} + T_e = \left[(T_r - T_e) - Q \frac{R_{to}}{S} \right] e^{-\frac{S}{R_{to}mc_p}(t_1-t_o)} + Q \frac{R_{to}}{S} + T_e,$$

da cui: $t_1 = \frac{R_{to}mc_p}{S} \ln \left[\frac{S}{QR_{to}} (T_r - T_e) \left(1 - e^{-\frac{St_o}{R_{to}mc_p}} \right) + e^{-\frac{St_o}{R_{to}mc_p}} \right]$.

Posto: $Q = f_a \frac{S}{R_{to}} (T_r - T_e)$, (con $f_a > 1$, affinché il riscaldamento porti il serbatoio a temperatura di regime in un tempo finito), si ottiene:

$$t_1 = \frac{R_{to} m c_p}{S} \ln \left(\frac{1}{f_a} + \frac{f_a - 1}{f_a} e^{\frac{S}{R_{to} m c_p} t_0} \right).$$

La temperatura di fine raffreddamento e inizio riscaldamento vale

$$\text{quindi: } T_1 = T(t_1) = \frac{T_r - T_e}{\frac{1}{f_a} + \frac{f_a - 1}{f_a} e^{\frac{S}{R_{to} m c_p} t_0}} + T_e.$$

E' immediato verificare che per $f_a \rightarrow \infty$, (potenza di riscaldamento illimitata), tende a zero il periodo di riscaldamento e il tempo t_1 tende a quello totale di interruzione, (t_0).

Si ottiene, pertanto:

$$Q_{di} = m c_p \left(T_r - \frac{T_r - T_e}{\frac{1}{f_a} + \frac{f_a - 1}{f_a} e^{\frac{S}{R_{to} m c_p} t_0}} + T_e \right) + \int_0^{t_0} \frac{R_{to} m c_p}{S} \ln \left(\frac{1}{f_a} + \frac{f_a - 1}{f_a} e^{\frac{S}{R_{to} m c_p} t_0} \right) \left\{ \left[(T_r - T_e) - Q \frac{R_{to}}{S} \right] e^{-\frac{S}{R_{to} m c_p} (t-t_0)} + Q \frac{R_{to}}{S} + T_e \right\} dt$$

In realtà tenuto conto che la fase di impiego di energia esterna è il solo periodo di riscaldamento a potenza costante, (Q), si ha:

$$Q_{di} = Q(t_0 - t_1) = f_a \frac{S}{R_{to}} (T_r - T_e)(t_0 - t_1) =$$

$$= f_a \frac{S}{R_{t_0}} (T_r - T_e) t_0 - \frac{R_{t_0} m c_p}{S} \ln \left(\frac{1}{f_a} + \frac{f_a - 1}{f_a} e^{\frac{S}{R_{t_0} m c_p} t_0} \right)$$

Per $f_a \rightarrow \infty$, il limite, (che assume forma indeterminata), può essere valutato considerando che per: $t_1 = t_0$, non si hanno disperdimenti alle pareti durante il riscaldamento, ma solo il contributo della variazione di temperatura, per cui risulta: $Q_{di} = m c_p [T_r - T(t_0)]$,

$$\text{ovvero: } Q_{di} = m c_p (T_r - T_e) \left(1 - e^{-\frac{St_0}{R_{t_0} m c_p}} \right)$$

Il rapporto fra l'energia spesa in caso di interruzione e funzionamento continuo, rispettivamente risulta quindi:

$$\frac{Q_{di}}{Q_{dc}} = f_a \left[1 - \frac{R_{t_0} m c_p}{St_0} \ln \left(\frac{1}{f_a} + \frac{f_a - 1}{f_a} e^{\frac{S}{R_{t_0} m c_p} t_0} \right) \right]$$

Per lo studio della funzione si ha: $\lim_{f_a \rightarrow 1} \frac{Q_{di}}{Q_{dc}} = 1$;

$$\lim_{f_a \rightarrow \infty} \frac{Q_{di}}{Q_{dc}} = \frac{R_{t_0} m c_p}{St_0} \left(1 - e^{-\frac{St_0}{R_{t_0} m c_p}} \right) < 1 \quad \forall \quad St_0 / R_{t_0} m c_p;$$

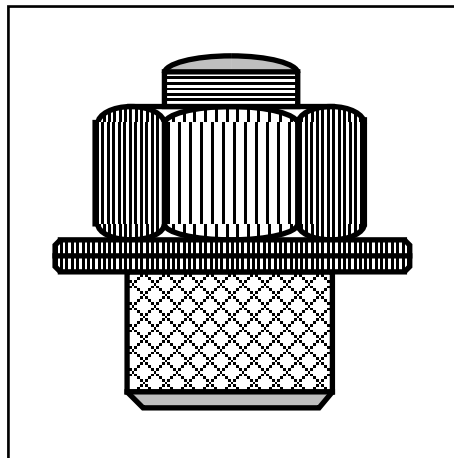
$$\frac{d \frac{Q_{di}}{Q_{dc}} (f_a)}{d f_a} =$$

$$= 1 - \frac{R_{t_0} m c_p}{St_0} \left\{ \ln \left[\frac{1}{f_a} + \left(1 - \frac{1}{f_a} \right) e^{\frac{St_0}{R_{t_0} m c_p}} \right] + \frac{\frac{St_0}{R_{t_0} m c_p} - 1}{1 + (f_a - 1) e^{\frac{St_0}{R_{t_0} m c_p}}} \right\},$$

che dal valore: $1 - \frac{R_{to}mcp}{St_o} \left(e^{\frac{St_o}{R_{to}mcp}} - 1 \right) < 0, \forall St_o/R_{to}mcp,$

per $f_a = 1$, tende asintoticamente a zero per $f_a \rightarrow \infty$.

Si conclude quindi che la curva: Q_{di}/Q_{dc} risulta monotona decrescente dal valore unitario al valore limite per: $f_a \rightarrow \infty$ e il funzionamento intermittente risulta quindi energeticamente conveniente per qualunque valore dei parametri.



CAP.II°.2 – IL SERVIZIO ARIA COMPRESSA.

§ II°.2.1 – IMPIANTI AD ARIA COMPRESSA.

Un impianto ad aria compressa è costituito dall'insieme delle apparecchiature di produzione e distribuzione di aria in pressione alle utenze.

Si distingue, pertanto, una sala macchine in cui l'aria, prelevata all'esterno, riceve energia da macchine operatrici, una sezione di trattamento e accumulo, la rete di distribuzione alle utenze e l'insieme delle utenze stesse, nelle quali l'energia potenziale di pressione dell'aria compressa viene convertita in potenza meccanica motrice o in energia cinetica come vettore per il trasporto pneumatico di materiali, o per usi speciali quali lo spegnimento di archi elettrici negli interruttori, o l'azionamento di servomeccanismi pneumatici.

Per impiego come fluido di potenza le pressioni di esercizio dell'aria compressa sono dell'ordine di **4 ÷ 8 bar**, nel campo della regolazione asservita a comandi pneumatici si hanno pressioni di circa **2 bar**, mentre per usi speciali come negli interruttori automatici di correnti ad alta tensione, si giunge a valori di **15 bar**.

L'aria compressa assume, quindi, sia la funzione di fluido di lavoro che di sistema di accumulo e di vettore di potenza meccanica.

L'energia in forma di pressione di un fluido può essere accumulata e prelevata conformemente alle richieste, con conseguente appiattimento del carico di energia primaria alla sala macchine e quindi ottimale regime delle macchine operatrici e più economica fornitura dell'energia di alimentazione.

Le macchine pneumatiche risultano leggere, maneggevoli, affidabili e sicure con ampia possibilità di variazione di potenza e velocità di rotazione tramite una semplice parzializzazione delle valvole di ammissione del fluido in pressione.

Per usi particolari come verniciatura, sabbiatura, soffiatura, pulizia, l'uso di aria compressa come vettore di potenza, risulta, inoltre, tassativo.

Al contrario le macchine elettriche risultano pesanti, presentano difficoltà di semplice ed economica regolazione di potenza e velocità, inconvenienti e dissipazioni allo spunto con limitazione della frequenza di interruzione, problemi di sicurezza con necessità di isolamenti e pericolo di incendio in presenza di fluidi o materiali infiammabili, per la generazione di scintille.

Tuttavia mentre la doppia trasformazione di energia meccanica in energia elettrica e viceversa avviene con rendimenti superiori al **90%**,

la corrispondente doppia trasformazione di energia meccanica in energia di pressione di un fluido comprimibile, tenuto conto del limitato rendimento delle macchine pneumatiche di compressione ed espansione e della necessità di raffreddare il fluido compresso, avviene con rendimenti globali non superiori al **20 ÷ 25%**.

Il rendimento delle macchine operatrici, (h_c), e motrici pneumatiche, (h_e), dell'ordine del **60 ÷ 70%**, comporta, infatti, una prima penalizzazione non inferiore al **50%**, ($h_c h_e < 0,5$).

Inoltre essendo il titolo massimo di vapore contenuto nell'aria crescente con la temperatura e decrescente all'aumentare della pressione, a valle del compressore l'aumento di pressione o un raffreddamento dell'aria a pressione costante, può portare alla formazione di condensa con danneggiamento delle apparecchiature, mentre eventuali raffreddamenti dell'aria, a volume costante, ne diminuiscono la pressione con conseguente malfunzionamento degli utensili.

Si rende, quindi, necessario un preventivo raffreddamento dell'aria compressa prima dell'espansione nelle macchine utensili con separazione della condensa eventualmente formatasi.

Ne risulta che, a meno dei rendimenti delle trasformazioni, il lavoro ideale ottenibile è minore di quello richiesto, in quanto mentre il lavoro di compressione è speso su di un fluido che dalla temperatura ambiente si riscalda, il lavoro reso nell'espansione è ceduto da un fluido che dalla temperatura ambiente si raffredda.

Per le rilevanti perdite delle linee fluidodinamiche, inoltre, gli impianti ad aria compressa risultano compresi all'interno degli impianti industriali assumendo la caratteristica di servizi di stabilimento.

§ II°.2.2 – RENDIMENTO DEGLI IMPIANTI AD ARIA COMPRESSA.

Il lavoro specifico di compressione, (L_c), vale: $L_c = c_p(T_2 - T_1)/h_c$, mentre il lavoro specifico di espansione, (L_e), vale:

$$L_e = c_p(T_4 - T_3)h_e, \text{ (Fig.II°.2.2.1).}$$

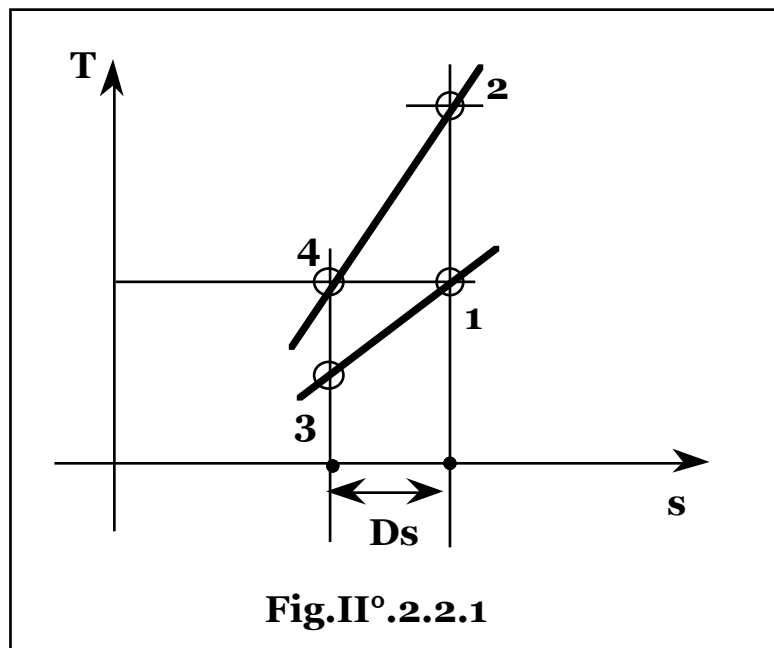
Il rendimento globale dell'impianto, (h), pertanto, (a meno delle perdite lungo le linee), vale:

$$h = \frac{L_e}{L_c} = \frac{c_p(T_4 - T_3)}{c_p(T_2 - T_1)} h_e h_c = \frac{T_4 - T_3}{T_2 - T_1} h_e h_c,$$

con: $c_p \approx$ costante, ovvero nell'ipotesi che si abbia:

$$T_1 = T_4 = \text{temperatura ambiente: } h = \frac{T_1 - T_3}{T_2 - T_4} h_e h_c.$$

Dalla definizione di entropia specifica: $ds = dQ/T$, lungo un'isobara si ha: $ds = c_p dT/T$, da cui: $\ln T/T_0 = (s - s_0)/c_p$, con s_0 entropia del fluido alla temperatura T_0 .



Nel piano $T - s$, le isobare hanno quindi equazione: $T(s) = T_0 e^{\frac{s-s_0}{c_p}}$,

da cui: $T_2 = T_4 e^{\frac{Ds}{c_p}}$; $T_1 = T_3 e^{\frac{Ds}{c_p}}$,

e quindi: $h = \frac{T_3 (e^{\frac{Ds}{c_p}} - 1)}{T_4 (e^{\frac{Ds}{c_p}} - 1)} h_e h_c = \frac{T_3}{T_4} h_e h_c.$

Applicando all'aria l'equazione dei gas perfetti, si ha: $p_3 v_3 = R_a T_3$; $p_4 v_4 = R_a T_4$, con R_a costante dell'aria, mentre lungo l'isoentropica: $s = s_3 = s_4$, si ha: $p_3 v_3^k = p_4 v_4^k$, ($k = c_p/c_v$), da cui:

$$\frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^k = \left(\frac{R_a T_3}{p_3}\right)^k \left(\frac{p_4}{R_a T_4}\right)^k, \text{ ovvero: } \frac{p_4}{p_3} = \frac{p_4^k T_3^k}{T_4^k p_3^k}, \text{ da cui:}$$

$$\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{T_3}{T_4}\right)^k, \text{ ovvero: } \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

$$\text{e quindi: } h = \frac{T_3}{T_4} h_e h_c = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} h_e h_c.$$

Frazionando il salto totale di pressione in più stadi, con refrigerazione intermedia della portata, si riduce il lavoro di compressione.

Per n stadi, supponendo un rapporto costante di compressione, si

$$\text{ha: } \prod_{i=1}^n \frac{p_{i+1}}{p_i} = \frac{p_2}{p_1}, \text{ da cui: } \frac{p_{i+1}}{p_i} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}, (i = 1, 2, \dots, n).$$

Il lavoro ideale di compressione espresso tramite la relazione politropica, ($p v^k = p_1 v_1^k$), supponendo una refrigerazione completa

$$\text{fra gli stadi, risulta quindi: } L_c = n \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left\{ \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \right\},$$

con valore minimo per numero di stadi tendente a infinito, ovvero

$$\text{compressione isoterma: } \lim_{n \rightarrow \infty} L_c = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

$$\text{Si ha infatti: } \lim_{n \rightarrow \infty} L_c = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1}{\frac{1}{n}} =$$

$$= \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{d}{dn} \left\{ \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \right\}}{\frac{d}{dn} \left(\frac{1}{n} \right)},$$

che tenuto conto della regola di derivazione:

$$\frac{d}{dx} \left[(\text{costante})^{f(x)} \right] = (\text{costante})^{f(x)} \ln(\text{costante}) \frac{df(x)}{dx},$$

risulta: $\lim_{n \rightarrow \infty} L_c = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]^{\frac{1}{n}} \ln \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \left(-\frac{1}{n^2} \right)}{\left(-\frac{1}{n^2} \right)} =$

$$= \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \ln \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = p_1 v_1 \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right).$$

Esprimendo anche il lavoro di espansione con una politropica ideale,

si ottiene: $L_e = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$, e quindi un rendimento

massimo teorico: $\frac{\frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}{p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}} = \frac{k}{k-1} \frac{1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{\ln \frac{p_2}{p_1}},$

per un valore reale:
$$h = \frac{k}{k-1} \frac{1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}}{\ln \frac{p_2}{p_1}} h_e h_c.$$

Si conclude quindi che il rendimento ideale del sistema, (al lordo di tutte le perdite di compressione, espansione e lungo le linee di distribuzione e utilizzo), da valore unitario per p_2 tendente a p_1 , tende a zero per p_2 tendente a infinito, mentre per usuali rapporti di compressione globali dell'ordine di **10**, risulta di circa il **50%**, (**25%** in caso reale), con massimo teorico, (compressione isoterma), di circa il **70%**, (**35%** in caso reale).

§ II°.2.3 – SCHEMI DI IMPIANTI AD ARIA COMPRESSA.

L'aria di alimento viene prelevata attraverso un sistema di filtraggio, (**F**), a quota sufficientemente elevata, (**2÷3 m**), per ridurre il contenuto di polveri trascinate, (**Fig.II°.2.3.1**).

Il contenuto di polveri, varia, infatti, da **0,02 ÷ 0,005 gr/Nm³** in ambienti urbani, a **0,1 gr/Nm³** in ambienti industriali.

Una minore temperatura di aspirazione comporta migliori rendimenti volumetrici per l'aumento di densità e migliori rendimenti globali dei compressori per la conseguente inferiore temperatura di fine compressione.

La presa d'aria viene quindi, disposta nella zona più fredda disponibile e la condotta di aspirazione viene dimensionata con diametri elevati, curve a largo raggio e minime accidentalità, per contenere le perdite di carico.

Le velocità nel tratto a monte dei compressori risultano di **10 ÷ 20 m/s**, e le perdite contenute indicativamente entro **100 Pa/m**.

In caso di compressori alternativi o comunque a portata pulsante, la frequenza del compressore risulta **nz**, con **n** numero di giri per unità di tempo e **z** numero di effetti della macchina, mentre la frequenza fondamentale di una colonna di fluido contenuta in una tubazione di lunghezza **L**, vale: (**c_s/l_d**), con **c_s** velocità del suono nel mezzo e **l_d** lunghezza d'onda pari a: **$l_d = 2L$** , per tubazioni aperte o chiuse a entrambe le estremità e **$l_d = 4L$** , per tubazioni aperte a una sola estremità, (**Fig.II°.2.3.2**).

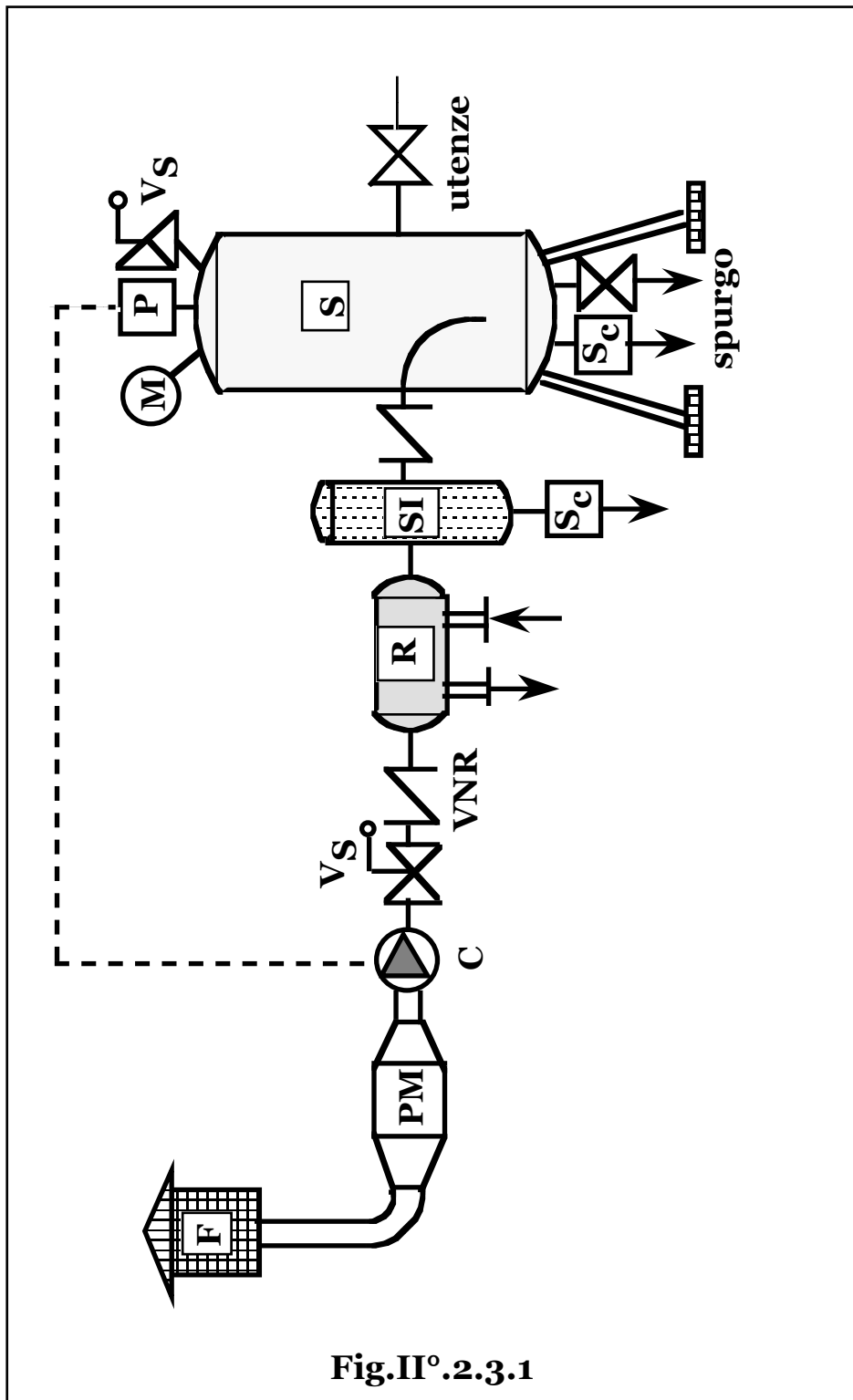


Fig.II°.2.3.1

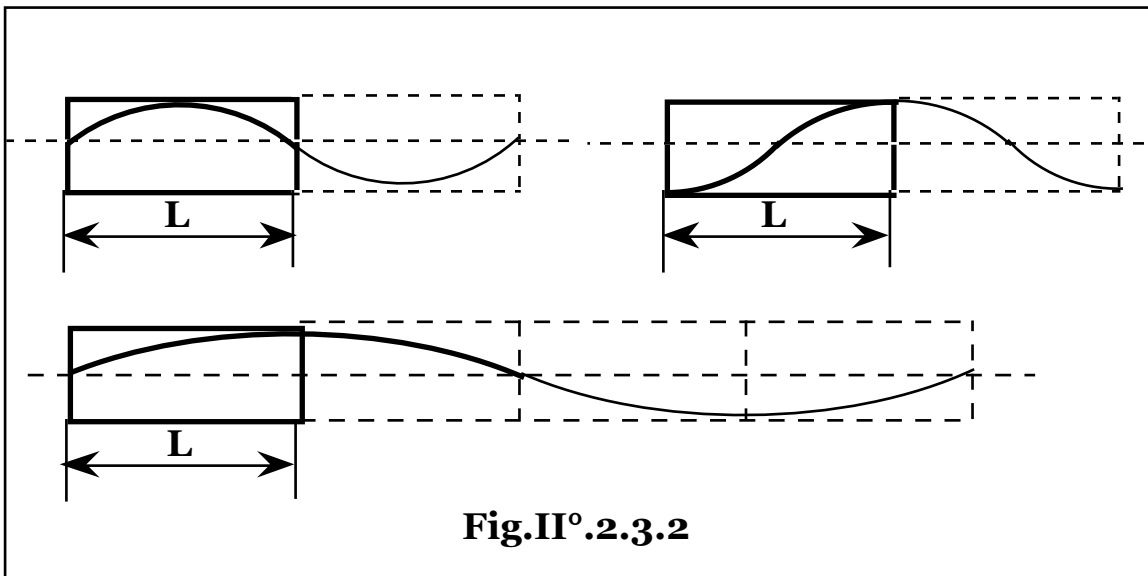


Fig.II°.2.3.2

Nel caso in cui venga inserita una accidentalità in una tubazione che ne riduca la sezione di un fattore A_s , la tubazione si considera chiusa per: $c/c_s > (A_s)^2$, aperta per: $c/c_s < (A_s)^2$, con c velocità del fluido nel condotto, mentre per: $c/c_s = (A_s)^2$, non è possibile l'innescio di fenomeni di risonanza.

Occorre, quindi, verificare che le due frequenze, (o multipli e sottomultipli di esse), a monte e a valle del compressore non siano uguali a evitare fenomeni di risonanza con vibrazioni, rumori e danneggiamento delle apparecchiature.

Qualora, invece, la lunghezza della tubazione sia tale che:

$L = N c_s/nz$, con N intero o inverso di interi, è necessario inserire nella condotta un diaframma di sezione tale che risulti: $c/c_s = (A_s)^2$, ovvero, per evitare le conseguenti perdite di carico, inserire un polmone smorzatore, (**PM**), che ne interrompa la continuità dividendo la tubazione in due tratti che non presentino, (al pari del polmone stesso), dimensioni critiche.

§ II°.2.4 – COMPRESSORI D'ARIA.

Nella compressione le condizioni di minimo lavoro speso corrispondono alla trasformazione isoterma, mentre elevate temperature comportano maggiori sollecitazioni delle apparecchiature e possono generare miscele esplosive di aria e olio di lubrificazione. I compressori vengono pertanto, raffreddati e per potenze medio-grandi si fraziona la compressione in più stadi con refrigerazione intermedia

dell'aria, ottenendo anche un maggiore rendimento di carica dei compressori relativo ai minori rapporti parziali di compressione. Per compressioni mono o pluristadio refrigerate, generalmente si ottengono temperature di fine compressione minori di quelle isoentropiche a cui corrispondono quindi, valori dell'esponente n delle relative politropiche, inferiori a k , tanto più vicini all'unità, (trasformazione isoterma), quanto più spinto risulta il raffreddamento della macchina.

Le macchine operatrici impiegate per la compressione dell'aria sono i compressori alternativi, (mono o pluricilindrici, a semplice o doppio effetto), per elevati rapporti di compressione e portate medio-piccole o rotativi, (volumetrici e turbocompressori centrifughi o assiali), per portate elevate e pressioni limitate.

La regolazione dei compressori può essere ottenuta per tutto o per nulla con comando pressostatico dal serbatoio di accumulo in caso di piccole potenze, mentre per potenze maggiori in cui l'avviamento risulta più complesso e i frequenti attacchi e stacchi comportano inconvenienti per il gruppo elettromeccanico, in caso di compressori alternativi è possibile parzializzare in parte o totalmente una o più camere del compressore mantenendone la valvola di aspirazione in posizione di apertura per una parte o eventualmente tutta la corsa di mandata con potenza assorbita nel funzionamento a vuoto dell'ordine del **20%** della potenza a pieno carico.

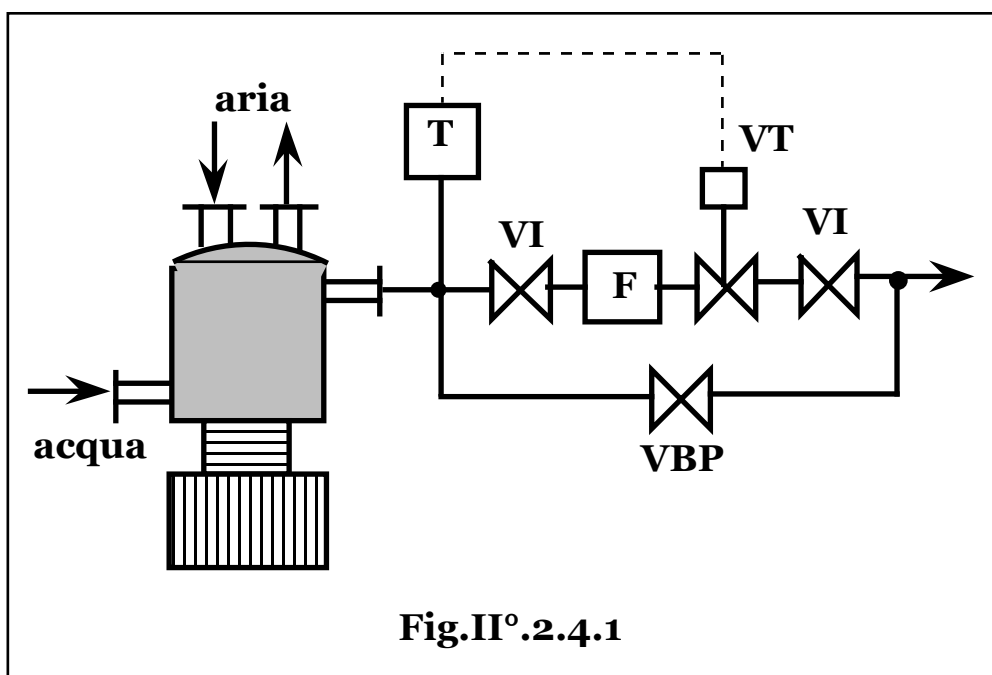


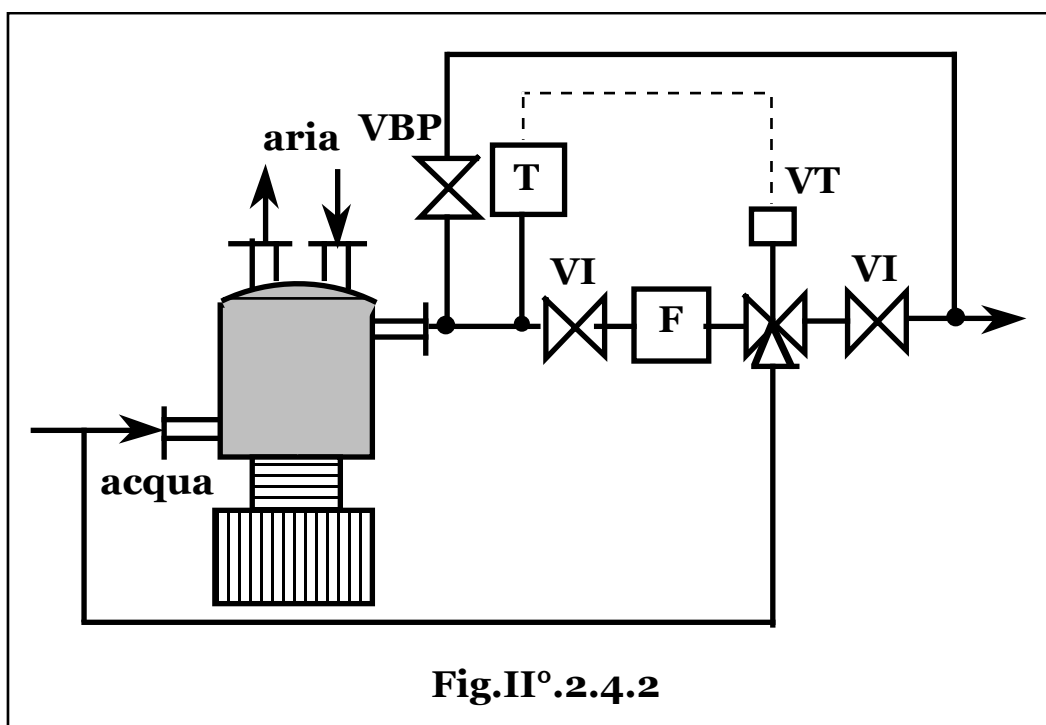
Fig. II° .2.4.1

La regolazione può essere anche ottenuta per variazione del volume dello spazio nocivo tramite inserzione o esclusione di spazi addizionali collegati ai cilindri delle macchine, con limitate perdite di potenza dissipata.

Infine, è possibile intervenire in modo continuo o discontinuo sulla velocità di rotazione delle macchine.

Per macchine di piccola potenza il raffreddamento, (eventualmente forzato), è ottenuto ad aria con alettatura dei cilindri, mentre per potenze maggiori si realizza il raffreddamento con acqua a perdere, (**Fig.II°2.4.1**), con regolazione della portata d'acqua tramite una valvola termostatica, (**V_T**), comandata dalla temperatura di uscita dell'acqua stessa.

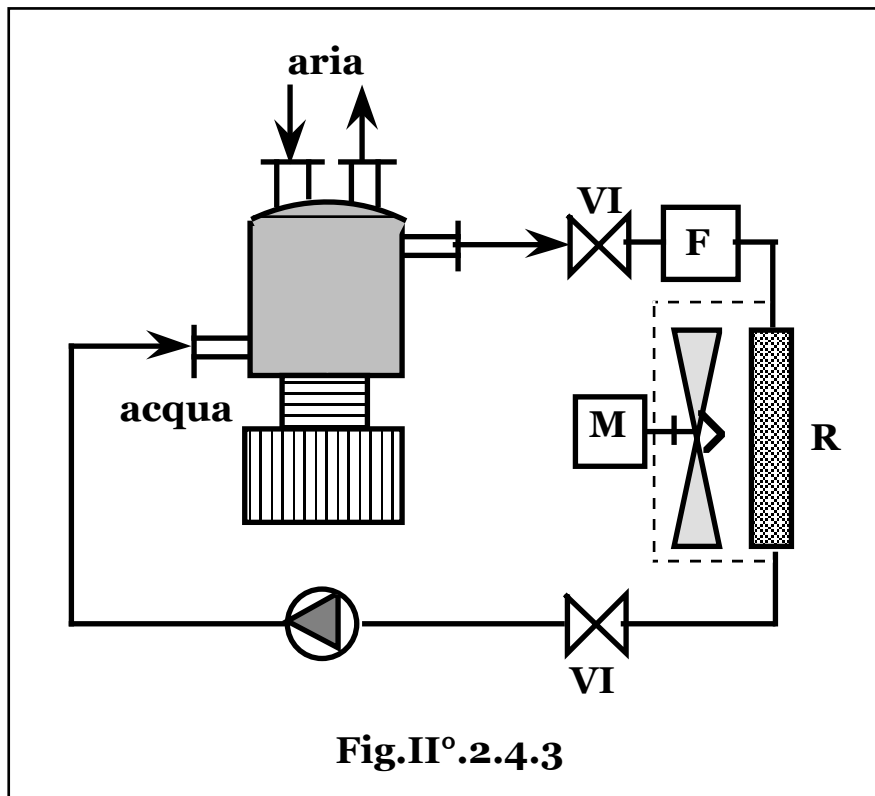
Parte della portata può venire ricircolata all'ingresso tramite una valvola a tre vie, (**V_R**), comandata dalla temperatura di uscita dell'acqua di refrigerazione, (**Fig.II°2.4.2**).



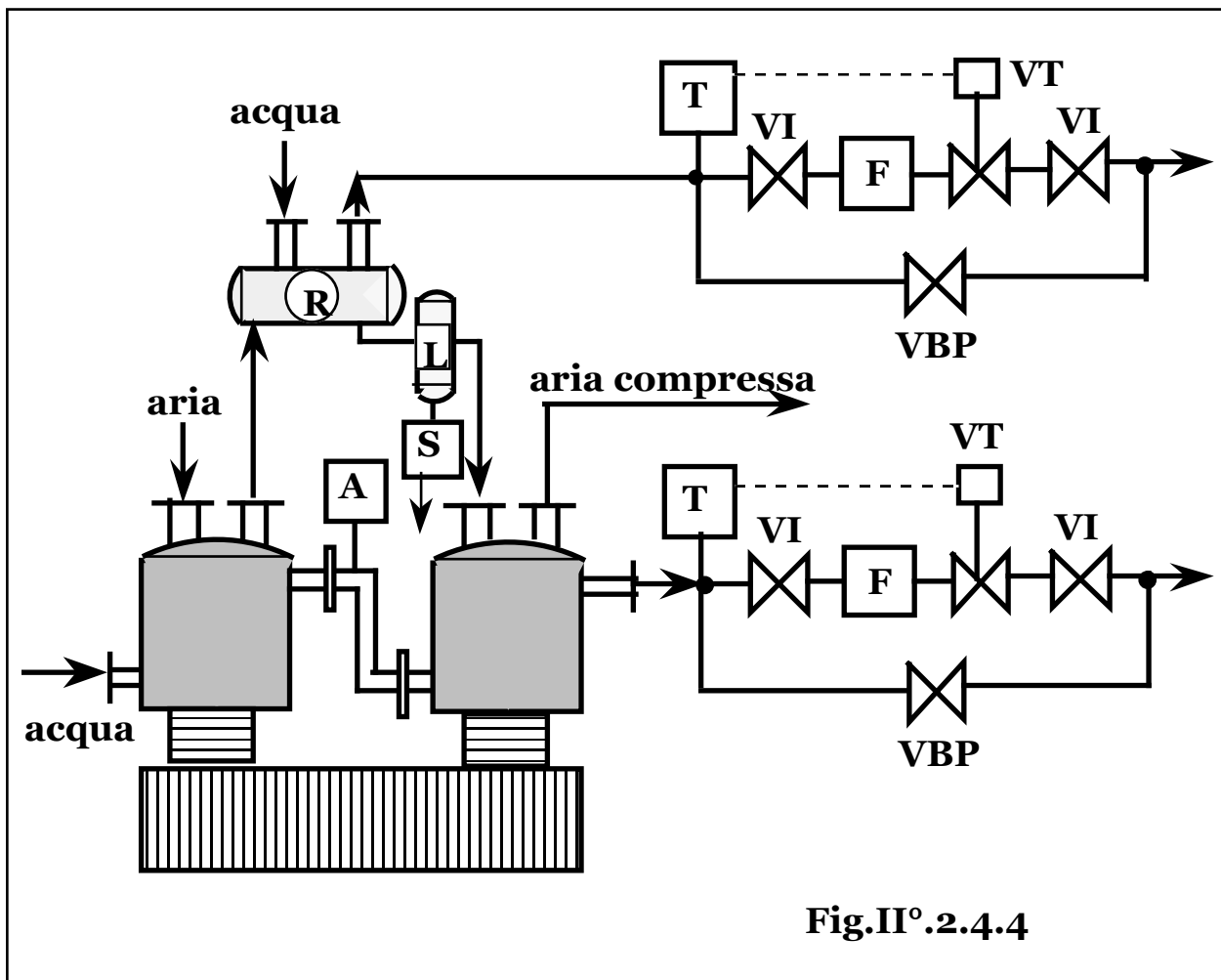
Nel raffreddamento con acqua in ciclo chiuso, (**Fig.II°2.4.3**), l'acqua di refrigerazione circola in circuito chiuso fra la camera di compressione e un radiatore, (**R**), raffreddato ad aria in circolazione forzata.

In caso di compressione frazionata, (**Fig.II°2.4.4**), l'acqua raffredda in serie le due sezioni di compressione, (**C₁** e **C₂**), ed è, inoltre,

previsto uno scambiatore di calore per la refrigerazione intermedia dell'aria, (**R**), munito di un separatore, (**L**), e uno scaricatore della condensa, (**S**), per lo spurgo del liquido eventualmente formatosi nel raffreddamento dell'aria, mentre sulla linea dell'acqua è previsto un separatore, (**A**), per l'eliminazione degli incondensabili.



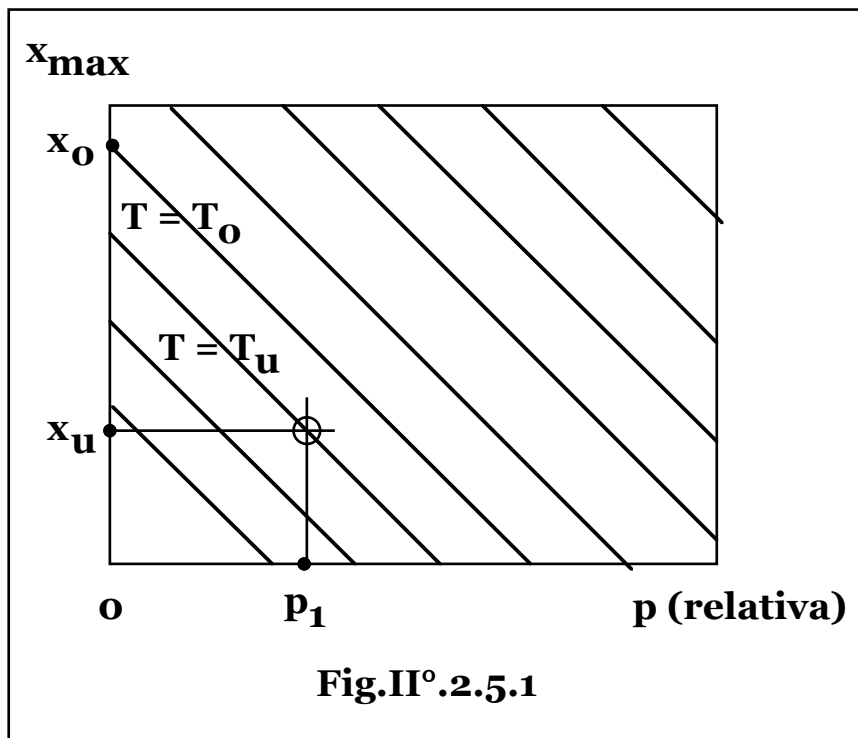
Il sistema di controllo per la protezione dell'impianto comprende valvole di sicurezza per il controllo della pressione dell'aria, un flussimetro a controllo manuale o automatico per la verifica della portata d'acqua di refrigerazione, un pressostato differenziale per il controllo della pressione dell'olio di lubrificazione dei compressori, un termostato di massima collegato a un interruttore del gruppo di guida dei compressori che interviene a fermare l'impianto in caso la temperatura dell'aria, per malfunzionamento del sistema di refrigerazione, superi i limiti di progetto.



§ II° .2.5 – GRUPPO DI REFRIGERAZIONE E DRENAGGIO DELL'ARIA.

La condensa generabile nella trasformazione di compressione e successivo raffreddamento dell'aria, (generalmente con scambiatori ad acqua a fascio tubiero), limitata superiormente dalla differenza di umidità assoluta fra le pressioni di aspirazione e mandata, rispettivamente, in condizioni di saturazione e alla temperatura ambiente, è valutabile dai diagrammi dell'aria umida alle rispettive pressioni, ovvero da diagrammi derivati, (**Fig.II° .2.5.1**), nei quali l'umidità assoluta dell'aria in condizioni di saturazione è riportata in funzione della pressione relativa e della temperatura.

Indicando con T_0 , T_u e T_1 , la temperatura dell'aria in aspirazione, alle utenze e di fine compressione, rispettivamente, con p_0 e p_1 , le pressioni di aspirazione e di mandata, dal diagramma si ricavano le relative umidità assolute, (x_0 e x_u).



Indicando con G la portata d'aria, la potenza termica, (Q), di refrigerazione, vale: $Q = Gc_p(T_1 - T_u)$, mentre la portata di condensa, (G_a), nel gruppo di drenaggio, risulta: $G_a = G(x_0 - x_u)$.

Sono previsti coefficienti di sicurezza dell'ordine di $1,5 \div 2$, per eventuali variazioni di temperatura e per la possibile presenza di olio di lubrificazione trascinato.

§ II° .2.6 – SERBATOIO DI ACCUMULO.

Il serbatoio di accumulo funge da volano pneumatico per la limitazione degli interventi del gruppo di compressione e il superamento di eventuali picchi di richiesta, per la regolarizzazione della pressione nella sezione di mandata in caso di mandata pulsante di macchine alternative e per la separazione per inerzia delle gocce di condensa e di olio residui favorita dalla disposizione della tubazione di ingresso rivolta verso il basso. Sul fondo è quindi previsto uno scaricatore di condensa e una valvola di spurgo per le impurità trascinate.

Il serbatoio di accumulo è munito di valvola di sicurezza di manometro di controllo e di pressostato per la regolazione del compressore, mentre a monte è inserita una valvola di non ritorno a evitare possibili reflussi dell'aria in pressione durante le fasi di arresto del gruppo di compressione.

L'estrema variabilità dei diagrammi di carico, non permette un dimensionamento numerico univoco del serbatoio di accumulo, per cui si procede con dati sperimentali e diagrammi empirici: volume del serbatoio-portata del compressore, al variare della pressione di esercizio, (per una valutazione di massima il volume minimo di accumulo espresso in $\mathbf{m^3}$ può essere stimato come pari al valore della portata volumetrica del compressore alla mandata espressa in $\mathbf{m^3/1'}$).

Il caso di mandata pulsante, la pressione della sezione di mandata assume un andamento ciclico con sovrappressione massima funzione del volume del serbatoio di accumulo.

In un compressore alternativo, indicando con:

- z** il numero di cilindri e/o di effetti;
- s** il rapporto spazio nocivo/cilindrata;
- n** l'esponente della politropica di compressione;

$$\mathbf{a} = \arccos \left[\mathbf{1} - \frac{\mathbf{2(1 + s)}}{(\mathbf{p_1/p_2})^{1/n}} - \mathbf{2s} \right],$$

l'angolo di manovella relativo alla fase di mandata, il rapporto fra la durata della fase di scarico, ($\mathbf{t_s}$), e il periodo del compressore: $\mathbf{t_o} = \mathbf{2\pi/v_a}$, con $\mathbf{v_a}$ velocità angolare di manovella, vale:

$$\mathbf{t_s/t_o} = \mathbf{za/2\pi}, \quad (\mathbf{z} < \mathbf{2\pi/a}).$$

Indicando con \mathbf{Q} la portata volumetrica nominale del compressore, il volume d'aria inviato al serbatoio per giro: $\mathbf{Q(p_o/p_1)t_o}$, viene immesso nel tempo $\mathbf{t_s}$, durante il quale il serbatoio, a regime, eroga verso le utenze il volume: $\mathbf{Q(p_o/p_1)t_s}$, con un eccesso di volume di accumulo:

$$\mathbf{Q} \frac{\mathbf{p_o}}{\mathbf{p_1}} (\mathbf{t_o} - \mathbf{t_s}) = \mathbf{Q} \frac{\mathbf{p_o}}{\mathbf{p_1}} \frac{\mathbf{2\pi}}{\mathbf{v_a}} \left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{t_s}}{\mathbf{t_o}} \right) = \mathbf{DV}.$$

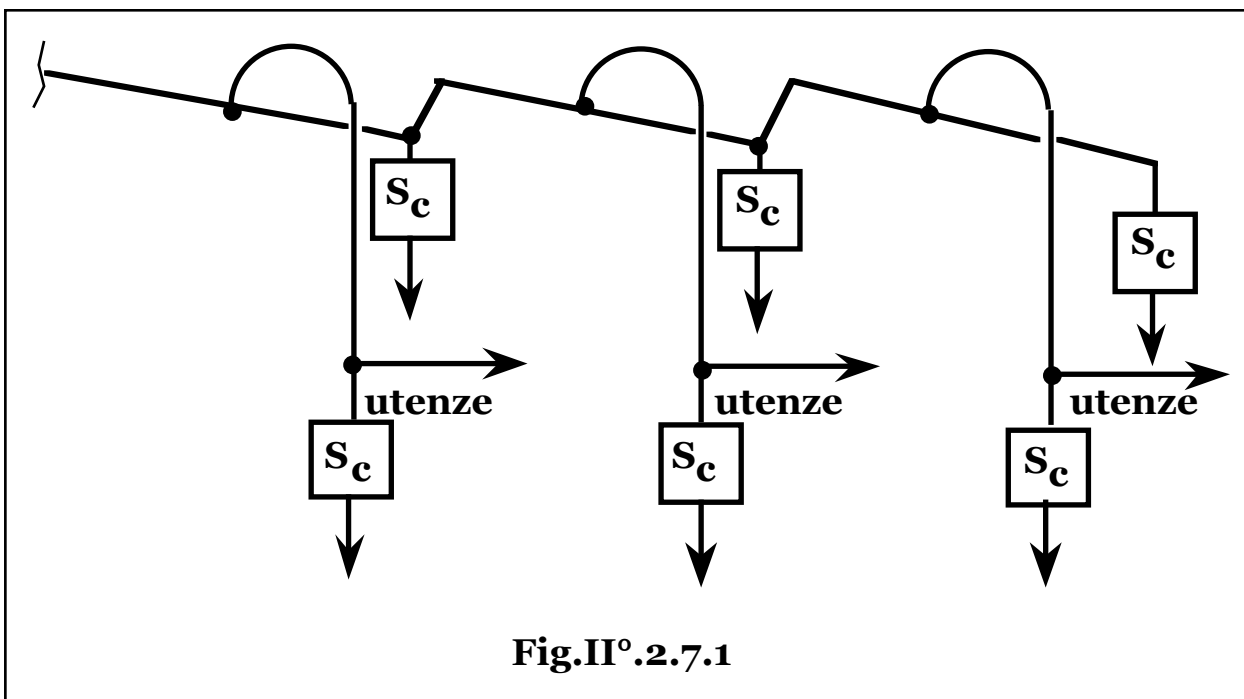
Supposta trascurabile la variazione di temperatura durante l'accumulo, la pressione massima nel serbatoio di volume \mathbf{V} , (e in tutta la sezione di mandata), vale quindi: $\mathbf{p_1 + Dp} = \frac{\mathbf{p_1 V}}{\mathbf{V - DV}}$, da cui, fissata la sovrappressione massima di progetto, (\mathbf{Dp}), si ottiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{p_1} \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{p_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Dp}} \right) \mathbf{DV} = \mathbf{Qp_o} \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{p_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Dp}} \right) \frac{\mathbf{2\pi}}{\mathbf{v_a}} \left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{t_s}}{\mathbf{t_o}} \right) = \\ &= \mathbf{Qp_o} \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{p_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Dp}} \right) \frac{\mathbf{2\pi}}{\mathbf{v_a}} \left\{ \mathbf{1} - \frac{\mathbf{z}}{\mathbf{2\pi}} \arccos \left[\mathbf{1} - \frac{\mathbf{2(1 + s)}}{(\mathbf{p_1/p_o})^{1/n}} - \mathbf{2s} \right] \right\}. \end{aligned}$$

§ II°.2.7 – RETE DI DISTRIBUZIONE.

Le velocità dell'aria risultano non troppo elevate, ($10 \div 20 \text{ m/s}$), per evitare il trascinarsi di eventuali gocce di condensa che possono formarsi per raffreddamento dell'aria, (per i gas reali si ha diminuzione di temperatura durante una decompressione), conseguente alla diminuzione di pressione per perdite di carico.

Le linee vengono, quindi, installate con lieve inclinazione, ($1 \div 3\text{‰}$), e nelle sezioni a quota minima è inserito un insieme di scaricatori di condensa, (**Fig.II°.2.7.1**), mentre le prese d'aria vengono realizzate nella parte superiore del collettore principale e munite, nella sezione terminale della linea, di ulteriori scaricatori di condensa.



A monte degli utilizzatori, infine, è inoltre inserito un filtro con scarico generalmente manuale della condensa.

Le macchine pneumatiche realizzano diversi tipi di moto al loro interno.

Negli utensili a compressione l'energia di pressione dell'aria genera una forza di compressione tramite cinematismi di leve, (ribaditrici di chiodi, punzonatrici), negli utensili a percussione l'energia di pressione dell'aria si tramuta in energia cinetica di elementi meccanici in moto lineare alternativo, (martelli scalpelli), negli utensili rotanti l'energia di pressione dell'aria si tramuta in energia cinetica di

rotazione di parti meccaniche in motori pneumatici a palette, ingranaggi o a turbina, (avvitatrici, smerigliatrici, lucidatrici); si hanno, infine, utensili a moto combinato, (perforatrici, martelli pneumatici).

L'aria compressa può venire, inoltre, impiegata come vettore di supporto di materiali solidi o liquidi trascinati in sospensione, per particolari lavorazioni, (verniciatura, sabbiatura, pulizia da particelle solide o liquide), o per trasporto pneumatico.

Gli utensili pneumatici risultano semplici, leggeri, compatti, maneggevoli, di facile manutenzione, notevole affidabilità, semplice regolazione con ampia variabilità di potenza e velocità, non necessitano di isolamenti elettrici e non presentano fenomeni di scintillazione. Richiedono, tuttavia, ingombranti e poco maneggevoli collegamenti alle tubazioni di trasporto dell'aria compressa appaiono rumorosi, inducono vibrazioni e risultano sistemi a basso rendimento complessivo.

§ II°.2.8 – COLLAUDO DELLE RETI.

Il comune impiego di tubazioni flessibili, derivazioni mobili e attacchi rapidi di vario tipo, comporta sensibili fughe d'aria in tutto il sistema. Ogni sezione di efflusso parassita può essere assimilata a un condotto convergente in cui, date le usuali pressioni di esercizio, le condizioni dell'aria risultano quelle critiche: $c = c_s$; $p = p_s = ap_1$, con p_s , p_1 , pressione critica e di funzionamento rispettivamente e a costante di proporzionalità.

La portata di fuga, vale pertanto: $G_f = d_{sa} a \frac{p_1}{p_o} c_s S$, con d_{sa} e p_o densità e pressione dell'aria in condizioni di aspirazione e S sezione di efflusso.

La potenza spesa nella compressione della portata di fuga, G_f , risulta:

$$P = G_f \left(\int_o^1 v dp + R \right) = \frac{G_f c_p}{h_{ic} h_{mc}} (T_1 - T_o) =$$

$$= \frac{G_f}{h_{ic} h_{mc}} \frac{p_o}{d_{sa}} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_o} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{ap_1 c_s}{h_{ic} h_{mc}} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_o} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] S$$

con: h_{ic} , h_{mc} , rendimento di compressione rispetto all'isoentropica e meccanico, rispettivamente.

E' pertanto possibile valutare l'ottimo economico del rapporto fra la portata globale di fuga e la portata nominale dell'impianto, G_f/G , (che in pratica risulta pari al **10 ÷ 15%**), sulla base degli oneri relativi alla corrispondente potenza dissipata, $(PuTc_k/h_c t_{ek})$, e alla maggiore potenza di compressione da installare, nonché degli oneri di investimento e manutenzione dell'impianto, crescenti con l'efficienza di tenuta del sistema.

In fase di collaudo, per il calcolo della portata di fuga, (G_f), con utenze tutte chiuse, gruppo di compressore in fase di arresto e impianto a pressione: $p_1 + Dp$, (Dp arbitraria), si valuta il tempo t_1 che il sistema impiega per portarsi alla pressione nominale di esercizio, (p_1), e il tempo t_2 che all'avviamento del compressore, il sistema impiega per riportarsi alla pressione: $p_1 + Dp$.

Poichè al variare della pressione fra p_1 e $p_1 + Dp$, le condizioni di efflusso rimangono comunque quelle critiche, la portata G_f rimane costante e si ha quindi: $G_f t_1 = (G - G_f) t_2$, da cui:
$$\frac{G_f}{G} = \frac{t_2}{t_1 + t_2}$$
.

§ II°.2.9 – RECUPERO DI ENERGIA DI PRESSIONE DA FLUIDI COMPRIMIBILI.

Anche nel caso di fluidi comprimibili per esigenze di economia di impianto e di esercizio si manifesta l'opportunità di differenziare la pressione presente nelle strutture di trasporto e distribuzione da quelle richieste dall'utenza, per cui i fluidi stessi, (se non già disponibili all'origine ad alta pressione), vengono prima compressi e quindi, giunti a monte dell'utenza, laminati in centrali di decompressione.

Nel caso del gas naturale la distribuzione sulle lunghe distanze avviene a pressioni generalmente comprese fra **60 e 70 bar**, con perdite di carico compensate da stazioni di ricompressione.

Nelle stazioni di distribuzione le pressioni vengono ridotte con laminazioni totalmente dissipative, a **12÷25 bar** e infine ulteriormente diminuite nella rete di utilizzo, (**5 ÷ 6 bar**).

Il salto entalpico, (a meno di una primo abbassamento di pressione necessario per mantenere costante la pressione di ingresso nei gruppi di recupero e per esigenze di misure di portata e per accumulo), del fluido può quindi essere utilmente convertito in energia meccanica o elettrica in turbine a gas.

Inoltre, a evitare possibili fenomeni di condensazione di idrocarburi condensabili e di acqua sempre presente nel gas con eventuali formazione di ghiaccio sulle tubazioni di scarico, (a meno di iniezione di anticongelanti richiesti tuttavia in rilevanti quantità rispetto al modesto abbassamento del punto di congelamento), è necessario mantenere il gas a temperature non inferiori a $2 \div 5 \text{ }^\circ\text{C}$.

In tal caso, essendo fissate le condizioni di immissione in rete del gas, (pressione p_s , temperatura T_s), è necessario preriscaldare il gas.

Nota la pressione, (p_o), e la temperatura, (T_a), di alimento, stimato il rendimento rispetto all'isoentropica di espansione in turbina, (h_i), si ottiene il valore della temperatura di preriscaldamento, (T_o), tramite

le relazioni: $T_o = T_s \left(\frac{p_o}{p_s} \right)^{\frac{k-1}{k}}$, con: $k = \frac{c_p}{c_v}$, e T_s temperatura di fine

espansione isoentropica; $h_i = \frac{T_o - T_s}{T_o - T_s}$, da cui:

$$T_o = T_s \frac{1}{(1 - h_i) + h_i \left(\frac{p_s}{p_o} \right)^{\frac{k-1}{k}}}$$

La potenza meccanica, (o elettrica), resa, (P), e quella termica di preriscaldamento, (Q), risultano pertanto:

$$P = G c_{pm}(T_o - T_s) h_m h_e; \quad Q = G c_{pm}(T_o - T_a)/h_g,$$

con: G portata di gas;

c_{pm} calore specifico medio del gas.

Anche in caso di semplice laminazione, a monte della rete di utilizzo, è richiesto un preriscaldamento per portare il gas dalla temperatura di alimento, (T_a), a quella di utilizzo, (T_s), e per compensare la diminuzione di temperatura durante la decompressione.

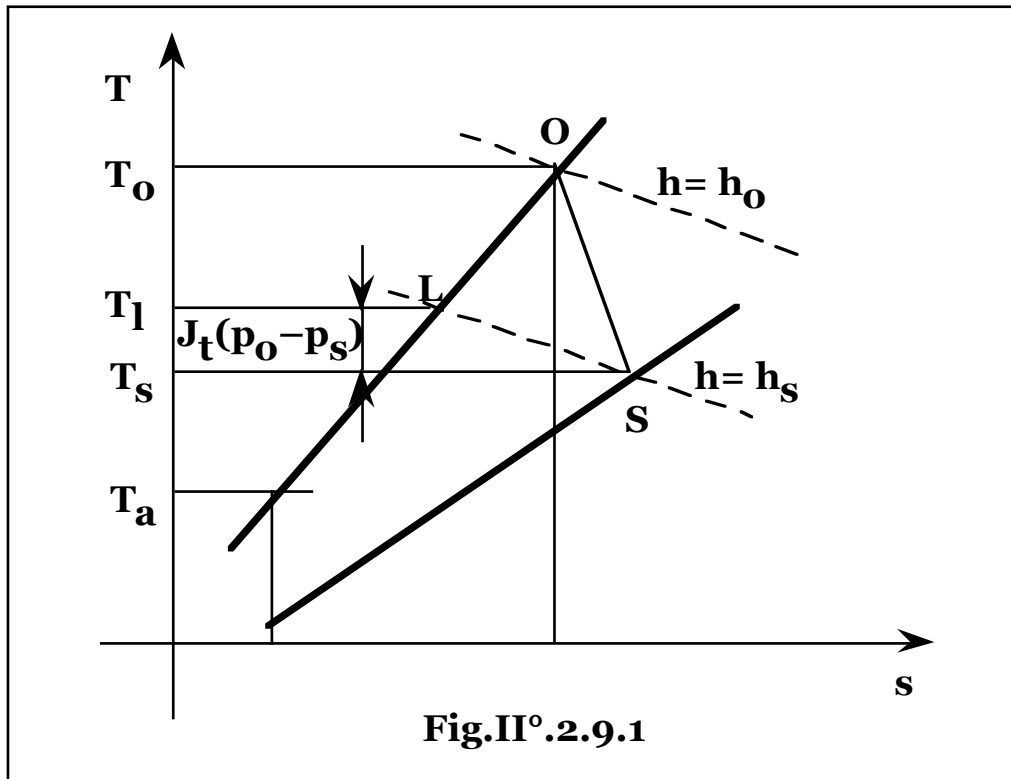
Per un gas reale infatti, non si ha assoluta proporzionalità fra variazioni di entalpia e di temperatura, ma durante una decompressione, (laminazione a entalpia costante), la temperatura si abbassa, (effetto Joule-Thompson).

L'abbassamento di temperatura, (**Fig.II°.2.9.1**), risulta pari a:

$T_1 - T_s = J_t(p_o - p_s)$, con J_t coefficiente di Joule-Thompson, da cui una potenza termica di preriscaldamento pari a:

$$Q' = G c_{pm}(T_1 - T_a)/h_g = G c_{pm}[(T_s - T_a) + (T_1 - T_s)]/h_g =$$

$$= G c_{pm}[(T_s - T_a) + J_t(p_o - p_s)]/h_g.$$



Poichè le condizioni di temperatura e pressione e quindi entalpia del gas nella sezione di immissione in rete sono prefissate, in caso ideale l'energia termica di preriscaldamento addizionale necessaria in caso di espansione in turbina, (eventualmente suddivisa in più stadi in caso di espansione frazionata), è relativa a un salto entalpico pari a quello disponibile per la generazione di lavoro meccanico, per cui il sistema si comporterebbe come un convertitore di energia termica in energia meccanica a rendimento unitario.

Si avrebbe, infatti:

$P = Gc_{pm}(T_o - T_s)$; $Q = Gc_{pm}(T_o - T_a) = Gc_{pm}(T_o - T_s) + Gc_{pm}(T_s - T_a)$;
 $Q' = Gc_{pm}(T_s - T_a)$, da cui: $Q = P + Q'$; $Q - Q' = P$, ovvero rapporto unitario fra l'energia termica addizionale richiesta in caso di espansione e il lavoro ottenuto e quindi con un incremento di energia elettrica producibile, pari a: $P - (Q - Q')h_t = (Q - Q')(1 - h_t) = P(1 - h_t)$, con h_t rendimento globale di conversione di energia termica in energia elettrica, ovvero la frazione di energia primaria, $(1 - h_t)$, persa nei cicli termodinamici di conversione.

Nel caso reale, tenendo conto dell'efficienza delle apparecchiature di riscaldamento e del gruppo turboalternatore e della diminuzione di temperatura per effetto Joule-Thompson, il rapporto fra il lavoro ottenuto e l'energia termica addizionale richiesta in caso di espansione risulta:

$$\begin{aligned} \frac{P}{Q - Q'} &= \frac{Gc_{pm}(T_o - T_s)h_m h_e}{Gc_{pm}(T_o - T_a) \frac{h_g}{Gc_{pm}(T_1 - T_a)}} = \frac{T_o - T_s}{T_o - T_1} h_m h_e h_g = \\ &= \frac{T_o - T_s}{(T_o - T_s) - (T_1 - T_s)} h_m h_e h_g = \frac{h_m h_e h_g}{1 - J_t \frac{p_o - p_s}{T_o - T_s}}, \end{aligned}$$

paradossalmente anche maggiore dell'unità, a causa dell'approssimazione di ritenere i salti entalpici proporzionali ai corrispondenti salti termici, penalizzando la laminazione con l'effetto Joule-Thompson reale.

In tali ipotesi, infatti, dalla temperatura di preriscaldamento in caso di laminazione, (T_1), il surriscaldamento fino alla temperatura T_o , comporta un salto termico, ($T_o - T_1$), minore di quello di successiva espansione, ($T_o - T_s$), a fronte di un pari salto di entalpia, (e quindi di potenze termica e meccanica), sia di preriscaldamento supplementare che di espansione: $h_o - h_s$.

Nelle medesime ipotesi approssimative, la produzione addizionale di energia elettrica risulta:

$$\begin{aligned} P - (Q - Q')h_t &= Gc_{pm}[(T_o - T_s)h_m h_e - \frac{(T_o - T_1)}{h_g} h_t], \text{ ovvero:} \\ P - (Q - Q')h_t &= Gc_{pm}[(T_o - T_s)h_m h_e - \frac{(T_o - T_s) - J_t(p_o - p_s)}{h_g} h_t] \\ &= Gc_{pm}(T_o - T_s) \left\{ h_m h_e - \left[1 - J_t \frac{p_o - p_s}{T_o - T_s} \right] \frac{h_t}{h_g} \right\}. \end{aligned}$$

Posto il costo impianto proporzionale alla potenza elettrica installata:

$I_o = qP = qGc_{pm}(T_o - T_s)h_m h_e$, il VAN dell'investimento vale:

$$\begin{aligned} VAN &= \frac{PuTc_k}{t_{ek}} - \frac{(Q - Q')uTc_q}{t_{eq}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right)I_o = \\ &= Gc_{pm}(T_o - T_s)h_m h_e \frac{uTc_k}{t_{ek}} - Gc_{pm}(T_o - T_1) \frac{uTc_q}{h_g t_{eq}} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -q \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) G c_{pm} (T_o - T_s) h_m h_e = \\
& = G c_{pm} (T_o - T_s) \left\{ h_m h_e \frac{u T c_k}{t_{ek}} - \left(1 - J_t \frac{p_o - p_s}{T_o - T_s} \right) \frac{u T c_q}{h_g t_{eq}} - \right. \\
& \left. - \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) q h_m h_e \right\}.
\end{aligned}$$

Posto: $\mathbf{VAN}(c_k) = 0$, si ottiene, quindi, il costo specifico dell'energia

prodotta pari a:
$$c_k = \frac{T_o - T_l}{T_o - T_s} \frac{c_q t_{ek}}{h_m h_e h_g t_{eq}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_{ek}}{u T},$$

ovvero:
$$c_k = \frac{1 - \frac{J_t(p_o - p_s)}{T_o - T_s}}{h_g h_m h_e} c_q \frac{t_{ek}}{t_{eq}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_{ek}}{u T}.$$

Il tempo di ritorno dell'investimento, (TR), risulta, infine:

$$\mathbf{TR} = \frac{qP}{PuTc_k - (Q - Q')uTc_q - aqP} = \frac{q}{uTc_k - \frac{T_o - T_l}{T_o - T_s} \frac{uTc_q}{h_g h_m h_e} - aq}$$

ovvero:
$$\begin{aligned}
\mathbf{TR} &= \frac{qP}{PuTc_k - (Q - Q')uTc_q - aqP} = \\
&= \frac{q}{uTc_k - \left(1 - J_t \frac{p_o - p_s}{T_o - T_s} \right) \frac{uTc_q}{h_g h_m h_e} - aq}.
\end{aligned}$$

In realtà, impostando i bilanci entalpici globali, si ottiene:

$$Gh_a + Q' = Gh_s + (1 - h_g)Q', \quad \text{laminazione;}$$

$$Gh_a + Q = Gh_s + (1 - h_g)Q + P/h_m h_e, \quad \text{espansione,}$$

da cui: $P/(Q - Q') = h_g h_m h_e,$

che differisce dal caso di salti entalpici proporzionali a quelli termici,

per il termine: $J_t \frac{p_o - p_s}{T_o - T_s}$, corrispondente a una diminuzione di salto

termico, (e nell'ipotesi di potenza), che si avrebbe se l'espansione reale comportasse una diminuzione di temperatura analoga alla laminazione.

Le perdite per non isoentropicità dell'espansione, (h_1), non compaiono in quanto il calore dissipativo generato è utilmente impiegato come energia termica di preriscaldamento del gas.

Indicando con c_c e k_i il costo specifico e il potere calorifico del combustibile impiegato per la generazione dell'energia termica di preriscaldamento, il VAN dell'investimento risulta quindi:

$$VAN = \frac{PuTc_k}{t_{ek}} - \frac{(Q - Q')uTc_c}{k_i t_{eq}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) qP,$$

da cui:
$$c_k = \frac{c_c}{k_i h_g h_m h_e} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{qt_e}{uT},$$

ove nell'espressione del costo specifico dell'energia termica impiegata, non è considerato il rendimento del generatore, (h_g), in quanto le potenze termiche Q e Q' sono comprensive delle perdite.

In tal caso il tempo di ritorno dell'investimento, (TR), risulta:

$$TR = \frac{qP}{PuTc_k - (Q - Q')uT \frac{c_c}{k_i} - aqP} = \frac{q}{uTc_k - \frac{uTc_c}{k_i h_g h_m h_e} - aq}.$$

Rigassificatori.

Nel mercato mondiale il gas viene consegnato ai consumatori o attraverso metanodotti o attraverso navi metaniere.

I metanodotti risultano estremamente economici una volta ammortizzato il costo di costruzione, ma vincolano gli acquirenti ai pochi proprietari dei gasdotti con forniture preferenziali in base a contratti stipulati a livello nazionale.

I prodotti energetici di conseguenza risultano spesso merce di scambio politico ed economico con possibilità vessatorie sia da parte dei paesi fornitori che di quelli attraversati dai metanodotti, con rischio di mancati approvvigionamenti anche solo per controversie fra questi.

Tuttavia esistono numerosi paesi che pur sedi di giacimenti metaniferi, non dispongono di linee di trasmissione e che pertanto rendono disponibile un prodotto a prezzo inferiore con possibilità di diversificazione dei fornitori.

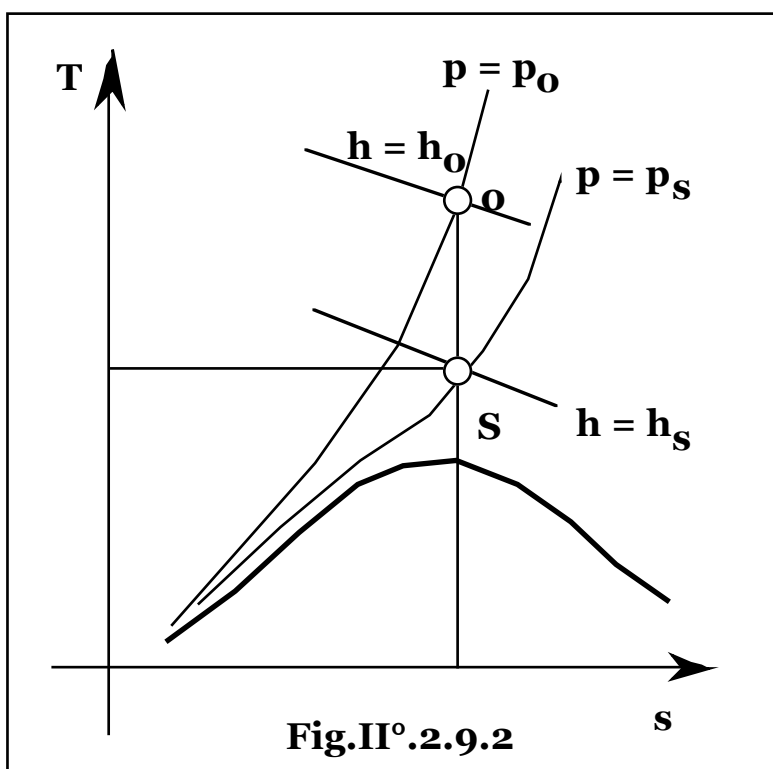
Per il trasporto del gas in assenza di gasdotti, è necessario disporre di navi metaniere in cui il gas viene trasportato, per evidenti motivi di spazio, in forma liquida a bassa temperatura e pressione solo di poco superiore a quella ambiente, (il combustibile di propulsione della nave, oltre alla portata di gas di evaporazione che nonostante l'isolamento termico della struttura inevitabilmente si forma, può essere ottenuto per laminazione artificiale del liquido).

All'arrivo nei paesi consumatori è quindi necessario disporre di stazioni di gassificazione del metano, detti rigassificatori, in cui le principali operazioni da effettuare sono la compressione fino alla pressione di trasporto in rete e la cessione del calore di vaporizzazione del gas.

Utilizzo del gas per produzione di energia.

Alternativamente è possibile prevedere un utilizzo del gas liquido per produrre energia, realizzando un ciclo motore a gas metano, senza alcuna combustione, prelevando la potenza termica primaria fino alla temperatura ambiente per scambio termico con l'esterno a costo nullo.

Il ciclo risulta ipercritico essendo la temperatura, (T_c), e pressione critica, (p_c), del metano: $T_c = 190,55 \text{ K}$ e $p_c = 46,41 \text{ bar}$, inferiori alle normali pressioni, (p_s), di immissione in rete, (**Fig. II° .2.9.2**).



Fissata la pressione di picco del ciclo, (p_o), il lavoro specifico di compressione, risulta: $(p_o - p_s)/h_c d_{sm}$, (d_{sm} densità media del metano liquido, h_c rendimento globale di compressione), mentre il

lavoro meccanico specifico di espansione, risulta: $(h_o - h_s)h_e$, (h_e , rendimento globale di espansione).

Indicando con h_{ie} , h_{me} , i rendimenti rispetto all'isoentropica e meccanico di espansione con: t_{um} , (il pedice si riferisce alla

temperatura di uscita del metano dai riscaldatori), e $t_s = \frac{t_{um}}{\left(\frac{p_o}{p_s}\right)^{\frac{k-1}{k}}}$,

la temperatura di fine espansione isoentropica, ($k = c_p/c_v$), il lavoro specifico netto, (L_r), risulta:

$$\begin{aligned} L_r &= (h_{um} - h_s)h_e - (p_o - p_s)/h_c d_{sm} = \\ &= c_{pm}(t_{um} - t_s)h_{ie}h_{me} - (p_o - p_s)/h_c d_{sm} = \\ &= c_{pm} t_{um} \left[1 - \left(\frac{p_o}{p_s}\right)^{\frac{1-k}{k}} \right] h_{ie}h_{me} - (p_o - p_s)/h_c d_{sm} = \\ &= \frac{k}{k-1} p_{um} v_{um} \left[1 - \left(\frac{p_s}{p_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] h_{ie}h_{me} - \frac{p_o - p_s}{h_c d_{sm}}. \end{aligned}$$

All'uscita dalla turbina il gas risulta fortemente al di sotto della temperatura ambiente necessitando ancora di riscaldamento tramite scambio termico con l'esterno per l'immissione in rete.

Valutazioni comparative con cicli a gas.

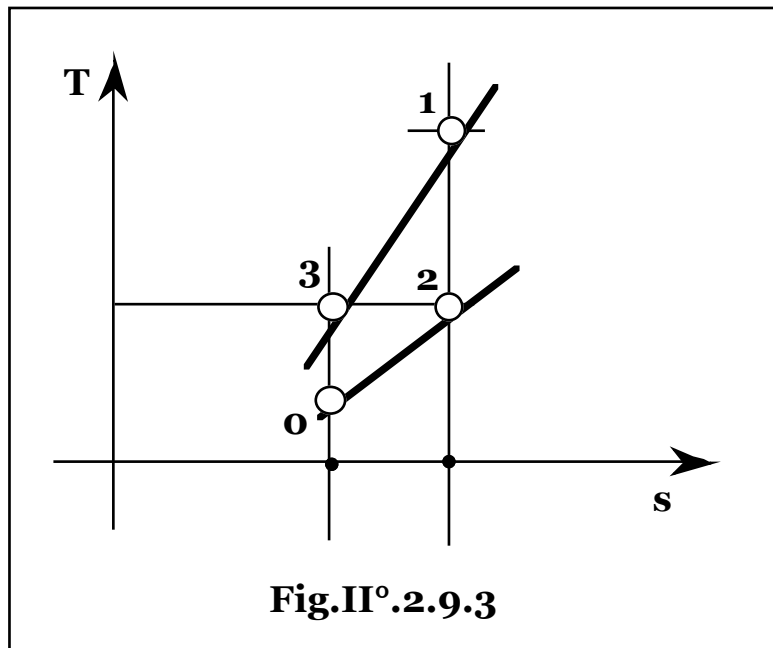
In un ciclo a gas, (Fig. II°.2.9.3), il lavoro specifico, (L_g), vale:

$L_g = c_{pa}(T_1 - T_2)h_{ie}h_{me} - c_{pa}(T_3 - T_{ua})/h_{ic}h_{mc}$, con: h_{ie} , h_{me} , h_{ic} , h_{mc} , rendimenti rispetto all'isoentropica e meccanico di espansione e compressione, rispettivamente, (il pedice **ua** si riferisce alla temperatura di uscita dell'aria da eventuali gruppi refrigeratori), con valore massimo per rapporto di temperature lungo una qualsiasi isoentropica, (t), pari a:

$$t = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_3}{T_{ua}} = \left(\frac{p_1}{p_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_{ua}} h_{ic}h_{mc}h_{ie}h_{me}},$$

da cui:
$$T_2 = \frac{\sqrt{T_1 T_{ua}}}{\sqrt{h_{ie} h_{me} h_{ic} h_{mc}}};$$

$$T_3 = \sqrt{T_1 T_{ua}} \sqrt{h_{ie} h_{me} h_{ic} h_{mc}}.$$



Nel caso di rigassificatori a parità di potenza è quindi richiesta una portata in massa pari a: L_g/L_r , rispetto ai cicli motori a gas.

La portata volumetrica, invece, è proporzionale al rapporto dei volumi specifici medi del metano, (v_m), e dell'aria, (v_a), fra le temperature e pressioni estreme dei rispettivi cicli:

$$\frac{v_m}{v_a} = \frac{\frac{2}{p_0 + p_s} R_m \frac{T_0 + T_s}{2}}{\frac{2}{p_1 + p_2} R_a \frac{T_1 + T_2}{2}} = \frac{p_1 + p_2}{p_0 + p_s} \frac{c_{pm} - c_{vm}}{c_{pa} - c_{va}} \frac{T_0 + T_s}{T_1 + T_2}.$$

Utilizzo della potenza frigorifera generata.

Il ciclo completo rende disponibili due contributi di energia frigorifera: uno generato durante il riscaldamento del metano dalla temperatura di arrivo, (t_{em}), a quella di immissione in turbina, (t_{um}), e un secondo durante il riscaldamento del metano dalla temperatura reale

di uscita dalla turbina: $t_{um} - h_{ie}(t_{um} - t_s)$, a quella ambiente, (T_o), di immissione in rete.

Per unità di massa di metano, l'energia frigorifera specifica, (q_f), vale quindi: $q_f = c_{pm}(t_{um} - t_{em}) + c_{pm}\{T_o - [t_{um} - h_{ie}(t_{um} - t_s)]\} = c_{pm}[(T_o - t_{em}) + h_{ie}(t_{um} - t_s)]$.

Impianti frigoriferi.

L'energia frigorifera non risulta un semplice sottoprodotto del ciclo, ma un ulteriore utile impiegabile direttamente in un impianto frigorifero, con risparmio della corrispondente energia elettrica richiesta: q_f/h_f kJ/kg.

Impianti motori a gas.

In un ciclo a gas, (**Fig. II°.2.9.3**), il rendimento ideale: $h = 1 - 1/t$, risulta indipendente dalla temperatura minima del ciclo, (T_{ua}).

Nel caso reale, indicando con h_b , il rendimento della camera di combustione, il rendimento globale del ciclo:

$$h(T_{ua}) = h_b \frac{\frac{T_1}{T_{ua}} h_{ie} h_{me} \left(1 - \frac{1}{t}\right) - \frac{t-1}{h_{ic} h_{mc}}}{\left(\frac{T_1}{T_{ua}} - 1\right) - \frac{t-1}{h_{ic}}}$$

risulta, invece, una funzione monotona decrescente con T_{ua} dal

limite: $\lim_{T_{ua} \rightarrow 0} h(T_{ua}) = h_b h_{ie} h_{me} \left(1 - \frac{1}{t}\right)$,

all'annullamento del parametro: $h(T_{ua}) = 0$, per:

$$T_{ua} = t/h_{ic} h_{mc} h_{ie} h_{me}.$$

Pertanto, poiché una riduzione della temperatura T_{ua} , comporta un aumento di rendimento, l'energia frigorifera disponibile, può essere utilizzata per preraffreddare la portata di aria di alimento di un impianto motore a gas, portando l'unità di massa di aria alla temperatura T_{ua} , tale che: $c_{pa}(T_o - T_{ua}) = q_f$, ovvero:

$T_{ua} = T_o - q_f/c_{pa}$, con un incremento di energia ottenuta a parità di energia termica primaria impiegata:

$$DL = q[h(T_{ua}) - h(T_o)] = L/h(T_o)[h(T_{ua}) - h(T_o)],$$

ovvero con un incremento frazionario: $DL/L = h(T_{ua})/h(T_o) - 1$, corrispondente a un maggior lavoro: $L_g [h(T_{ua})/h(T_o) - 1]$.

La relazione: $c_{pa}(T_o - T_{ua}) = q_f$, ovvero: $T_{ua} = T_o - q_f/c_{pa}$, fissa la temperatura di preraffreddamento dell'aria che potrebbe non risultare tecnologicamente accettabile, o addirittura fisicamente impossibile, (negativa).

Occorre quindi prevedere una portata di gas per unità di portata di metano, G_g , (kg gas/kg metano), maggiore dell'unità, da cui:

$G_g c_{pa}(T_o - T_{ua}) = q_f$, e quindi:

$$G_g = \frac{q_f}{c_{pa}(T_o - T_{ua})} = \frac{c_{pm}}{c_{pa}} \left[\frac{T_o - t_{em}}{T_o - T_{ua}} + h_{ie} \frac{t_{um} - t_s}{T_o - T_{ua}} \right].$$

In tal caso l'incremento di energia, (De), risulta:

$$\frac{L_g(T_o)q_f}{c_{pa}(T_o - T_{ua})} \left[\frac{h(T_{ua})}{h(T_o)} - 1 \right] = \frac{L_g(T_o)q_f}{c_{pa}(T_o - T_{ua})} \left[\frac{T_1 - T_{ua} \left(1 + \frac{t_2 - 1}{h_{ic}} \right)}{L_g(T_o)} - 1 \right] =$$

$$= \left[\frac{L_g(T_{ua})}{T_1 - T_{ua} \left(1 + \frac{t_2 - 1}{h_{ic}} \right)} - L_g(T_o) \right] \frac{T_1 q_f T_o \left(1 + \frac{t_1 - 1}{h_{ic}} \right)}{c_{pa}(T_o - T_{ua})}$$

con: $L_g(T_o) = c_{pa} T_1 (1 - 1/t_1) h_{ie} h_{me} - c_{pa} T_o (t_1 - 1) / h_{ic} h_{mc}$,

e in condizioni di ottimizzazione: $t_1 = \sqrt{\frac{T_1}{T_o} h_{ic} h_{mc} h_{ie} h_{me}}$;

$L_g(T_{ua}) = c_{pa} T_1 (1 - 1/t_2) h_{ie} h_{me} - c_{pa} T_{ua} (t_2 - 1) / h_{ic} h_{mc}$,

e in condizioni di ottimizzazione: $t_2 = \sqrt{\frac{T_1}{T_{ua}} h_{ic} h_{mc} h_{ie} h_{me}}$.

In realtà le condizioni di ottimizzazione relative al rendimento, (in pratica prossime a quelle di massimo lavoro specifico), si ottengono come radice della relazione: $dh(t)/dt = 0$, che risulta:

$$t^2 \left[\frac{1}{h_{ic} h_{mc} h_{ie} h_{me}} \left(\frac{T_o}{T_1} - 1 \right) + \frac{1}{h_{ic}} \right] - \frac{2}{h_{ic}} t + \left(\frac{T_1}{T_o} - 1 + \frac{1}{h_{ic}} \right) = 0,$$

delle cui due soluzioni solo una, per tipici valori delle variabili, risulta fisicamente accettabile.

In ogni caso a ottimizzazione avvenuta, la funzione risulta dipendente dalla sola variabile T_{ua} , e monotona crescente al diminuire di questa, richiedendo tuttavia crescenti rapporti di compressione ottimali nel ciclo. Inoltre all'aumentare della temperatura di riscaldamento del metano e al diminuire della temperatura di preraffreddamento dell'aria aumenta il lavoro ottenuto rispettivamente dal metano e dal gas, mentre aumentano le superficie di scambio degli scambiatori rendendo possibile la sola ottimizzazione economica del sistema.

Calcolo della superficie di scambio.

Il raffreddamento dell'aria può essere scisso in due parti di cui ai due contributi della potenza frigorifera: riscaldamento dopo l'espansione in turbina e riscaldamento dalla sorgente.

Tuttavia il contributo del metano in uscita dalla turbina non è in grado di raffreddare l'aria fino alle temperature richieste per l'immissione nel ciclo a gas, mentre un suo utilizzo in un preraffreddamento non consentirebbe il successivo riscaldamento del metano fino alla temperatura richiesta per l'immissione in turbina.

Impiegando uno scambiatore controcorrente, la superficie di scambio per unità di portata di metano, risulta:

$$S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_g c_{pa}} - \frac{1}{c_{pm}}} \ln \frac{T_o - t_{um}}{T_{ua} - t_{em}}$$

Costo dell'energia prodotta.

Dall'espressione del VAN dell'investimento:

$$VAN = \frac{PuTc_k}{t_{ek}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I_o = \frac{PuTc_k}{t_{ek}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) qP,$$

posto: $VAN(c_k) = 0$, si ottiene il costo specifico dell'energia prodotta:

$$c_k = \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{qt_e}{uT}, \text{ con assenza di costo combustibile.}$$

Il costo specifico di impianto per unità di potenza, (q), risulta in realtà la differenza di costo fra il sistema con generazione di potenza e di sola rigassificazione comunque richiesta.

Poiché il lavoro specifico di espansione del metano, nonostante il ridotto valore del lavoro di compressione del fluido allo stato liquido, risulta alcune volte inferiore a quello ottenibile nei normali cicli a gas, a parità di potenza risultano maggiori portate massive, (L_g/L_r).

Circa le portate volumetriche, invece, e quindi le dimensioni delle apparecchiature, occorre valutare il rapporto, (v_m/v_a), fra i valori dei volumi specifici medi dei gas nei rispettivi cicli, che essendo le pressioni del ciclo a metano estremamente superiori e le temperature estremamente inferiori a quelle tipiche dei cicli a gas, risulta pari a qualche per cento.

L'incidenza quantitativa dei due effetti contrastanti comporta apparecchiature fortemente sottodimensionate rispetto a quelle relative ai comuni impianti a gas e seppure sollecitate da rilevanti pressioni, non sottoposte alle temperature estreme dei cicli a gas e all'azione corrosiva dei prodotti della combustione, per cui i costi specifici di impianto appaiono presumibilmente ridotti.

Occorre tuttavia prevedere un onere aggiuntivo relativo agli scambiatori di calore, ($b \equiv \text{€}/\text{m}^2$), mentre gli utili vanno maggiorati dell'incremento di energia prodotta nel ciclo a gas.

Indicando con G_m , la portata di metano, la potenza generata vale:

$$G_m(L_r + D_e).$$

Nell'impianto a gas, la sezione motrice non risulta variata, la sezione di compressione elaborando una minore portata volumetrica per diminuzione di temperatura dell'aria di alimento, e comportando una minore potenza installata, risulta ridotta, mentre la potenza termica della camera di combustione risulta aumentata.

Ne consegue che i costi di impianto della sezione a gas non subiscono variazioni sensibili.

L'incremento di costo di investimento risulta pertanto relativo al solo rigassificatore: $I_o = qG_mL_r + bS$, con q differenza di costo fra il sistema con generazione di potenza e di sola rigassificazione e b onere a unità di superficie per gli scambiatori.

Si ottiene quindi:

$$VAN = \frac{G_m(L_r + D_e)uTc_k}{t_{ek}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right)qG_mL_r - G_mbS,$$

da cui:
$$c_k = \frac{t_e}{uT(L_r + D_e)} \left[\left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right)qL_r + bS \right].$$

Nell'espressione del **VAN** le funzioni portata di gas per unità di portata di metano, (G_g), lavoro della sezione metano, (L_r), incremento di produzione di energia per raffreddamento dell'aria, (De), superficie di scambio del gruppo riscaldatore, (S), risultano dipendenti dalle temperature di riscaldamento del metano, (t_{um}), e di preraffreddamento dell'aria, (T_{ua}), che essendo legate dalla relazione: $G_g c_{pa}(T_o - T_{ua}) = c_{pm}(t_{um} - t_{em})$, comportano una dipendenza da un'unica variabile: $G_g = G_g(T_{ua}); L_r(T_{ua}); De = De(T_{ua}); S = S(T_{ua})$, ovvero: $G_g = G_g(t_{um}); L_r(t_{um}); De = De(t_{um}); S = S(t_{um})$,

Si ottiene quindi:

$$VAN = \frac{G_m [L_r(T_{ua}) + De(T_{ua})] u T c_k}{t_{ek}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) q G_m L_r(T_{ua}) - b S(T_{ua}) = VAN(T_{ua}) = VAN(t_{um}),$$

da cui l'equazione di ottimizzazione economica del sistema: $dVAN(T_{ua})/dT_{ua} = 0$, ovvero: $dVAN(t_{um})/dt_{um} = 0$.

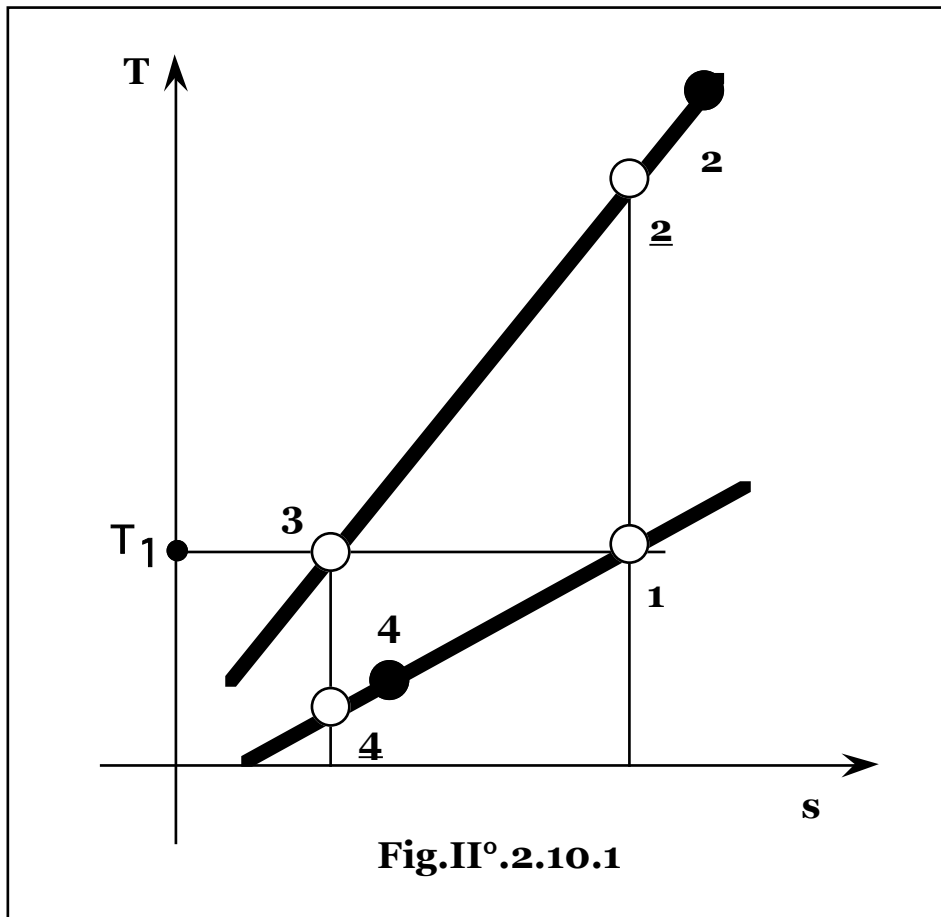
§ II°.2.10 – MOTORI AD ARIA COMPRESSA.

Si indica come motore ad aria compressa un sistema di autotrazione in cui l'energia necessaria a muovere un veicolo è immagazzinata in forma di un fluido in pressione, (aria), invece che in forma di energia chimica di un combustibile o di energia elettrica in accumulatori.

La macchina è quindi composta da un insieme di serbatoi d'aria in pressione e da una turbina motrice ad aria compressa.

Rendimento del sistema motore ad aria compressa.

a) Compressione monostadio.



Con compressione monostadio, (**Fig.II° 2.10.1**), indicando con: $k = c_p/c_v$, l'esponente di compressione isoentropica e con h_{ic} , il rendimento di compressione rispetto all'isoentropica, il lavoro specifico di compressione, (L_c), vale:

$$L_c = \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right],$$

con: $p_m = p_2$ e $p_a = p_1$, pressione di mandata e aspirazione rispettivamente, mentre indicando con h_{ie} , il rendimento di espansione rispetto all'isoentropica, il lavoro specifico di espansione,

$$(L_e), \text{ vale: } L_e = \frac{k}{k-1} p_3 v_3 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] h_{ie},$$

e quindi il rendimento globale del ciclo, (h), risulta:

$$h = \frac{L_e}{L_c} = \frac{\frac{k}{k-1} p_3 v_3 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}{\frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} h_{ic} h_{ie},$$

ovvero supposto che la temperatura di inizio espansione sia comunque quella ambiente, ($p_1 v_1 = p_3 v_3 = R_a T_1 = R_a T_3$, con R_a costante dell'aria):

$$h = \frac{L_e}{L_c} = \frac{\left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}{\left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} h_{ic} h_{ie},$$

La compressione monostadio risulta tecnicamente impraticabile dato il rapporto di compressione richiesto per ottenere un sufficiente lavoro specifico di espansione del fluido che deve essere immagazzinato e trasportato insieme al veicolo.

Posta, infatti, la pressione di picco a **300 bar**, il rapporto di compressione ($p_m/p_a = p_2/p_1 = 300$), è irrealizzabile in un singolo stadio e comporterebbe una temperatura di fine compressione isoentropica, ($k = c_p/c_v = 1,41$, $T_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$), pari a:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 1.512 \text{ K.}$$

Dal punto di vista energetico, inoltre, ponendo: $h_{ic} = 0,85$, $h_{ie} = 0,85$, risulterebbe un rendimento: $h = 13,76\%$, che tenuto conto dei rendimenti meccanici di espansione e compressione, ($h_{me} \sim h_{mc} \sim 0,95$), si ridurrebbe al **12,42%**.

b) Compressione bistadio interrefrigerata.

Per compressione bistadio interrefrigerata, (**Fig.II°.2.10.2**), fissato un pari valore del rendimento rispetto all'isoentropica dei due stadi di compressione, (h_{ic}), e indicando con i_s l'efficienza dello scambiatore di raffreddamento intermedio dell'aria compressa, ipotizzando un rapporto di compressione costante nei due stadi, [$p_2/p_1 = p_4/p_3 = (p_m/p_a)^{1/2}$], per il lavoro specifico di compressione si ha:

$$h_{ic}L_c = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + \frac{k}{k-1} p_3 v_3 \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right],$$

$$\text{ovvero: } L_c = \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] (p_1 v_1 + p_3 v_3) =$$

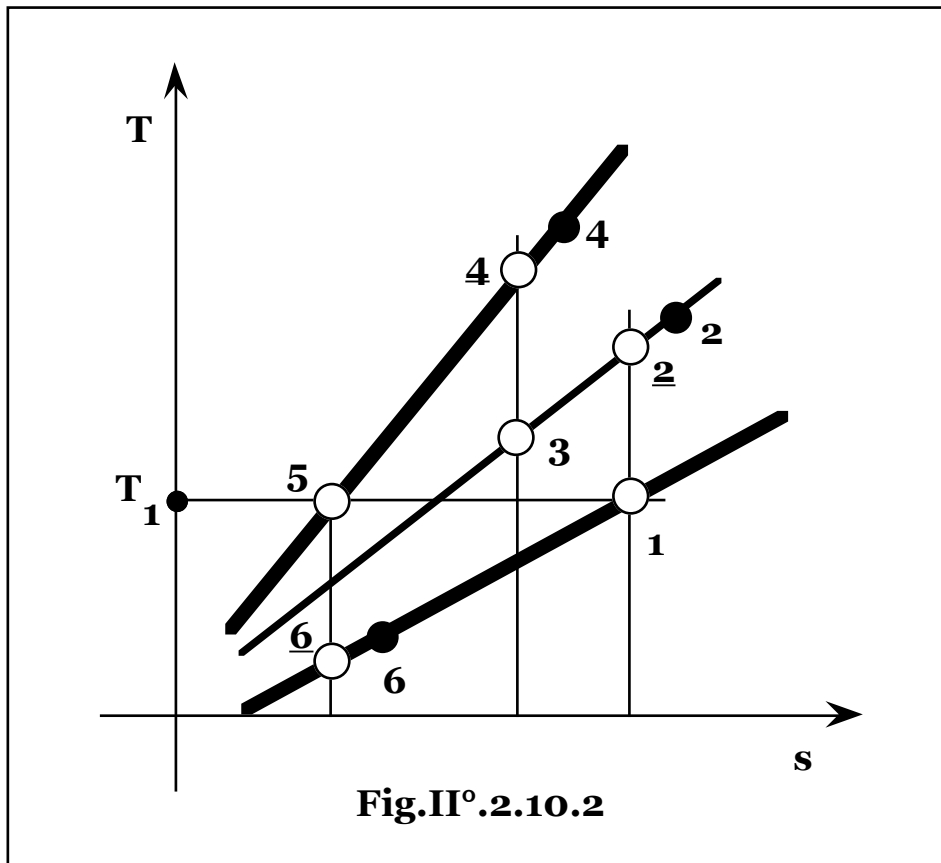
$$= \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] \left(1 + \frac{p_3 v_3}{p_1 v_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] \left(1 + \frac{T_3}{T_1} \right).$$

Combinando l'espressione del rendimento rispetto all'isoentropica di compressione del primo stadio: $h_{ic} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_1}$, con quella

dell'efficienza degli scambiatori di raffreddamento: $i_s = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_1}$, si

$$\text{ottiene: } \frac{T_3}{T_1} = 1 + \frac{1 - i_s}{h_{ic}} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 1 + \frac{1 - i_s}{h_{ic}} \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right].$$



Con compressione bistadio interrefrigerata con pari rapporto di pressioni; $p_2/p_1 = p_4/p_3 = (p_m/p_a)^{1/2} = (300/1)^{1/2} = 17,32$, si otterrebbe una temperatura di fine compressione isoentropica del primo stadio pari a: $T_2 = 660 \text{ K}$ e per: $h_{ic} = 0,85$, $i_s = 0,8$, $k = 1,41$, $T_3/T_1 = 1,3$, ovvero, ($T_1 = 15 \text{ °C}$), $T_3 = 375 \text{ K}$, da cui: $T_4 = 860 \text{ K}$, mentre per tali valori dei parametri il lavoro specifico di compressione risulta: $L_c = 9,6321 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$.

Il lavoro, (L_e), ottenuto nell'espansione dell'unità di massa di fluido dalla pressione $p_2 = p_5$ alla pressione p_1 per trasformazione

isoentropica, vale:
$$L_e = \frac{k}{k-1} p_5 v_5 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] h_{ie},$$

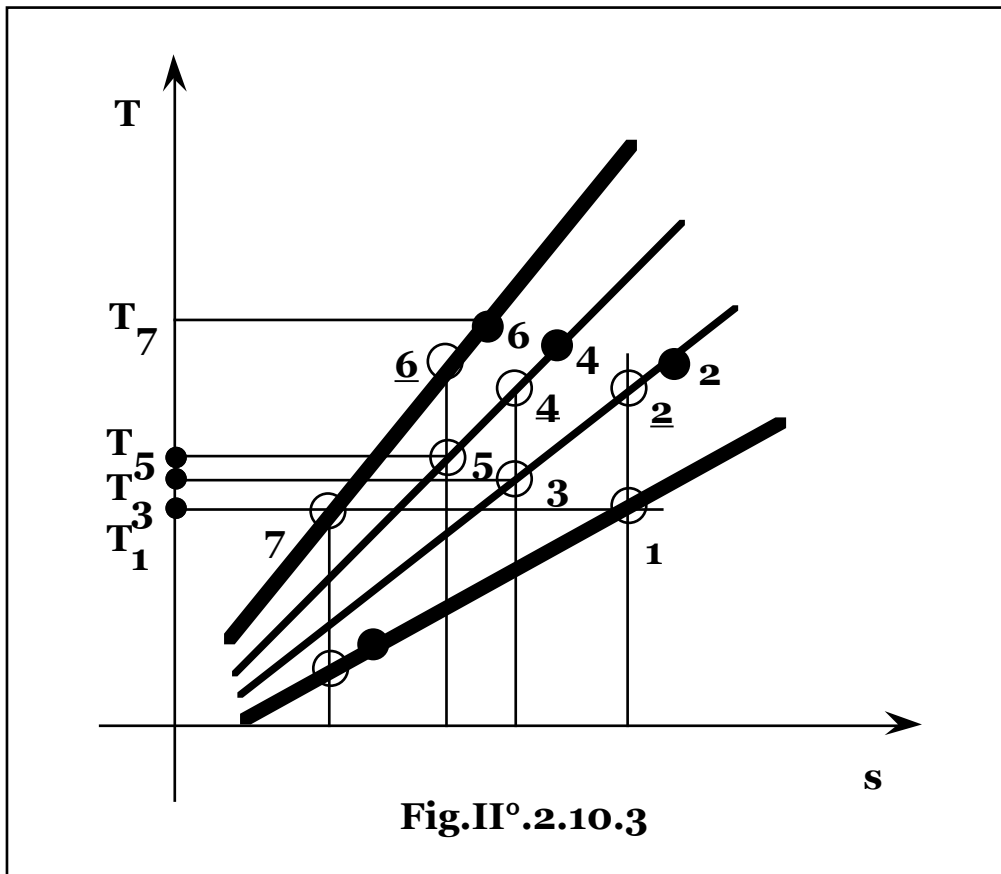
che supposta la temperatura di inizio espansione comunque pari a quella ambiente, ($p_5 v_5 = p_1 v_1 = R_a T_1 = R_a T_5$), e $h_{ie} = 0,85$, risulta: $L_e = 1,8932 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, con rendimento del ciclo: $h = L_e/L_c$,

pari a: $h = 0,1966$, che tenuto conto dei rendimenti meccanici di espansione e compressione, ($h_{me} \sim h_{mc} \sim 0,95$), si riduce al **17,74 %**.

c) Compressione in tre stadi.

Per compressione in tre stadi interrefrigerati, (**Fig.II° 2.10.3**), fissato ancora uno stesso valore per il rendimento rispetto all'isoentropica di compressione e una pari efficienza per entrambi gli scambiatori di raffreddamento dell'aria compressa, ipotizzando un rapporto di compressione costante nei tre stadi, [$p_2/p_1 = p_4/p_3 = p_6/p_5 = (p_m/p_a)^{1/3}$], per il lavoro specifico di compressione si ha:

$$\begin{aligned}
 h_{ic}L_c &= \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + \frac{k}{k-1} p_3 v_3 \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + \\
 &+ \frac{k}{k-1} p_5 v_5 \left[\left(\frac{p_6}{p_5} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right], \text{ ovvero:} \\
 L_c &= \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{3k}} - 1 \right] (p_1 v_1 + p_3 v_3 + p_5 v_5) = \\
 &= \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{3k}} - 1 \right] \left(1 + \frac{p_3 v_3}{p_1 v_1} + \frac{p_5 v_5}{p_1 v_1} \right) = \\
 &= \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{3k}} - 1 \right] \left(1 + \frac{T_3}{T_1} + \frac{T_5}{T_1} \right).
 \end{aligned}$$



Combinando l'espressione del rendimento rispetto all'isoentropica di compressione del primo stadio: $h_{ic} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_1}$, con quella

dell'efficienza del primo scambiatore di raffreddamento: $i_s = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_1}$,

si ottiene:
$$\frac{T_3}{T_1} = 1 + \frac{1 - i_s}{h_{ic}} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 1 + \frac{1 - i_s}{h_{ic}} \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{3k}} - 1 \right],$$

mentre per il secondo stadio di compressione e il secondo scambiatore di raffreddamento combinando l'espressione del rendimento rispetto all'isoentropica di compressione del secondo stadio: $h_{ic} = \frac{T_4 - T_3}{T_4 - T_3}$,

con quella dell'efficienza del secondo scambiatore di raffreddamento:

$$i_s = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_1} \text{ si ottiene: } \frac{T_5}{T_1} = i_s + (1 - i_s) \frac{T_3}{T_1} \left(\frac{\left(\frac{T_4}{T_3} - 1 \right)}{h_{ic}} + 1 \right) =$$

$$= i_s + (1 - i_s) \frac{T_3}{T_1} \left[\frac{\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{3k}} - 1}{h_{ic}} + 1 \right],$$

fino alla formula ricorrente per i successivi contributi in un sistema a n stadi di compressione:

$$\frac{T_{2n-1}}{T_1} = i_s + (1 - i_s) \frac{T_{2n-3}}{T_1} \left[\frac{\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{nk}} - 1}{h_{ic}} + 1 \right],$$

essendo h_{ic} e i_s il rendimento di compressione rispetto all'isoentropica e l'efficienza dello scambiatore di refrigerazione dello stadio immediatamente precedente.

Il lavoro specifico di compressione risulta in tal caso:

$$L_c = \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{nk}} - 1 \right] \left\{ 1 + \sum_{j=2}^n \left[i_s + (1 - i_s) \frac{T_{2j-3}}{T_1} \left(\frac{\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{nk}} - 1}{h_{ic}} + 1 \right) \right] \right\}$$

Posto ancora: $h_{ic} = 0,85$, $i_s = 0,8$, $p_2/p_1 = p_4/p_3 = p_6/p_5 = (p_m/p_a)^{1/3} = (300)^{1/3} = 6,7$, $k = 1,41$, risulta: $L_c = 8,153 \cdot 10^5$ J/kg, (per le temperature di fine compressione isoentropiche, si avrebbe: $T_2 = 500$ K, $T_3/T_1 = 1,1737$; $T_3 = 338$ K; $T_4 = 588$ K; $T_5 = 397$ K; $T_6 = 690$ K).

Il lavoro, (L_e), ottenuto nell'espansione dell'unità di massa di fluido dalla pressione $p_2 = p_7$ alla pressione p_1 per trasformazione

$$\text{isoentropica, vale: } L_e = \frac{k}{k-1} p_7 v_7 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] h_{ie},$$

che supposta la temperatura di inizio espansione comunque pari a quella ambiente, ($p_7 v_7 = p_1 v_1 = R_a T_1 = R_a T_7$), risulta ancora:

$L_e = 1,8932 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, con rendimento del ciclo: $h = L_e/L_c$, pari a: $h = 0,2322$, che tenuto conto dei rendimenti meccanici di espansione e compressione, ($h_{me} \sim h_{mc} \sim 0,95$), si riduce a circa il **20,96 %**.

d) Compressione con interrefrigerazione illimitata continua.

Nel caso limite ideale di compressione con refrigerazione illimitata continua, (**Fig.II° 2.10.4**), si ottiene una trasformazione isoterma con lavoro di compressione che risulta pari a:

$$h_{ic} L_c = \int_1^2 v dp = p_1 v_1 \ln(p_m/p_a).$$

Il risultato può essere anche descritto come il limite a cui tende la compressione a n stadi per n che tende all'infinito.

In tale modello infatti l'espressione del lavoro di compressione, (a meno dei rendimenti di compressione e dell'efficienza degli scambiatori tendenti entrambi all'unità al tendere a zero degli intervalli di pressione e di temperatura, rispettivamente), risulta:

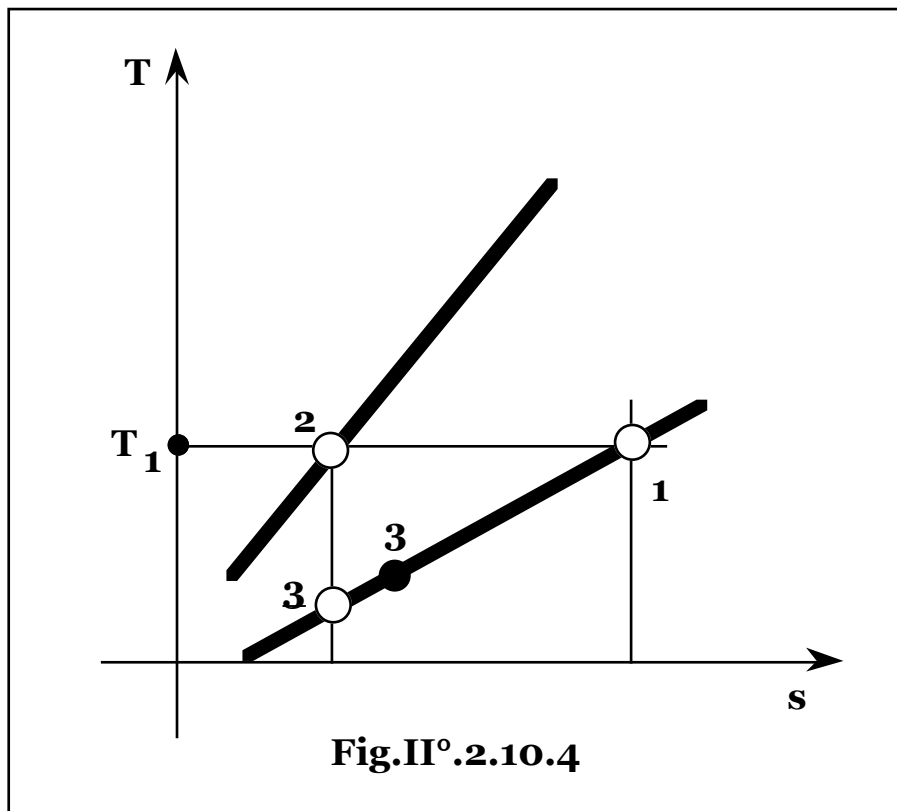
$$L_c = \frac{1}{h_{ic}} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left\{ \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \right\} \left(1 + \frac{T_3}{T_1} + \frac{T_5}{T_1} + \dots + \frac{T_{n+2}}{T_1} \right),$$

ovvero per rendimenti ed efficienze unitarie:

$$L_c = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{nk}} - 1 \right] n,$$

con:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L_c = p_1 v_1 \ln \frac{p_m}{p_a}$$



Per i medesimi valori dei parametri adottati, si ottiene: $L_c = 5,37 \cdot 10^5$ J/kg, che per un lavoro specifico di espansione ancora pari a: $L_e = 1,8932 \cdot 10^5$ J/kg, comporta un rendimento globale del ciclo pari a: $h = 0,3527$, che tenuto conto dei rendimenti meccanici di espansione e compressione, ($h_{me} \sim h_{mc} \sim 0,95$), si riduce a circa il **31,83%**.

Espansione e riscaldamento del motore.

Il motore, all'opposto di quelli endotermici, richiede un sistema a radiatore di riscaldamento, per prevenirne il congelamento. Infatti, dalla relazione lungo l'espansione motrice isoentropica:

$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_m}{p_a}\right)^{\frac{k-1}{k}}$, e dalla definizione di rendimento rispetto alla

trasformazione ideale: $h_{ie} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_4}$, si ottiene la temperatura reale

di fine espansione: $T_4 = T_3 \left[1 - h_{ie} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \right]$, che per i valori

assunti, ($p_m/p_a = 300$, $k = c_p/c_v = 1,41$, $T_3 \sim T_1 = 15 \text{ °C}$, $h_{ie} = 0,85$), risulta: $T_4 = 90 \text{ K}$, ovvero: -183 °C , (la temperatura dell'azoto liquido è -196 °C), con valore medio di circa -84 °C , da cui il congelamento.

Supponendo di mantenerlo alla temperatura ambiente, l'energia termica specifica necessaria risulta dell'ordine quindi del lavoro di espansione: $c_p(T_1 - T_4)$.

Il riscaldamento dell'aria in espansione, qualora il calore sia disponibile da sorgente ambiente esterna, non comporta penalizzazioni del contenuto entalpico del fluido con diminuzione dell'energia meccanica resa e del rendimento, ma anzi una espansione frazionata con riscaldamenti intermedi, lo aumenta, fino al limite di espansione isoterma, (fluido alla massima temperatura del ciclo, a meno della difficile realizzazione pratica e aumento dei costi impianto), che al pari limite di compressione isoterma rende, (per $T_3 \sim T_1$), equivalenti i lavori di compressione ed espansione:

$$\lim_{k \rightarrow 1} \frac{k}{k-1} p_3 v_3 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \lim_{k \rightarrow 1} \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] =$$

$= p_1 v_1 \ln(p_m/p_a)$, da cui un rendimento globale pari al prodotto di quelli isoentropico e meccanico di compressione ed espansione, (h_{ic} , h_{ie} , h_{mc} , h_{me}):

$$\lim_{k \rightarrow 1} h = \lim_{k \rightarrow 1} = \frac{\frac{k}{k-1} p_3 v_3 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}{\frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} h_{ic} h_{ie} h_{mc} h_{me} = h_{ic} h_{ie} h_{mc} h_{me}$$

Costo dell'energia meccanica di trazione.

Il costo dell'energia meccanica sviluppata dalla combustione dei carburanti per autotrazione, (benzina, gasolio), tenuto conto di un rendimento medio dei relativi cicli, (h_o), risulta: $c_c/k_i h_o$, con c_c costo specifico medio dei combustibili e k_i potere calorifico medio dei combustibili, mentre nel caso del motore ad aria compressa, vale: c_k/h , con c_k costo specifico medio dell'energia elettrica impiegata per la guida dei compressori dell'aria.

Il vantaggio economico, a meno dell'assenza di qualunque tipo di inquinamento ambientale del motore ad aria compressa e della possibilità di impiego di combustibili economici, (olio, carbone), nella generazione di energia elettrica al posto di quelli pregiati necessari nell'autotrazione, (gasolio, benzina), è difficilmente valutabile tenuto conto dell'ingente carico fiscale che grava sui combustibili per autotrazione.

Da un punto di vista puramente energetico invece, l'energia meccanica di trazione sviluppata da un motore ad aria compressa per unità di energia termica primaria, risulta pari al rendimento di conversione della centrale di generazione elettrica, ($30 \div 40\%$), per il rendimento del motore ad aria compressa, che per i valori dei parametri scelti e in caso di compressione in tre stadi interrefrigerati, risulta dell' **7,5%** a fronte di un rendimento medio di utilizzo del potere calorifico dei combustibili per autotrazione del **30%**.

Calcolo della massa d'aria e del volume dei serbatoi dell'aria compressa.

I propulsori ad aria compressa utilizzano diversi dispositivi atti al recupero dell'energia di frenata per contenere il consumo di aria

compressa la cui massa da immagazzinare per una ragionevole autonomia, risulta comunque il fattore critico di tutto il sistema.

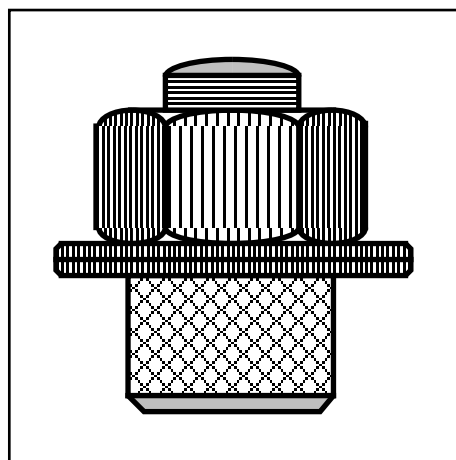
Fissata infatti, come condizione di riferimento una autovettura che percorre 15 km/lt di carburante, (circa **20 km/kg**), si ha un consumo di circa 50 gr/km, corrispondente, ($k_i \sim 40 \text{ MJ/kg}$), a circa **2 MJ/km** di energia termica e quindi a un fabbisogno di energia meccanica di: **$2 \times h_o = 0,6 \text{ MJ/km}$** .

L'espansione dell'unità di massa di aria comporta la generazione di

$$L_{e h_{ie} h_{me}} = \frac{k}{k-1} p_a v_a \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_m} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] h_{ie} h_{me} = 0,18 \text{ MJ/kg},$$

ovvero un consumo di circa **3,3 kg di aria/km**.

Ipotizzando una autonomia di **100 km**, si ottiene pertanto una quantità di aria immagazzinata pari a: **330 kg**, (cui va aggiunta, come onere di trasporto sui veicoli, la massa dei serbatoi), che alla pressione di **300 bar** corrispondono a un volume interno dei serbatoi dell'ordine del **m³**.



CAP.II°.3 – IL SERVIZIO VAPORE

§ II°.3.1 – IMPIANTI PER LA PRODUZIONE E DISTRIBUZIONE DI VAPORE.

Un sistema produttivo è costituito da un insieme di apparecchiature atte alla realizzazione di beni e/o servizi e in generale, impiega materie prime e/o semilavorati ed energia meccanica e termica.

L'energia meccanica essendo caratterizzata, (tramite trasformazione intermedia in energia elettrica), da facilità di trasporto con linee non eccessivamente onerose e a elevato rendimento anche su lunghe distanze, ha subito un processo di centralizzazione in grosse unità con aumento dei rendimenti globali di conversione e possibilità di utilizzo i combustibili meno pregiati.

L'energia termica invece, che richiede linee di trasporto ingombranti, costose e a basso rendimento, deve tassativamente essere autoprodotta sul luogo di utilizzo, (o a breve distanza nei sistemi di teleriscaldamento), in genere tramite conversione di energia chimica di combustibili.

Un impianto per la produzione e distribuzione di energia termica è quindi composto da una sezione di generazione di calore primario in genere tramite caldaie, dai circuiti percorsi dal fluido termovettore e dall'insieme degli utilizzatori.

Qualora il fluido termovettore subisca cambiamenti di fase nel ciclo termico, poichè il calore latente di condensazione/vaporizzazione è almeno un ordine di grandezza superiore al prodotto del suo calore specifico per il salto termico che il fluido stesso può subire in un normale circuito termico, a parità di potenza termica la portata di fluido è ridotta dello stesso ordine di grandezza, mentre la potenza termica è scambiata in maniera ottimale alle massime efficienze degli scambiatori essendo costante la temperatura durante il cambiamento di fase e, infine, i coefficienti di scambio termico di un fluido bifase risultano superiori di almeno un ordine di grandezza rispetto al fluido allo stato liquido e di almeno due ordini di grandezza rispetto allo stesso fluido allo stato gassoso, con minime dimensioni delle superficie di scambio.

Pertanto gli impianti per la produzione e distribuzione di energia termica impiegano prevalentemente vapore d'acqua saturo e qualora la potenza termica sia richiesta a temperature superiori a **100°C**, il circuito è mantenuto alla pressione relativa alla corrispondente temperatura di condensazione, superiore a quella atmosferica.

All'aumentare della pressione diminuisce il calore latente di condensazione/vaporizzazione, ma si riduce anche la portata

volumetrica per aumento della densità del vapore, con effetto globale vantaggioso.

Nei cicli di progetto, (**Fig.II°3.1.1**), si prevede di sfruttare la condensazione completa del vapore negli utilizzatori.

Un eventuale grado di surriscaldamento del vapore infatti, oltre a influire in maniera limitata sulla potenza termica globale scambiata, richiederebbe rilevanti aumenti delle superficie di scambio.

Lo stato fisico del vapore in ingresso agli utilizzatori è pertanto fissato come saturo secco alla pressione p_u corrispondente alla temperatura T_u richiesta.

La pressione di caldaia, (p_c), risulta maggiore e fra le due sezioni è, pertanto, inserito un gruppo riduttore di pressione, (**RP**).

Si realizza, quindi, un volano termico per autoevaporazione di parte della massa di liquido contenuto in caldaia per laminazione da p_c a p_u in caso di picchi di richiesta.

Il sistema utenze è dunque svincolato dal generatore di calore evitando che il generatore stesso, comandato da un pressostato fra due valori di pressione limite, alimenti in circuito diretto, le utenze con vapore a pressione, (e quindi temperatura), variabile, a meno di non subire un elevato numero di attacchi e stacchi per unità di tempo con conseguente usura e malfunzionamento delle apparecchiature.

In parallelo al gruppo riduttore di pressione è prevista una valvola di bypass, (**VBP**), per mantenere l'impianto in funzione in caso di interventi sul gruppo riduttore stesso.

A valle del gruppo di riduzione, (punto **2**), il vapore subisce un ulteriore calo di pressione per perdite di carico fino all'utilizzatore.

Il surriscaldamento generato da tale laminazione, (**3'-3**), viene in pratica annullato dalle perdite termiche lungo le condotte.

All'ingresso delle utenze è posto un regolatore di portata e di pressione comandato da un segnale, generalmente di temperatura del fluido secondario in uscita dall'utilizzatore stesso.

A valle dell'utenza, la condensa, (punto **4**), subisce un ulteriore calo di pressione, (**4 - 5**), nello scaricatore e ancora perdite di carico lungo le tubazioni fino al punto **6**.

Sulla linea dell'utilizzatore è presente una valvola di bypass per poter mantenere in funzione l'utenza in caso di interventi sullo scaricatore.

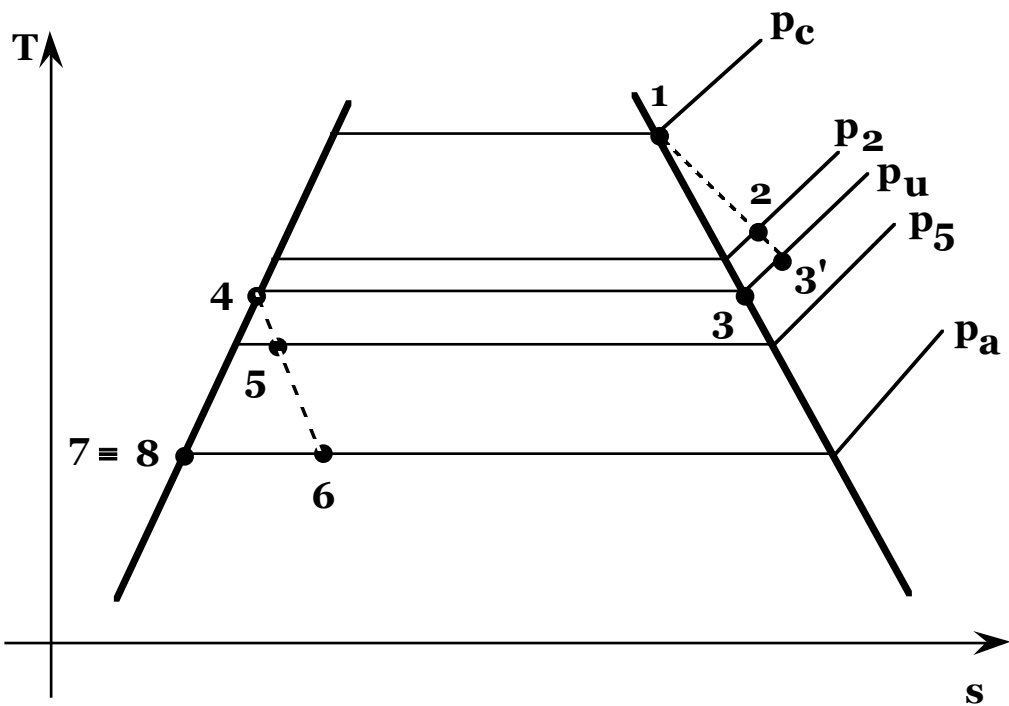
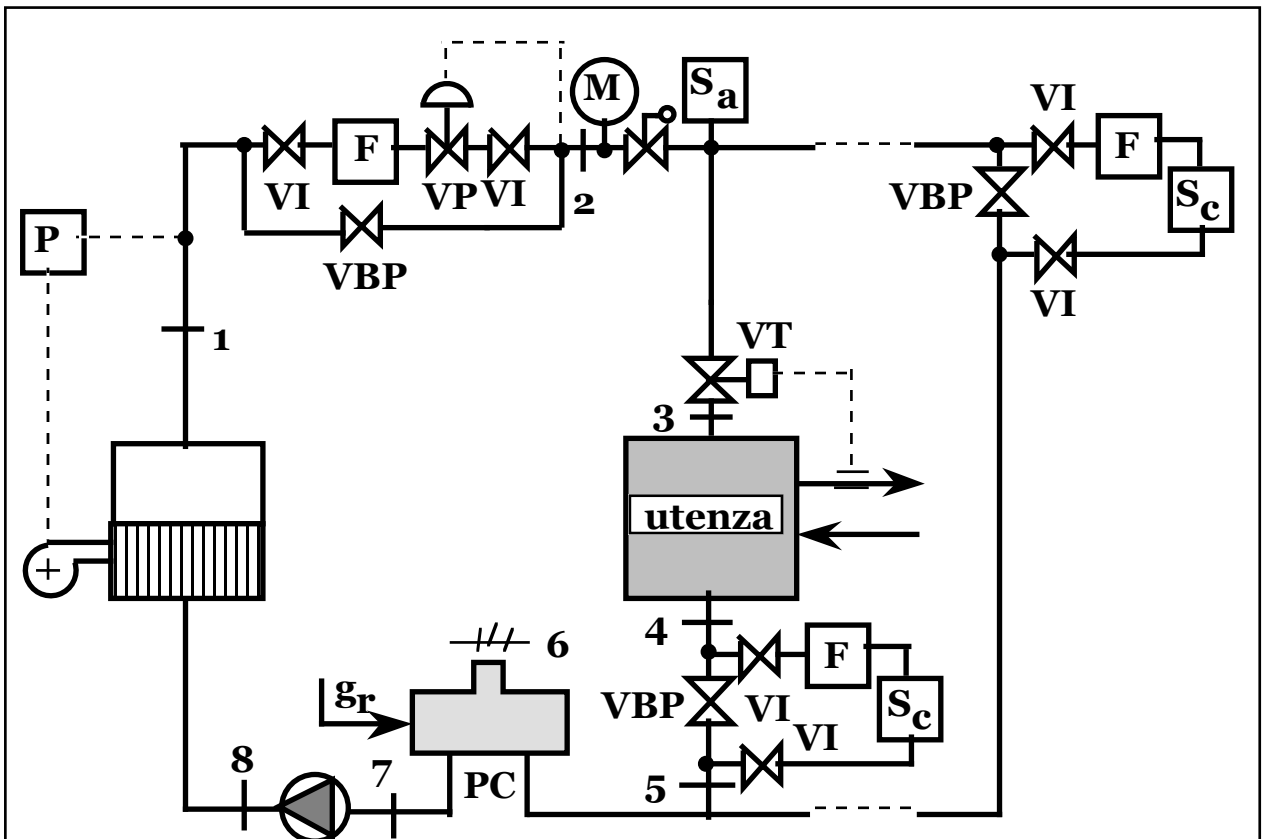


Fig.II° 3.1.1

Nel pozzo caldo di raccolta, (**PC**), si libera una portata di vapore nascente da laminazione della condensa satura, (punto **4**), che viene compensata con acqua di reintegro, (**g_r**).

Il pozzo caldo è mantenuto a pressione ambiente come punto fisso di riferimento e posto a quota superiore alla rete delle condense per avere un battente di liquido che eviti fenomeni di cavitazione alle pompe di alimento delle caldaie e che inibisca la formazione di vapore nascente da laminazione nella linea che collega le utenze al pozzo caldo con possibili ostruzioni di deflusso delle condense stesse. Sempre per limitare la formazione di vapore, le tubazioni di tale tratto non vengono coibentate.

Per rilevanti portate il vapore nascente generato nel pozzo caldo, viene utilizzato in uno scambiatore a miscela fra il vapore uscente e l'acqua di reintegro, o altrimenti disperso a meno che non siano disponibili utenze termiche che richiedano calore a temperatura inferiore a **100 °C**. Per ridurre la fuoriuscita di vapore, lo specchio d'acqua in contatto con l'atmosfera viene limitato, mentre la condensa bifase è introdotta dal basso affinché si misceli con il liquido.

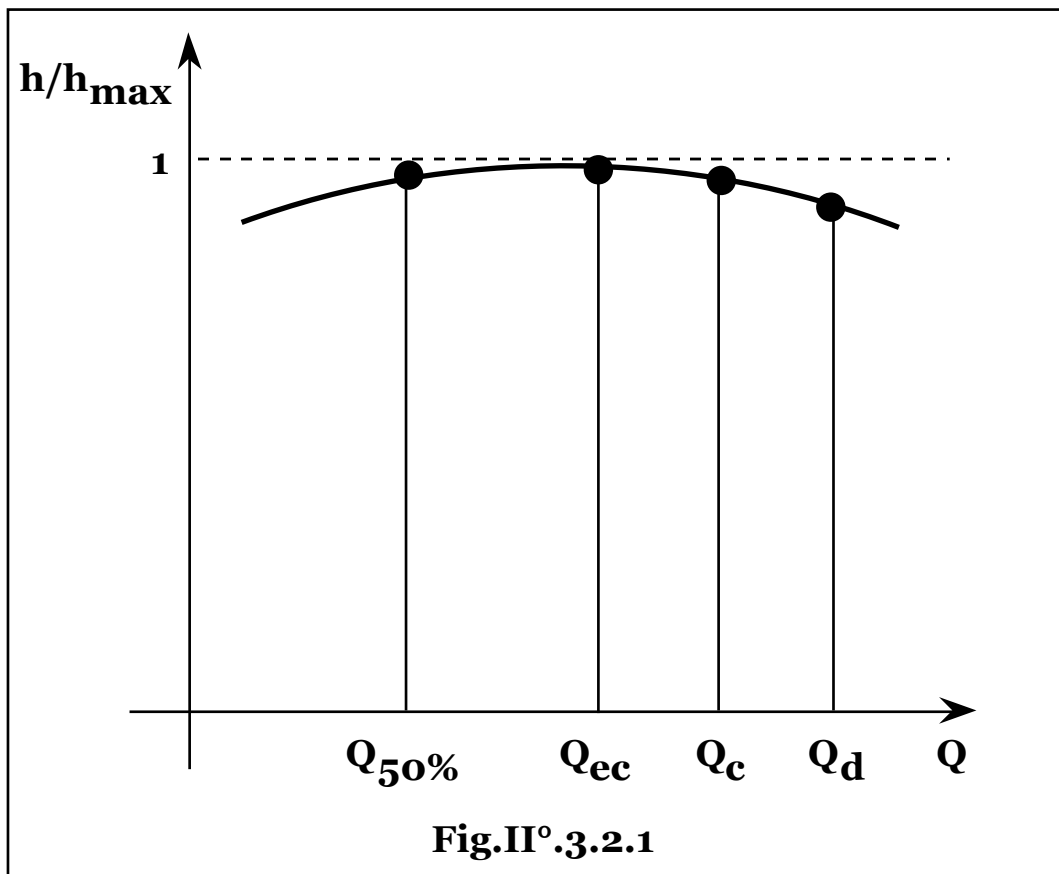
§ II°.3.2 – DIMENSIONAMENTO DI UN IMPIANTO A VAPORE.

Il diagramma temporale di richiesta di vapore, in genere assai frastagliato, non permette una scelta univoca della caldaia a vapore saturo. Tuttavia la presenza del gruppo riduttore di pressione permette di appiattire il diagramma di erogazione.

La curva di rendimento delle caldaie in funzione del carico, (**Fig.II°.3.2.1**), deve essere sufficientemente piatta attorno al suo valore massimo, (**h_{max}**), per carico termico economico, (**Q_{ec}**), nelle condizioni di carico massimo continuo, (**Q_c**), carico massimo discontinuo, (**Q_d**), e carico al **50%** della potenzialità nominale, (**Q_{50%}**).

Il circuito fluidodinamico viene dimensionato in base alla portata di vapore **G** richiesta, pari a: $G = Q/r_c$, con **r_c** calore latente di condensazione del vapore alla pressione di esercizio.

All'avviamento, circola, a utenze tutte chiuse, una portata di vapore che deve preventivamente portare l'impianto alla temperatura di regime. E' pertanto inserito uno specifico scaricatore di condensa di avviamento.



La portata media di vapore richiesta, (g_v), risulta dalla relazione di bilancio: $g_v r_c Dt = M c_p (T_r - T_o)$, da cui: $g_v = M c_p (T_r - T_o) / (r_c Dt)$, con:

- Dt tempo di messa a regime;
- M, c_p massa e calore specifico medio del circuito;
- T_r, T_o temperatura di regime e iniziale, rispettivamente.

La potenza istantanea scambiata, $Q(t)$, vale:

$$Q(t) = (T_v - T)S/R_t = M c_p dT/dt,$$

con: R_t resistenza termica media;

- S superficie totale di scambio del circuito;
- T_v temperatura di condensazione del vapore;
- T temperatura istantanea media delle apparecchiature.

Si ottiene, quindi: $\frac{dT}{dt} = (T_v - T) \frac{S}{M c_p R_t}$,

da cui:
$$T(t) = T_v - (T_v - T_o) e^{-\frac{S}{Mc_p R_t} t};$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{S}{Mc_p R_t} (T_v - T_o) e^{-\frac{S}{Mc_p R_t} t};$$

$$Q(t) = \frac{S}{R_t} [(T_v - T(t))] = \frac{S}{R_t} (T_v - T_o) e^{-\frac{S}{Mc_p R_t} t}$$

e poichè in un intervallo infinitesimo di tempo, si ha:

$$g_v(t) r_c dt = Mc_p dT, \text{ risulta: } g_v(t) = \frac{Q(t)}{r_c} = \frac{S}{r_c R_t} (T_v - T_o) e^{-\frac{S}{Mc_p R_t} t},$$

da cui la portata massima di dimensionamento dello scaricatore di condensa di avviamento: $g_{vmax} = g_v(t = 0) = S(T_v - T_o)/(r_c R_t)$, mentre dopo un tempo pari a: $t \sim 3Mc_p R_t/S$, si ha: $g_v \approx 0,05 g_{vmax}$; $T \approx T_v - 0,05(T_v - T_o) = 0,95 T_v + 0,05 T_o \approx 0,95 T_v$.

Le tubazioni di vapore sono poste in lieve inclinazione e nei punti di minima quota vengono inseriti scaricatori collegati all rete condense per il drenaggio della fase liquida che si forma per perdite termiche lungo le condotte.

L'eventuale presenza di aria o altri incondensabili nel circuito, riduce la pressione parziale del vapore e quindi la sua temperatura di condensazione.

Infatti la pressione totale della miscela, (p), risulta pari alla somma delle pressioni parziali del vapore, (p_v) e dei gas contenuti, (p_a):

$$p = p_v + p_a, \text{ da cui: } p_v = p - p_a, \text{ con } p = \text{costante.}$$

Lo scambio termico, a parità di superficie di scambio, risulta, quindi, inibito sia per la diminuzione del salto termico, che per la diminuzione del coefficiente di convezione mediato fra quello del vapore e quello dei gas.

Nei punti di massima quota vengono, pertanto, disposti scaricatori di aria e altri incondensabili, (**SA**), infiltratisi nel circuito.

Uno scaricatore di condensa risulta una apparecchiatura che viene attraversata dalla condensa e impedisce il passaggio del vapore.

Nei collegamenti fra le utenze e scaricatori, in presenza di lunghi tratti di tubazione, o di collegamento di più utenze non funzionanti in sincronismo a uno stesso scaricatore, possono crearsi colonne di vapore, (o di incondensabili), provenienti da utenze non funzionanti o

funzionanti a carico ridotto, che impediscono lo scarico di condensa proveniente dalle altre utenze, che finiscono con l'esserne invase, diminuendo la potenza termica scambiata per il minore coefficiente di scambio della condensa rispetto al vapore saturo, (invaso di vapore).

Ne consegue l'apertura della valvola di immissione per una maggiore richiesta di potenza termica e quindi di vapore con ulteriore formazione di condensa non evacuata e tendenza al progressivo invaso del sistema.

E' pertanto opportuno prevedere uno scaricatore per ogni utenza con brevi tubazioni di collegamento.

L'impianto è munito di pressostati, (**P**), di guida delle caldaie, di manometri, (**M**), di controllo, di valvole di sicurezza, (**VS**), nonché di gruppi di filtraggio delle impurità, (**F**).

§ II° .3.3 – IMPIANTI A VAPORE A PIU' PRESSIONI.

Per un insieme di utenze che richiedono calore a temperature diverse è possibile disporre più circuiti in parallelo, ovvero generare vapore alla pressione massima, corrispondente alla massima temperatura di utilizzazione e disporre più gruppi riduttori di pressione in parallelo alle diverse serie di utenze.

La condensa di ogni sezione, (a meno dell'ultima), può essere laminata con utilizzo del vapore nascente in una sezione a pressione inferiore. Indicando con:

G_a portata di vapore a pressione, (**p_a**), e temperatura, (**T_a**), superiori;

G_b portata di vapore a pressione, (**p_b**), e temperatura, (**T_b**), inferiori;

la laminazione da **p_a** a **p_b** della portata **G_a** genera, infatti, una portata di vapore a pressione **p_b** pari a: $G_a c_1 (T_a - T_b) / r_c$, con **c₁** calore specifico del liquido.

In un impianto dotato di **n** gruppi riduttori di pressione in parallelo, sono pertanto, presenti (**n-1**) rievaporatori, (**R**), nei quali viene separata dalla relativa condensa il vapore a pressione inferiore, generato nella laminazione attraverso la valvola **VL**.

Indicando con **Q_a** e **Q_b** la potenza termica di alta e bassa pressione, (**Fig.II° .3.3.1**), le relazioni di calcolo delle portate di vapore richieste per il dimensionamento dell'impianto, risultano:

$$Q_a = G_a(h_2 - h_4) = G_a r_{ca};$$

$$Q_b = G_b(h_3 - h_6) + G_a(h_5 - h_6) = G_b r_{cb} + G_a c_1 (T_a - T_b),$$

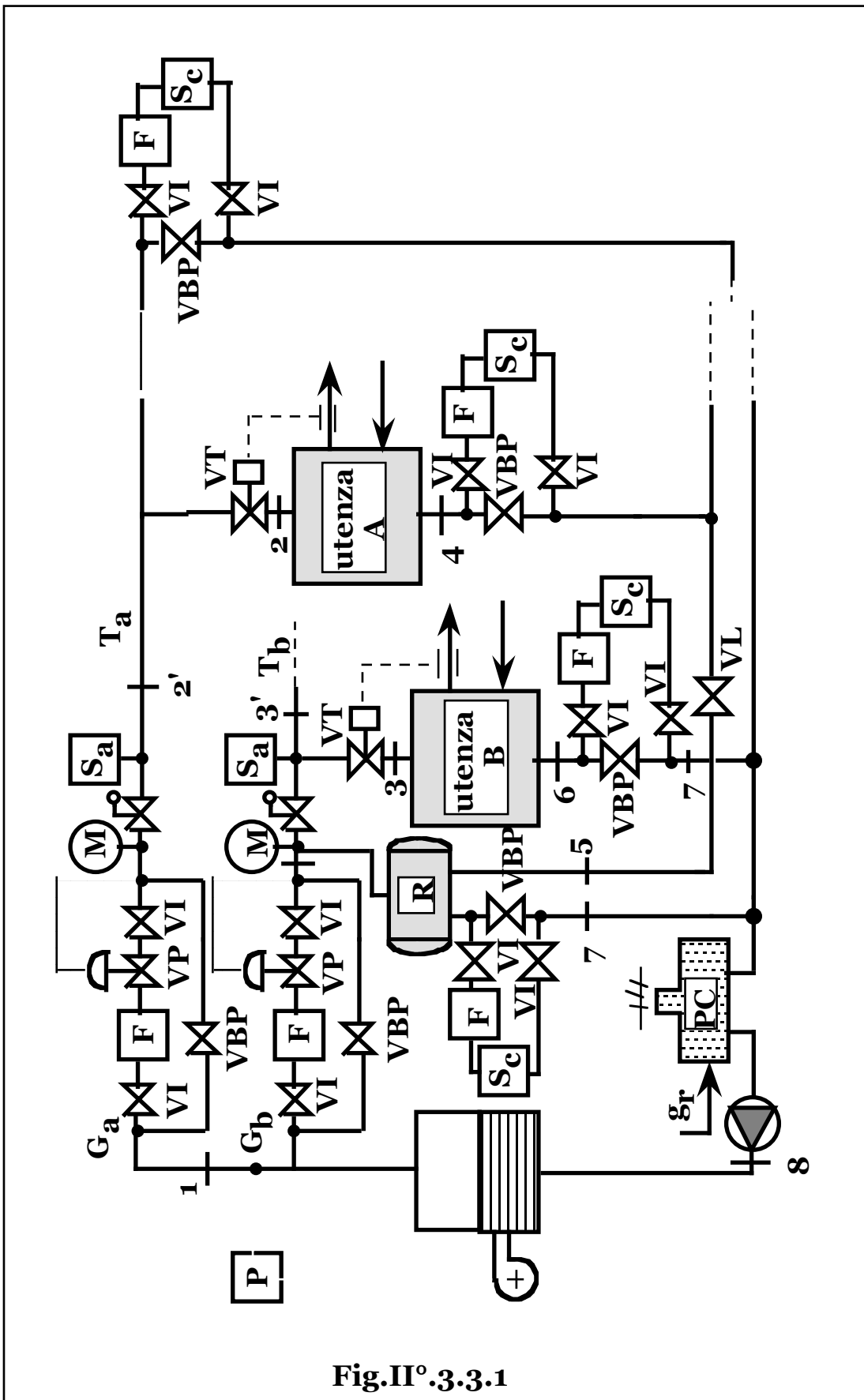
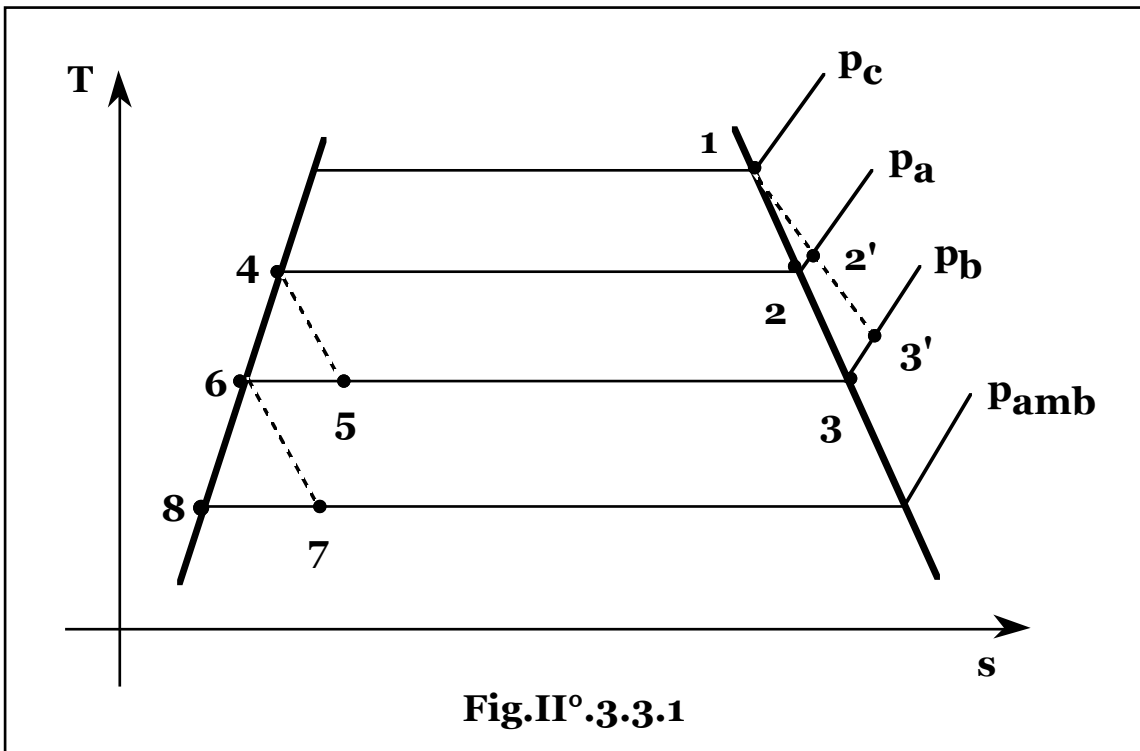


Fig.II° 3.3.1



con r_{ca} , r_{cb} calore latente di condensazione alla temperatura T_a e T_b , rispettivamente, ovvero in caso di n temperature di utilizzo:

$$Q_1 = G_1 r_{c1};$$

$$Q_i = \left[G_i + \frac{Q_{(i-1)}}{r_{c(i-1)}} \frac{c_1 DT_{(i-1)}}{r_{ci}} \right] r_{ci}, \quad i = 2, 3, \dots, n,$$

con: $DT_i = T_i - T_{(i+1)}$, da ognuna delle quali equazioni del sistema, note le potenze termiche richieste, (Q_i), e le temperature di utilizzo, (T_i), si ricavano in sequenza tutte le portate, (G_i).

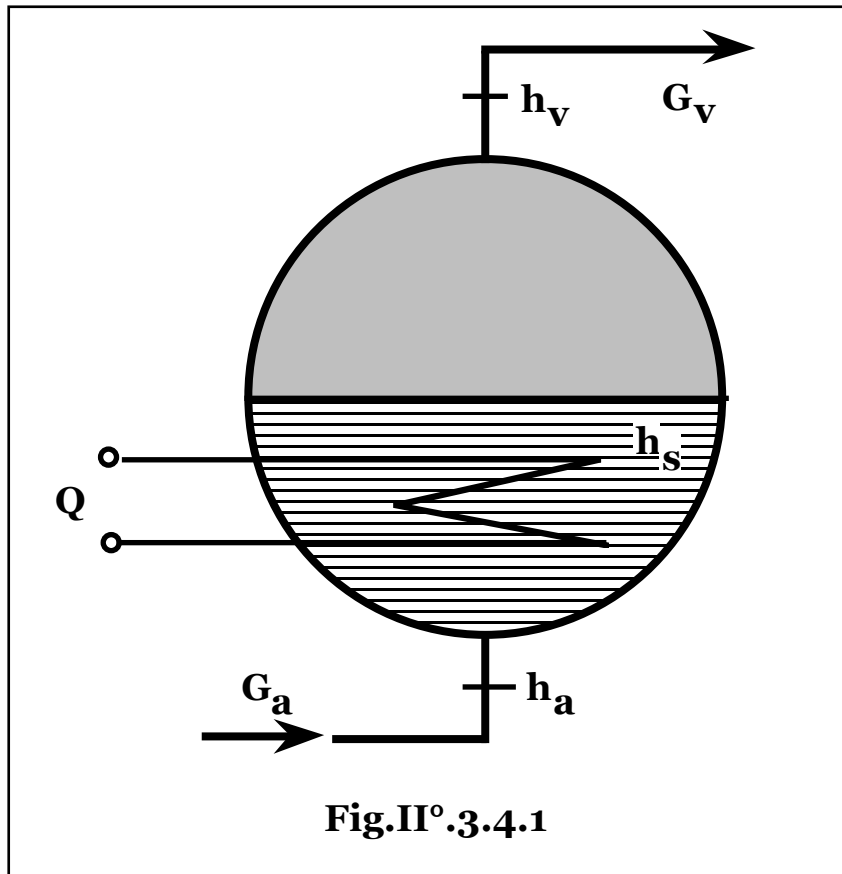
§ II° 3.4 - IL TRANSITORIO DEGLI IMPIANTI A VAPORE.

Indicando con: Q la potenza termica ceduta dalla caldaia;
 G_a la portata d'acqua di alimento alla caldaia;

h_a , h_s , h_v , l'entalpia dell'acqua di alimento, del liquido saturo e del vapore saturo, rispettivamente, (Fig. II° 3.4.1),

in condizioni di regime, (pedice o), si ha: $Q_o + G_{ao} h_a = G_{vo} h_v$, con: $G_{ao} = G_{vo}$, da cui: $Q_o = G_{vo} (h_v - h_a) = G_{vo} [(r_c + c_1 (T_s - T_a))]$,

essendo: $h_a = c_1 T_a$; $h_s = c_1 T_s$ e $h_v - h_s = r_c$.



In regime transitorio, si ha:

$$Q + G_a h_a - G_v h_v = d/dt(M_a c_1 T_s) = c_1 T_s (dM_a/dt) + M_a c_1 (dT_s/dt),$$

con M_a massa d'acqua contenuta in caldaia.

La conservazione della massa in caldaia, risulta: $dM_a/dt = G_a - G_v$,

$$\text{da cui: } Q - G_a (h_s - h_a) - G_v (h_v - h_s) = M_a c_1 (dT_s/dt),$$

$$\text{ovvero: } Q - G_a c_1 (T_s - T_a) - G_v r_c = M_a c_1 (dT_s/dt).$$

Si definisce costante di tempo del sistema, (t_g), il rapporto:

$$t_g = \frac{M_a}{G_{vo}}, \text{ da cui: } \frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{t_g c_1 G_{vo}} [Q - G_a c_1 (T_s - T_a) - G_v r_c],$$

che esprime la velocità di variazione della temperatura del vapore prodotto a partire dalle condizioni di regime.

Per il corretto funzionamento delle apparecchiature di scambio termico e il rispetto dei processi tecnologici alle utenze, deve risultare:

$$T_s = \text{costante, e quindi: } dT_s/dt = 0, \text{ ovvero:}$$

$$G_v = (1/r_c)[Q - G_a c_l (T_s - T_a)].$$

Pertanto in caso di maggiore richiesta di potenza termica alle utenze e quindi di portata G_v , occorre aumentare la potenza termica fornita dalla caldaia, (Q), a portata di alimento, (G_a), costante, ovvero strozzare la portata di alimento a potenza termica di caldaia costante. Il tempo di avviamento a regime della caldaia, (t_a), risulta dalla relazione: $M_a c_l (T_s - T_o) = Q_o t_a = G_{vo} (h_v - h_a) t_a$, da cui:

$$t_a = \frac{M_a c_l T_s - T_o}{G_{vo} h_v - h_a} = \frac{h_s - h_o}{h_v - h_a} t_g,$$

con: T_o , h_o , temperatura ed entalpia dell'acqua all'avviamento.

In caso di riscaldamento tramite irraggiamento, risulta:

$Q_o \approx c_a s_o S T_f^4$ con S superficie di irraggiamento e T_f temperatura di

fiamma e quindi: $t_a \approx \frac{M_a c_l (T_s - T_o)}{c_a s_o T_f^4 S}$.

§ II° .3.5 – CONCENTRATORI E DISTILLATORI.

Le utenze di vapore saturo risultano scambiatori di calore tipo condensatore, semplici o collegati in maniera più complessa come nel caso dei sistemi per la concentrazione o separazione di una sostanza, (soluto), contenuta in una soluzione, (concentratori), o per l'estrazione del solvente dalla soluzione stessa, (distillatori).

La separazione parziale o totale di solvente e soluto in una soluzione si ottiene sfruttando la natura solida del soluto che non può quindi evaporare, o la diversa temperatura di ebollizione delle diverse componenti liquide della soluzione, (distillazione frazionata).

In caso di concentrazione di un soluto la separazione del solvente liquido, (generalmente vapore d'acqua), ne richiede l'evaporazione per cui al termine dell'operazione, l'effetto della condensazione del vapore primario, vettore di calore, è la liberazione di una portata di vapore a pressione e temperatura minore che può essere riutilizzata in stadi a temperatura inferiore.

Parimenti in caso di distillazione, il solvente ottenuto deve essere portato allo stato liquido, con cessione del relativo calore latente di condensazione.

Gli impianti pertanto, pur variando il prodotto utile, risultano dello stesso tipo.

Qualunque liquido presenta una tensione di vapore, (p_v), che tende a portare il fluido completamente allo stato gassoso.

Alla tensione di vapore si oppone unicamente la pressione parziale del vapore della stessa sostanza presente nell'ambiente circostante, (p_a).

La tensione di vapore risulta crescente con la temperatura, per cui l'evaporazione, a parità di pressione parziale del vapore della stessa sostanza presente, aumenta con la temperatura fino a giungere alla condizione in cui la tensione di vapore del liquido eguaglia la pressione totale dell'ambiente ed è quindi in ogni caso superiore alla pressione parziale del vapore presente, (ebollizione), mentre l'evaporazione richiedendo energia termica, (calore latente di evaporazione), in un processo adiabatico porta il liquido a raffreddarsi fino a che, raggiunto l'equilibrio fra la tensione di vapore e la pressione parziale del vapore presente nell'ambiente, l'evaporazione cessa.

Un processo continuo di evaporazione richiede, pertanto, la cessione di potenza termica al liquido e l'asportazione del relativo vapore liberato.

I concentratori, (o distillatori), sono generalmente costituiti da scambiatori a fascio tubiero, (**Fig.II°3.5.1**), in cui la portata di vapore primario, (g_v), lambisce le tubazioni esternamente, mentre nella parte superiore del concentratore, (o distillatore), viene evacuata la portata di vapore liberato, (G_1), e in quella inferiore la portata di soluzione concentrata, (G_2), con portata di alimento di soluzione, (G_0), pari a:

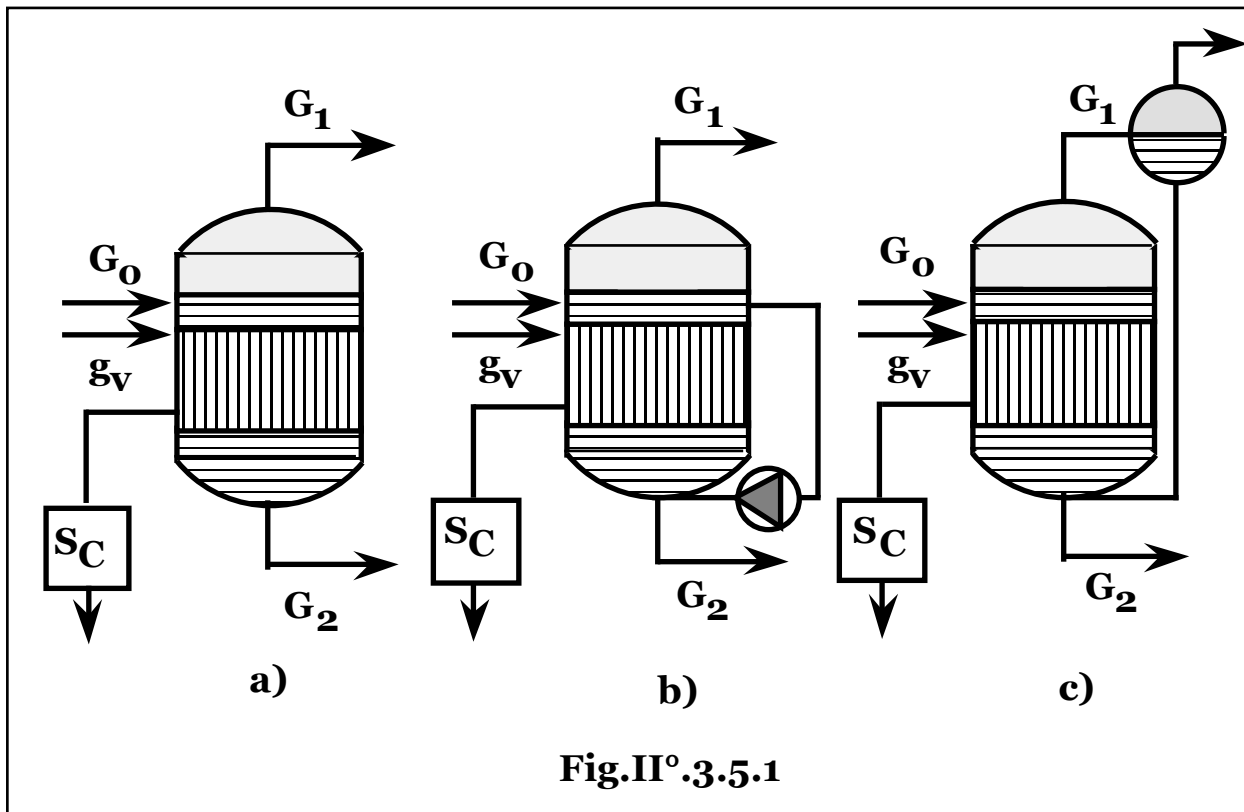
$$G_0 = G_1 + G_2.$$

Per aumentare il coefficiente di scambio termico globale, viene innescata la circolazione della soluzione all'interno del concentratore, (o distillatore).

Poiché il rapporto superficie, (proporzionale alla potenza termica scambiata), volume della tubazione, (proporzionale alla massa di fluido contenuto), risulta inversamente proporzionale al diametro della stessa, si ottiene una frazione di vaporizzazione maggiore nelle tubazioni a diametro minore, (e quindi minore densità media), per cui disponendo tubazioni a diverso diametro, si crea un carico termomotore con le linee a diametro maggiore che fungono da linee di discesa e quelle a diametro inferiore che fungono da linee di risalita, (**Fig.II°3.5.1a**).

La circolazione del fluido, (**Fig.II°3.5.1b**), può anche essere favorita da un ricircolo esterno, (a termosifone, o forzato da un gruppo di pompaggio), mentre per evitare il trascinarsi di gocce di liquido o schiume, può disporsi all'esterno del corpo concentratore, (o distillatore), un separatore di vapore a quota superiore, (**Fig.II°3.5.1c**), nel quale il liquido trascinato genera un battente

superiore alla colonna di liquido interna, incrementando il carico termomotore.



§ II° 3.6 - EFFICIENZA DI SCAMBIO TERMICO NEI CONCENTRATORI E DISTILLATORI.

Nei corpi concentratori, (o distillatori), se la pressione può ritenersi costante, essendo entrambi i fluidi saturi, lo scambio termico avviene con salto di temperatura costante. Qualora, tuttavia, le dimensioni delle apparecchiature siano rilevanti, verso la base il salto termico diminuisce in quanto il carico idrostatico del fluido da vaporizzare ne aumenta la pressione e quindi la temperatura di saturazione, con riduzione della potenza termica scambiata.

Inoltre in presenza di un ricircolo esterno di soluzione, (G_r), il fluido in ingresso alla base dello scambiatore si trova alla temperatura di saturazione relativa alla sua sommità da cui proviene e percorre, quindi, una certa quota non bollente all'interno del fascio tubiero, in cui si riscalda fino alla locale temperatura di saturazione, con ulteriore diminuzione di potenza termica scambiata essendo il

coefficiente di scambio del liquido sensibilmente minore rispetto al fluido bifase.

§ II°.3.7 – CURVE DI PRESSIONE E TEMPERATURA IN FUNZIONE DELLA QUOTA.

Indicando con, (**Fig.II°.3.7.1**):

p_o la pressione del fluido alla sommità dello scambiatore;

d_{sl}, d_{sv} la densità del liquido e del vapore secondario, rispettivamente;

x_f il titolo di vapore finale della soluzione alla sommità dello scambiatore;

r_{vo}, r_v il calore latente di condensazione del vapore primario e secondario,

e supponendo che la potenza termica sia ceduta linearmente con la quota nel tratto utile: **z_t - z_p**, si ha: **g_vr_{vo} = G_r r_vx_f**, da cui:

$$x_f = \frac{g_v r_{vo}}{G_r r_v}; \quad g_v r_{vo} \frac{z - z_p}{z_t - z_p} = G_r r_v x,$$

da cui: $x = \frac{g_v r_{vo}}{G_r r_v} \frac{z - z_p}{z_t - z_p} = x_f \frac{z - z_p}{z_t - z_p}.$

La densità del fluido nella tubazione di ricircolo, (**T_R**), vale: **d_s = d_{sl}**, mentre all'interno dello scambiatore, si ha:

$$\begin{aligned} d_s &= d_{sl}, & \text{nel tratto: } & 0 < z < z_p; \\ d_s &= (1 - x)d_{sl} + xd_{sv}, & & z_p < z < z_t; \\ d_s &= (1 - x_f)d_{sl} + x_f d_{sv} = d_{sf}, & & z_t < z < z_o. \end{aligned}$$

La pressione in una generica sezione dello scambiatore, vale:

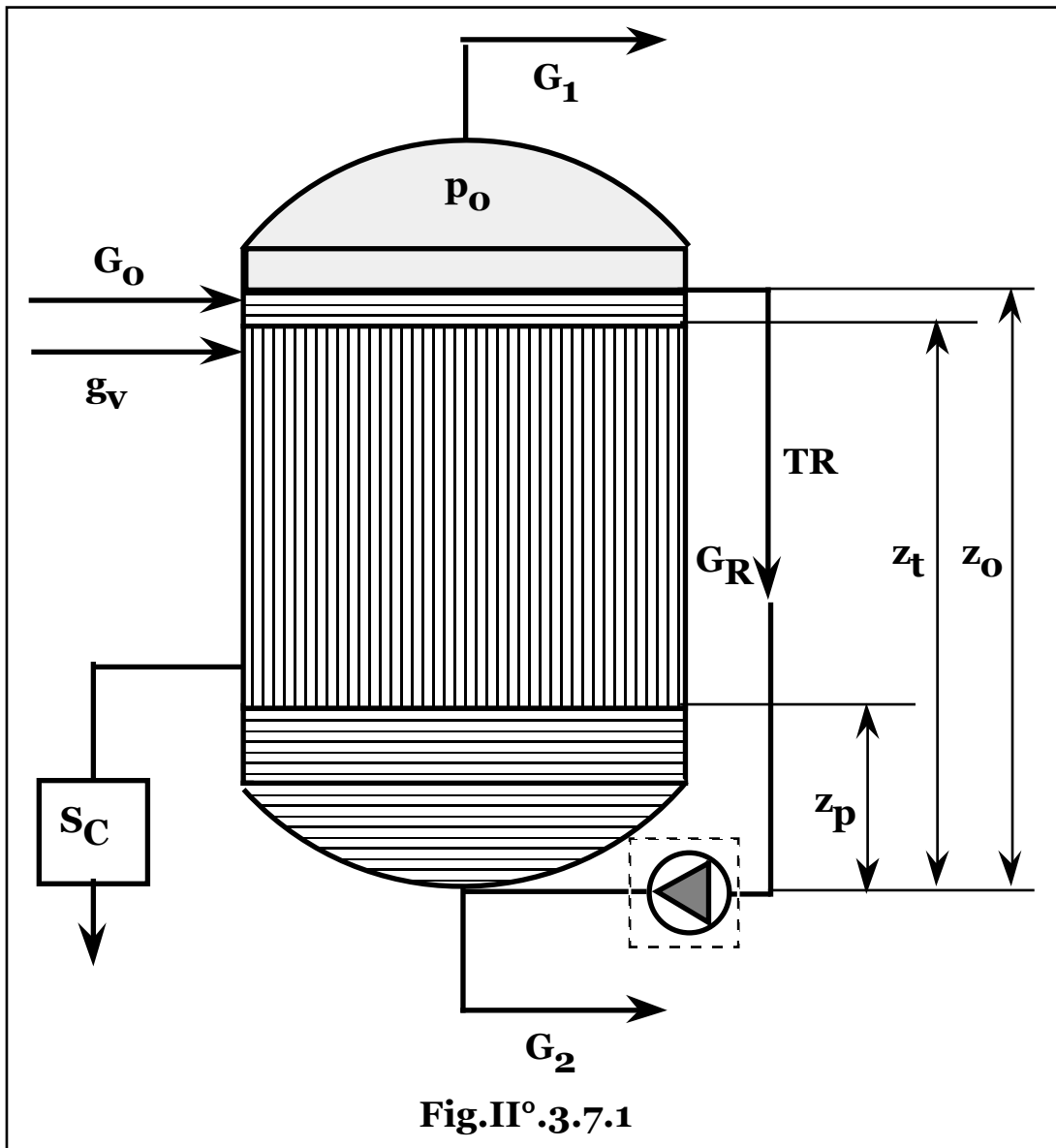
$$p = p_o + g \int_z^{z_o} d_s(z) dz,$$

da cui esplicitando la funzione: **d_s = d_s(z)**, si ottiene:

z_t < z < z_o: **p(z) = p_o + g d_{sf}(z_o - z)**; **p(z_t) = p_o + Dp_{ot}**,
con: **Dp_{ot} = g d_{sf} (z_o - z_t)**.

z_p < z < z_t: **p(z) = p_o + Dp_{ot} + g \int_z^{z_t} d_s(z) dz**,

con: **d_s(z) = \left(1 - x_f \frac{z - z_p}{z_t - z_p} \right) d_{sl} + x_f \frac{z - z_p}{z_t - z_p} d_{sv}**, da cui:



$$\int_z^{z_t} d_s(z) dz = (z_t - z) \left(d_{s1} + x_f z_p \frac{d_{s1} - d_{sv}}{z_t - z_p} \right) - \frac{1}{2} (z_t^2 - z^2) x_f \frac{d_{s1} - d_{sv}}{z_t - z_p};$$

$$p(z_p) = p(z_t) + Dp_{tp} = p_0 + Dp_{ot} + Dp_{tp}, \text{ con:}$$

$$Dp_{tp} = g \int_{z_p}^{z_t} d_s(z) dz = g(z_t - z_p) [d_{s1} - 1/2 x_f (d_{s1} - d_{sv})].$$

$$0 < z < z_p: p(z) = p(z_p) + g d_{s1} (z_p - z);$$

$$p(0) = p(z_p) + g d_{s1} z_p = p_0 + Dp_{ot} + Dp_{tp} + Dp_{zp},$$

$$\text{con: } Dp_{zp} = g d_{s1} z_p.$$

Circa la pendenza della curva, si ha: $dp(z)/dz = -gd_{s1}$, nella tubazione di ricircolo, mentre all'interno dello scambiatore:

$$z_t < z < z_o: dp(z)/dz = -gd_{sf} = -g(1 - x_f)d_{s1} + x_fgd_{sv};$$

$$z_p < z < z_t: \frac{dp(z)}{dz} = x_fg \frac{d_{s1} - d_{sv}}{z_t - z_p} z - gd_{s1} - x_fz_p g \frac{d_{s1} - d_{sv}}{z_t - z_p};$$

$$0 < z < z_p: dp(z)/dz = -gd_{s1},$$

da cui si evidenzia la continuità della curvatura del diagramma essendo nelle sezioni di discontinuità, (**p** e **t**):

$$\left[\frac{dp(z)}{dz} \right]_t = -gd_{s1}; \quad \left[\frac{dp(z)}{dz} \right]_p = -gd_{s1},$$

da qualunque intervallo la si valuti.

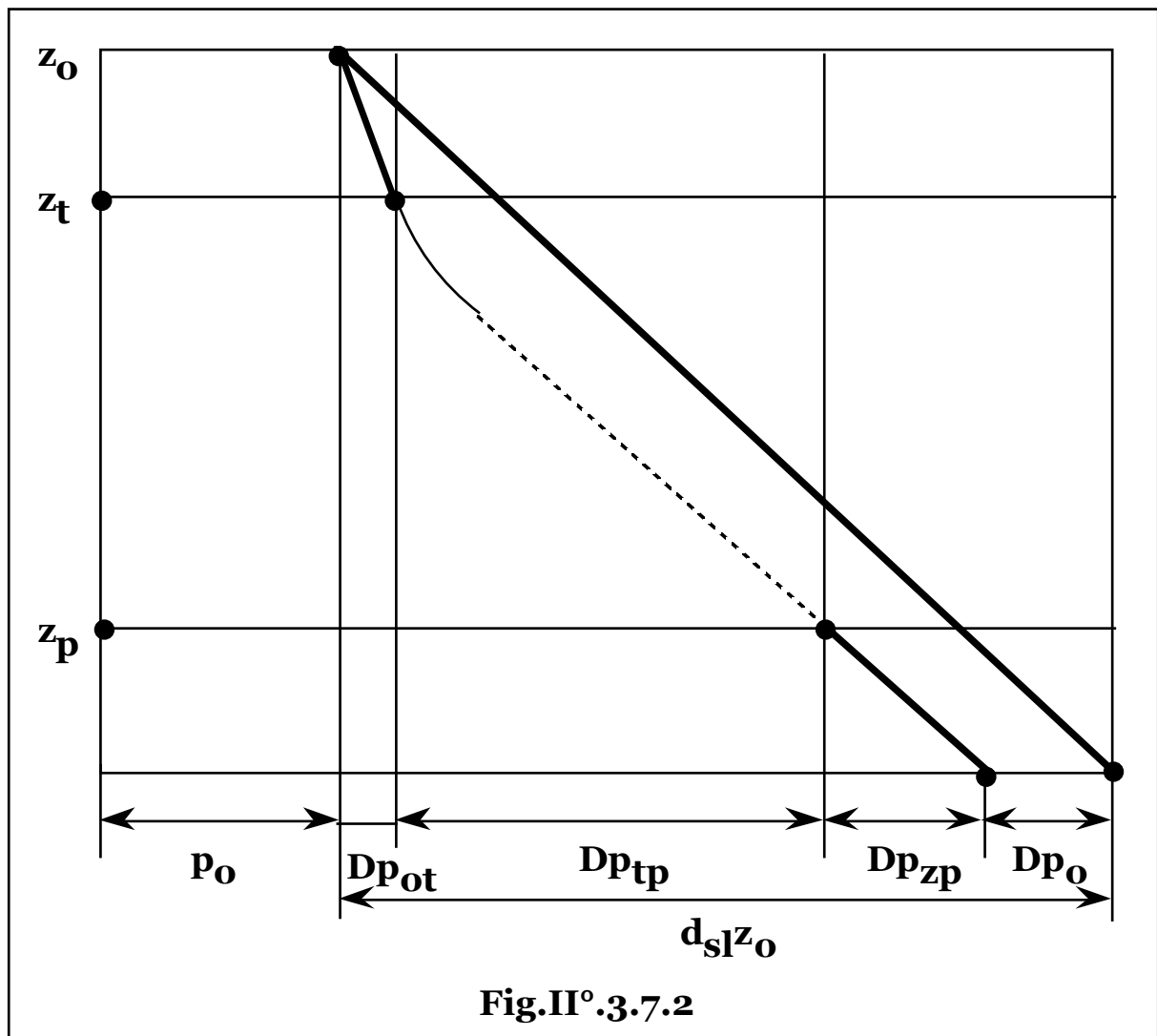
Il carico termomotore: $-g \int d_s(z) dz$, vale, in assenza di moto e quindi di perdite di carico, la differenza di carico idrostatico fra la colonna di fluido relativa alla tubazione di ricircolo e quella relativa allo

$$\begin{aligned} \text{scambiatore: } -g \int d_s(z) dz &= p_o + \left[z_o(1 - x_f) + \frac{1}{2} x_f(z_t + z_p) \right] gd_{sv} + \\ &+ \left[x_f z_o - \frac{1}{2} x_f(z_t + z_p) \right] gd_{s1} - (p_o + z_o gd_{s1}) = \\ &= x_f g(d_{s1} - d_{sv}) \left[z_o - \frac{1}{2}(z_t + z_p) \right] = Dp_o \end{aligned}$$

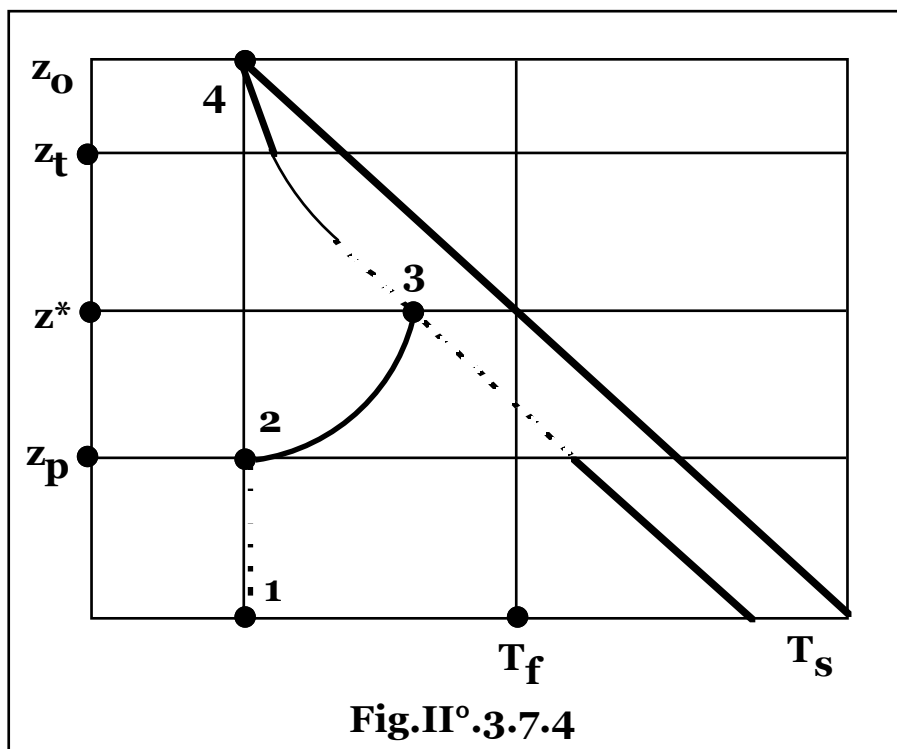
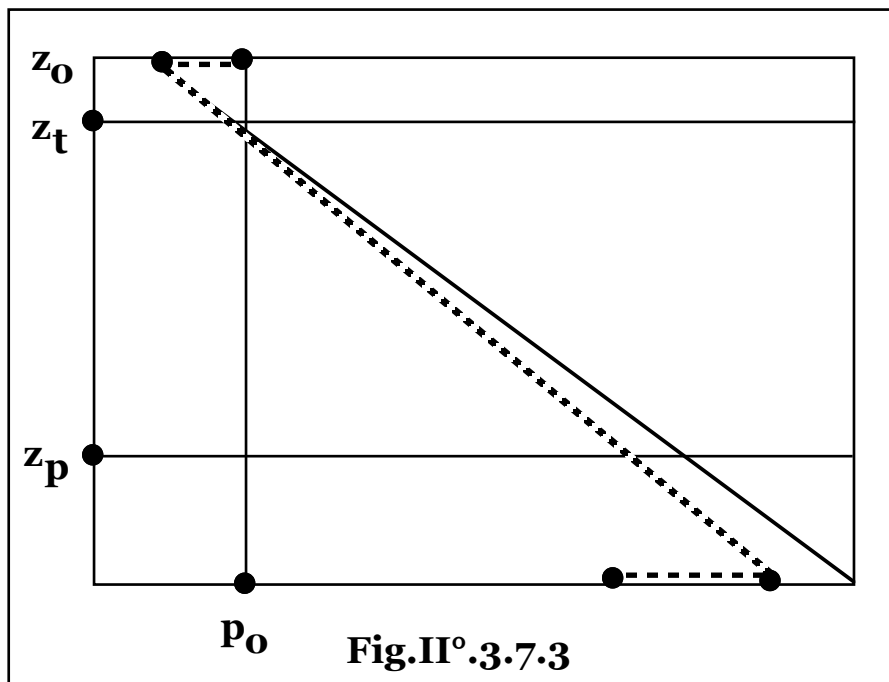
e in tali ipotesi il salto totale di pressione, Dp_o , può essere visualizzato come concentrato alla base dello scambiatore, (**Fig.II°3.7.2**).

Nel caso reale di circolazione del fluido, (netta nel circuito e di ricircolo ascendente/discendente all'interno dello scambiatore), si hanno perdite di carico e le curve si alterano assumendo qualitativamente un andamento a "otto", (**Fig.II°3.7.3**). Per gli usuali valori dei parametri, tuttavia, i termini dissipativi risultano trascurabili rispetto ai carichi idrostatici e i profili di pressione possono, quindi, essere considerati costanti e pari a quelli relativi al fluido in quiete.

Dati i modesti salti di pressione, la dipendenza della temperatura di saturazione dalla pressione: $T_s = T_s(p)$, può essere approssimata con una relazione lineare. Si ottiene, pertanto, l'andamento della temperatura di saturazione con la quota per semplice variazione di scala del diagramma pressione–quota.



Trascurando le perdite termiche verso l'esterno, la soluzione in ingresso allo scambiatore, (**Fig. II° 3.7.4**), si trova alla temperatura di saturazione: $T_o = T_s(p_o)$, (punto 1), che mantiene fino alla quota z_p di inizio scambio termico, (punto 2), tendendo alla temperatura, (T_c), del vapore primario all'aumentare della superficie di scambio S , ovvero della quota, essendo: $S = n\pi Dz$, con n numero di tubazioni e con legge dipendente dal ricircolo all'interno dello scambiatore. Dal punto di incontro della temperatura della soluzione con quella di saturazione in funzione della quota, (punto 3, quota z^*), inizia l'ebollizione con temperatura della soluzione, $T(z)$, pari alla temperatura $T_s(p) = T_s(z)$.



La potenza termica scambiata risulta dunque diminuita a causa del minore salto termico medio rispetto a quello teorico, $(T_c - T_o)$, e per il minore coefficiente di scambio della sezione non bollente, $(z^* - z_p)$.

§ II° 3.8 – POTENZA TERMICA REALE.

La pressione all'interno dello scambiatore alla quota z^* , vale:
 $p(z^*) = p_0 + g d_{sf} (z_0 - z_t) + (z_t - z^*) g [d_{s1} - 1/2 x_f (d_{s1} - d_{sv})]$,
 mentre oltre la quota z^* , si ha:

$$p(z) = p_0 + g d_{s1} (z_0 - z_t) + g (z_t + z) \left(d_{s1} + x_f z^* \frac{d_{s1} - d_{sv}}{z_t - z^*} \right) - \frac{1}{2} (z_t^2 - z^2) x_f g \frac{d_{s1} - d_{sv}}{z_t - z^*},$$

da cui: $T_s = T_s(p) = T_s(z) \approx a p(z) + b$.

La potenza termica reale, (Q_r), scambiata vale dunque:

$$Q_r = \int_{z_p}^{z^*} \frac{T_c - T(z)}{R_{ts}} dz + \int_{z^*}^{z_t} \frac{T_c - T_s(z)}{R_{tv}} dz, \text{ con: } R_{ts}, R_{tv} \text{ resistenza}$$

termica globale per unità di lunghezza di scambiatore, rispettivamente relativa alla zona non bollente e bollente, a fronte di una potenza termica teorica, (Q_t), che vale: $Q_t = (T_c - T_0)(z_t - z_p)/R_{tv}$, con rendimento, (h), pari quindi a: $h = Q_r/Q_t$

Qualora sia determinabile in funzione del ricircolo forzato esterno o della circolazione naturale, la portata di ricircolo interno, (G_r'), la curva di temperatura nella zona non bollente può essere espressa con la relazione valida per i condensatori:

$$T(z) = T_0 + (T_c - T_0) \left(1 - e^{-\frac{z-z_p}{R_{ts} G_r' c_p}} \right),$$

con c_p calore specifico della soluzione e la quota, (z^*), risulta la radice dell'equazione: $T(z^*) = T_s(z^*)$, con potenza termica reale pari a:

$$Q_r = \int_{z_p}^{z^*} \frac{T_c - T(z)}{R_{ts}} dz + \int_{z^*}^{z_t} \frac{T_c - T_s(z)}{R_{tv}} dz = G_r' x_f r_v.$$

La funzione $T_s(z)$, tramite x_f , risulta dipendente da G_r' e Q_r , pertanto il calcolo deve essere iterato con valore iniziale di tentativo di x_f , fino alla convergenza dei valori.

In caso di circolazione naturale della soluzione all'interno dello scambiatore, supponendo che i modesti valori di x_f permettano di considerare dal punto di vista fluidodinamico la soluzione come monofase e che la soluzione circoli in un solo senso all'interno dello scambiatore, ($G_r' = G_r$), si ha:

$$\begin{aligned}
-g \int d_s(z) dz &= x_f g(d_{s1} - d_{sv}) \left[z_o - \frac{1}{2} (z_t + z^*) \right] = \\
&= \frac{Q_r}{G_v r_v} g(d_{s1} - d_{sv}) \left[z_o - \frac{1}{2} (z_t + z^*) \right] = \\
&= \frac{8k_a(1 + f_c)}{\pi^2 d_{s1}} \left(\frac{z_o}{nD_c^5} + \frac{L - z_o}{D_r^5} \right) G_r^2,
\end{aligned}$$

con: **L** lunghezza totale del circuito;
D_c, D_r diametro delle tubazioni all'interno dello scambiatore e della tubazione di ricircolo, rispettivamente;
n numero di tubi all'interno dello scambiatore, da cui:

$$G_r = \sqrt[3]{\frac{Q_r(d_{s1} - d_{sv}) \left[z_o - \frac{1}{2} (z_t + z^*) \right]}{\frac{8k_a(1 + f_c)r_v}{\pi^2 g d_{s1}} \left(\frac{z_o}{nD_c^5} + \frac{L - z_o}{D_r^5} \right)}}, \quad (\text{moto turbolento});$$

$$G_r = \sqrt{\frac{Q_r \pi g (d_{s1} - d_{sv}) \left[z_o - \frac{1}{2} (z_t + z^*) \right]}{128 \nu_c (1 + f_c) r_v \left(\frac{z_o}{nD_c^4} + \frac{L - z_o}{D_r^4} \right)}}, \quad (\text{moto laminare}).$$

Poichè risulta: $G_r = G_r(Q_r, z^*)$, anche per le resistenze termiche, tramite la dipendenza dalla velocità, (e quindi dalla portata G_r), della soluzione, si ha: $R_{ts} = R_{ts}(G_r) = R_{ts}(Q_r, z^*)$;

$$R_{tv} = R_{tv}(G_r) = R_{tv}(Q_r, z^*),$$

mentre si ha pure: $T(z, G_r) = T(z, Q_r, z^*)$;

$$T_s(z, z, x_f) = R_{tv}(z, Q_r, z^*).$$

Il sistema di calcolo risulta, pertanto:

$$Q_r = Q_r(G_r, z^*, R_{ts}, R_{tv}) = Q_r(z^*);$$

$$T(Q_r, z^*) = T_s(Q_r, z^*),$$

da cui si ricava il valore delle grandezze: Q_r, z^* , e quindi il valore dei parametri: $G_r = G_r(Q_r, z^*)$; $R_{ts} = R_{ts}(Q_r, z^*)$; $R_{tv} = R_{tv}(Q_r, z^*)$.

§ II°.3.9 – OTTIMIZZAZIONE DEL SISTEMA.

La circolazione all'interno dello scambiatore può essere ottimizzata al massimo scambio di potenza termica. Infatti al limite di fluido in quiete risultano massime le resistenze termiche, ma la quota non bollente, se si ha: $T_c > T_s(z_p)$, tende a zero e tutto lo scambio avviene

fra fluidi bifase:
$$Q_r = \int_{z_p}^{z_t} \frac{T_c - T_s(z)}{R_{tv}} dz.$$

Viceversa, per velocità, (e quindi portate), della soluzione all'interno dello scambiatore molto grandi, risultano minime le resistenze termiche, ma lo scambio risulta prevalentemente non bollente fino al limite, per G_r che tende all'infinito, di temperatura costante della soluzione, pari a T_o , per cui si ha: $Q_r = (T_c - T_o)(z_t - z_p)/R_{ts}$.

Fissato un valore di tentativo per x_f , per ogni valore della velocità della soluzione nello scambiatore risulta nota la portata G_r , e quindi quello della potenza termica scambiata: $Q_r = G_r x_f r_{co}$.

Fissata la velocità risulta noto anche il valore delle resistenze termiche R_{ts} , R_{tv} , nonché l'andamento delle curve:

$$T = T(z), T_s = T_s(z)$$

Determinata la quota z^* dalla relazione: $T(z^*) = T_s(z^*)$, si calcola, infine, ancora la potenza termica Q_r da confrontare con il valore precedente fino alla convergenza su x_f .

Ripetendo il procedimento al variare della velocità della soluzione nello scambiatore si valuta la velocità di massima potenza termica scambiata, (v_{max}), e se le perdite di carico totali che le corrispondono sono superiori al relativo carico termomotore, è necessario provvedere a un ricircolo forzato, mentre se risultano inferiori occorre inserire accidentalità di compenso.

Per il dimensionamento del sistema si ha, quindi, (indicando con la sottolineatura le grandezze relative alla velocità di massimo scambio termico): $\underline{G}_r = d_{sl}(\pi D_c^2/4) n v_{max} = d_{sl}(\pi D_r^2/4) v_r$, da cui:

$$v_r = n (D_c^2/D_r^2) v_{max},$$

con v_r velocità della soluzione nella tubazione di ricircolo esterno;

$$\underline{R}_{ts} = \frac{1}{n\pi D_c c_{sl}}; \quad \underline{R}_{tv} = \frac{1}{n\pi D_c c_{sv}} + \frac{1}{n\pi D_c c_{svo}},$$

con: c_{sl} , c_{sv} , c_{svo} , coefficienti di convezione della soluzione liquida, bifase e del vapore primario, rispettivamente ed avendo trascurato la

resistenza termica della parete e quella lato vapore in caso di soluzione liquida.

Si ottiene, quindi, la potenza massima scambiabile:

$$\overline{Q_r} = \int_{z_p}^{z^*} \left\{ T_c - \left[T_o + (T_c - T_o) \left(1 - e^{-\frac{z-z_p}{G_r c_p R_{ts}}} \right) \right] \right\} \frac{dz}{R_{ts}} + \int_{z^*}^{z_t} \frac{T_c - T_s(z)}{R_{tv}} dz.$$

La portata di alimentazione, (g_v), risulta: $g_v = \underline{Q_r} / r_{vo}$.

Se si ha: $\frac{8k_a(1+f_c)z_o}{\pi^2 d_{sl} D_c^5 n^2} \underline{G_r}^2 > -g \int d_s(z) dz$,

con: $k_a = \text{costante}$, in caso di moto turbolento;

$k_a = 64/Re = 64v_c/(v_{max} D_c)$, in caso di moto laminare,

il carico termomotore non è in grado di sostenere una velocità pari a v_{max} e occorre, quindi, inserire un gruppo di pompaggio esterno di circolazione forzata di caratteristiche:

portata volumetrica: $\underline{G_r} / d_{sl}$;

prevalenza: $Dp_o + \frac{g}{d_{sl}} \int d_s(z) dz$;

potenza: $\frac{\underline{G_r}}{d_{sl} h_p} (Dp_o + g \int d_s(z) dz)$,

con Dp_o perdite di carico totali nel circuito e h_p rendimento globale del gruppo di pompaggio.

Se risulta: $\frac{8k_a(1+f_c)z_o}{\pi^2 d_{sl} D_c^5 n^2} \underline{G_r}^2 < -g \int d_s(z) dz$,

posto: $Dp_o = -\frac{g}{d_{sl}} \int d_s(z) dz$, si ricava il diametro della tubazione di ricircolo esterno, (D_r^*), in grado di innescare la velocità v_{max} di attraversamento della soluzione nello scambiatore:

$$\frac{1}{D_r^{*5}} = \frac{Q_r \pi^2 g d_{s1} (d_{s1} - d_{sv}) \frac{z_o - \frac{1}{2}(z_t + z^*)}{8k_a(1+f_c)G_r^3 r_v} - \frac{z_o}{D_c^5 n^2}}{L - z_o},$$

ovvero un dispositivo di strozzamento di coefficiente z_c tale che:

$$\frac{8k_a(1+f_c)(L-z_o)}{\pi^2 D_r^5 d_{s1}} + \frac{8z_c}{\pi^2 D_r^4 d_{s1}} = \frac{8k_a(1+f_c)(L-z_o)}{\pi^2 D_r^{*5} d_{s1}}, \text{ con: } D_r > D_r^*.$$

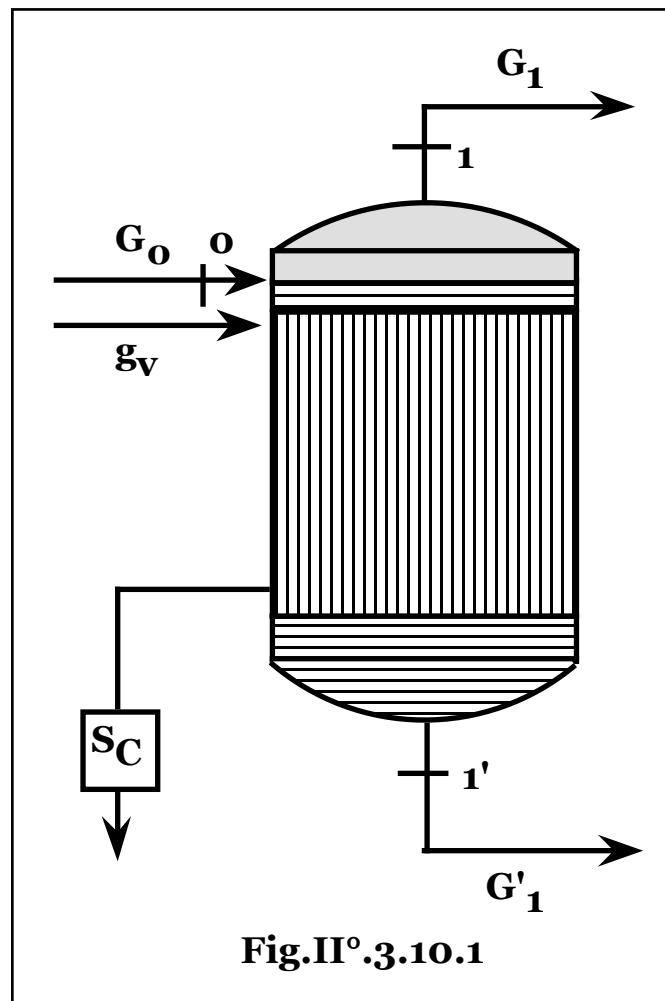


Fig.II°.3.10.1

§ II°.3.10 – DIMENSIONAMENTO DI IMPIANTI DI CONCENTRAZIONE O DISTILLAZIONE SEMPLICI E A MULTIPLI EFFETTI.

Indicando con \mathbf{x} la concentrazione di soluto, (\mathbf{x} = massa soluto/massa soluzione), per un **concentratore**, (o distillatore), **semplice**, (**Fig.II°.3.10.1**), e con: \mathbf{G}_0 , \mathbf{G}_1 e \mathbf{G}_1' , la portata di soluzione, di vapore

secondario e di soluzione concentrata rispettivamente, le equazioni di bilancio di massa per la soluzione e per il soluto, rispettivamente, risultano: $G_0 = G_1 + G_1'$; $G_0 x_0 = G_1' x_1$,

da cui: $G_1 = G_0(1 - x_0/x_1)$; $G_1' = G_0 x_0/x_1$.

Indicando con c_{pz} , c_{ps} il calore specifico del soluto e del solvente, rispettivamente e posto lo zero della scala delle entalpie allo zero centigrado, l'entalpia di una soluzione composta da un solo soluto e un solo solvente, alla temperatura T , vale:

$$h = x h_{\text{soluto}} + (1 - x) h_{\text{solvente}} = x c_{pz}T + (1 - x) c_{ps}T = [x c_{pz} + (1 - x) c_{ps}]T = [c_{ps} - x(c_{ps} - c_{pz})]T,$$

mentre l'entalpia del vapore secondario, (saturo), risulta pari a quella del liquido, ($c_{ps}T$), aumentata del calore latente di vaporizzazione:

$$h = c_{ps}T + r_v.$$

Il bilancio energetico, risulta: $G_0 h_0 + g_v r_{v0} = G_1 h_1 + G_1' h_1'$. da cui, indicando con T_0 e T_1 le temperatura di ingresso della soluzione

e di vaporizzazione: $g_v r_{v0} = G_1 r_{v1} + G_1 \left[c_{ps} T_1 + c_{ps} \frac{x_0 T_1 - x_1 T_0}{x_1 - x_0} + x_0 x_1 \frac{(c_{ps} - c_{pz})(T_0 - T_1)}{x_1 - x_0} \right]$.

Se la soluzione in ingresso risulta preriscaldata fino alla temperatura di vaporizzazione, ($T_0 = T_1$), si ottiene: $g_v r_{v0} = G_1 r_{v1}$.

Nel caso in cui il solvente sia composto da acqua e i salti di pressione siano sufficientemente contenuti da potere trascurare le corrispondenti variazioni di calore latente di vaporizzazione, ($r_{v0} \approx r_{v1} = r$), si ottiene: $g_v = G_1 = G_0(1 - x_0/x_1)$.

La superficie del concentratore, (S), necessaria allo scambio termico risulta: $S = R_t \frac{G_1 r_{v1}}{T_v - T_1} = R_t \frac{g_v r_{v0}}{T_v - T_1}$, con T_v temperatura del vapore primario.

Il vapore secondario prodotto in uno scambiatore può alimentare un secondo scambiatore a pressione, (e quindi temperatura di saturazione), ridotta mediante uno strozzamento, in sistemi a due, o **multipli effetti**, (Fig.II°.**3.10.2**).

I bilanci globali di massa, (soluzione e soluto), dell'intero sistema, risultano: $G_0 = G_1 + G_2 + G_2'$; $G_0 x_0 = G_2' x_2$,

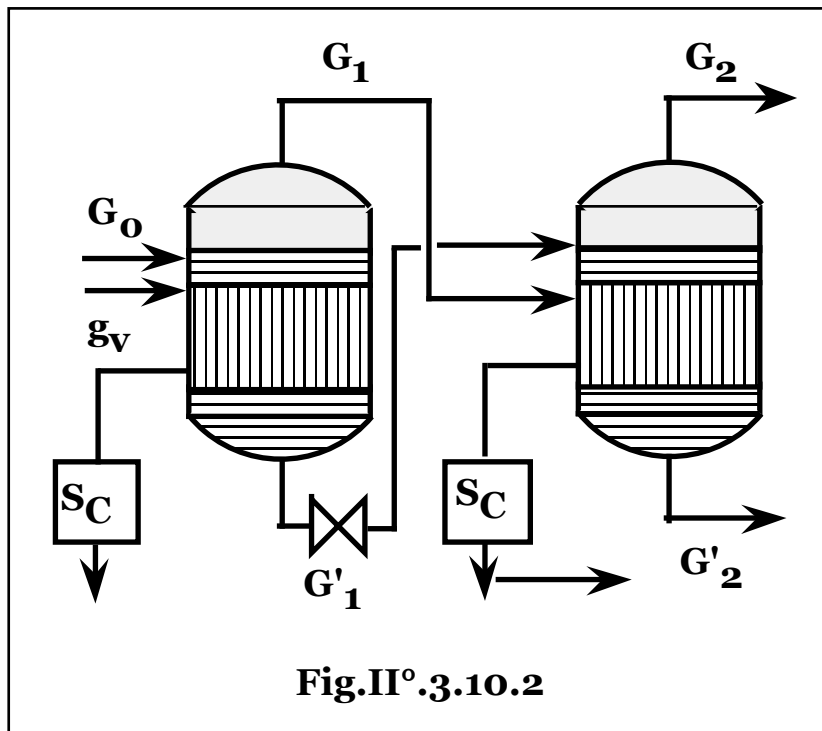
da cui: $G_1 + G_2 = G_0(1 - x_0/x_2)$.

Qualora il vapore generato dalla laminazione della portata G'_1 , sia trascurabile rispetto alla portata di vapore G_1 , il bilancio delle potenze termiche scambiate risulta: $g_v r_{v0} = G_1 r_v = G_2 r_{v2}$ e quindi:

$g_v \sim G_1 \sim G_2$, da cui: $g_v = 1/2 G_0 (1 - x_0/x_2)$, ovvero pari alla metà della portata di vapore primario richiesta dal sistema a un solo stadio

e per n effetti: $g_v = \frac{k_f}{n} G_0 \left(1 - \frac{x_0}{x_n}\right)$, con: $k_f = 1,1 \div 1,2$, coefficiente

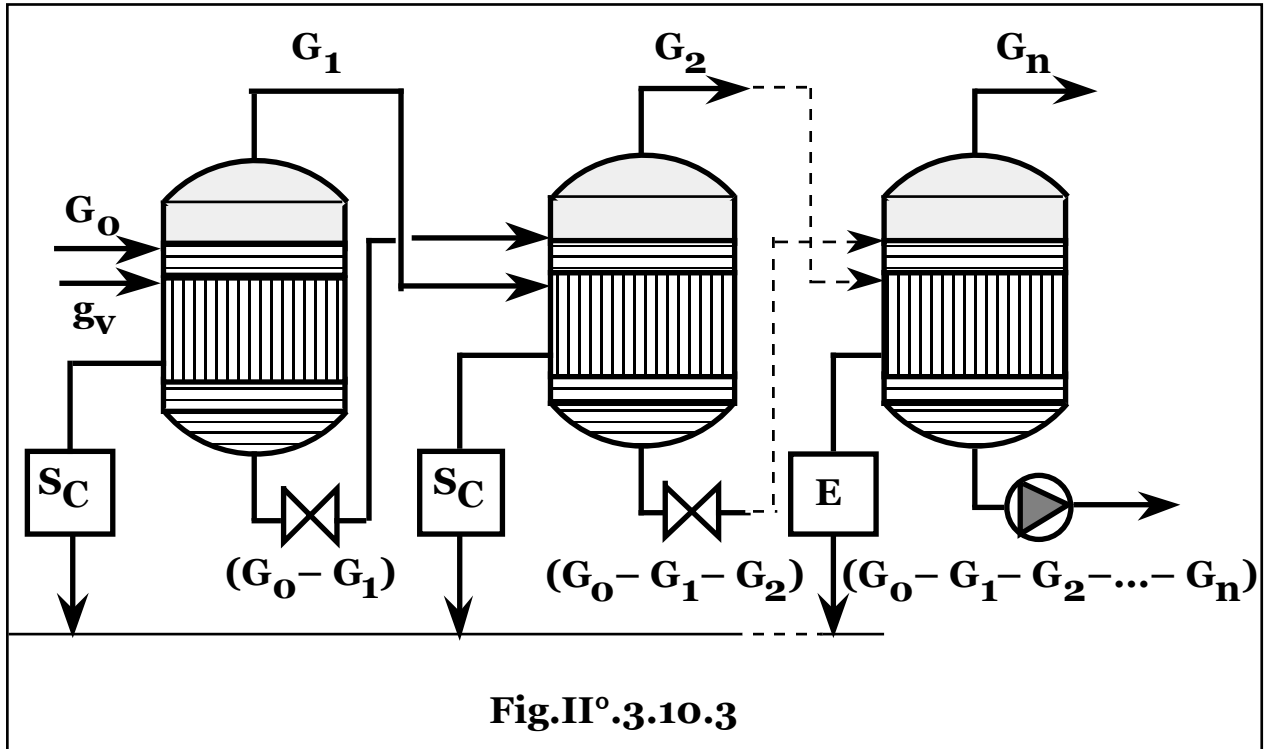
correttivo per le approssimazioni introdotte, (soluzione in ingresso preriscaldata fino alla temperatura di vaporizzazione, contributo dell'autoevaporazione della portata di soluzione laminata in ogni stadio successivo trascurabile, calore latente di vaporizzazione costante al variare della pressione e resistenza termica costante al variare della temperatura).



Per il dimensionamento del sistema risultano dati di progetto le grandezze, (**Fig.II° .3.10.3**): G_0 , x_0 , x_n , T_0 .

Nota la temperatura del vapore primario, (T_v), e quella dell'acqua di refrigerazione del condensatore di coda, in funzione della superficie di

scambio di quest'ultimo, risulta fissata la temperatura del vapore nell'ultimo effetto, (T_n), da cui: $\sum_{i=1}^n DT_i = (T_v - T_n)$.



Indicando, inoltre, con:

DT_i il salto termico nell'*i*esimo scambiatore;

R_{ti} la resistenza termica nell'*i*esimo scambiatore;

Q_i la potenza termica scambiata nell'*i*esimo scambiatore;

S_i la superficie di scambio dell'*i*esimo scambiatore,

in funzione degli stati fisici nelle sezioni dell'impianto, in ogni *i*esimo effetto, la potenza termica ceduta dalla precedente portata di vapore in condensazione: $G_{i-1}r_{i-1}$, più il contributo della soluzione, proveniente dal concentratore precedente:

$$(G_0 - G_1 - \dots - G_{i-1})[c_{ps} - x_{i-1}(c_{ps} - c_{pz})](T_{i-1} - T_i),$$

eguagliano la potenza assorbita dalla portata di vapore evaporata:

$G_i r_i$. Si ottiene quindi:

$$G_{i-1}r_{i-1} + (G_0 - G_1 - \dots - G_{i-1})[c_{ps} - x_{i-1}(c_{ps} - c_{pz})](T_{i-1} - T_i) = G_i r_i,$$

mentre nel primo concentratore la potenza termica primaria ceduta: $g_v r_{v0}$, eguaglia la potenza termica necessaria a portare la soluzione,

(G_0), dalla temperatura di ingresso, (T_0), a quella del concentratore, (T_1), e vaporizzarne la frazione G_1 :

$$g_v r_{vo} = G_0 [c_{ps} - x_0 (c_{ps} - c_{pz})] (T_1 - T_0) + G_1 r_1.$$

Il medesimo risultato si ottiene anche come bilancio entalpico diretto:
 $G_{i-1} (c_{ps} T_{i-1} + r_{i-1}) + (G_0 - G_1 - \dots - G_{i-1}) [c_{ps} - x_{i-1} (c_{ps} - c_{pz})] T_{i-1} =$
 $= G_{i-1} (c_{ps} T_{i-1}) + (G_0 - G_1 - \dots - G_i) [c_{ps} - x_i (c_{ps} - c_{pz})] T_i +$
 $+ G_i (c_{ps} T_i + r_i)$, da cui, essendo: $x_i = x_{i-1} \frac{G_0 - G_1 - \dots - G_{i-1}}{G_0 - G_1 - \dots - G_i}$:

$$G_{i-1} r_{i-1} + (G_0 - G_1 - \dots - G_{i-1}) [c_{ps} - x_{i-1} (c_{ps} - c_{pz})] (T_{i-1} - T_i) = G_i r_i.$$

Nel primo effetto, il bilancio entalpico risulta:

$$g_v (T_{vo} + r_{vo}) + G_0 [c_{ps} - x_0 (c_{ps} - c_{pz})] T_0 =$$

$$= g_v T_{vo} + (G_0 - G_1) [c_{ps} - x_1 (c_{ps} - c_{pz})] T_1 + G_1 h_1.$$

Essendo: $h_1 = c_{ps} T_1 + r_1$; $G_1 = G_0 (1 - x_0/x_1)$; $G_0 - G_1 = G_0 x_0/x_1$,
 si ottiene:

$$g_v r_{vo} + G_0 [c_{ps} - x_0 (c_{ps} - c_{pz})] T_0 =$$

$$= G_0 x_0/x_1 [c_{ps} - x_1 (c_{ps} - c_{pz})] T_1 + G_0 (1 - x_0/x_1) (c_{ps} T_1 + r_1) =$$

$$= G_0 x_0/x_1 c_{ps} T_1 - G_0 x_0 (c_{ps} - c_{pz}) T_1 + G_1 r_1 + G_0 (1 - x_0/x_1) c_{ps} T_1 =$$

$$= G_0 x_0/x_1 c_{ps} T_1 - G_0 x_0 (c_{ps} - c_{pz}) T_1 + G_1 r_1 + G_0 c_{ps} T_1 -$$

$$- G_0 x_0/x_1 c_{ps} T_1 = G_1 r_1 + G_0 [c_{ps} - G_0 x_0 (c_{ps} - c_{pz})] T_1$$

e quindi: $g_v r_{vo} = G_0 [c_{ps} - x_0 (c_{ps} - c_{pz})] (T_1 - T_0) + G_1 r_1.$

Si ottengono, quindi n equazioni nelle ($n + 1$) incognite:

$$g_v, G_i, (i = 1, 2, \dots, n):$$

$$g_v r_{vo} - G_0 [c_{ps} - x_0 (c_{ps} - c_{pz})] (T_1 - T_0) = G_1 r_1;$$

$$G_{i-1} r_{i-1} + (G_0 - G_1 - \dots - G_{i-1}) [c_{ps} - x_{i-1} (c_{ps} - c_{pz})] (T_{i-1} - T_i) = G_i r_i,$$

per: $i = 2, 3, \dots, n$, e con: $(T_{i-1} - T_i) = DT_i$.

I titoli x_i , ($i = 1, 2, \dots, n$), risultano funzioni delle portate di vapore

$$\text{essendo: } x_i = \frac{G_0 x_0}{G_0 - G_1 - \dots - G_i}, \text{ ovvero: } x_i = x_{i-1} \frac{G_0 - G_1 - \dots - G_{i-1}}{G_0 - G_1 - \dots - G_i},$$

(indifferentemente possono anche essere considerati come ulteriori incognite aggiungendo al sistema le stesse relazioni).

Dal bilancio totale del soluto, (ovvero introducendo l'ulteriore grandezza: \mathbf{x}_n), si ricava la $(n+1)$ esima equazione che completa il sistema: $\mathbf{G}_0\mathbf{x}_0 = (\mathbf{G}_0 - \mathbf{G}_1 - \dots - \mathbf{G}_n)\mathbf{x}_n$,

da cui: $(\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2 + \dots + \mathbf{G}_n) = \mathbf{G}_0(1 - \mathbf{x}_0/\mathbf{x}_n)$.

Per la risoluzione del sistema, fissato il valore dei salti termici, (\mathbf{DT}_i) , si ricava il valore dei calori di vaporizzazione, (\mathbf{r}_i) , e quindi delle portate di vapore, (\mathbf{G}_i) , da cui le potenze termiche: $\mathbf{Q}_i = \mathbf{G}_i\mathbf{r}_i$.

Infine, il valore delle superficie di scambio, (\mathbf{S}_i) , necessarie all'effettivo scambio delle potenze termiche, risulta:

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i/\mathbf{DT}_i = \mathbf{R}_{ti}\mathbf{G}_i\mathbf{r}_i/\mathbf{DT}_i.$$

Qualora per esigenze costruttive e di manutenzione, (e quindi economiche), convenga un valore costante per le superficie di scambio, (\mathbf{S}) , dei concentratori, (e quindi per le loro dimensioni), è sufficiente sostituire nelle equazioni:

$$(\mathbf{T}_{i-1} - \mathbf{T}_i) = \mathbf{DT}_i = \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i/\mathbf{S} = \mathbf{R}_{ti}\mathbf{G}_i\mathbf{r}_i/\mathbf{S},$$

ricavando i corrispondenti valori delle incognite, (in realtà la sostituzione introduce nelle relazioni le resistenze termiche che dipendendo comunque dai titoli rendono la soluzione del sistema comunque definita).

In pratica è possibile procedere in maniera iterativa a partire da una arbitraria suddivisione del salto termico totale, $(\mathbf{T}_v - \mathbf{T}_n)$, in intervalli crescenti con \mathbf{i} , essendo nella relazione: $\mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i/\mathbf{DT}_i = \mathbf{S} = \text{costante}$, \mathbf{Q}_i crescente in quanto in ogni effetto al calore di condensazione, (costante), ceduto dal vapore proveniente dall'effetto precedente, si somma il contributo del vapore nascente che si forma nella laminazione della soluzione liquida di alimentazione fra le pressioni esistenti fra l'effetto e il precedente:

$$(\mathbf{G}_0 - \mathbf{G}_1 - \dots - \mathbf{G}_{i-1})[\mathbf{c}_{ps} - \mathbf{x}_{i-1}(\mathbf{c}_{ps} - \mathbf{c}_{pz})](\mathbf{T}_{i-1} - \mathbf{T}_i),$$

mentre all'aumentare della concentrazione aumenta anche la resistenza termica \mathbf{R}_{ti} .

Per il calcolo dei salti termici \mathbf{DT}_i di seconda approssimazione, si ha:

$$\mathbf{S} \mathbf{DT}_i = \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i, \text{ e sommando: } \mathbf{S} \sum_{i=1}^n \mathbf{DT}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i,$$

$$\text{da cui: } \frac{\mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i}{\mathbf{DT}_i} \sum_{i=1}^n \mathbf{DT}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i,$$

$$\text{e quindi: } \mathbf{DT}_i = \frac{\mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i \sum_{i=1}^n \mathbf{DT}_i}{\sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i} = \frac{\mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i(\mathbf{T}_v - \mathbf{T}_n)}{\sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i}, \text{ ovvero salti termici}$$

pari alla media pesata sui prodotti resistenza termica x potenza termica, (entrambe determinabili in funzione della suddivisione del salto termico globale), in base ai quali si ripete il dimensionamento fino alla convergenza delle superficie di scambio a un valore costante. In caso di pari valori di potenza e resistenza termica, ($\mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i =$ costante), gli intervalli risultano evidentemente uniformi:

$$\mathbf{DT}_i = (\mathbf{T}_v - \mathbf{T}_n)/n.$$

E' anche possibile adottare un criterio di minimizzazione della superficie totale del sistema.

Essendo infatti: $\mathbf{S}_i = \mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i/\mathbf{DT}_i$, con le grandezze: resistenze e potenze termiche, (\mathbf{R}_{ti} e \mathbf{Q}_i), funzioni dei salti termici, (\mathbf{DT}_i), il punto di minimo, ($\mathbf{DT}_i \text{ min}$, $i = 1, 2, \dots, n$), si ottiene dalla risoluzione del

$$\text{sistema: } \frac{\delta}{\delta \mathbf{DT}_i} \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i(\mathbf{DT}_i) = \frac{\delta}{\delta \mathbf{DT}_i} \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{R}_{ti}(\mathbf{DT}_i)\mathbf{Q}_i(\mathbf{DT}_i)}{\mathbf{DT}_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

L'espressione: $\sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i(\mathbf{DT}_i)$, risulta una funzione di ($n - 1$) variabili

indipendenti, essendo globalmente:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{DT}_i = (\mathbf{T}_v - \mathbf{T}_n) = \text{costante},$$

$$\text{ovvero: } \mathbf{DT}_n = (\mathbf{T}_v - \mathbf{T}_n) - \mathbf{DT}_1 - \mathbf{DT}_2 - \dots - \mathbf{DT}_{n-1}.$$

Trascurando il contributo della rievaporazione della portata di soluzione da ogni effetto precedente, ovvero considerando la potenza termica scambiata indipendente dai salti termici, \mathbf{DT}_i , (con approssimazione crescente all'aumentare del numero di effetti, ovvero al diminuire dei salti termici), l'iesima derivata parziale risulta:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta \mathbf{DT}_i} \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i(\mathbf{DT}_i) &= \frac{\delta}{\delta \mathbf{DT}_i} \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i}{\mathbf{DT}_i} = \\ &= \frac{\delta}{\delta \mathbf{DT}_i} \left(\frac{\mathbf{R}_{t1}\mathbf{Q}_1}{\mathbf{DT}_1} + \frac{\mathbf{R}_{t2}\mathbf{Q}_2}{\mathbf{DT}_2} + \dots + \frac{\mathbf{R}_{ti}\mathbf{Q}_i}{\mathbf{DT}_i} + \dots + \frac{\mathbf{R}_{tn}\mathbf{Q}_n}{\mathbf{DT}_n} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{R_{ti}Q_i}{DT_i^2} + \frac{\delta}{\delta DT_i} \frac{R_{tn}Q_n}{DT_n} = -\frac{R_{ti}Q_i}{DT_i^2} + \frac{dDT_n}{dDT_i} \frac{\delta}{\delta DT_n} \frac{R_{tn}Q_n}{DT_n} = \\
&= -\frac{R_{ti}Q_i}{DT_i^2} - \frac{R_{tn}Q_n}{DT_n^2} (-1) = -\frac{R_{ti}Q_i}{DT_i^2} + \frac{R_{tn}Q_n}{DT_n^2} = 0,
\end{aligned}$$

ovvero: $R_{ti}Q_i/DT_i^2 = R_{tn}Q_n/DT_n^2$,

e quindi: $R_{ti}Q_i/DT_i^2 = S_i/DT_i = \text{costante}$.

Si ha, quindi: $DT_i = \sqrt{\frac{R_{ti}Q_i}{R_{tn}Q_n}} DT_n$, e sommando da **1** a **n**:

$$T_v - T_n = \frac{DT_n}{\sqrt{R_{tn}Q_n}} \sum_{i=1}^n \sqrt{R_{ti}Q_i}, \text{ da cui:}$$

$$DT_i = \frac{T_v - T_n}{\sum_{i=1}^n \sqrt{R_{ti}Q_i}} \sqrt{R_{ti}Q_i}.$$

L'ipotesi di partenza, corrispondendo a potenze termiche costanti nei diversi effetti, porta a salti termici uniformemente intervallati:

$$DT_i = (T_v - T_n)/n.$$

Da questa soluzione simmetrica, considerando la dipendenza della potenza termica e delle resistenze termiche dai salti termici, è possibile ripetere il dimensionamento procedendo in maniera iterativa fino alla convergenza delle superficie di scambio alla relazione:

$$R_{ti}Q_i/DT_i^2 = S_i/DT_i = \text{costante}.$$

In pratica, tuttavia, la riduzione globale di superficie risulta contenuta e decrescente all'aumentare del numero di effetti.

Si conclude, pertanto, che ogni dimensionamento di tipo iterativo parte comunque da una suddivisione simmetrica dei salti termici con successive approssimazioni tramite le relazioni:

$$DT_i = \frac{R_{ti}Q_i}{\sum_{i=1}^n R_{ti}Q_i} (T_v - T_n),$$

in caso di valore costante per le superficie di scambio dei

$$\text{concentratori: } DT_i = \frac{T_v - T_n}{\sum_{i=1}^n \sqrt{R_{ti}Q_i}} \sqrt{R_{ti}Q_i}$$

in caso di di minimizzazione della superficie totale del sistema.

La pressione all'interno degli scambiatori va progressivamente calando e da un certo effetto l'impianto risulta in depressione per cui gli scaricatori di condensa, (**S_C**), vengono sostituiti da eiettori, (**E**), mentre la soluzione concentrata finale viene estratta con una pompa. All'aumentare della concentrazione il coefficiente di scambio termico diminuisce per cui il valore di **x_n** è in pratica limitato superiormente, (**x_n ~ 60%** per soluzioni zuccherine).

Nota la la portata di soluzione da trattare, (**G_o**), e la concentrazione iniziale, (**x_o**), fissata la concentrazione finale, (**x_f**), al crescere di **n**, si riduce la portata di vapore primario **g_v**, (e quindi le spese di impianto ed esercizio della sezione vapore), mentre il costo impianto relativo alla sezione di concentrazione, cresce sia con il numero di effetti che per la riduzione del salto di pressione, (e quindi termico), in ogni effetto, che richiede superficie di scambio, (e quindi oneri di investimento), crescenti.

Il costo totale del sistema può quindi essere suddiviso in una serie di oneri proporzionali al numero di effetti, (costo impianto di concentrazione o distillazione), e un'altra inversamente proporzionale a tale numero, (costo ed esercizio dell'impianto a vapore).

E' pertanto possibile l'ottimizzazione del numero di effetti.

La potenza termica primaria per un sistema a **n** effetti, vale:

$$Q = \frac{k_{fr}}{n} G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f} \right),$$

circa uguale alla potenza termica scambiata in ogni effetto e quindi indicando con **T_v** la temperatura del vapore primario e con **T_f** la temperatura finale del sistema, la superficie di scambio del singolo

effetto, (**S_n**), risulta:
$$S_n = R_t \frac{\frac{k_{fr}}{n} G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f} \right)}{T_v - T_f} = R_t \frac{k_{fr} G_o}{T_v - T_f} \left(1 - \frac{x_o}{x_f} \right).$$

Supposto il costo dell'impianto a vapore, (**I_v**), proporzionale alla potenza termica installata: **I_v(Q) = qQ**, e il costo dei concentratori, (o distillatori), lineare con le dimensioni e quindi la superficie di scambio: **I_s(S) = bS_n**, il costo totale attualizzato del sistema: **C_{ta} = C_{ta}(n)**, risulta:

$$C_{ta}(n) = \left(q + \frac{uTc_c}{h_g k_i t_{ec}} \right) \frac{k_{fr} G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f} \right)}{n} + n \left[bR_t \frac{k_{fr} G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f} \right)}{T_v - T_f} \right] =$$

$$= k_{fr} G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f} \right) \left[\left(q + \frac{uTc_c}{h_g k_i t_{ec}} \right) \frac{1}{n} + n \left(\frac{bR_t}{T_v - T_f} \right) \right].$$

Il numero economico di effetti, (n_{ec}), risulta pertanto la radice

dell'equazione: $\frac{dC_{ta}(n)}{dn} = 0$, ovvero: $n_{ec} = \sqrt{\frac{q + \frac{uTc_c}{h_g k_i t_{ec}}}{\frac{bR_t}{T_v - T_f}}}$,

da cui: $(C_{ta})_{min} = 2k_{fr} G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f} \right) \sqrt{\left(q + \frac{uTc_c}{h_g k_i t_{ec}} \right) \frac{bR_t}{T_v - T_f}}$.

§ II°.3.11 – IL CONDENSATORE BAROMETRICO.

La portata dell'ultimo effetto, G_n , viene generalmente condensata in uno scambiatore a miscela, (**Fig.II°.3.11.1**), che trovandosi alla pressione p_n dell'ultimo effetto, (normalmente inferiore a quella ambiente), non necessita di macchine operatrici per la circolazione del fluido refrigerante, essendo la portata d'acqua G_a richiamata dalla depressione esistente all'interno del condensatore, detto pertanto barometrico.

Dal bilancio termico al condensatore barometrico:

$$G_n r_n = G_a c_l (T_n - T_a),$$

con: T_n , T_a temperatura di uscita, e di ingresso rispettivamente, dell'acqua, si ricava la portata d'acqua di alimento G_a .

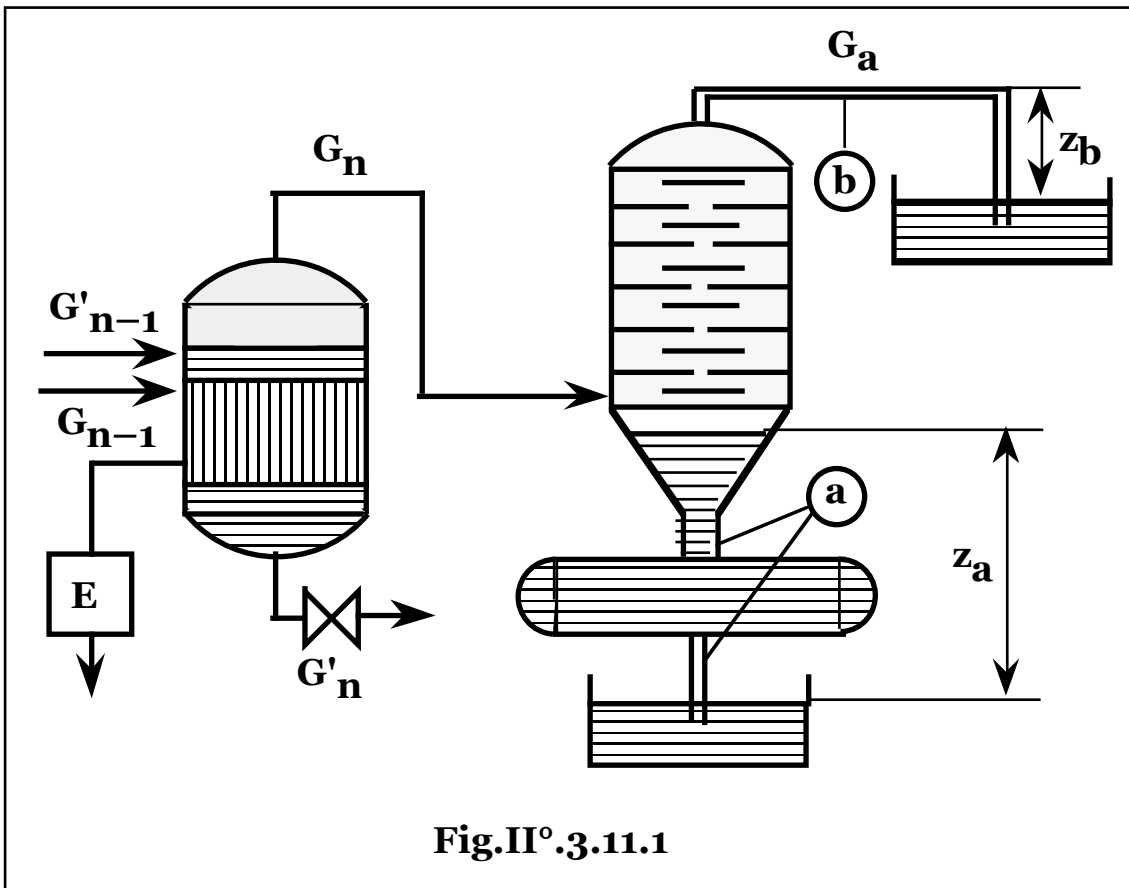


Fig.II° 3.11.1

Per assicurarne la circolazione, fissati i diametri e la geometria delle tubazioni, (**a** e **b**), risultano note le relative perdite di carico per unità di lunghezza: R_a e R_b e dall'equazione energetica nel ramo **b**:

$$\frac{c_b^2 - c_n^2}{2} - gz_b + \frac{p_a - p_n}{d_s} - \frac{R_b(L_b + z_b)}{d_s} = 0,$$

con: $c_b^2 = \frac{16G_a^2}{d_s^2 \pi^2 D_b^4}$; $c_n^2 = \frac{16G_n^2}{d_s^2 \pi^2 D_n^4}$; $R_b = \frac{8k_a(1 + f_{cb})}{d_s \pi^2 D_b^5} G_a^2$,

perdita di carico per unità di lunghezza comprensiva delle perdite concentrate nel tratto **b** di lunghezza L_b , (a meno della sezione ascendente di lunghezza z_b), si ricava la quota di aspirazione:

$$z_b = \frac{\frac{p_a - p_n}{d_s} + \left[\frac{8}{d_s^2 \pi^2} \left(\frac{1}{D_b^4} - \frac{1}{D_n^4} \right) - \frac{8k_a(1+f_{cb})L_b}{d_s^2 \pi^2 D_b^5} \right] G_a^2}{\frac{8k_a(1+f_{cb})G_a^2}{d_s^2 \pi^2 D_b^5} + g},$$

che assicura il passaggio della portata d'acqua G_a .

E' evidente che qualora la differenza di energia di pressione e cinetica sia pari o inferiore alle perdite di carico nel solo tratto L_b :

$$\frac{p_a - p_n}{d_s} \leq \frac{8}{d_s^2 \pi^2} \left(\frac{1}{D_n^4} - \frac{1}{D_b^4} \right) + \frac{8k_a(1+f_{cb})L_b G_a^2}{d_s^2 \pi^2 D_b^5},$$

non è possibile superare alcun dislivello z_b e la quota diviene nulla o negativa, (condensatore sotto battente).

Dall'equazione energetica nel ramo a:

$$\frac{c_n^2 - c_a^2}{2} + g z_a + \frac{p_n - p_a}{d_s} - \frac{R_a}{d_s} z_a = 0,$$

con:

$$c_a^2 = \frac{16(G_a + G_n)^2}{d_s^2 \pi^2 D_a^4} = \frac{16G_a^2}{d_s^2 \pi^2 D_a^4} \left[1 + \frac{c_1(T_n - T_a)}{r_n} \right]^2;$$

$$c_n^2 = \frac{16(G_a + G_n)^2}{d_s^2 \pi^2 D_n^4} = \frac{16G_a^2}{d_s^2 \pi^2 D_n^4} \left[1 + \frac{c_1(T_n - T_a)}{r_n} \right]^2;$$

$$R_a = \frac{8k_a(1+f_{ca})}{d_s \pi^2 D_a^5} (G_a + G_n)^2 = \frac{8k_a(1+f_{ca})}{d_s \pi^2 D_a^5} G_a^2 \left[1 + \frac{c_1(T_n - T_a)}{r_n} \right]^2,$$

perdita di carico per unità di lunghezza comprensiva delle perdite concentrate nel tratto a, di lunghezza z_a , si ricava la quota che si stabilisce all'equilibrio:

$$z_a = \frac{\frac{p_n - p_a}{d_s} + \left(\frac{1}{D_n^2} - \frac{1}{D_a^2} \right) \frac{8G_a^2}{d_s^2 \pi^2} \left[1 + \frac{c_1(T_n - T_a)}{r_n} \right]^2}{\frac{8k_a(1+f_{ca})}{d_s^2 \pi^2 D_a^5} G_a^2 \left[1 + \frac{c_1(T_n - T_a)}{r_n} \right]^2 - g}.$$

E' evidente che qualora l'energia di quota sia pari alle perdite di carico

$$\text{nel medesimo tratto: } gz_a = \frac{8k_a(1 + f_{ca})}{d_s^2 \pi^2 D_a^5} G_a^2 \left[1 + \frac{c_1(T_n - T_a)}{r_n} \right]^2 z_a,$$

non è possibile alcun deflusso e la quota tende all'infinito.

Sommando le due relazioni energetiche, nell'ipotesi che siano paragonabili le velocità nei bacini, (comunque trascurabili rispetto a c_n), ovvero che abbiano diametri paragonabili, ($D_a \sim D_b$), i bacini, e che quindi non appaia la differenza di energia cinetica nelle due sezioni e infine, che l'incidenza delle perdite concentrate sia parimenti simile, ($f_{ca} \sim f_{cb}$), si ottiene:

$$g(z_a - z_b) = \frac{8k_a(1 + f_c)G_a^2}{d_s^2 \pi^2 D^5} \left\{ (L_b + z_b) + z_a \left[1 + \frac{c_1(T_n - T_a)}{r_n} \right]^2 \right\} =,$$

$$= \frac{R_b}{d_s} (L_b + z_b) + \frac{R_a}{d_s} z_a = \frac{D_{pb} + D_{pa}}{d_s},$$

che esprime il pareggio fra il carico motore di quota e le perdite totali.

§ II°.3.12 – IMPIANTI A TERMOCOMPRESSIONE.

Si dicono a termocompressione, (**Fig.II°.3.12.1**), gli impianti di concentrazione, (o distillazione), nei quali la portata di vapore di evaporazione, (G_1), in uscita dal concentratore, (o distillatore), viene compressa, (tratto **2-3**), potendo quindi, cedere successivamente la potenza termica: $G_1(h_3 - h_4)$, alla soluzione producendo con continuità la portata di vapore G_1 stessa.

Per l'avviamento a regime è necessario un riscaldatore, (**R**), mentre la condensa in uscita a valle dello scaricatore, (**S_C**), alimenta uno scambiatore di recupero, (**S**), di preriscaldamento della soluzione in ingresso allo scambiatore.

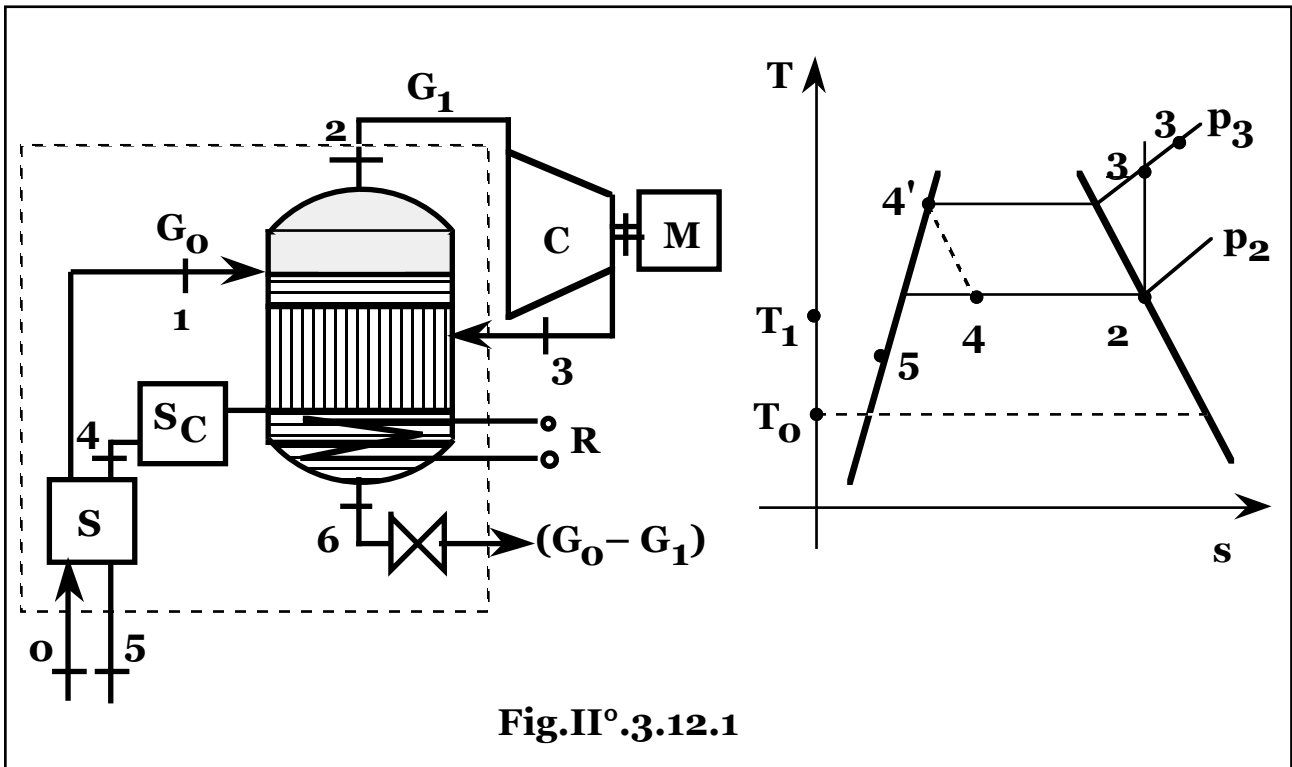
Per il bilanciamento delle potenze termiche, il bilancio entalpico attraverso una superficie chiusa comprendente il concentratore, (o distillatore), e lo scambiatore di recupero, risulta:

$$G_0[c_{ps} - x_0(c_{ps} - c_{pz})]T_0 + G_1h_3 =$$

$$= G_1h_2 + G_1h_5 + (G_0 - G_1)[c_{ps} - x_f(c_{ps} - c_{pz})]T_2.$$

Risultano dati di progetto i valori delle grandezze: G_0 , x_0 , T_0 , p_2 , T_2 , x_f e quindi: $G_1 = G_0(1 - x_0/x_f)$; $(G_0 - G_1) = G_0x_0/x_f$, si ottiene pertanto: $G_0[c_{ps} - x_0(c_{ps} - c_{pz})]T_0 + G_0(1 - x_0/x_f)h_3 =$

$$= G_o(1 - x_o/x_f)h_2 + G_o(1 - x_o/x_f)h_5 + G_o x_o/x_f [c_{ps} - x_f(c_{ps} - c_{pz})]T_2.$$



Nota la temperatura T_o e le caratteristiche fisiche dei fluidi, in funzione delle specifiche e dell'indice dello scambiatore di recupero, si determina la temperatura della condensa, (T_5), in uscita dallo scambiatore di recupero e quindi il suo stato fisico, (h_5), da cui:

$$h_3 = (h_2 + h_5) + \frac{\frac{x_o}{x_f} [c_{ps} - x_f(c_{ps} - c_{pz})] T_2}{1 - \frac{x_o}{x_f}} - \frac{[c_{ps} - x_o(c_{ps} - c_{pz})] T_o}{1 - \frac{x_o}{x_f}}.$$

Lo scambiatore di recupero può essere alimentato anche dalla portata di soluzione concentrata, ($G_o - G_1$), per il recupero di ulteriore potenza termica.

In tal caso ancora in funzione delle caratteristiche fisiche dei fluidi e delle specifiche e dell'indice dello scambiatore di recupero, si

determina una nuova temperatura, (T_5), della condensa in uscita dallo scambiatore di recupero, (e quindi il suo nuovo stato fisico h_5), e la temperatura della soluzione concentrata che appare nel bilancio a un valore, (T_6), inferiore al precedente, (T_2).

La relazione di dimensionamento risulta:

$$h_3 = (h_2 + h_5) + \frac{\frac{x_o}{x_f} [c_{ps} - x_f(c_{ps} - c_{pz})] T_6}{1 - \frac{x_o}{x_f}} - \frac{[c_{ps} - x_o(c_{ps} - c_{pz})] T_o}{1 - \frac{x_o}{x_f}},$$

con diminuzione, ($T_6 < T_2$), del valore dell'entalpia richiesta, (h_3), e quindi della potenza impiegata.

Noto il rendimento rispetto all'isoentropica di compressione, (h_i):

$h_i = (h_3 - h_2)/(h_3 - h_2)$, si ottiene: $h_3 = h_2 + h_i (h_3 - h_2)$, da cui la pressione di fine compressione, (p_3), e quindi la potenza, (P), spesa

nel compressore: $P = \frac{G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f}\right) (h_3 - h_2)}{h_m},$

con h_m rendimento meccanico/elettrico del sistema di compressione.

§ II°.3.13 – OTTIMIZZAZIONE ECONOMICA DEGLI IMPIANTI A TERMOCOMPRESSIONE.

Il dimensionamento fissa ogni parametro del ciclo senza lasciare gradi di libertà.

Posto, invece: $r_v = r_v(p) = r = \text{costante}$ e trascurando il modesto contributo del surriscaldamento del vapore, l'equilibrio delle potenze termiche scambiate sussiste per ogni salto di pressione Dp al compressore, (ovvero per ogni salto termico DT nello scambiatore).

Al variare del salto termico nel concentratore, varia il rapporto di pressioni nel gruppo di compressione e quindi la potenza installata, ovvero gli oneri di impianto ed esercizio del gruppo stesso, mentre variano in senso opposto le dimensioni e quindi i costi del sistema di concentrazione, (o distillazione).

Il costo totale attualizzato del sistema, vale:

$$C_{ta}(Dp) = C_{ta}(DT) = \frac{PuTc_k}{t_{ek}} + bS + qP,$$

avendo supposto una relazione lineare con la superficie di scambio del costo, (I_s), del concentratore, (o distillatore): $I_s(S) = bS$ e il costo del sistema di compressione, (I_c), proporzionale alla potenza installata: $I_c(P) = qP$.

La superficie di scambio risulta: $S = \frac{G_1 r R_t}{DT} = G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f}\right) \frac{r R_t}{DT}$,

mentre la potenza P , vale: $P = \frac{G_1 Dh}{h_c} = \frac{G_1 k_1 DT}{h_c} = G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f}\right) \frac{k_1 DT}{h_c}$,

con: $Dh = k_1 DT$, salto entalpico isoentropico al compressore, ed essendo: $k_1 = k_1(T_v)$, una funzione della temperatura di vaporizzazione, T_v e h_c rendimento globale di compressione.

Si ottiene, quindi: $C_{ta}(DT) = G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f}\right) \left[\left(\frac{k_1 u T c_k}{h_c t_{ek}} + \frac{q k_1}{h_c} \right) DT + \frac{b r R_t}{DT} \right]$.

Posto: $dC_{ta}(DT)/dDT = 0$, si ottiene quindi, il salto termico

economico, (DT_{ec}): $DT_{ec} = \sqrt{\frac{b r R_t}{\frac{k_1 u T c_k}{h_c t_{ek}} + \frac{q k_1}{h_c}}}$, da cui:

$$(C_{ta})_{min} = 2G_o \left(1 - \frac{x_o}{x_f}\right) \sqrt{\left(\frac{k_1 u T c_k}{h_c t_{ek}} + \frac{q k_1}{h_c} \right) b r R_t}.$$

Per un'analisi economica fra i due diversi sistemi di concentrazione o distillazione, (a multipli effetti e a termocompressione), occorre confrontare i relativi costi totali attualizzati, ottimizzati.

Il sistema a termocompressione, risulta quindi economicamente

vantaggioso per: $\frac{k_1}{h_c} \left(q_c + \frac{u T c_k}{t_{ek}} \right) b R_t < \left(q_n + \frac{u T c_c}{h_g k_i t_{ec}} \right) \frac{k_f^2 b r R_t}{T_v - T_f}$,

ove si è distinto il costo specifico di impianto per unità di potenza meccanica dell'impianto a termocompressione, (q_c), dal costo specifico di impianto per unità di potenza termica, (q_n), per impianto a multipli effetti.

Supposti paragonabili i valori dei parametri: b , R_t , $t_{ek} = t_{ec} = t_e$, ed essendo: $c_k = c_c/k_i h_t$, con: h_t rendimento globale di conversione di energia termica in energia meccanica o elettrica, si ottiene:

$$\frac{k_1}{h_c} \left(q_c + \frac{uTc_c}{h_t k_{ite}} \right) < \left(q_n + \frac{uTc_c}{h_g k_{ite}} \right) \frac{k_f^2 r}{T_v - T_f}.$$

Per l'analisi comparativa energetica fra i due sistemi, la potenza termica primaria richiesta per unità di portata di vapore estratta dalla soluzione, vale in caso di sistema a vapore: $(k_f r/n_{ec})$, mentre in caso di sistemi a termocompressione è richiesta una potenza meccanica: $(k_1 D T_{ec}/h_c)$, ovvero una potenza termica primaria, pari a: $(k_1 D T_{ec})/(h_c h_t)$, con h_t rendimento globale di conversione dell'energia termica primaria in energia meccanica o elettrica.

§ II°.3.14 – IMPIANTI DI DISSALAZIONE DI ACQUA MARINA.

La maggioranza degli impianti di dissalazione trattano acqua marina con tenori salini di **35.000÷50.000** parti per milione di volume, (**ppmv**), mentre i rimanenti acque salmastre a tenori salini di **500÷17.000 ppmv**. L'acqua dissalata, (**2÷500 ppmv**), deve essere potabilizzata e remineralizzata prima dell'uso.

I processi di dissalazione possono essere fondamentalmente di tipo termico, (distillatori), o a membrane.

a) Sistemi a osmosi inversa.

Fra due soluzioni separate da membrane permeabili al solvente e impermeabili al soluto, avviene un processo di osmosi o filtrazione molecolare selettiva con passaggio netto di solvente dalla soluzione a minore concentrazione salina a quella più concentrata per effetto della differenza di pressione osmotica che si ha fra le soluzioni stesse, fino all'equilibrio di salinità.

Se tuttavia, la sezione ad alta concentrazione viene portata a pressione maggiore della pressione osmotica naturale, (in pratica **10 ÷ 70 bar** in funzione della concentrazione salina), si ottiene il fenomeno opposto, (osmosi inversa), ovvero il passaggio di solvente dalla soluzione più concentrata a quella a minore concentrazione, con creazione di solvente, (nel caso acqua), dissalata: il salto di pressione della salamoia, (se non dissipato attraverso valvole di laminazione), può essere sfruttato in turbine, (generalmente Pelton), di recupero.

Gli impianti a osmosi inversa richiedono da **2 a 5 m³** di acqua marina per **m³** di acqua dissalata.

I consumi energetici specifici, (i_k), risultano di circa $i_k = 7 \div 10 \text{ kWh}$ elettrici per m^3 di acqua dissalata con possibilità di recupero fino al 30%.

b) Sistemi a distillazione.

Distillazione flash multistadio.

In questi sistemi, (circa l'80% della capacità totale installata), l'acqua marina portata a temperature di $90 \div 120 \text{ °C}$, viene laminata in stadi successivi a pressione decrescente con creazione di vapore di flash, (di acqua dolce), che condensa sulla superficie di scambiatori attraversati dall'acqua marina, preriscaldandola progressivamente. E' inoltre, eventualmente previsto uno scambiatore per il recupero della potenza termica contenuta nella salamoia in uscita.

Gli impianti a distillazione flash multistadio richiedono da **7 a 12 m^3** di acqua marina per m^3 di acqua dissalata con incremento dei costi sia energetici che di investimento per i gruppi di pompaggio dell'acqua.

I consumi energetici specifici termici, (i_q), ed elettrici, (i_k), risultano:

$i_q = 65 \div 300 \text{ kWh}$ termici per m^3 di acqua dissalata; $i_k = 3,5 \div 5 \text{ kWh}$ elettrici per m^3 di acqua dissalata per la circolazione dell'acqua.

Distillazione a multipli effetti.

Questi impianti, (3,5% della capacità totale installata), risultano sistemi di distillazione a multipli effetti. I corpi evaporatori-condensatori sono costituiti da uno scambiatore a fascio tubiero in cui condensa il vapore primario, (primo stadio), mentre l'acqua marina spruzzata all'esterno, vaporizza producendo la portata di vapore, (d'acqua distillata), che alimenta lo stadio successivo a pressione inferiore.

L'impianto risulta più economico sia per i costi di investimento che per quelli di esercizio e manutenzione essendo le temperature di picco inferiori, ($\sim 75 \text{ °C}$), con possibilità di utilizzo di calore di scarto.

I consumi energetici specifici risultano:

$i_q = 30 \div 350 \text{ kWh}$ termici per m^3 di acqua dissalata;

$i_k = 1,5 \div 3,5 \text{ kWh}$ elettrici per m^3 di acqua dissalata per i gruppi di pompaggio.

Distillazione a termocompressione.

E' possibile realizzare anche sistemi a termocompressione ove l'acqua marina viene preriscaldata in uno scambiatore di recupero della potenza termica della salamoia e dell'acqua distillata in uscita, quindi lambisce uno scambiatore a fascio tubiero vaporizzando, mentre il vapore prodotto viene compresso e, (a temperatura superiore), inviato all'interno dello scambiatore.

I consumi energetici specifici risultano: $i_k = 6,5 \div 18 \text{ kWh}$ elettrici per m^3 di acqua dissalata.

Distillazione per congelamento.

Congelando acqua marina si creano cristalli di ghiaccio privi di sali per cui dalla successiva fusione si ottiene acqua distillata.

L'acqua marina viene deareata, preraffreddata dall'acqua dissalata prodotta e dalla salamoia in uscita, quindi inviata in una camera in cui tramite bassa pressione si ottiene l'ebollizione-congelamento dell'acqua stessa con produzione di vapore di acqua distillata e di ghiaccio.

Essendo il calore latente di solidificazione dell'acqua circa **6,75** volte inferiore al calore latente di vaporizzazione i consumi energetici risultano teoricamente inferiori, mentre in pratica sono necessari circa: $i_k = 12 \text{ kWh}$ elettrici per m^3 di acqua dissalata.

Distillazione solare.

I distillatori solari risultano dei serbatoi a copertura trasparente ove la potenza termica solare induce vaporizzazione di acqua marina che condensa all'interno della superficie trasparente a temperatura ambiente.

Per ogni tipo di schema, il **VAN** dell'investimento risulta:

$$VAN = \frac{QuTc_{ad}}{t_{ea}} - i_k \frac{QuTc_k}{t_{ek}} - i_q \frac{QuTc_q}{t_{eq}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) qQ,$$

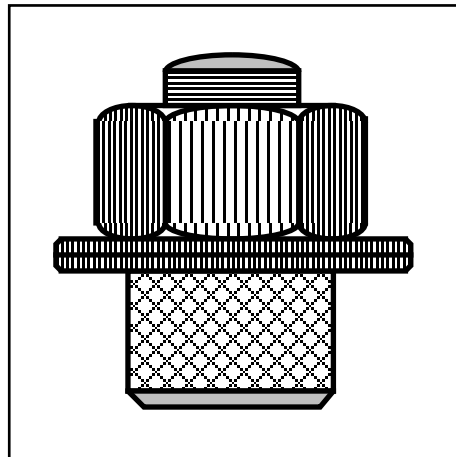
con: **Q** portata di acqua dissalata;
c_{ad} costo specifico dell'acqua dissalata;
t_{ea} tasso di ammortamento effettivo dell'acqua dissalata;
q costo per unità di produzione del sistema,

da cui il costo specifico dell'acqua dissalata:

$$c_{ad} = i_k c_k \frac{t_{ea}}{t_{ek}} + i_q c_q \frac{t_{ea}}{t_{eq}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_{ea}}{u T},$$

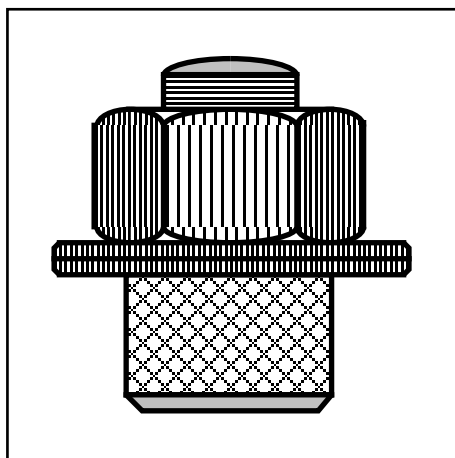
ovvero nel caso che possa ritenersi: $t_{ea} = t_{eq} = t_{ek} = t_e$:

$$c_{ad} = i_k c_k + i_q c_q + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_e}{u T}.$$



Parte III°

Impianti per la
produzione e
trattamento di
energia termica,
frigorifera, meccanica
e di cogenerazione



CAP. III° .1 – IMPIANTI DI RISCALDAMENTO

§ III° .1.1 – GLI IMPIANTI DI RISCALDAMENTO.

Si definisce impianto di riscaldamento un insieme di apparecchiature in grado di mantenere un determinato ambiente a temperatura superiore a quella dell'ambiente circostante.

Gli impianti di riscaldamento, o di produzione di energia termica, si distinguono a seconda della sorgente di calore, che può essere generato da reazioni chimiche, nucleari, dalla conversione di energia elettrica, dalla captazione di energia radiante, o dal recupero di energia termica con impiego di appositi scambiatori.

Il calore generato può essere utilizzato direttamente alla sorgente, oppure trasmesso con un fluido intermedio a un insieme di utilizzatori.

Il riscaldamento indiretto permette di centralizzare la sorgente di calore con economia di impianto e di esercizio, di differenziarne la temperatura da quella delle utenze e di ottenere una agevole regolazione di potenza e temperatura.

Nella scelta del fluido termovettore occorre considerare il costo del fluido, la potenza richiesta per la sua circolazione e le dimensioni delle apparecchiature relative, a parità di potenza termica trasmessa.

I parametri di valutazione risultano, pertanto, la densità, il calore specifico, il coefficiente di attrito, il salto termico realizzabile e il coefficiente di scambio termico.

§ III° .1.2 – PRESTAZIONI DEI FLUIDI TERMOVETTORI.

In un circuito elementare per la produzione e distribuzione di potenza termica, (**Fig.III° .1.2.1**), la potenza di circolazione del fluido, (**P**), vale:

$$P = \frac{GDP}{h_p d_s} = \frac{8k_a G^3 (1 + f_c)}{h_p d_s^2 \pi^2 D^5} L,$$

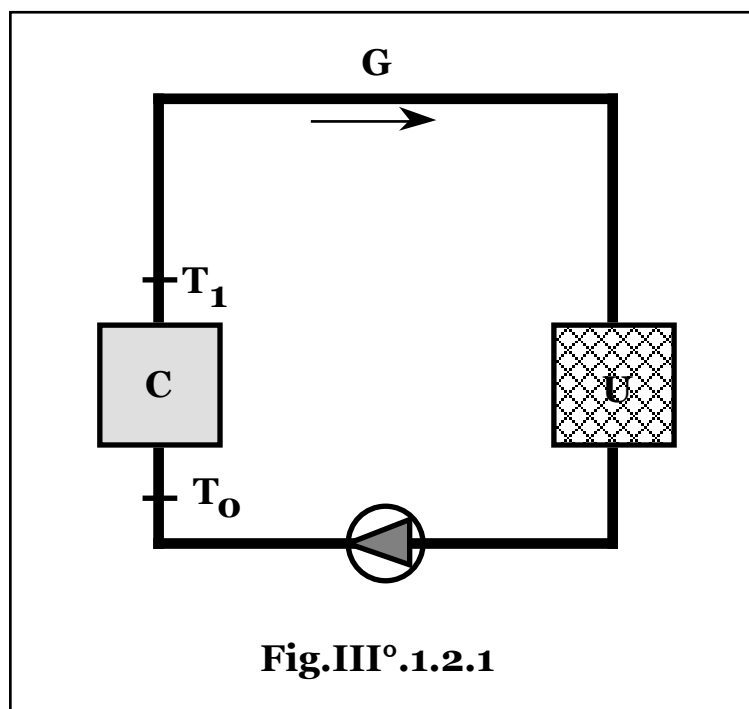
mentre la superficie di scambio, (**S**), richiesta agli utilizzatori, risulta: **S** = **R_tQ/DT_{1m}**, con **DT_{1m}** salto termico logaritmico medio nell'utilizzatore, a fronte di una potenza termica scambiata, (**Q**), pari

a: **Q = Gc_p(T₁ - T₀)**, da cui:
$$P = \frac{8k_a Q^3 (1 + f_c)}{h_p d_s^2 \pi^2 D^5 c_p^3 (T_1 - T_0)^3} L.$$

A parità di condizioni geometriche di impianto e di potenza termica trasmessa, la potenza di circolazione e le superficie di scambio sono,

pertanto, proporzionali a: $\frac{k_a}{d_s^2 c_p^3 (T_1 - T_0)^3}$ e **R_t**, rispettivamente, che

risultano, quindi, i parametri di raffronto dei fluidi impiegabili.



§ III° 1.3 – IMPIANTI AD ARIA CALDA.

L'aria a bassa densità e calore specifico, non risulta un efficiente fluido termovettore, viene, tuttavia, impiegata per il suo costo nullo e la sua non aggressività chimica.

Essendo, inoltre, l'aria una miscela di vapori surriscaldati, (gas), a meno di limitazioni tecniche, tecnologiche o biologiche, la sua temperatura di picco, (T_1), non è limitata, mentre negli impianti ad aria calda si ha la possibilità di miscelare il fluido termovettore con l'atmosfera ambiente ottenendo una superficie di scambio illimitata di costo nullo e assenza del circuito di ritorno del fluido termovettore stesso.

A evitare fenomeni di stratificazione con conseguente disomogeneità di temperatura, è tuttavia, necessario prevederne la movimentazione tramite soffianti, mentre in casi di scambio termico attraverso superficie, come nei generatori, l'elevata resistenza termica dell'aria impone rilevanti superficie di scambio generalmente con alettatura.

§ III° 1.4 – IMPIANTI AD ACQUA CALDA. ANALISI ECONOMICA DEI SISTEMI DI CIRCOLAZIONE.

L'acqua, per l'elevata densità e calore specifico, risulta un ottimo fluido termovettore di costo nullo. A pressione ambiente non può,

tuttavia, superare temperature di picco di **100 °C** e richiede comunque lo scambio termico attraverso superficie, ma con resistenza termica, decisamente inferiore.

Negli impianti di riscaldamento ad acqua, la circolazione forzata tramite gruppi di pompaggio ha sostituito i sistemi a circolazione naturale per carico termomotore anche in presenza di sufficienti differenze di quota al punto che spesso le caldaie presentano impedenze fluidodinamiche incompatibili con i regimi a circolazione naturale.

Negli impianti a circolazione forzata, l'inserzione di un gruppo di pompaggio permette di aumentare di circa un ordine di grandezza la velocità dell'acqua, ($v \sim 1 \text{ m/s}$), con conseguente riduzione del diametro della tubazioni, a parità di potenza termica trasmessa,

essendo: $Q = Gc_pDT = \left(d_s \frac{\pi D^2}{4} v \right) c_pDT.$

A parità di portata, (e quindi di potenza termica), per due circuiti, (1 e

2), si ha: $v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi D_2^2}{4}$, da cui: $D_1 = D_2 \sqrt{\frac{v_2}{v_1}}$, che per:

$\frac{v_2}{v_1} \sim 10^{-1}$ risulta: $D_1 \sim 0,3D_2$.

L'aumento di velocità comporta, inoltre, una riduzione delle superficie di scambio per aumento del coefficiente di convezione lato fluido termovettore, mentre la circolazione forzata permette minori transitori di avviamento a regime e una più agevole regolazione.

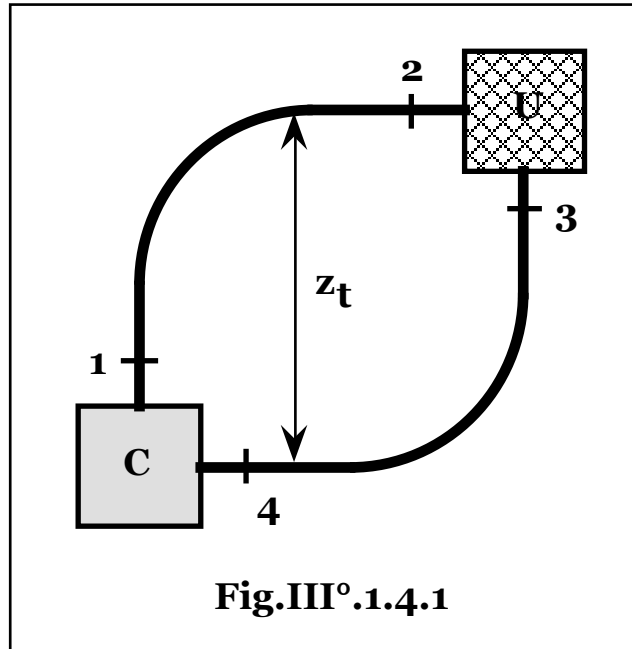
Dal punto di vista economico tuttavia, gli impianti a circolazione naturale, pur richiedendo maggiori oneri di investimento relativi al sovradimensionamento delle tubazioni per ridurre le perdite di carico, permettono risparmi di investimento ed esercizio relativi all'assenza del gruppo di pompaggio, mentre la riduzione delle superficie di scambio nella circolazione forzata per aumento della convezione lato acqua, risulta trascurabile tenuto conto della scarsa influenza della resistenza termica dell'acqua rispetto all'aria ambiente.

Per un circuito semplice di riscaldamento, (**Fig.III°.1.4.1**), la potenza di circolazione in caso di circolazione forzata in moto turbolento, vale:

$$P = \frac{16k_a G^3 (1 + f_c)}{h_p d_s^2 \pi^2 D^5} L_t, \text{ (} h_p \text{ rendimento del gruppo di pompaggio, } L_t \text{ la}$$

lunghezza totale generatore–utilizzatore), da cui essendo: $Q = Gc_pDT$,

si ottiene:
$$P = \frac{16k_a Q^3 (1 + f_c)}{h_p c_1^3 DT^3 d_s^2 \pi^2 D^5} L_t.$$



Indicando con q_p e q_t i costi del gruppo di pompaggio, (comprensivo delle macchine operatrici e dei motori di guida), per unità di potenza utile, (P), e delle condotte per unità di massa dei relativi materiali costruttivi, rispettivamente, e non considerando tutti gli oneri comuni ai due tipi di schemi, il costo totale attualizzato, in caso di impianto a circolazione forzata, vale:

$$C_A(D) = \left(q_p + \frac{uTc_k}{t_{ek}} \right) \frac{16k_a Q^3 (1 + f_c) L_t}{h_p c_1^3 DT^3 d_s^2 \pi^2} \frac{1}{D^5} + 2q_t \pi r_d d_{sm} L_t D^2 = \left(\frac{c_1 Q^3}{D^5} + c_2 D^2 \right) L_t.$$

Posto: $dC_A(D)/dD = 0$, si ottiene il diametro economico del circuito,

$$(D_{ec}): D_{ec} = \sqrt[7]{\left(q_p + \frac{uTc_k}{t_{ek}} \right) \frac{20k_a Q^3 (1 + f_c)}{h_p c_1^3 DT^3 d_s^2 \pi^2 q_t \pi r_d d_{sm}}} = c_3 Q^{\frac{3}{7}},$$

da cui il costo totale attualizzato minimo, (C_{Amin}), pari a:

$$C_{Amin} = \left(c_1 \frac{Q^3}{D_{ec}^5} + c_2 D_{ec}^2 \right) L_t = \left(\frac{c_1}{c_3} Q^{(3-5\frac{3}{7})} + c_2 Q^{2\frac{3}{7}} \right) L_t = \\ = c_4 L_t Q^{6/7}.$$

Qualora nel circuito elementare di riscaldamento, (**Fig.III°1.4.1**), sia disponibile un salto di quota, (z_t), fra generatore e utilizzatore, risulta disponibile un carico termomotore, (o pressione di circolazione), pari a: $-g \int d_s(z) dz$.

Lungo il circuito la temperatura nel ramo di adduzione, (generatore–utilizzatore), varia secondo la relazione:

$$T(L) = T_e + (T_1 - T_e) e^{-\frac{L}{Gc_1 R_t}},$$

con: $L = 0$ all'uscita dal generatore e T_e , T_1 , temperatura esterna alle tubazioni e di mandata del generatore, rispettivamente, mentre nel ramo di ritorno, (utilizzatore–generatore), si ha:

$$T(L) = T_e + (T_3 - T_e) e^{-\frac{L}{Gc_1 R_t}},$$

con: $L = 0$ all'uscita dall'utilizzatore e T_3 temperatura di uscita dall'utilizzatore.

Nota la geometria del circuito, le grandezze lunghezza del circuito, (L), e quota, (z), risultano collegate, [$L = L(z)$], da cui l'andamento della temperatura in funzione della quota.

Nei comuni circuiti realizzati con linee verticali e orizzontali, le variabili L e z coincidono nel tratto verticale ascendente ove si ha,

$$\text{quindi: } T(z) = T_e + (T_1 - T_e) e^{-\frac{z}{Gc_1 R_t}},$$

mentre nel tratto verticale discendente si ha: $z = z_t - L$, da cui:

$$T(z) = T_e + (T_3 - T_e) e^{-\frac{z_t - z}{Gc_1 R_t}}.$$

Nota la potenza termica: $Q = Gc_1(T_2 - T_3)$, con:

$$T_2 = T_e + (T_1 - T_e) e^{-\frac{z_t + L_0}{b_t Gc_1 R_t}},$$

(L_0 lunghezza orizzontale del circuito), e fissato il salto termico all'utilizzatore: $(T_2 - T_3) = DT$, si ricava la portata G .

Noto l'andamento della temperatura lungo il circuito, dalla dipendenza della densità dalla temperatura: $d_s = d_s(T)$, si ricava l'andamento della densità lungo il circuito e quindi, integrando, il carico termomotore: $-g \int d_s(z) dz$.

Poichè il carico termomotore eguaglia a regime le perdite di carico totali, in caso di moto turbolento si ha:

$$-g \int d_s(z) dz = \frac{8k_a G^2 (1 + f_c)}{d_s \pi^2 D^5} 2L_t = \frac{16k_a Q^2 (1 + f_c)}{c_1^2 DT^2 d_s \pi^2 D^5} L_t,$$

mentre in caso di moto laminare:

$$-g \int d_s(z) dz = \frac{128v_c Q(1 + f_c)}{c_1 DT d_s \pi D^4} 2L_t,$$

ovvero indicando con: $b_t = z_t/L_t$, ($0 \leq b_t \leq 1$), il coefficiente di forma

del circuito: $-g \int d_s(z) dz = \frac{256v_c Q(1 + f_c) z_t}{c_1 DT d_s \pi D^4 b_t}$, da cui il diametro delle tubazioni.

Si indica con: $a(T) = \frac{1}{V(T)} \frac{dV(T)}{dT}$, il coefficiente di comprimibilità

cubica dell'acqua.

Per la densità dell'acqua in funzione della temperatura, essendo:

$d_s = m/V$, risulta:

$$a(T) = \frac{1}{V(T)} \frac{dV(T)}{dT} = \frac{d_s}{m} \left[-\frac{m}{d_s^2} \frac{d}{dT} d_s(T) \right] = -\frac{1}{d_s} \frac{d}{dT} d_s(T).$$

Ove si possa ritenere $a(T) \sim$ costante = a , (pari al suo valore medio),

integrando la relazione: $a = -\frac{1}{d_s} \frac{d}{dT} d_s(T)$, si ottiene:

$d_s(T) = d_{s0} e^{-a[T(z) - T_0]} = d_s(z)$, con d_{s0} densità a temperatura di riferimento: T_0 , ($DT = 0$).

Il termine, (adimensionale), aDT risulta in pratica dell'ordine di 10^{-2} , rendendo accettabile troncare al secondo termine lo sviluppo in

serie, (ovvero linearizzare la funzione sostituendovi la tangente), da cui: $\mathbf{d}_s(\mathbf{z}) \sim \mathbf{d}_{so} \{ [1 - a[\mathbf{T}(\mathbf{z}) - \mathbf{T}_o]] \}$.

Il carico termomotore: $-g \oint \mathbf{d}(\mathbf{z}) \mathbf{d}\mathbf{z} = -g \mathbf{d}_{so} \oint \{ 1 - a[\mathbf{T}(\mathbf{z}) - \mathbf{T}_o] \} \mathbf{d}\mathbf{z}$, di un circuito rettangolare, risulta la differenza fra i moduli dei carichi pressori nei due rami verticali, ovvero fra il carico pressorio della colonna di fluido fra generatore e utilizzatore a temperatura:

$\mathbf{T}(\mathbf{z}) = \mathbf{T}_e + (\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_e) e^{-\frac{\mathbf{z}}{\mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t}}$, e quello fra utilizzatore e generatore a

temperatura: $\mathbf{T}(\mathbf{z}) = \mathbf{T}_e + (\mathbf{T}_3 - \mathbf{T}_e) e^{-\frac{\mathbf{z}}{\mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t}}$, (considerando i moduli è inessenziale il verso di percorrenza).

Nel tratto ascendente, il contributo risulta:

$$-g \mathbf{d}_{so} \int_0^{z_t} \left\{ 1 - a \left[(\mathbf{T}_e - \mathbf{T}_o) + (\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_e) e^{-\frac{\mathbf{z}}{\mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t}} \right] \right\} \mathbf{d}\mathbf{z} =$$

$$= -g \mathbf{d}_{so} \left\{ z_t \left[1 - a(\mathbf{T}_e - \mathbf{T}_o) \right] + a(\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_e) \mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t \left(e^{-\frac{z_t}{\mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t}} - 1 \right) \right\},$$

mentre nel tratto discendente, la colonna di fluido contribuisce con

$$\text{un carico: } -g \mathbf{d}_{so} \int_0^{z_t} \left\{ 1 - a \left[(\mathbf{T}_e - \mathbf{T}_o) + (\mathbf{T}_3 - \mathbf{T}_e) e^{-\frac{\mathbf{z}}{\mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t}} \right] \right\} \mathbf{d}\mathbf{z} =$$

$$= -g \mathbf{d}_{so} \left\{ z_t \left[1 - a(\mathbf{T}_e - \mathbf{T}_o) \right] + a(\mathbf{T}_3 - \mathbf{T}_e) \mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t \left(e^{-\frac{z_t}{\mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t}} - 1 \right) \right\},$$

con differenza, (ovvero: $-g \oint \mathbf{d}(\mathbf{z}) \mathbf{d}\mathbf{z}$), pari a:

$$\left| -\text{agd}_{\text{so}} \text{Gc}_1 \text{R}_t \left(e^{-\frac{z_t}{\text{Gc}_1 \text{R}_t}} - 1 \right) (\text{T}_1 - \text{T}_3) \right|.$$

Qualora lo scambio termico attraverso le tubazioni sia trascurabile rispetto alla potenza termica scambiata nei corpi generatore e utilizzatore, ($\text{R}_t \rightarrow \infty$), risulta: $\text{T}_1 \approx \text{T}_2$; $\text{T}_3 \approx \text{T}_4$; $\text{d}_{\text{s}1} \approx \text{d}_{\text{s}2}$;

$\text{d}_{\text{s}3} \approx \text{d}_{\text{s}4}$, da cui: $\lim_{\text{R}_t \rightarrow \infty} \left\{ -\text{g} \oint \text{d}_s(z) dz \right\} = -\text{gd}_{\text{s}1} z_t - (-\text{gd}_{\text{s}3} z_t) =$

$\text{gz}_t(\text{d}_{\text{s}3} - \text{d}_{\text{s}1})$, e dalla relazione: $\text{d}_s(z) \sim \text{d}_{\text{so}}[1 - a[\text{T}(z) - \text{T}_0]]$, ovvero:

$\frac{\text{d}_s(z) - \text{d}_{\text{so}}}{\text{d}_{\text{so}}} = -a[\text{T}(z) - \text{T}_0]$, si ottiene: $\frac{\text{d}_{\text{s}3} - \text{d}_{\text{s}1}}{\text{d}_{\text{s}1}} = a[\text{T}_1 - \text{T}_3] = a\text{DT}$ e

quindi: $\lim_{\text{R}_t \rightarrow \infty} \left\{ -\text{g} \oint \text{d}_s(z) dz = \text{agd}_s \text{DT} z_t \right\} = \text{agd}_s \text{DT} z_t$, con d_s pari al

suo valore medio.

Parimenti dall'espressione del carico termomotore, si ottiene:

$$\lim_{\text{R}_t \rightarrow \infty} \left\{ -\text{g} \oint \text{d}_s(z) dz \right\} = \lim_{\text{R}_t \rightarrow \infty} \left\{ -\text{agd}_{\text{so}} \text{Gc}_1 \text{R}_t \left[1 - e^{-\frac{z_t}{\text{Gc}_1 \text{R}_t}} \right] \text{DT} \right\} =$$

$= \text{agd}_{\text{so}} \text{DT} z_t$, coincidente con la relazione generale sviluppata in serie troncata al secondo termine:

$$\begin{aligned} \left| -\text{g} \oint \text{d}_s(z) dz \right| &= \text{agd}_{\text{so}} \text{Gc}_1 \text{R}_t \left[1 - e^{-\frac{z_t}{\text{Gc}_1 \text{R}_t}} \right] \text{DT} \approx \\ &\approx \text{agd}_{\text{so}} \text{Gc}_1 \text{R}_t \left[1 - \left(1 - \frac{z_t}{\text{Gc}_1 \text{R}_t} \right) \right] \text{DT} = \text{agd}_{\text{so}} \text{DT} z_t. \end{aligned}$$

Poichè in genere negli impianti a circolazione naturale il moto risulta laminare con velocità dell'acqua dell'ordine di 10^{-1} m/s, si ha:

$$-\text{g} \oint \text{d}_s(z) dz = \text{agd}_s \text{DT} z_t = \frac{256 \nu_c Q (1 + f_c)}{c_1 \text{DT} b_t \pi D^4} z_t,$$

da cui:
$$D = 4 \sqrt[4]{\frac{\nu_c Q (1 + f_c)}{\pi g b_t c_1 \text{DT}^2 a d_s}}.$$

In caso di impianto a circolazione naturale, il costo totale attualizzato coincide con il costo della tubazione:

$$C_A(D) = \frac{2q_t \pi r_d d_s m z_t}{b_t} D^2 = c_2 \frac{z_t}{b_t} D^2.$$

In tali condizioni non si ha un grado di libertà che svincola il diametro della tubazione dalla potenza termica trasmessa, in quanto la portata è funzione, tramite le perdite di carico, del diametro della tubazione e

si ha:
$$D = 4 \sqrt[4]{\frac{v_c(1+f_c)}{\pi g b_t c_1 D T^2 a d_s} Q},$$

da cui:
$$C_A = \frac{32 q_t \pi r_d d_s m z_t}{b_t} \sqrt[4]{\frac{v_c(1+f_c)}{\pi g b_t c_1 D T^2 a d_s} Q} = \frac{c_5}{b_t^{1/2}} \frac{z_t}{b_t} \sqrt{Q}.$$

Risulta, quindi, che il costo totale attualizzato relativo agli schemi a circolazione forzata ha un andamento quasi lineare con la potenza termica trasmessa, mentre quello relativo agli schemi a circolazione naturale cresce con la radice della potenza termica, (**Fig.III°1.4.2**).

Esiste, pertanto, una potenza termica limite, (**Q_{lim}**), al di sopra della quale è conveniente il sistema a circolazione naturale, mentre al di sotto è conveniente l'inserzione di un gruppo di pompaggio e che risulta la radice della relazione:

$$c_4 L_t Q^{6/7} = \frac{c_5}{b_t^{1/2}} \frac{z_t}{b_t} \sqrt{Q}, \text{ da cui: } Q_{lim} = \left(\frac{c_5}{c_4} \right)^{14/5} \left(\frac{1}{b_t} \right)^{7/5} = c_6 \left(\frac{1}{b_t} \right)^{7/5},$$

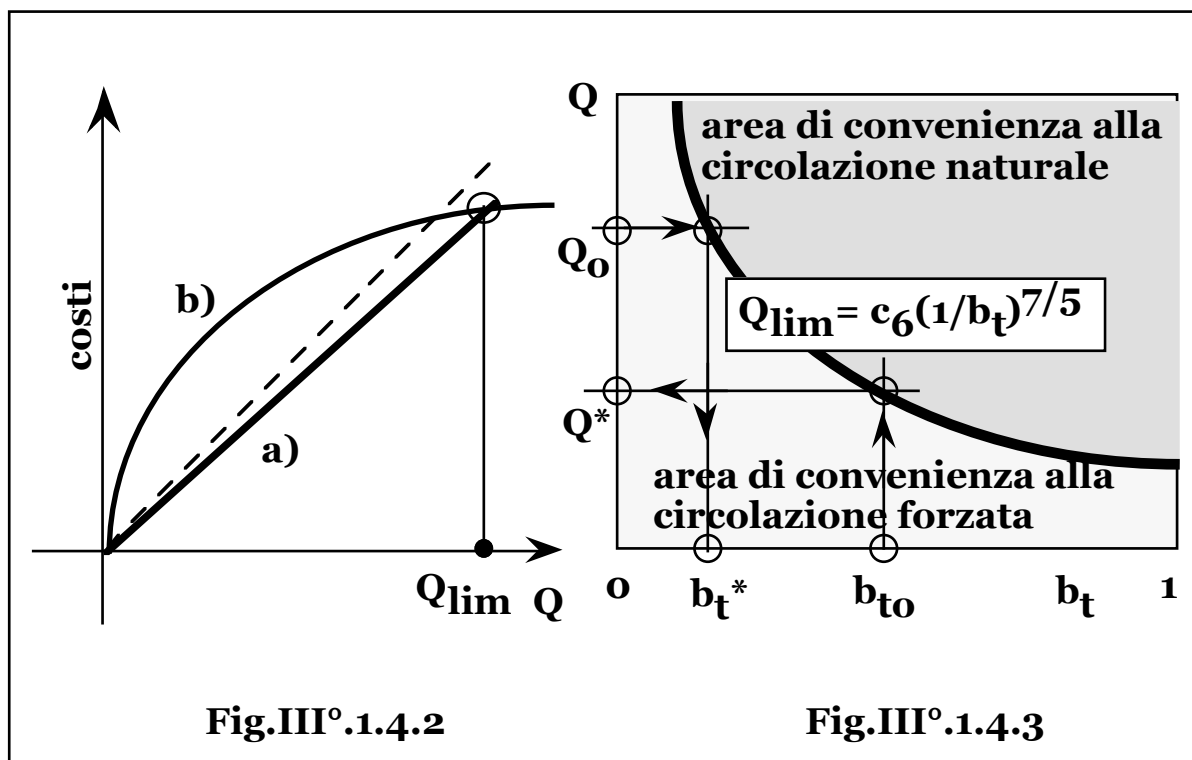
$$\text{con: } c_6 = \frac{245 \pi (1+f_c)^{3/5} c_1 d_s^{1/5}}{g^{3/5} D T^{2/5}} \left[\frac{q_t r_d d_s m h_p}{k_a \left(q_p + \frac{u T c_k}{t_{ek}} \right)} \right]^{4/5} \left(\frac{v_c}{a} \right)^{7/5}.$$

Al variare della potenza termica, (**Q**), e del coefficiente di forma del circuito, (**b_t**), la curva limite di convenienza economica:

Q_{lim} = Q_{lim}(b_t), divide quindi, il piano **Q - b_t**, in due semipiani di convenienza alla scelta rispettivamente di uno dei due sistemi di circolazione, (**Fig.III°1.4.3**).

Sulla stessa curva limite, fissata una potenza termica **Q_o**, (o un coefficiente di forma **b_{to}**), si ricava il corrispondente coefficiente di

forma b_t^* , (o la corrispondente potenza termica Q^*), limite di convenienza alla scelta del sistema di circolazione.



§ III° 1.5 - CONTROLLO DELLA PRESSIONE NEGLI IMPIANTI DI RISCALDAMENTO.

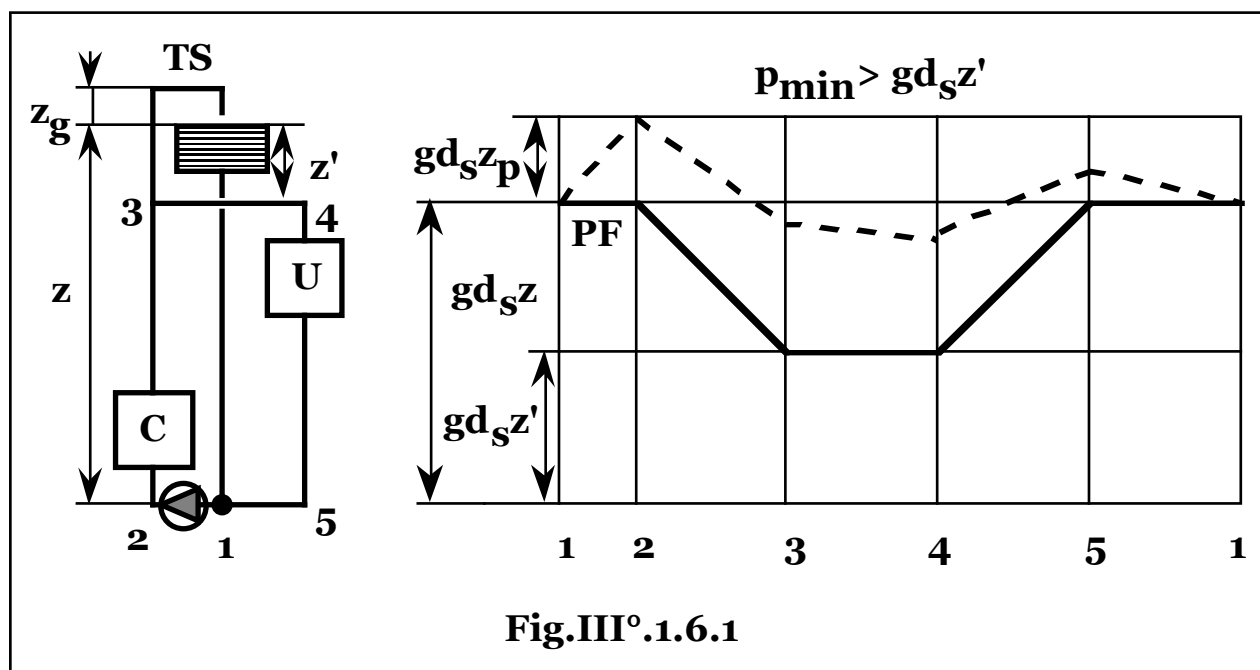
Le temperature di picco, specie negli impianti a termosifone, tendono a essere le massime ammissibili. Infatti il coefficiente $a(T)$, risulta crescente con la temperatura e il carico termomotore è proporzionale al salto termico nel circuito: $-g \int d_s(z) dz = ag d_s (T_1 - T_0) z_t$, mentre in ogni caso, a parità di potenza termica trasmessa, la portata di circolazione è inversamente proporzionale al salto termico all'utilizzatore. Pertanto dalle condizioni di avviamento a temperatura ambiente occorre prevedere un opportuno sfogo per l'aumento di volume onde prevenire rilevanti aumenti di pressione.

Viene quindi inserito nell'impianto un serbatoio aperto all'atmosfera in lieve quota a evitare che la pressione possa scendere al di sotto di quella ambiente con possibilità di rientri d'aria che riducono il coefficiente di scambio termico e possono creare nei punti alti del circuito sacche di gas che ostacolano la circolazione dell'acqua.

Nel caso di impianti a circolazione naturale il posizionamento del serbatoio è arbitrario, mentre nel caso di impianti a circolazione forzata occorre verificare che la prevalenza della pompa non sia sufficiente a vincere la prevalenza geodetica innescando portate di ricircolo attraverso le linee di scarico di sicurezza previste nell'impianto verso il vaso di espansione e che non si crei in alcun punto del circuito una pressione inferiore a quella ambiente.

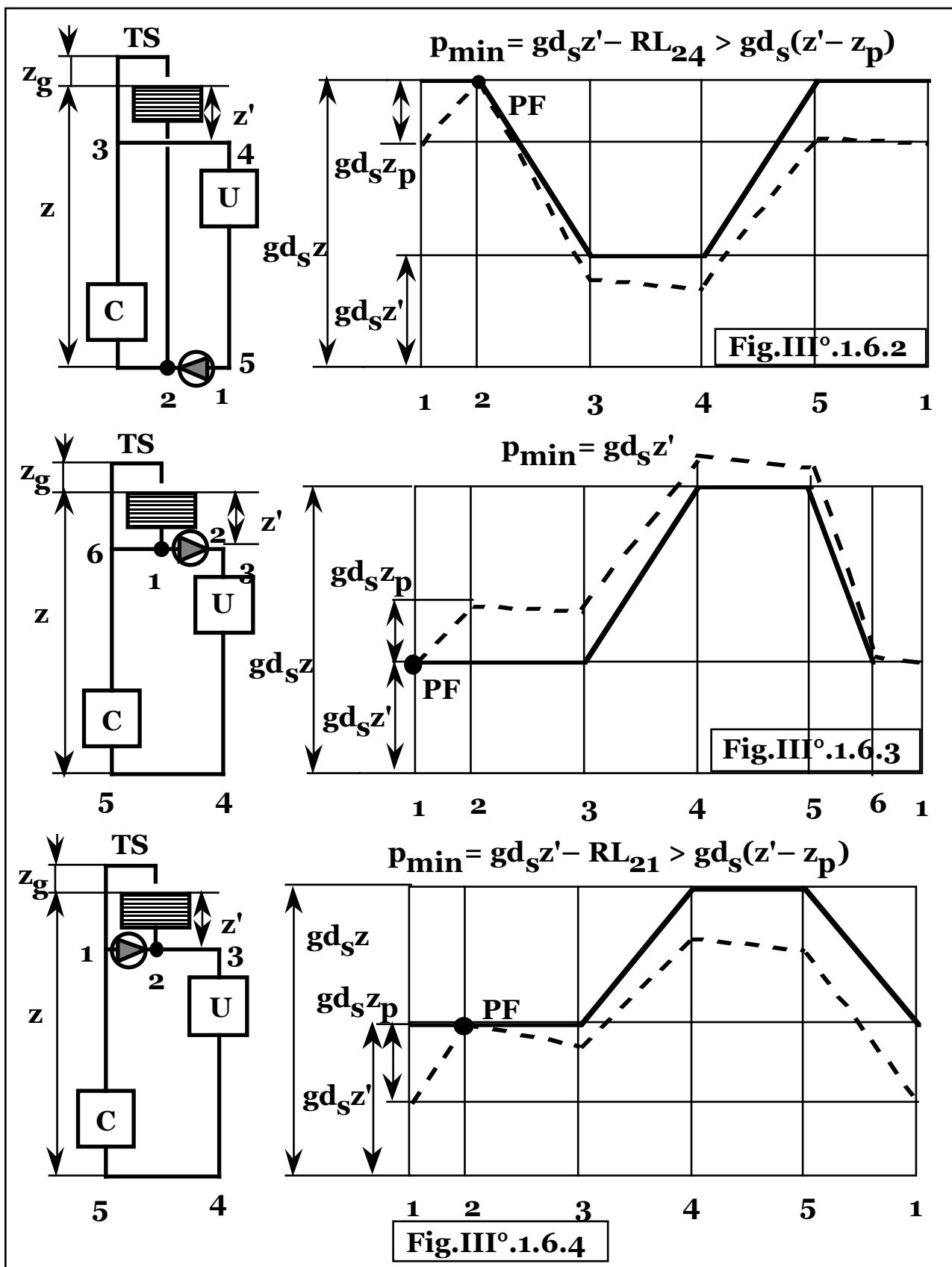
§ III°.1.6 – DIAGRAMMI DI PRESSIONE NEGLI IMPIANTI A CIRCOLAZIONE FORZATA.

Riportando l'andamento della pressione in funzione della lunghezza del circuito termico, la sezione di collegamento del vaso di espansione con il circuito stesso, rappresenta un punto fisso, (**PF**), per la pressione, che risulta pari al carico idrostatico in qualunque condizione dinamica.



Indicando con tratto continuo la pressione in assenza di moto e con tratteggio la pressione a circuito avviato, si rileva che con collegamento del vaso di espansione a monte della sezione di pompaggio posizionata nel ramo inferiore del circuito, (**Fig.III°.1.6.1**), la pressione dinamica risulta sempre superiore a quella statica con valore relativo minimo, $p_{min} > gd_s z'$, essendo $gd_s z'$ la prevalenza

geodetica data dalla quota del vaso di espansione rispetto al punto più elevato del circuito.



Con collegamento del vaso di espansione a monte della sezione di pompaggio posizionata nel ramo superiore del circuito, (**Fig.III°.1.6.3**), la pressione dinamica risulta ancora sempre superiore a quella statica con valore relativo minimo: $P_{min} = g d_s z'$.

Con collegamento del vaso di espansione a valle della sezione di pompaggio, la pressione dinamica, per effetto delle perdite di carico, risulta sempre inferiore a quella statica e si ha:

$$P_{min} = g d_s z' - R L_{24} > g d_s (z' - z_p),$$

essendo $g d_s z_p$ la prevalenza della pompa, con gruppo di pompaggio inserito nel ramo inferiore del circuito, (**Fig.III°.1.6.2**), e

$$P_{min} = g d_s z' - R L_{21} = g d_s (z' - z_p),$$

con gruppo di pompaggio inserito nel ramo superiore del circuito, (**Fig.III°.1.6.4**).

Pertanto a seconda che il vaso di espansione sia collegato sulla linea di mandata o aspirazione della pompa, si ha: $P_{min} \geq g d_s (z' - z_p)$, ovvero: $P_{min} \geq g d_s z'$, rispettivamente e pertanto la condizione:

$P_{min} \geq 0$ necessita nel primo caso che si abbia: $z' > z_p$, mentre risulta sempre verificata non appena si abbia: $z' > 0$ nel secondo caso che permette, quindi, minori ingombri e costi di installazione e appare cautelativo nei confronti dell'affidabilità del sistema in condizioni di transitorio o malfunzionamento.

Occorre verificare, inoltre, che, (a meno delle perdite), si abbia:

$z_g > z_p$, in maniera che l'acqua non possa sfogare lungo la tubazione di sicurezza, (**TS**), nel vaso di espansione.

§ III°.1.7 – IL VASO DI ESPANSIONE.

Il vaso di espansione costituisce una sicurezza per l'impianto in caso di eventuali sovrappressioni accidentali, mantiene l'impianto in sovrappressione a evitare rientrate d'aria e compensa le dilatazioni termiche dell'acqua all'avviamento.

Qualora le dimensioni dell'impianto richiedano quote rilevanti o per esigenze di spazio non sia comunque possibile installare un vaso aperto all'atmosfera, si inserisce un vaso di espansione chiuso in pressione, (**Fig.III°.1.7.1**).

La pressione del vaso, (**S**), collegato alla/e caldaia/e, (**C**), è regolata dai pressostati di massima e di minima, (**P_M**, **P_m**), in modo che al superamento della pressione massima di progetto, il pressostato di massima apre la valvola di sfogo, (**V_{SF}**), al serbatoio polmone **S_p**,

mentre se la pressione scende al di sotto del limite di progetto, il pressostato di minima apre la valvola della bombola, **(B)**, che riporta la pressione nel vaso al valore di esercizio.

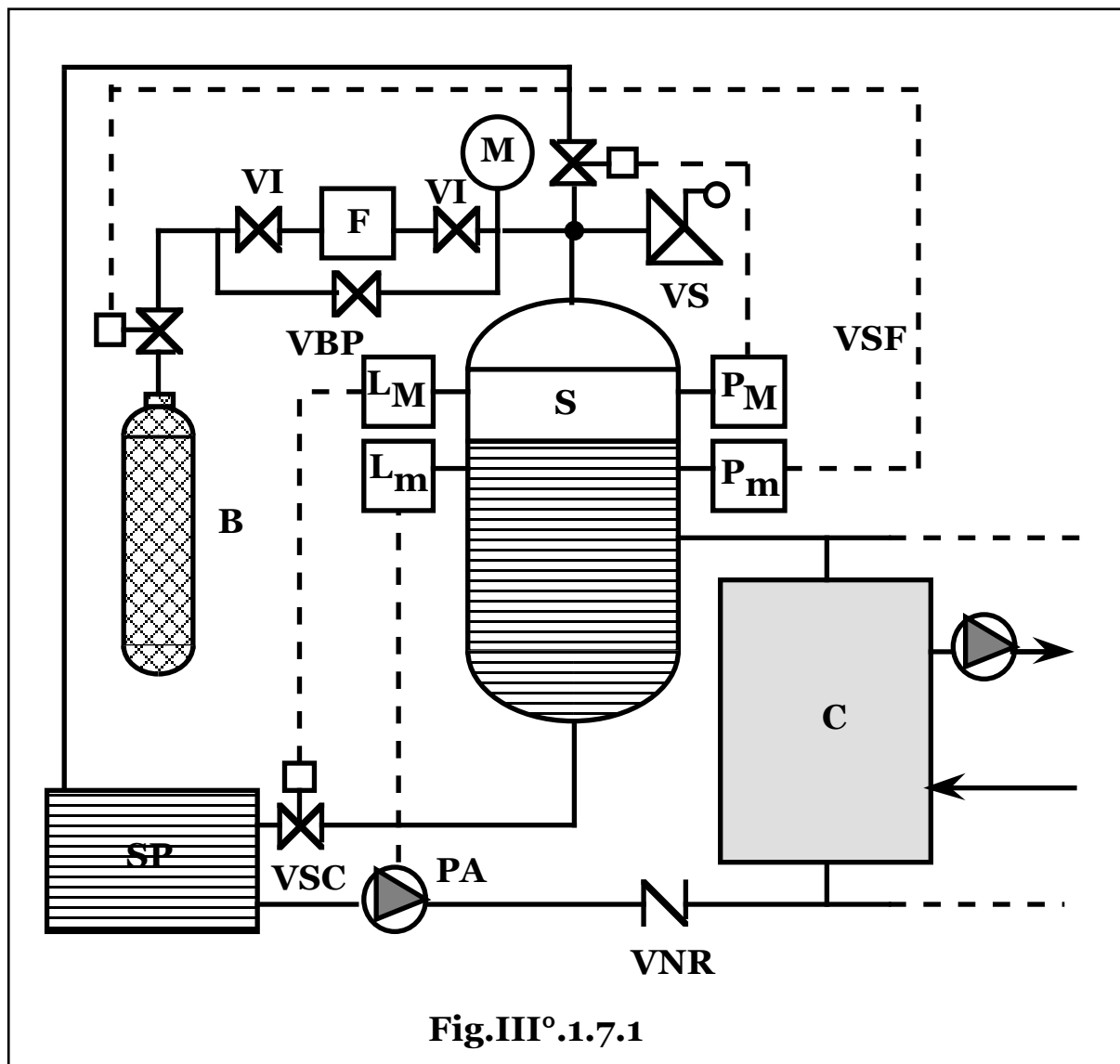


Fig.III° 1.7.1

Il livello del liquido nel vaso è regolato dai misuratori di massimo e di minimo, (L_M , L_m), in modo che il livello di massimo apre la valvola di scarico, (V_{SC}), al serbatoio polmone, (S_P), mentre il livello di minimo innesca la pompa di alimento, (P_A), al circuito.

§ III°.1.8 – LA REGOLAZIONE DEGLI IMPIANTI DI RISCALDAMENTO.

Indicando con T_u la temperatura alle utenze e con T_e il valore minimo stagionale di progetto per la temperatura esterna, si ha:

$$Q = Gc_1(T_1 - T_o) = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}(T_m - T_u) = \sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}(T_u - T_e),$$

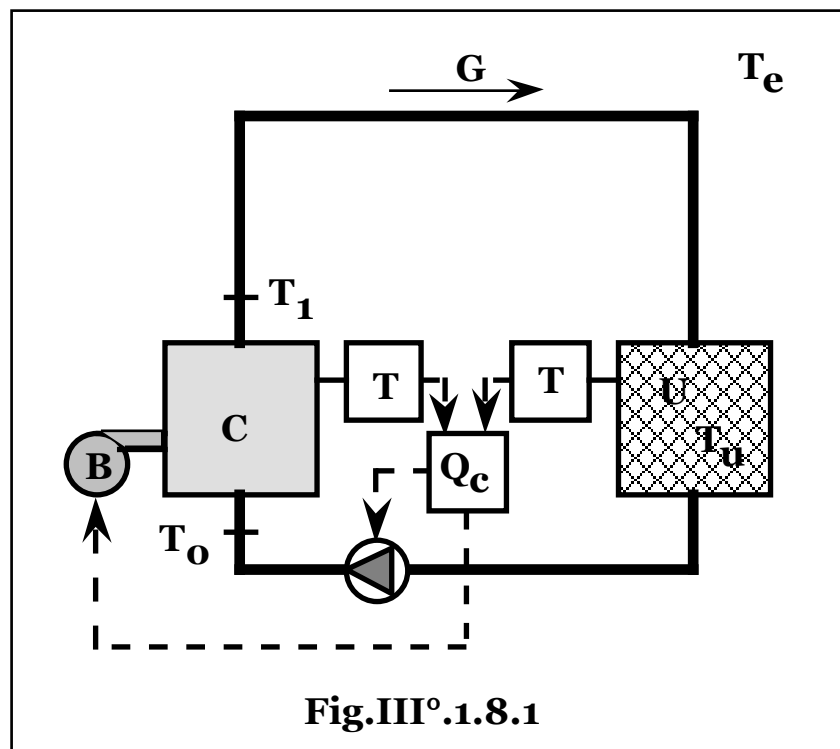
con: G portata di fluido;

$T_1, T_o, T_m = (T_1 + T_o)/2$, temperatura di ingresso e uscita dalla caldaia e media rispettivamente;

n numero di superficie di scambio dei corpi scaldanti di dimensioni S_i e resistenza termica globale R_{ti}

m numero di superficie di scambio di dimensioni S_j e resistenza termica globale R_{tj} , fra l'ambiente riscaldato e l'esterno.

La variazione della temperatura T_e , (o una qualunque variazione di potenza termica richiesta dall'utenza), comporta, quindi, la variazione della portata d'acqua G o delle temperature T_1 e/o T_o .



Tuttavia in generale gli impianti, (**Fig.III°1.8.1**), sono muniti di pompe di circolazione a portata costante con termostato di caldaia e ambiente, (**T**), collegati a un quadro di comando, (**Q_c**), che ne interrompe il funzionamento, insieme a quello del bruciatore, al raggiungimento della temperatura **T_u** all'utenza o della temperatura massima di regime in caldaia **T₁**, che risulta limitata anche inferiormente a valori che cautelino da fenomeni corrosivi di rugiada acida.

Note le temperature **T_u** e **T_e**, rimane quindi fissata la potenza termica **Q** e la temperatura media **T_m**.

Pertanto essendo determinata la temperatura **T₁**, rimane fissata la temperatura **T_o** e quindi la portata **G** di progetto, ovvero il dimensionamento dell'intero circuito e del gruppo di pompaggio.

A meno del funzionamento in condizioni nominali, all'aumentare di **T_e**, deve diminuire la potenza termica generata:

$$Q = Gc_1(T_1 - T_o) = \sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}} (T_u - T_e),$$

invece, essendo: $T_m = \left(\frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} + 1 \right) T_u - \frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} T_e$, con **T_u** costante,

diminuisce **T_m**, e quindi essendo: **T_o = 2T_m - T₁**, con **T₁ = costante**, diminuisce **T_o**, da cui, essendo: **G = costante**, aumenta la potenza e occorre, quindi, fermare l'impianto, (**Fig.III°8.2**).

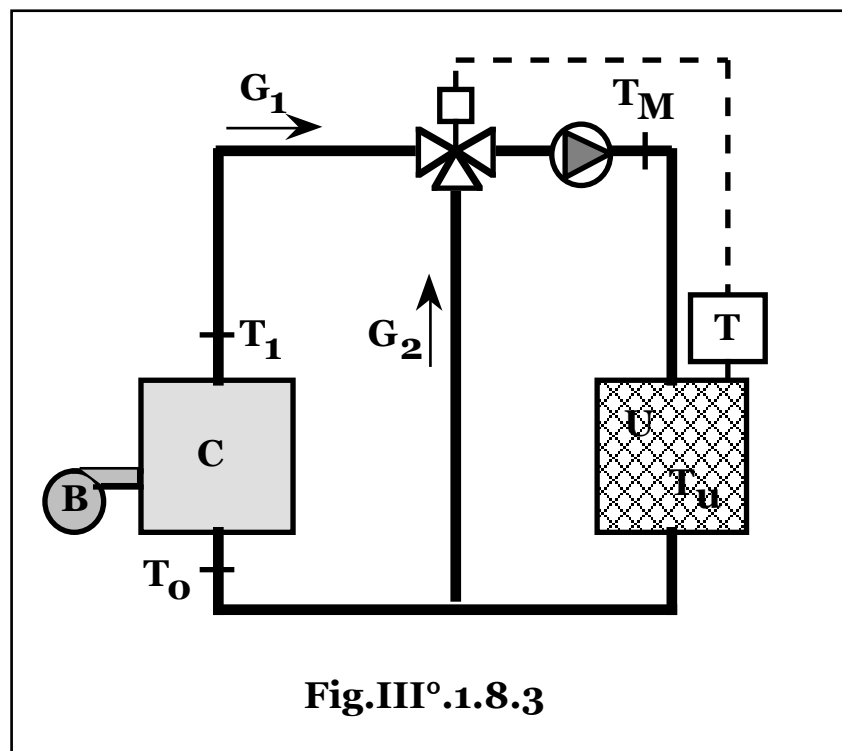
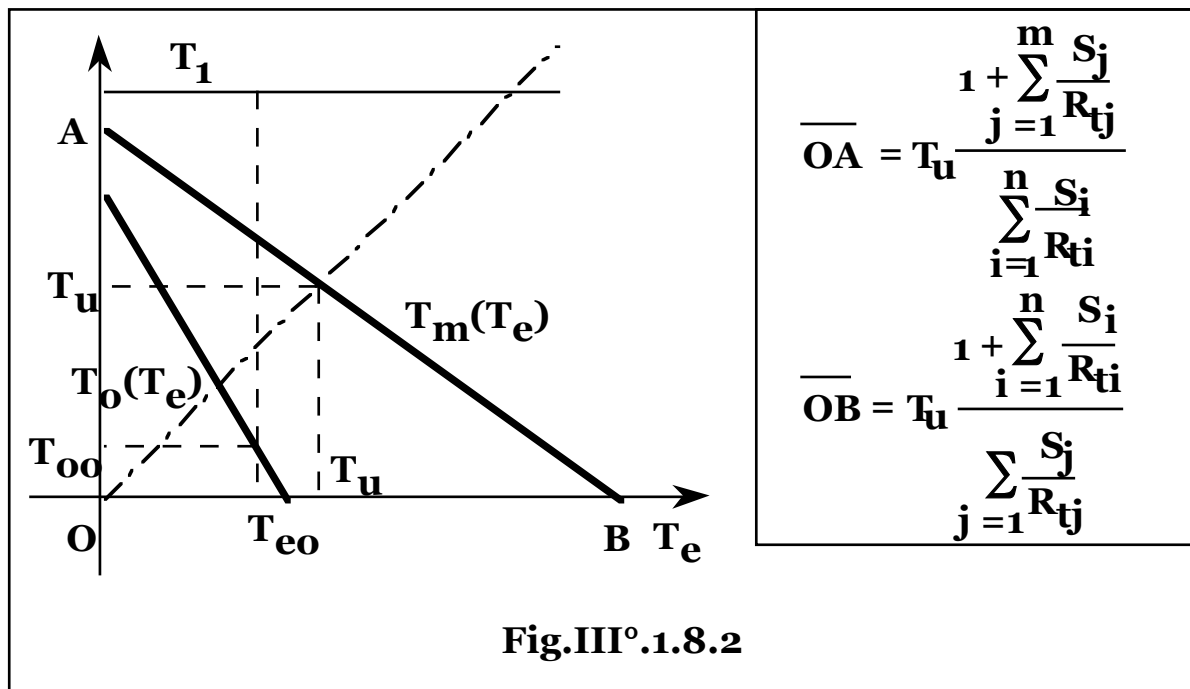
Viceversa, per diminuzione della temperatura **T_e**, deve aumentare la potenza termica generata, e invece, aumentando **T_m**, e quindi **T_o**, diminuisce la potenza termica ceduta.

L'impianto può, quindi, funzionare solo in maniera discontinua con potenza nominale superiore a quella ceduta all'esterno in condizioni di progetto.

Qualora sia richiesto di limitare il numero di attacchi e stacchi del circuito idraulico e del bruciatore nell'unità di tempo, o sia richiesto di differenziare il valore della temperatura dell'acqua in uscita dalla caldaia da quello dell'acqua in ingresso all'utenza, occorre inserire

una valvola a tre vie che collega la mandata con l'acqua di alimento della caldaia, (**Fig.III°.1.8.3**), innescando un parziale ricircolo della portata all'utenza, (G_2), in modo che la temperatura di ingresso all'utenza, (T_M), risulti compresa fra T_1 e T_0 , essendo:

$$T_M = (G_2 T_0 + G_1 T_1) / (G_1 + G_2), \text{ con } G_1 \text{ portata alla caldaia.}$$



Poichè si ha:
$$\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} \left(\frac{T_M + T_o}{2} - T_u \right) = \sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}} (T_u - T_e),$$

si ottiene:
$$T_M = 2T_u \left(\frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} + 1 \right) - 2T_e \frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} - T_o,$$

ed essendo:
$$(G_1 + G_2)c_1(T_M - T_o) = \sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}} (T_u - T_e),$$

risulta:

$$T_M = T_u \left[\frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} + \frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{2c_1(G_1 + G_2)} + 1 \right] - T_e \left[\frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} + \frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{2c_1(G_1 + G_2)} \right]$$

$$T_o = T_u \left[\frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} - \frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{2c_1(G_1 + G_2)} + 1 \right] - T_e \left[\frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} - \frac{\sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}}}{2c_1(G_1 + G_2)} \right]$$

Con: $(G_1 + G_2) = G_o = \text{costante}$, pertanto, per $T_e = T_u$, si ha:

$T_M = T_o = T_u$, da cui: $G_1 = 0$; $G_2 = G_o$;

$$G_1 c_1 (T_1 - T_o) = G_o c_1 (T_M - T_o) = 0.$$

Per $G_2 = 0$, si ha: $T_M = T_1$; $G_1 = G_o$; $Q = G_o c_1 (T_1 - T_o)$, pari al suo valore massimo, (Q_{max}), con T_o che risulta:

$$T_o = \frac{T_1 \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}}{2c_1 G_o} \right) + T_u \frac{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}}{c_1 G_o}}{1 + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}}{2c_1 G_o}}$$

Si ottiene, pertanto: $Q_{max} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T_1 - T_u)}{1 + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}}{2c_1 G_o}} = Q_{max}(G_o)$.

In ogni altra condizione intermedia, fissata la temperatura esterna minima di progetto, (T_{emin}), si ricava la portata totale G_o dalla

relazione: $Q_{max}(G_o) = \sum_{j=1}^m \frac{S_j}{R_{tj}} (T_u - T_{emin})$, quindi per ogni valore

di T_e , restano fissati i valori di T_M e T_o , e di G_1 e G_2 .

Il sistema senza interruzione del circuito idraulico e con gruppo di pompaggio a portata costante è, pertanto, in grado di soddisfare qualunque richiesta di potenza termica compresa fra zero e Q_{max} , per variazione del rapporto G_1/G_2 , tramite la regolazione operata dalla valvola a tre vie.

Nello schema generale di impianto, (**Fig.III°.1.8.4**), il bruciatore è asservito a un termostato che limita al valore T_1 la temperatura di caldaia, mentre la temperatura T_M è regolata dalla valvola miscelatrice a tre vie comandata da un secondo termostato in base alla temperatura T_M stessa e alla temperatura esterna T_e , mentre rimane costante la portata $G_o = (G_1 + G_2)$ ai collettori di mandata e ritorno, (C_1 e C_2).

In presenza di più utenze, al variare del carico termico di una di queste, (Q_j), l'apertura o chiusura della relativa valvola di adduzione

del fluido termovettore, ne comporta la variazione di impedenza idraulica con ripercussioni su tutte le altre utenze.

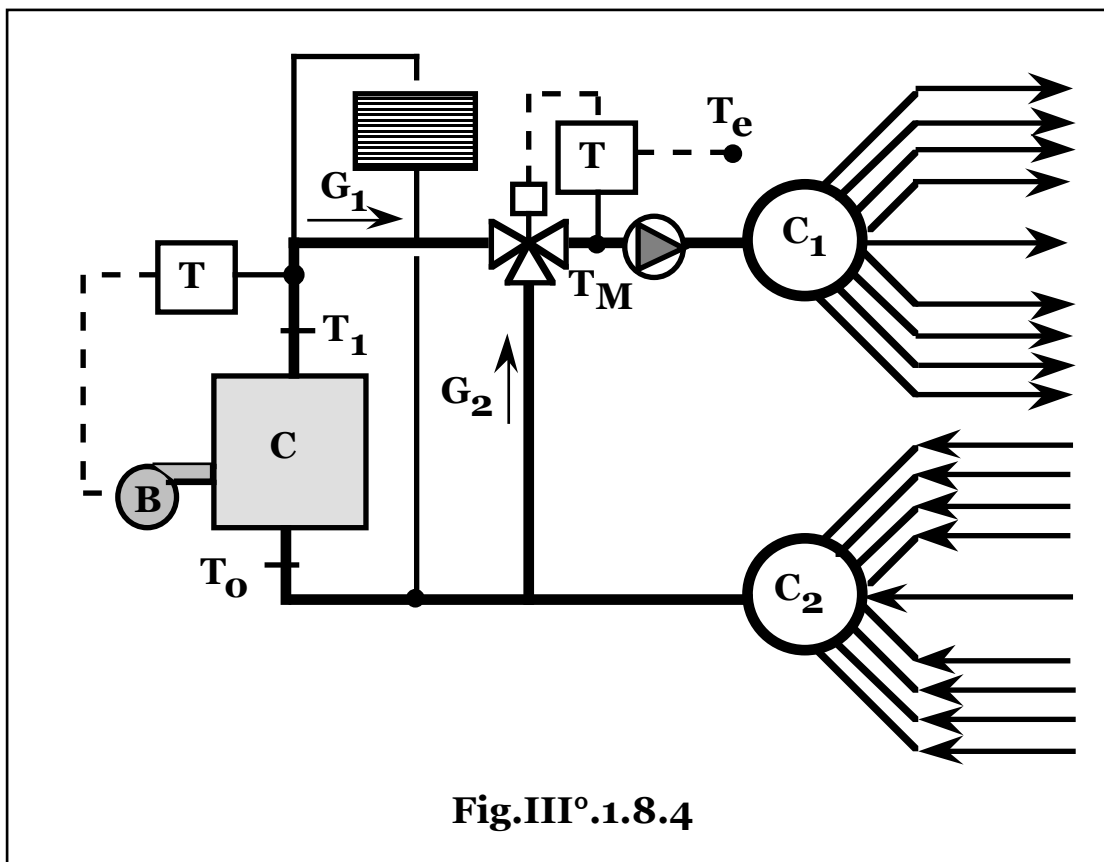


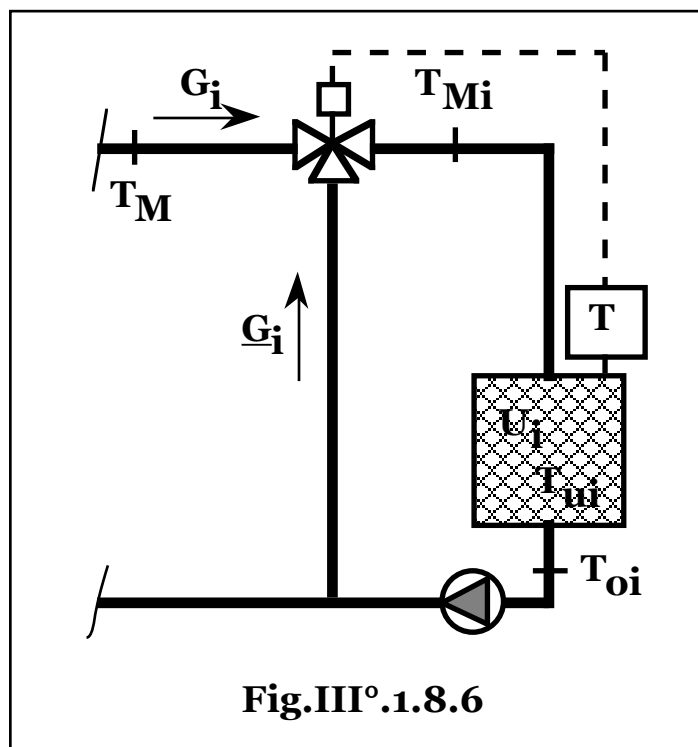
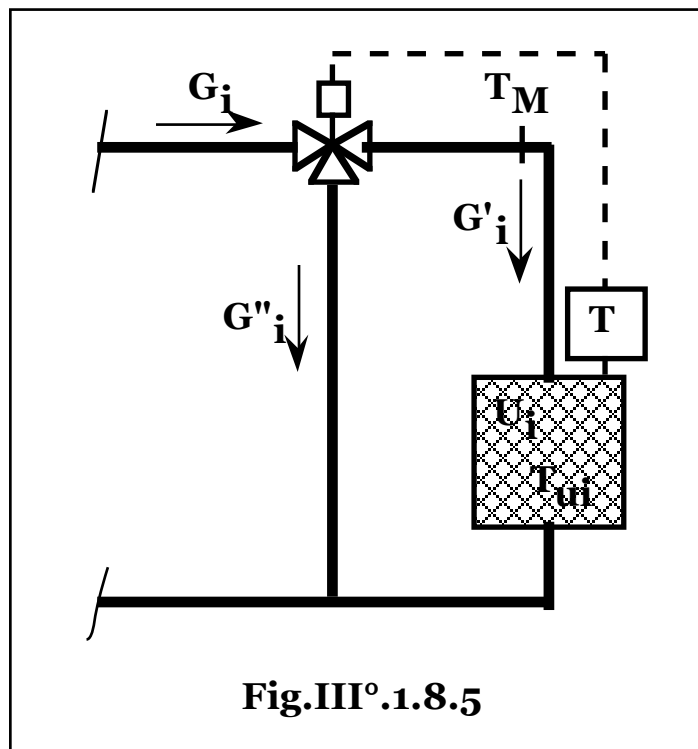
Fig.III° 1.8.4

Si ricorre, pertanto, (**Fig.III° 1.8.5**), a una linea di bypass tramite una valvola a tre vie in cui parte della portata, (G_i), in arrivo viene deviata sul ritorno, (G_i''), seguendo le variazioni di carico termico senza variazione di portata globale e quindi di impedenza del blocco utenza.

Risulta, infatti: $G_i = G_i' + G_i'' = \text{costante}$; $Q_i = G_i' c_p (T_M - T_{oi}')$, con T_{oi}' temperatura di uscita dell'acqua dall'iesima utenza.

Qualora sia richiesto, invece, di regolare in maniera indipendente la temperatura di ingresso dell'acqua alle diverse utenze, parte della portata in uscita dall'utenza, (G_i'), viene ricircolata all'ingresso, (**Fig.III° 1.8.6**), ottenendo per la temperatura di ingresso, (T_{Mi}):

$T_{Mi} = (G_i T_M + G_i' T_{oi}) / (G_i + G_i')$, con T_{oi} temperatura di uscita dell'acqua dall'iesima utenza.



§ III° 1.9 – IMPIANTI AD ACQUA SURRISCALDATA.

Per poter impiegare acqua a temperatura superiore a **100°C** senza cambiamenti di fase, occorre mettere l'impianto in pressione in

sistemi indicati come ad acqua surriscaldata, (mentre in realtà l'acqua, alla pressione di esercizio, si trova comunque in condizioni di sottoraffreddamento).

Al maggior onere imputabile alla maggiore complessità dell'impianto, si contrappone l'aumento di salto termico disponibile con conseguente riduzione, a parità di potenza termica resa e di temperatura richiesta all'utenza, della portata e delle superficie di scambio e quindi dei relativi oneri di impianto e di esercizio.

La pressurizzazione dell'impianto può ottenersi, per modeste sovrappressioni, in maniera statica disponendo il vaso di espansione a quota sufficientemente elevata, mentre per sovrappressioni maggiori si ricorre alla pressurizzazione termica con vaso di espansione riscaldato elettricamente con creazione di un cuscinio di vapore a pressione crescente con la vaporizzazione indotta dal riscaldamento, ovvero a gas, (inerte: aria o azoto), tramite un serbatoio di espansione chiuso, collegato a bombole per il controllo della pressione.

La stessa caldaia può essere ad acqua satura con creazione di un cuscinio di vapore in pressione, mentre l'acqua, (satura), in uscita dalla caldaia viene miscelata con parte della portata di ritorno dalle utenze per ottenere il richiesto grado di sottoraffreddamento.

Le temperature di esercizio sono comprese fra i **110°C** e **200°C**, con salti termici dell'ordine di **30÷50°C**, a fronte di salti termici di **10÷20°C**, negli impianti ad acqua a pressione ambiente.

In caso di fuoriuscita accidentale di acqua in pressione dal circuito, si ha autoevaporazione di parte di essa, con conseguente aumento di pressione totale per il contributo della pressione parziale del vapore generato, con possibilità di sovrappressioni anche notevoli e in grado di portare le strutture al collasso.

Infatti se un volume **V** di acqua satura a temperatura **T** e pressione di saturazione **p_s(T)**, viene portato alla pressione **p_o**, la sua temperatura assume il valore **T_o** tale che: **p_o = p_s(T_o)** e la quantità di calore ceduto: **d_sVc_l(T - T_o)**, comporta la generazione di una quantità di vapore pari a: **d_sVc_l(T - T_o)/r_v**.

Se il vapore prodotto si disperde in un ambiente di volume **V_o**, la pressione parziale del vapore, (**p_v**), risulta:

$$p_v = \frac{nR_o T_o}{V_o} = \frac{d_s V c_l (T - T_o) R_o T_o}{A V_o r_v},$$

con: **A** massa della kmole di acqua;
n numero di kmoli evaporate;
R_o costante universale dei gas.

§ III°.1.10 – IMPIANTI A FLUIDI ORGANICI.

Impiegando fluidi termovettori organici a bassa tensione di vapore, è possibile giungere a temperature di picco di **200 ÷ 300°C**, a pressione ambiente.

I fluidi più indicati sono gli oli minerali con temperature massime superiori ai **300°C** i quali presentano, rispetto all'acqua, un peso specifico lievemente inferiore e un calore specifico pari al **30 ÷ 50%**.

Le temperature di picco sono limitate superiormente da fenomeni di instabilità chimica con rottura dei legami, (cracking), e ossidazioni con sviluppo di gas e formazione di depositi catramosi.

Occorre, quindi, cautelarsi dalla formazione di possibili punti caldi all'interno della caldaia in prossimità della superficie di scambio e a contatto con materiali refrattari che in caso di arresto delle pompe possono portare ad aumenti di temperatura del fluido per cessione del calore accumulato.

A causa dell'elevata viscosità degli oli, le pompe di circolazione, generalmente volumetriche, richiedono notevoli potenze specialmente all'avvio con oli freddi.

Il vaso di espansione risulta di notevoli dimensioni, indicativamente pari a circa il **30%** del volume dell'impianto, a causa dell'elevato salto termico del fluido dalla temperatura ambiente a quella di esercizio e all'interno di questo gli oli a contatto con l'aria non possono superare temperature di circa **50÷60°C** per evitare ossidazioni.

§ III°.1.11 – NORMATIVE LEGALI.

Il dimensionamento economico della potenza degli impianti di riscaldamento e dell'isolamento delle pareti che delimitano gli ambienti riscaldati, si riferisce al bilancio economico di ogni singolo utente, mentre la comunità, (intesa come società o nazione), può avere interessi diversi dipendenti dall'esborso di valuta pregiata per acquisto di beni non disponibili all'interno, nei confronti di beni, tecnologie e manodopera reperibili e utilmente impiegabili nel territorio nazionale.

Nei paesi tecnologicamente avanzati, ma che non dispongono di risorse energetiche primarie, mentre gli impianti e le opere di isolamento alimentano l'industria e le potenzialità lavorative interne, il consumo di combustibili si traduce in un esborso di valuta nei confronti dei paesi produttori di combustibili con squilibrio della bilancia dei pagamenti.

Pertanto nel nostro paese la volontà del legislatore, (anche per sensibilizzare gli operatori sulla necessità dell'isolamento), ha superato l'interesse del singolo in materia di isolamento termico degli edifici civili e industriali limitando la potenza termica disperdibile da ogni unità volumetrica riscaldata con una legge i cui principi informatori, (a differenza dei particolari e dei valori numerici), assumeranno presumibilmente una validità duratura nel tempo.

E' innanzitutto tabulato il valore massimo della temperatura, (T_a), mantenibile negli ambienti riscaldati a seconda del tipo e della destinazione degli stessi e, in funzione della zona climatica della località geografica, il periodo di riscaldamento annuo ammesso per ambiente.

Le zone climatiche in cui viene diviso il territorio nazionale sono fissate in base ai gradi-giorno di ogni località, (valutati in base a osservazioni meteorologiche e definitivamente tabulati), che rappresentano la misura della differenza di temperatura, (espressa in gradi), fra l'ambiente, (ammessa), e l'esterno, per il tempo, (espresso in giorni), in cui questa differenza si verifica annualmente.

L'energia termica ceduta in un anno, (Q_a), da un ambiente a

temperatura T_a , vale: $Q_a = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} \int_{t_0}^{t_1} [T_a - T_e(t)] dt$, con S_i e R_{ti} ,

iesima porzione della superficie di frontiera e relativa resistenza termica totale e t_0 e t_1 istante di inizio e fine del periodo di riscaldamento.

Indicando con S la superficie totale di frontiera e con R_t la resistenza

termica globale media: $R_t = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} = \frac{S}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}}$,

si ha: $Q_a = \frac{S}{R_t} \int_{t_0}^{t_1} [T_a - T_e(t)] dt$.

Indicando con T_{me} la temperatura esterna media giornaliera, si ha:

$$Q_a = f_g \frac{S}{R_t} \sum_{i=n_0}^{n_1} (T_a - T_{mei}),$$

con n_0 e n_1 giorno di inizio e fine del periodo di riscaldamento rispettivamente e f_g numero di unità di tempo/giorno.

Si definisce, pertanto, il numero di gradi-giorno, (GG), la grandezza:

$$GG = \frac{1}{f_g} \int_{t_0}^{t_1} [T_I - T_e(t)] dt = \sum_{i=n_0}^{n_1} (T_a - T_{mei}), \text{ da cui: } Q_a = f_g SGG/R_t.$$

Sono definiti, quindi, i parametri:

c_d potenza termica specifica disperdibile per unità di volume e per unità di salto termico con l'esterno per trasmissione di calore attraverso le superficie di confine, (W/m^3K);

c_v potenza termica specifica disperdibile per unità di volume e per unità di salto termico con l'esterno per circolazione di aria con l'esterno, (W/m^3K).

La potenza termica di ventilazione, (Q_v), di un ambiente di volume V è pari a: $Q_v = n d_s V c_p DT$, con n numero di ricambi d'aria per unità di tempo e DT differenza di temperatura fra l'ambiente e l'esterno.

Risulta, quindi: $c_v = \frac{Q_v}{VDT} = d_s c_p n$.

Si definisce, infine, coefficiente volumico globale di dispersione termica, (c_g), la somma dei contributi: $c_g = c_d + c_v$, ovvero la potenza termica specifica globale disperdibile per unità di volume e per unità di salto termico con l'esterno per trasmissione di calore attraverso le superficie di confine e per circolazione di aria con l'esterno, (W/m^3K).

A seconda del tipo e della destinazione degli edifici viene fissato il numero massimo di ricambi d'aria per unità di tempo, (e quindi il valore di c_v), e a seconda della zona climatica e del rapporto S/V fra la superficie disperdente e il relativo volume riscaldato, il valore di c_d , e quindi il valore globale c_g .

Pertanto in sede di progetto noti:

- il tipo e la destinazione dell'ambiente da riscaldare;
 - la zona climatica;
 - la temperatura minima esterna di progetto;
 - il volume da riscaldare;
 - la relativa superficie disperdente, (e quindi il rapporto S/V),
- risultano fissate la temperatura ambiente ammessa e quella minima esterna di progetto, (e quindi al DT di progetto), il numero di ricambi d'aria per unità di tempo e i disperdimenti specifici per trasmissione

ammessi e si determina, quindi, il valore dei parametri: c_d , c_v e c_g , da cui la potenza installabile: $Q = Vc_gDT$.

Per rientrare nei limiti di legge occorre che le dispersioni reali per trasmissione termica attraverso le pareti e per ventilazione non superino quelle imposte, ovvero che la potenza massima installabile sia maggiore o uguale a quella necessaria al mantenimento della temperatura ambiente consentita.

Calcolato il valore reale della potenza termica dispersa per trasmissione termica alle pareti, (Q_d), e per ventilazione, (Q_v), occorre, cioè, verificare che risulti: $Q_d/(VDT) \leq c_d$; $Q_v/(VDT) \leq c_v$.

In caso contrario è necessario aumentare l'isolamento termico fino a soddisfare le disuguaglianze imposte.

Quando la portata d'aria di ventilazione e il periodo annuo di riscaldamento sono superiori a valori tabulati in funzione delle zone climatiche, è prescritto l'inserimento di uno scambiatore di calore di recupero di almeno il **50%** della potenza termica di ventilazione.

La verifica delle dispersioni termiche per trasmissione termica verso l'esterno, ($Q_d/VDT \leq c_d$), è prescritta, oltre che per il modulo nel suo complesso, anche per ogni singolo ambiente del modulo stesso in base a valori tabulati in funzione delle zone climatiche e del rapporto **S/V** del singolo ambiente, intendendo per **S** la superficie globale delle pareti disperdenti, ovvero affacciate verso l'esterno o su ambienti non riscaldati.

Non viene ammessa nessuna maggiorazione correttiva per esposizione geografica, intermittenza e per avviamento a regime dell'impianto.

Ne risulta l'onere di un isolamento maggiore di quello legale in quanto in caso di temperatura esterna pari a quella minima di progetto, (T_{mp}), all'avviamento l'ambiente si porterebbe alla temperatura di regime, (T_a), solo asintoticamente, ovvero in un tempo infinito.

Infatti l'equazione di bilancio in transitorio di un ambiente, (volume **V**, superficie totale di frontiera **S**, resistenza termica media pesata R_t),

risulta: $Q - \frac{T(t) - T_{mp}}{R_t} S = d_s V c_p \frac{dT(t)}{dt}$, e quindi essendo in assenza

di maggiorazioni: $Q = \frac{T_a - T_{mp}}{R_t} S$, si ottiene:

$$d_s V c_p \frac{dT(t)}{dt} = - \frac{T(t) - T_{mp}}{R_t} S + \frac{T_a - T_{mp}}{R_t} S,$$

ovvero: $\frac{dT(t)}{dt} + \frac{S}{d_s V c_p R_t} T(t) = \frac{S T_a}{d_s V c_p R_t}$, la cui soluzione è pari a

quella dell'omogenea associata: $\frac{dT(t)}{dt} + \frac{S}{d_s V c_p R_t} T(t) = 0$, ovvero:

$$\frac{dT(t)}{T(t)} = -\frac{S}{d_s V c_p R_t} dt, \text{ da cui: } \ln T(t) = -\frac{S}{d_s V c_p R_t} t + \text{costante},$$

e infine: $T(t) = \text{costante} \times e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t}$, più un integrale particolare, fra i quali quello relativo alla condizione: $T(t) = \text{costante}$, ovvero: $T(t) = T_a$.

Si ottiene quindi: $T(t) = \text{costante} \times e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t} + T_a$.

Posta la condizione iniziale: $T(0) = T_o$, si ottiene:

$$T(t) = (T_o - T_a) e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t} + T_a,$$

con: $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = T_a$; $\frac{dT(t)}{dt} = \frac{S(T_a - T_o)}{d_s V c_p R_t} e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t} > 0 \quad \forall T_o < T_a$,

e pertanto la temperatura dell'ambiente si porta dal valore iniziale a quello di regime in un tempo infinito.

Prevedendo, invece, un fattore maggiorativo, (f_a), dall'equazione di bilancio in transitorio:

$$d_s V c_p \frac{dT(t)}{dt} = -\frac{T(t) - T_{mp}}{R_t} S + f_a \frac{(T_a - T_{mp})}{R_t} S,$$

ovvero: $\frac{dT(t)}{dt} + \frac{S}{d_s V c_p R_t} T(t) = \frac{f_a S T_a}{d_s V c_p R_t} + \frac{S(1 - f_a) T_{mp}}{d_s V c_p R_t}$, con identica

omogenea associata e integrale particolare: $T(t) = \text{costante}$, pari a: $T(t) = f_a T_a + (1 - f_a) T_{mp}$, si ottiene:

$$T(t) = \text{costante} \times e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t} + f_a T_a + (1 - f_a) T_{mp},$$

da cui posto posto: $T(0) = T_o$, si ottiene:

$$T(t) = [T_o - f_a T_a - (1 - f_a) T_{mp}] e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t} + f_a T_a + (1 - f_a) T_{mp},$$

e imponendo che al tempo: $t = t_o$, si giunga alla temperatura di regime: $T(t_o) = T_a$, si ottiene:

$$f_a = \frac{1 - \frac{T_o - T_{mp}}{T_a - T_{mp}} e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t_o}}{1 - e^{-\frac{S}{d_s V c_p R_t} t_o}}, \text{ con: } \lim_{t_o \rightarrow 0} f_a = \infty; \quad \lim_{t_o \rightarrow \infty} f_a = 1.$$

La normativa legale si estende anche agli impianti per la produzione di calore con determinazione dell'isolamento delle tubazioni relative.

Lo spessore legale, (s_t), dell'isolante termico per tubazioni è fissato

$$\text{come non inferiore a: } s_t = \left[\left(1 + \frac{2s_r}{D} \right)^{0,035 \frac{c_t}{D}} - 1 \right] \frac{D}{2}, \text{ con } s_r \text{ spessore di}$$

riferimento tabulato in funzione del diametro esterno, (D), della tubazione e della temperatura di mandata del fluido termovettore.

Per tubazioni poste in strutture situate fra locali riscaldati si assume uno spessore di isolante pari al **30%** dello spessore legale, mentre per tubazioni poste all'interno rispetto all'isolamento termico delle pareti, si assume uno spessore di isolante pari al **50%** dello spessore legale.

La prima stesura della legislazione, ha riguardato prevalentemente le prestazioni resistive degli involucri edilizi civili e industriali attraverso calcoli di isolamento termico, mentre in successive normative gli apporti energetici onerosi necessari per mantenere gli ambienti nelle condizioni termiche richieste dall'utenza, (energia primaria di combustibili, o direttamente energia elettrica), sono valutati in relazione anche agli apporti gratuiti esterni, (irradiazione solare sulle pareti opache e finestrate), e alle sorgenti interne connesse con le attività svolte nei locali riscaldati, (presenza di persone, illuminazione, apparecchiature, civili o industriali, potenza termica ceduta al fluido termovettore dalle macchine operatrici inserite nel circuito, ecc.).

Di conseguenza, ferme restando le caratteristiche resistive dei moduli valutate ancora in base al coefficiente volumico di dispersione, (c_d),

per trasmissione con l'ambiente esterno, il terreno, gli ambienti a temperatura fissata e non riscaldati e di ventilazione verso l'ambiente esterno, gli ambienti a temperatura fissata e non riscaldati, nella valutazione delle grandezze viene considerato anche l'apporto delle fonti gratuite, mentre circa i sistemi di generazione viene imposto un valore minimo per il rendimento, (h_{glim}), globale di impianto, (sia in caso di nuova installazione che di sostituzione di generatori di calore), crescente, (in forma logaritmica), all'aumentare della potenza, (Q), installata: $h_{glim} = (\text{costante} + \log_{10} Q)$, (%).

Viene inoltre definito il **F**abbisogno **E**nergetico **N**ormalizzato, (**FEN**), per la climatizzazione invernale degli edifici, pari alla quantità di energia primaria, (Q_a), globalmente richiesta in tutto il periodo stagionale di riscaldamento, (in base alle temperature e ai ricambi d'aria fissate per legge), per unità di volume riscaldato e per unità di grado giorno, ($\text{kJ}/\text{m}^3\text{GG}$): $\text{FEN} = Q_a / (\text{DT}_m N V) = Q_a / (\text{GG} V)$, con:

Q_a fabbisogno convenzionale stagionale di riscaldamento, (kJ);

DT_m salto termico fra la temperatura interna e la media stagionale esterna, ($^{\circ}\text{C}$);

$N = n_1 - n_0$ numero di giorni di riscaldamento, fissato in base alla zona climatica;

V volume netto riscaldato,

che deve risultare inferiore al limite, (FEN_{lim}), ammesso:

$$\text{FEN}_{lim} = [(\text{cd}_{lim} + 0,34n)] - k_u \left(0,01 \frac{I}{\text{DT}_m} + \frac{a}{\text{DT}_m} \right) \frac{86,4}{h_g}, \text{ con:}$$

cd_{lim} valore ammesso del coefficiente di dispersione, ($\text{W}/\text{m}^2\text{C}$);

n numero di ricambi orari d'aria, (h^{-1});

$0,34 = d_s c_p$ densità per calore specifico dell'aria, ($\text{W}/\text{m}^2\text{C}$);

I media aritmetica dell'irradianza solare su piano orizzontale, (W/m^2);

$0,01$ valore convenzionale della superficie di assorbimento dell'energia solare per unità di volume riscaldato, (m^{-1});

a valore degli apporti gratuiti interni, (W/m^3);

k_u coefficiente adimensionale di utilizzo degli apporti solari e interni in funzione del rapporto S/V ;

$86,4$ rapporto migliaia di secondi/giorno.

Il valore degli apporti gratuiti interni, (**a**), si esprime come:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_p/h = \mathbf{a}_p \mathbf{A}_{pav}/\mathbf{V},$$

con: **a_p** valore degli apporti gratuiti interni in **W/m²** di superficie di pavimento;
h altezza dell'edificio;
A_{pav} area del pavimento;
V volume riscaldato.

Il numero massimo di ricambio orari di aria è fissato in **0,5** per l'edilizia abitativa e pari a:

$$\mathbf{n} = \mathbf{0,15} (24 - \mathbf{t}_{oc})/24 + \mathbf{G}_a \mathbf{t}_{oc} \mathbf{i}_a \mathbf{A}_p/2400 \mathbf{V},$$

per le altre categorie di edifici,

con: **0,15** ricambio d'aria orario minimo in assenza di persone;

G_a portata d'aria esterna in **m²/h** richiesta nel periodo di occupazione dei locali;

t_{oc} periodo di occupazione giornaliero dei locali, (**h**);

i_a indice di affollamento dei locali espresso in numero di persone per **100 m²** di superficie calpestabile;

A_p area utile del pavimento.

Per tipologie industriali, in assenza di dati specifici, il numero di ricambi d'aria minimo è determinabile come il minimo dei due valori:

$$\mathbf{n} = \mathbf{0,4} \mathbf{i}_a/\mathbf{V}; \quad \mathbf{n} = \mathbf{0,5} - \mathbf{0,08} \log_{10}(\mathbf{V}/25).$$

Per il calcolo del fabbisogno di energia primaria, attualmente sono previste tre diverse metodologie, (**A**, **B** e **C**), rigidamente codificate, parimenti a ogni altra valutazione, in base a norme UNI, (serie 10300).

Oltre al metodo **A** valido per tutte le categorie di edifici, è prevista una metodologia semplificata, (metodo tipo **B**), per tipologie edilizie aventi rapporto fra l'indice volumico degli apporti gratuiti e l'indice volumico delle dispersioni inferiore a **0,6**, e infine per tipologie edilizie con volumi inferiori a **10.000 m³** e rapporto fra l'indice volumico degli apporti gratuiti e l'indice volumico delle dispersioni inferiore a **0,2**, è ammessa una metodologia di calcolo, (metodo tipo **C**), che trascura gli apporti gratuiti esterni e delle sorgenti interne, (**I = a = 0**).

L'indice volumico degli apporti gratuiti, (**I_g**), è definito come:

I_g = (A_{sol} I/V + a), con: **A_{sol}** area soleggiata dell'edificio, equivalente, (ovvero calcolata tenendo conto delle correzioni relative all'orientamento di ogni sua parte e alla schermatura delle superficie).

L'indice volumico delle dispersioni, (**I_d**), è definito come:

$$I_d = (c_d + 0,34 n)DT_m.$$

In base a tali grandezze il fabbisogno energetico utile stagionale, (Q_a), (metodo tipo **A**), viene calcolato come somma di tutti i contributi dispersivi meno quelli gratuiti esterni e interni corretti dal fattore di utilizzazione degli apporti gratuiti e da coefficienti, che tengono conto delle modalità di funzionamento, della riduzione dell'energia dispersa per trasmissione e ventilazione e della riduzione dell'apporto energetico relativo alle sorgenti interne e solare.

Per la temperatura esterna e la radiazione solare, vanno considerati i valori medi giornalieri mensili per ogni mese di riscaldamento effettuando quindi la sommatoria dei contributi nel calcolo del fabbisogno energetico globale.

Col metodo tipo **B**, il fabbisogno energetico utile stagionale, (Q_a), si valuta tramite la relazione: $Q_a = f_g NV(f_e c_g DT_m - h_u f_u I_g)$,

con: f_g numero di secondi al giorno;

f_e fattore di riduzione delle dispersioni termiche;

h_u coefficiente di utilizzo degli apporti gratuiti;

f_u fattore di riduzione degli apporti gratuiti,

ove per la temperatura esterna si considera il valore giornaliero medio stagionale e per la radiazione solare il valore medio mensile relativo al mese di maggiore insolazione sul piano orizzontale.

Col metodo **C**, infine, il fabbisogno energetico utile stagionale, (Q_a), si valuta tramite la relazione: $Q_a = f_g N \sum_z [V c_g DT_m / h_g]$,

con: z numero di zone presenti nell'edificio;

$h_g = h_e h_c h_d h_p$, rendimento globale;

h_e rendimento di emissione dei corpi scaldanti;

h_c rendimento di regolazione;

h_d rendimento di distribuzione;

h_p rendimento di produzione,

mentre la potenza termica utile nominale del generatore di calore, (Q), risulta: $Q = f_p [V(c_d + 0,34 n)DT / h_e h_c h_d]$, con f_p coefficiente correttivo funzione della zona climatica e del rapporto S/V della zona riscaldata.

Pertanto calcolato il fabbisogno energetico utile stagionale, (Q_a), si determina il **FEN** da sottoporre a verifica, quindi si valuta il fabbisogno di energia primaria in funzione del rendimento di produzione comprensivo dei contributi per il funzionamento degli

ausiliari, da cui il rendimento medio globale: $h_g = h_e h_c h_d h_p$, da sottoporre a verifica.

Infine, nota la temperatura di progetto e le caratteristiche resistive dei moduli da riscaldare, si determina la potenza dei generatori.

Viene inoltre prescritta l'installazione di sistemi di regolazione automatica della temperatura nei singoli locali, in presenza di un apporto di energia gratuita, (solare e interna), superiore al **20%** delle dispersioni.

E' permesso il funzionamento a potenza ridotta degli impianti termici al di fuori del periodo giornaliero di attivazione purchè siano garantiti elevati valori di rendimento dei generatori di calore e in presenza di un sistema di termoregolazione automatico.

§ III°.1.12 – ISOLAMENTO TERMICO LEGALE ED ECONOMICO.

Nel calcolo dell'isolamento economico di una struttura, la potenza installata, vale: $Q = f_a S D T / R_t$, con f_a coefficiente correttivo di sicurezza, ($f_a > 1$), per attenuazione, intermittenza avviamento ed esposizione, mentre l'energia termica dispersa a periodo, (annuo), di valutazione, risulta: $Q_a = f_g S G G / R_t$, da cui il costo totale attualizzato in funzione dello spessore dell'isolante termico del sistema:

$$C_{ta}(s) = \frac{f_g S G G}{R_t(s)} \frac{c_q}{t_{eq}} + c_o + c_i S s + b \frac{f_a S D T}{R_t(s)},$$

e quindi lo spessore economico dell'isolante termico, (s_{ec}), come radice dell'equazione:

$$\frac{dC_{ta}(s)}{ds} = c_i - \frac{\left(b f_a D T + \frac{f_g G G c_q}{t_{eq}} \right)}{R_t^2(s)} \frac{dR_t(s)}{ds} = 0,$$

$$\text{da cui: } s_{ec} = \sqrt{\left(b f_a D T + \frac{f_g G G c_q}{t_{eq}} \right) \frac{c_{ti}}{c_i}} - c_{ti} R_o,$$

essendo: $R_t(s) = R_o + \frac{s}{c_{ti}}$, in geometria piana.

Per il calcolo dello spessore legale medio, (s_l), dell'isolante termico, si

$$\text{ha: } Q = V c_g D T = \frac{f_a S D T}{R_t} = \frac{f_a S D T}{R_o + \frac{s}{c_{ti}}}, \text{ da cui: } s_l = \left(\frac{f_a S}{V c_g} - R_o \right) c_{ti},$$

$$\text{ovvero: } Q_a = FEN \text{ GG } V = f_g \frac{S}{R_t} \text{ GG} = f_g \frac{S}{R_o + \frac{s}{c_{ti}}} \text{ GG},$$

$$\text{da cui: } s_1 = \left(f_g \frac{S}{FEN V} - R_o \right) c_{ti}.$$

Parimenti per le tubazioni è immediata la valutazione comparativa fra lo spessore economico e legale dell'isolante.

§ III°.1.13 – COSTO DELL'ENERGIA TERMICA.

Il costo di un impianto per la produzione di energia termica, può esprimersi, in funzione della potenza installata, con una relazione monomia: $I_o(Q) = q'Q^b$, ($b < 1$), o fissata preliminarmente la taglia approssimativa dell'impianto, in forma lineare: $I_o(Q) = qQ$, essendo:

$$q = q'/Q(1 - b) \sim \text{costante.}$$

Pertanto il VAN dell'investimento, risulta:

$$VAN = \frac{QuTc_q}{t_{eq}} - \frac{QuTc_c}{k_i h_g t_{ec}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) qQ,$$

da cui il costo specifico dell'energia termica prodotta, (c_q):

$$c_q = \frac{c_c}{k_i h_g t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_{eq}}{uT} \approx \frac{c_c}{k_i h_g} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_{eq}}{uT}.$$

In caso di impianti di riscaldamento di moduli civili o industriali, si

ha: $Q_a = f_g \frac{S}{R_t} \text{ GG}$, $Q = f_a \frac{S}{R_t} \text{ DT}$ e quindi il VAN dell'investimento

$$\text{risulta: } VAN = \frac{f_g S \text{ GG}}{R_t t_{eq}} c_q - \frac{f_g S \text{ GG}}{R_t t_{ec}} \frac{c_c}{k_i h_g} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) q \left(f_a \frac{S}{R_t} \text{ DT} \right),$$

$$\text{da cui: } c_q = \frac{c_c}{k_i h_g} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q f_a \text{ DT } t_{eq}}{f_g \text{ GG}}.$$

Eguagliando le due espressioni, si ottiene: $\frac{q f_a \text{ DT } t_{eq}}{f_g \text{ GG}} = \frac{q t_{eq}}{uT}$, ovvero:

$$u = \frac{f_g \text{ GG}}{f_a (\text{DT})(T)}, \text{ come risulta considerando che si ha:}$$

$$Q_a = f_g \frac{S}{R_t} \text{ GG} = QuT = f_a \left(\frac{S}{R_t} \text{ DT} \right) uT, \text{ da cui: } u = \frac{f_g \text{ GG}}{f_a (\text{DT})(T)}.$$

Il fattore di carico è infatti pari al rapporto fra il valore effettivo del prodotto fra la differenza di temperatura e il tempo in cui si verifica, (**GG**), e il prodotto fra il massimo salto termico previsto, (**DT**), e il tempo totale di funzionamento, (**T**): (**DT**)(**T**).

Risulta, inoltre, inversamente proporzionale al coefficiente correttivo **f_a**, in quanto essendo l'energia generata, limitata al valore: **SGG/R_t = QuT**, al crescere della potenza termica installata, (coefficiente correttivo **f_a**), si riduce il tempo necessario alla produzione, ovvero il fattore di carico che rappresenta il tempo di funzionamento a periodo rateale, (**uT**), equivalente a potenza nominale, (**Q**).

§ III°.1.14 – IL TRANSITORIO NEGLI IMPIANTI DI RISCALDAMENTO.

Poichè la potenza termica dispersa è proporzionale alla differenza di temperatura fra l'ambiente riscaldato e l'esterno, l'interruzione di un impianto di riscaldamento, nei periodi in cui non sia necessario avere particolari condizioni di benessere, per la conseguente diminuzione di salto termico esistente, comporta un risparmio energetico, da cui la normativa legale che fissa precisi orari di accensione e spegnimento degli impianti di riscaldamento per uso civile e industriale.

L'equazione di bilancio energetico durante il transitorio di riscaldamento, risulta:

$$Q - \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T - T_{ei}) = \sum_{k=1}^l M_k c_{pk} \frac{dT}{dt} + \sum_{j=1}^m M_j c_{pj} \frac{dT_{sj}}{dt},$$

con: **M_k, c_{pk}** massa e calore specifico dei corpi contenuti nell'ambiente;

M_j, c_{pj}, T_{sj} massa, calore specifico e temperatura media del **j**esimo elemento di struttura di frontiera, (compresi i pavimenti e le soffittature).

La temperatura esterna, (**T_{ei}**), è considerata variabile per le differenti pareti, oltre che per il terrapieno, anche a causa del diverso orientamento geografico delle pareti stesse con conseguente diverso contributo di fenomeni radiativi, mentre anche la temperatura, (**T_{sj}**), delle pareti risulta variabile in funzione della diversa struttura costruttiva e caratteristiche termiche della struttura stessa.

Eventuali contributi allo scambio termico di carattere non convettivo, (ventilazione, presenza di operatori e macchine, movimentazione e reazioni chimiche o biologiche di materiali, illuminazione), possono

essere contemplati con l'inserimento o la soppressione nella sommatoria, di opportune superficie di scambio virtuali o tramite correzione delle dimensioni di quelle reali o dei coefficienti di trasmissione termica.

Attraverso ogni struttura componente le pareti di frontiera, la potenza termica parziale trasmessa, risulta pari a:

$$\frac{S_j}{R'_{tj}} (T_{sj} - T_{ei}) = \frac{S_j}{R_{ti}} (T - T_{ei}),$$

con R'_{tj} resistenza termica dalla mezzeria del j esimo elemento di struttura di frontiera all'esterno.

Si ottiene, quindi:
$$T_{sj} = \frac{R'_{tj}}{R_{ti}} T + \left(T_{ei} - \frac{R'_{tj}}{R_{ti}} \right),$$

da cui:
$$\frac{dT_{sj}}{dt} = \frac{R'_{tj}}{R_{ti}} \frac{dT}{dt} = f_{rj} \frac{dT}{dt}.$$

L'equazione di bilancio risulta, pertanto:

$$Q - \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} T + \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} T_{ei} = \left(\sum_{k=1}^l M_k c_{pk} + \sum_{j=1}^m M_j c_{pj} f_{rj} \right) \frac{dT}{dt}.$$

Posto:
$$\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} = a; \quad \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} T_{ei} = b; \quad \sum_{k=1}^l M_k c_{pk} + \sum_{j=1}^m M_j c_{pj} f_{rj} = c,$$

l'equazione di bilancio risulta: $aT(t) + c \frac{dT(t)}{dt} = Q + b$, da cui:

$$T(t) = \left(T_o - \frac{Q+b}{a} \right) e^{-\frac{a}{c}t} + \frac{Q+b}{a}, \text{ con } T_o \text{ temperatura iniziale, } (t = 0).$$

La temperatura cresce, pertanto, da T_o tendendo al valore asintotico:

$$T(\infty) = (Q + b)/a.$$

Per strutture e corpi contenuti nell'ambiente di trascurabile capacità termica, si ha: $c \sim 0$, da cui: $T(t) = (Q + b)/a = \text{costante}$, mentre per strutture e corpi infinitamente capacitivi, ($c \rightarrow \infty$), si ha:

$$T(t) = T_o = \text{costante}.$$

Indicando con T_r la temperatura richiesta nell'ambiente, la potenza termica dispersa a regime, (Q_r), vale:

$$Q_r = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T_r - T_{ei}) = aT_r - b, \text{ pertanto con potenza termica}$$

installata pari a quella di regime, si ottiene: $T(\infty) = (Q_r + b)/a = T_r$, e l'impianto non risulta in grado di soddisfare le specifiche richieste se non in un tempo infinito.

In caso di periodico arresto e riavvio del sistema, per portare a regime l'ambiente è, quindi, richiesto un certo sovradimensionamento dell'impianto, crescente all'aumentare dell'inerzia termica delle strutture e dei corpi contenuti nell'ambiente e al diminuire del tempo di messa a regime relativo alle esigenze abitative e/o lavorative presenti.

L'equazione di bilancio durante il transitorio di raffreddamento,

$$(Q = 0), \text{ risulta: } \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T - T_{ei}) = \sum_{k=1}^l M_k c_{pk} \frac{dT}{dt} + \sum_{j=1}^m M_j c_{pj} \frac{dT_{sj}}{dt},$$

$$\text{ovvero: } aT(t) + c \frac{dT(t)}{dt} = b, \text{ da cui: } T(t) = \left(T_r - \frac{b}{a} \right) e^{-\frac{a}{c}t} + \frac{b}{a}.$$

I parametri termostrutturali del sistema, (a , b , c), oltre che dalle dirette espressioni tecniche, possono ottenersi sperimentalmente.

Misurate le temperature di equilibrio dopo un periodo di riscaldamento, (T_r), e dopo un periodo di raffreddamento, (T_f), sufficienti a rendere trascurabili i contributi transitori, (e quindi indipendentemente dalle temperature iniziali): $T_r = (Q + b)/a$; $T_f =$

$$b/a; \text{ si ottiene: } a = \frac{Q}{T_r - T_f}; \quad b = Q \frac{T_f}{T_r - T_f}; \quad b/a = T_f, \text{ in funzione dei}$$

quali parametri, le relazioni risultano: $T(t) = T_r - (T_r - T_f) e^{-\frac{Q}{T_r - T_f} \frac{t}{c}}$, durante la fase di riscaldamento dalla temperatura iniziale T_f ,

con: $\lim_{t \rightarrow 0} T(t) = T_f$; $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = T_r$, mentre durante la fase di raffreddamento dalla temperatura di regime: T_r :

$$T(t) = (T_r - T_f) e^{-\frac{Q}{T_r - T_f} \frac{t}{c}} + T_f,$$

con: $\lim_{t \rightarrow 0} T(t) = T_r$; $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = T_f$.

Valutata sperimentalmente la grandezza: $T_x = T(t_x)$, in transitorio, si

$$\text{ottiene: } T_{xr} = (T_r - T_f)e^{-\frac{Q_r}{c(T_r - T_f)}t_x} + T_f,$$

$$\text{da cui: } c = \frac{Qt_x}{(T_r - T_f) \ln \frac{T_r - T_f}{T_r - T_{xr}}}, \text{ in caso di riscaldamento,}$$

$$T_{xf} = (T_r - T_f)e^{-\frac{Q}{c} \frac{t_x}{T_r - T_f}} + T_f,$$

$$\text{da cui: } c = \frac{Qt_x}{(T_r - T_f) \ln \frac{T_r - T_f}{T_{xf} - T_f}}, \text{ in caso di raffreddamento,}$$

(il risultato è il medesimo essendo per la simmetria delle curve esponenziali: $T_{xr} + T_{xf} = T_r + T_f$), e quindi le funzioni durante il periodo di riscaldamento:

$$T(t) = T_r - (T_r - T_f) \left\{ \frac{T_r - T_f}{T_{xf} - T_f} \right\}^{-\frac{t}{t_x}} = T_r - (T_r - T_f) \left\{ \frac{T_r - T_f}{T_r - T_{xr}} \right\}^{-\frac{t}{t_x}}$$

$$\text{con: } \lim_{t \rightarrow 0} T(t) = T_f; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = T_r,$$

e durante il periodo di raffreddamento:

$$T(t) = (T_r - T_f) \left\{ \frac{T_r - T_f}{T_{xf} - T_f} \right\}^{-\frac{t}{t_x}} + T_f = (T_r - T_f) \left\{ \frac{T_r - T_f}{T_r - T_{xr}} \right\}^{-\frac{t}{t_x}} + T_f,$$

$$\text{con: } \lim_{t \rightarrow 0} T(t) = T_r; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = T_f,$$

in base ai soli valori sperimentali.

§ III°.1.15 - ANALISI DI CONVENIENZA ECONOMICA.

Indicando con t_1 e t_2 , i tempi di funzionamento e di arresto dell'impianto e con h il periodo di regime richiesto a temperatura T_r , la temperatura all'accensione, (T_{r0}), vale:

$$T_{ro} = T(t_2) = \left(T_r - \frac{b}{a} \right) e^{-\frac{a}{c}t_2} + \frac{b}{a},$$

e poichè nel tempo: $t_1 - h$, l'impianto deve portare l'ambiente alla temperatura T_r , si ha:

$$\begin{aligned} T(t_1 - h) &= \left(T_{ro} - \frac{Q+b}{a} \right) e^{-\frac{a}{c}(t_1-h)} + \frac{Q+b}{a} = \\ &= \left[\left(T_r - \frac{b}{a} \right) e^{-\frac{a}{c}t_2} + \frac{b}{a} - \frac{Q+b}{a} \right] e^{-\frac{a}{c}(t_1-h)} + \frac{Q+b}{a}, \end{aligned}$$

da cui: $Q = (aT_r - b) \left[1 - e^{-\frac{a}{c}(t_1+t_2-h)} \right] \left[1 - e^{-\frac{a}{c}(t_1-h)} \right]^{-1} = f_b Q_r,$

ovvero l'intermittenza dell'impianto comporta un aumento di potenza

termica installata pari a: $f_b = \left[1 - e^{-\frac{a}{c}(t_1+t_2-h)} \right] \left[1 - e^{-\frac{a}{c}(t_1-h)} \right]^{-1},$

a fronte di un risparmio energetico a ciclo di funzionamento,

$$\begin{aligned} (t_1 + t_2), \text{ pari a: } \int_0^{t_1+t_2} Q_r(t) dt - \int_0^{t_1-h} f_b Q_r(t) dt - \int_{t_1-h}^{t_1} Q_r(t) dt = \\ = Q_r[(t_1 + t_2 - h) - f_b(t_1 - h)] = f_e Q_r. \end{aligned}$$

Posto: $Q_r = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T_r - T_{ei}) = a(T_r - T_{em}),$

con: $T_{em} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} T_{ei}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}}} = \frac{b}{a},$ temperatura media esterna, il

consumo di combustibile a periodo di riscaldamento, $(t_1 + t_2)$, in caso di funzionamento continuo, (G_c) , o intermittente, (G_d) , indicando con h_{gc} e h_{gd} i rispettivi rendimenti del generatore, vale:

$$G_c = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T_r - T_{em}) \frac{t_1 + t_2}{k_i h_{gc}} = a(T_r - T_{em}) \frac{t_1 + t_2}{k_i h_{gc}};$$

$$G_d = \frac{f_b(t_1 - h) \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T_r - T_{em}) + h \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_{ti}} (T_r - T_{em})}{k_i h_{gd}} =$$

$$= a(T_r - T_{em}) \frac{f_b(t_1 - h) + h}{k_i h_{gd}},$$

con un risparmio netto, (DG):

$$DG = G_c - G_d = \frac{a(T_r - T_{em})}{k_i} \left[\frac{t_1 + t_2}{h_{gc}} - \frac{f_b(t_1 - h) + h}{h_{gd}} \right],$$

con: $DG = \frac{a f_e (T_r - T_{em})}{k_i h_g} = \frac{f_e Q_r}{k_i h_g}$, per: $h_{gc} = h_{gd} = h_g$.

Il rendimento del generatore risulta, in pratica, variabile con le condizioni di esercizio.

L'installazione di generatori sovradimensionati funzionanti prevalentemente a carico ridotto in tutto il periodo di regime e con frequenti interruzioni comporta, infatti, decrementi di rendimento, ovvero: $h_{gd} < h_{gc}$.

Su base annuale di valutazione economica, il risparmio di combustibile, (DG_a), vale:

$$DG_a = \sum_{i=n_0}^{n_1} DG_j = \frac{a}{k_i} \left[\frac{t_1 + t_2}{h_{gc}} - \frac{f_b(t_1 - h) + h}{h_{gd}} \right] \sum_{i=n_0}^{n_1} DG_j (T_r - T_{em}) =$$

$$= \frac{a}{k_i} \left[\frac{t_1 + t_2}{h_{gc}} - \frac{f_b(t_1 - h) + h}{h_{gd}} \right] GG,$$

con T_{emj} temperatura esterna giornaliera media del j esimo giorno di riscaldamento.

Supposta un dipendenza monomia del costo di investimento, (I_c), con la potenza termica installata: $I_c = q Q^{b_c} = q(aDT)^{b_c}$, il VAN dell'investimento relativo al sovradimensionamento dell'impianto a funzionamento intermittente:

$$VAN = \frac{a c_c}{k_i t_{ec}} \left[\frac{t_1 + t_2}{h_{gc}} - \frac{f_b(t_1 - h) + h}{h_{gd}} \right] - q \left(f_b^{b_c} - 1 \right) (aDT)^{b_c} \approx$$

$$\approx \frac{ac_c}{k_i t_{ec}} \left[\frac{t_1 + t_2}{h_{gc}} - \frac{f_b(t_1 - h) + h}{h_{gd}} \right],$$

essendo i costi aggiuntivi di impianto contenuti e in pratica trascurabili rispetto ai costi di esercizio, per cui la condizione di convenienza economica all'intermittenza appare coincidente con la riduzione dei consumi di combustibile, ($DG_a > 0$), ovvero:

$$h_{gd} > h_{gc} \frac{f_b(t_1 - h) + h}{t_1 + t_2}.$$

Indicando con:

Q_b la potenza termica resa dal bruciatore;

k_c la frazione di potenza termica persa al camino;

k_d la frazione di potenza termica persa alle pareti, (mediata fra la temperatura di caldaia durante il funzionamento e l'arresto),
il rendimento del generatore in funzionamento discontinuo vale:

$$h_{gd} = \frac{Q_b t_1 - k_c Q_b t_1 - k_d Q_b (t_1 + t_2)}{Q_b t_1} = 1 - k_c - k_d \frac{t_1 + t_2}{t_1}.$$

Eguagliando su base annua il calore reso dall'impianto e dissipato dalla struttura, si ha: $(n_1 - n_0) aDT f_b t_1 = aGG(t_1 + t_2)$, da cui:

$$\frac{t_1 + t_2}{t_1} = (n_1 - n_0) \frac{f_b DT}{GG}, \text{ ovvero: } h_{gd} = 1 - k_c - k_d \frac{f_b DT}{GG}.$$

Per $f_b = 1$, (funzionamento continuo), si ha pertanto:

$$h_{gc} = 1 - k_c - k_d (n_1 - n_0) DT / GG,$$

da cui, per funzionamento discontinuo:

$$h_{gd} = h_{gc} - k_d (n_1 - n_0) DT (f_b - 1) / GG,$$

e quindi il **VAN** dell'intervento, in unità di costo gestionale annuo per funzionamento continuo, $[aGG(t_1 + t_2)c_c / (k_i h_{gc})]$, vale:

$$\begin{aligned} \frac{\text{VAN}}{aGG(t_1 + t_2) \frac{c_c}{k_i h_{gc}}} &= \\ &= \left[1 - \frac{h_{gc}}{h_{gc} - k_d (n_1 - n_0) \frac{(f_b - 1) DT}{GG}} \right] \frac{f_b(t_1 - h) + h}{t_1 + t_2} \frac{1}{t_{ec}}, \end{aligned}$$

con condizione di convenienza che risulta:

$$\frac{t_1 + t_2}{h_{gc}} - \frac{f_b(t_1 - h) + h}{h_{gc} - k_d(n_1 - n_o) \frac{(f_b - 1)DT}{GG}} > 0.$$

Indicando con e il rapporto fra il consumo annuo relativo al funzionamento continuo e intermittente, rispettivamente, si ha:

$$\begin{aligned} e_{cd} &= \frac{h_{gc} f_b(t_1 - h) + h}{h_{gd} (t_1 + t_2)} = \\ &= \frac{h_{gc}}{h_{gc} - k_d(n_1 - n_o) \frac{(f_b - 1)DT}{GG}} \frac{f_b(t_1 - h) + h}{(t_1 + t_2)}, \end{aligned}$$

con valore attuale netto dell'intervento paria a:

$$VAN = aGG(t_1 + t_2) \frac{c_c}{k_i h_{gc}} (1 - e_{cd}),$$

e condizione di convenienza economica: $e_{cd} < 1$.

Rispetto alla notazione di cui alla normativa legale, secondo la quale deve risultare: $a = c_g V$, ed essendo: $(t_1 + t_2) = f_g$, il consumo termico

annuo, vale: $\frac{f_g G G c_g V}{h_{gc}} e_{cd}$, con e_{cd} , che assume il significato di

fattore riduttivo per intermittenza e viene riportato in grafici sperimentali.

§ III°.1.16 – OTTIMIZZAZIONE DI FUNZIONAMENTO.

Il sistema risulta descritto dalle tre equazioni:

$$\begin{aligned} VAN &= aGG(t_1 + t_2) \frac{c_c}{k_i h_{gc}} (1 - e_{cd}); \\ e_{cd} &= \frac{h_{gc} f_b(t_1 - h) + h}{h_{gd} (t_1 + t_2)} = \\ &= \frac{h_{gc}}{h_{gc} - k_d(n_1 - n_o) \frac{(f_b - 1)DT}{GG}}; \\ f_b &= \left[\begin{array}{c} 1 - e^{-\frac{a}{c}(t_1 + t_2 - h)} \\ 1 - e^{-\frac{a}{c}(t_1 - h)} \end{array} \right] \end{aligned}$$

nelle quattro variabili: **VAN**, **e_{cd}**, **f_b**, **t₁**, ed ammette quindi, un grado di libertà per il calcolo del valore dei parametri che rendono massimo il **VAN**, permettendo il dimensionamento e il regime di funzionamento economico del sistema, ovvero, essendo:

$$\mathbf{VAN} = \mathbf{VAN} \{ \mathbf{t}_1, \mathbf{e}_{cd}[\mathbf{t}_1, \mathbf{f}_b(\mathbf{t}_1)] \} = \mathbf{VAN} (\mathbf{t}_1),$$

il periodo economico di accensione, **t_{1ec}**, (e il conseguente dimensionamento dell'impianto), risulta la radice dell'equazione:

$$\mathbf{dVAN}(\mathbf{t}_1)/\mathbf{dt}_1 = \mathbf{0}.$$

§ III°.1.17 – INTERRUZIONE PARZIALE E SEPARAZIONE DI UTENZE TERMICHE DA IMPIANTI DI RISCALDAMENTO CENTRALIZZATI.

E' sempre più sentita l'esigenza di regolamentare, con precise disposizioni, l'eventualità che uno o più utenti singoli, (condomini o utenti parziali di unità industriali), intendano separare la loro unità termica dall'impianto centrale di riscaldamento condominiale o industriale installandone uno autonomo, (possibilità che si verifica con crescente frequenza data la tendenza a una sempre maggiore metanizzazione del paese), oppure utenti che, lasciando la loro unità disabitata o inattiva per un certo periodo, (e quindi a riscaldamento disinserito), chiedano una riduzione, (o esonero), delle relative spese di esercizio.

In realtà qualunque interruzione anche parziale di utenza comporta un risparmio in termini di potenza dispersa e quindi di combustibile impiegato e quindi la richiesta è del tutto pertinente, anche se la posizione dell'attuale giurisprudenza nel caso civile, (unità disabitate), pare orientata a negare la possibilità anche solo di una riduzione dei contributi di esercizio dell'impianto di riscaldamento condominiale nella presunzione, (tecnicamente palesemente inesatta), che la chiusura del circuito di riscaldamento in una singola unità abitativa non comporti una riduzione dei consumi globali e che la stessa chiusura comporti uno squilibrio termico, (e quindi una diminuzione di temperatura), nelle unità confinanti e, quindi, progressivamente in tutto il condominio.

Si consideri un sistema riscaldato e una sua unità e siano:

S superficie totale disperdente del sistema;

S_e superficie totale della singola unità affacciata all'esterno;

S_i superficie totale della singola unità affacciata su altre unità riscaldate;

R_t resistenza termica globale media delle pareti esterne, comprensiva anche degli effetti radianti;

R_t* resistenza termica globale media delle pareti esterne esclusa una unità singola;

R_{te} resistenza termica globale media delle pareti esterne di una singola unità, con: $\frac{S}{R_t} = \frac{S - S_e}{R_t^*} + \frac{S_e}{R_{te}}$;

R_{ti} resistenza termica globale media delle pareti interne di una singola unità.

La potenza termica totale dispersa dal sistema nel suo complesso, (**Q**), a unità tutte allacciate all'impianto, vale: $Q = S (T_i - T_e)/R_t$,

con: **T_i** temperatura interna delle unità abitative riscaldate;

T_e temperatura esterna.

Qualora venga interrotto il circuito di riscaldamento in un'unità del sistema, all'interno della stessa si giunge, a regime, a una temperatura **T_i***, minore di **T_i**.

L'unità non riscaldata riceve potenza termica dalle altre attraverso la superficie **S_i** con un salto termico pari a: $(T_i - T_i^*)$ e cede potenza termica all'esterno attraverso la superficie **S_e** con un salto termico pari a: $(T_i^* - T_e)$, il bilancio di equilibrio risulta, quindi:

$$\frac{S_i}{R_{ti}} (T_i - T_i^*) = \frac{S_e}{R_{te}} (T_i^* - T_e), \text{ da cui: } T_i^* = \frac{\frac{S_i}{R_{ti}} T_i + \frac{S_e}{R_{te}} T_e}{\frac{S_i}{R_{ti}} + \frac{S_e}{R_{te}}},$$

ovvero la temperatura **T_i*** risulta la media fra quelle interna degli ambienti riscaldati ed esterna rispettivamente, pesata sulle relative superficie di trasmissione/resistenze termiche.

La potenza termica totale trasmessa all'esterno, (**Q***), vale:

$$\begin{aligned} Q^* &= \frac{S - S_e}{R_t^*} (T_i - T_e) + \frac{S_e}{R_{te}} (T_i^* - T_e) = \\ &= \frac{S}{R_t} (T_i - T_e) - \frac{S_e}{R_{te}} (T_i - T_i^*), \end{aligned}$$

essendo la differenza di temperatura interno-esterno attraverso la superficie **S_e** pari a: $(T_i^* - T_e)$, e quindi il salto totale $(T_i - T_e)$, diminuito della quantità: $(T_i - T_i^*)$.

Sostituendo il valore di T_i^* nella espressione, si ottiene, infine:

$$Q^* = \frac{S}{R_t} (T_i - T_e) \left(1 - \frac{\frac{S_e^2 R_t}{S R_{te}^2}}{\frac{S_i}{R_{ti}} + \frac{S_e}{R_{te}}} \right) = Q(1 - a),$$

con: $a = \frac{\frac{S_e^2 R_t}{S R_{te}^2}}{\frac{S_i}{R_{ti}} + \frac{S_e}{R_{te}}} > 0$, ovvero: $Q^*/Q = (1 - a) < 1$, a dimostrazione

che la chiusura del circuito di riscaldamento in qualunque unità comporta sempre una riduzione della potenza termica totale dispersa e quindi dei consumi.

Da notare, infine, un ulteriore, seppure trascurabile, contributo alla riduzione dei consumi globali, relativo alla mancata ventilazione, (ricambio d'aria), dell'unità disabitata o inattiva.

Per eventuali ripartizioni di oneri, è necessario correggere le tabelle, (ad esempio millesimali), relative alle spese di esercizio dell'impianto di riscaldamento.

Appare equo, a tale riguardo, ritenere che le unità che continuano a usufruire del riscaldamento centrale, debbano essere assoggettati al medesimo onere di spesa.

Pertanto, poichè i consumi, (e quindi le spese ad essi proporzionali), si sono ridotti del fattore $(1 - a)$, i corrispondenti valori millesimali andranno rivalutati dello stesso fattore: $M^*_{iR} = M_{iR}/(1 - a)$,

con: M^*_{iR} iesimo valore millesimale delle unità riscaldate,

relativo alla tabella aggiornata per chiusura di una unità;

M_{iR} iesimo valore millesimale originale delle medesime unità, relativo alla contemporanea utenza di tutte le unità.

Il nuovo valore millesimale relativo all'unità disabitata, (M^*_{Ro}), può calcolarsi come complemento a mille della nuova tabella:

$$M^*_{Ro} = 1000 - \sum_i M^*_{iR} = 1000 - \frac{\sum_i M_{iR}}{1 - a} = 1000 - \frac{1000 - M_{Ro}}{1 - a},$$

$$\text{da cui: } M^*_{Ro} = \frac{M_{Ro} - 1000a}{1 - a} = M_{Ro} \frac{1 - \frac{1000a}{M_{Ro}}}{1 - a},$$

ovvero il risparmio totale frazionario, "a", riferito alla singola unità: $a1000/M_{Ro}$, va sottratto all'unità, $(1 - a1000/M_{Ro})$, salvo la comune rivalutazione di cui al fattore: $1/(1 - a)$.

Si perviene, comunque, allo stesso risultato considerando la spesa effettiva, (ridotta quindi del fattore: $1 - a$), ripartita prevedendo per l'unità disabitata una percentuale di riduzione contributi pari a:

$$r = \frac{1000a}{M_{Ro}} 100.$$

$$\text{Si ottiene, infatti: } M^*_{Ri} = M_{Ri} \frac{1000}{1000 - M_{Ro} \frac{1000a}{M_{Ro}}} = \frac{M_{Ri}}{1 - a};$$

$$M^*_{Ro} = M_{Ro} \left(1 - \frac{1000a}{M_{Ro}}\right) = \frac{1000}{1000 - \frac{M_{Ro}1000a}{M_{Ro}}} = M_{Ro} \frac{1 - \frac{1000a}{M_{Ro}}}{1 - a}.$$

Evidentemente la chiusura del circuito di riscaldamento di una unità, (nella quale viene a crearsi una temperatura $T^*_i < T_i$), comporta una diminuzione di temperatura nelle unità abitative confinanti e quindi in tutto il sistema, ma solo a parità di alimentazione termica delle unità stesse.

Pertanto il corretto approccio progettuale deve sempre prevedere che l'impianto sia in grado di soddisfare le specifiche richieste, ($T_{interna} = T_i$), nelle condizioni più disagiate, che in tal caso corrispondono, per ciascuna unità abitativa, all'eventualità che tutte le unità confinanti non risultino riscaldate.

Il corretto dimensionato prevede, quindi, superficie radianti in ciascun modulo abitativo sufficienti al mantenimento della temperatura di progetto, (T_i), a unità confinanti tutte non riscaldate e temperatura esterna pari alla minima stagionale prevista e di conseguenza sovrabbondanti ogniqualvolta unità confinanti siano riscaldate, (e in tali casi la portata del fluido di riscaldamento dovrà essere parzializzato tramite le normali valvole di regolazione ai singoli corpi scaldanti). E solo in caso ciò non sia possibile, (in condizioni, cioè, di impianto mal progettato), pare equo che nessuna unità possa interrompere il proprio circuito di riscaldamento salvo sobbarcarsi l'onere di sovradimensionamento dell'impianto.

In caso, invece, di distacco di un'unità dall'impianto centrale con installazione di un impianto autonomo, non si verifica alcuno squilibrio termico essendo, presumibilmente, la temperatura interna dell'unità in oggetto, pari a quella delle rimanenti.

Tuttavia la relativa unità non può essere esonerata completamente dalle spese di esercizio dell'impianto centrale.

Infatti, mentre certamente l'impianto autonomo compensa le fughe di calore dalla superficie S_e relativa all'unità autonoma stessa, esistono generalmente superficie radianti comuni, (terrapieno, lastrico solare, vani scale, ecc.), che comportano disperdimenti nel sistema.

In questa nuova situazione, la potenza termica dispersa a carico del sistema, (Q^{**}), vale:

$$Q^{**} = \frac{S - S_e}{R_t^*} (T_i - T_e) = Q \left(1 - \frac{R_t}{R_{te}} \frac{S_e}{S} \right) = Q(1 - b), \text{ con: } b = \frac{R_t}{R_{te}} \frac{S_e}{S}.$$

Nell'ipotesi, (equa), di mantenere a carico delle restanti unità il medesimo onere finanziario, dello stesso fattore andranno, quindi, rivalutati i valori millesimali, ($M^{**}iR$), relativi alle unità:

$$M^{**}iR = M_{iR} / (1 - b).$$

Il valore millesimale a carico dell'unità autonoma, ($M^{**}R_o$), può ancora essere determinato come complemento a mille dei restanti

$$\text{valori: } M^{**}R_o = 1000 - \sum_i M^{**}iR = 1000 - \frac{\sum_i M_{iR}}{1 - b} = M_{R_o} \frac{1 - \frac{1000b}{M_{R_o}}}{1 - b},$$

ove, ancora una volta, la frazione di risparmio globale, (b), rapportata all'unità abitativa autonoma, ($1000b/M_{R_o}$), appare sottratta all'unità e rivalutata del fattore $1/(1 - b)$ e anche in questo caso la percentuale

$$\text{di riduzione risulta: } r = \frac{1000b}{M_{R_o}} 100.$$

Valori millesimali paradossalmente negativi:

$$M^{**}R_o = M_{R_o} \frac{1 - \frac{1000b}{M_{R_o}}}{1 - b} < 0,$$

possono derivare dal calcolo scorretto delle tabelle millesimali.

Per la loro verifica occorre considerare che, nella valutazione millesimale dei contributi relativi alle spese di esercizio dell'impianto di riscaldamento, vanno considerati i disperdimenti termici di una unità rapportati ai disperdimenti totali, ovvero il rapporto delle rispettive superficie disperdenti. Pertanto il valore millesimale di

ciascuna unità abitativa risulta pari a: $1000 S_e/S$, più il contributo relativo ai disperdimenti di cui alle parti comuni, da calcolarsi in ogni caso specifico.

Si ottiene comunque: $M_{Ri} > 1000 S_{ei}/S = 1000 b$, e pertanto i valori millesimali $M^{**}R$ non possono mai risultare negativi a tabella originale correttamente valutata.

La condizione posta, cautela a maggior ragione da valori millesimali negativi nel caso di interruzione del riscaldamento, essendo in ogni caso: $a < b$, ovvero risultando comunque inferiore il risparmio relativo alla chiusura del circuito di riscaldamento rispetto all'installazione di uno autonomo in ciascuna unità.

§ III°.1.18 – IMPIANTI DI ESSICCAMENTO.

L'essiccamento consiste nell'asportazione di una sostanza liquida, (generalmente acqua), da una sostanza solida.

Può essere realizzato in maniera naturale lasciando il materiale all'aperto in luogo sufficientemente ventilato per favorire l'evaporazione spontanea del liquido da separare, con costi particolarmente ridotti.

L'essiccamento artificiale può essere realizzato meccanicamente, (centrifugazione), o tramite circolazione forzata di un fluido riscaldato a temperatura superiore a quella del materiale da essiccare.

Gli essiccatoi sono generalmente costituiti da un impianto di riscaldamento ad aria che funge contemporaneamente da vettore di calore e di umidità nel processo di essiccamento.

L'essiccamento è indiretto qualora si abbia scambio termico fra un fluido primario di riscaldamento e uno secondario che realizza l'essiccamento, ovvero diretto se il fluido primario lambisce direttamente il materiale da essiccare.

Indicando con m_s , m_a , $m_u = m_s + m_a$, la massa della sostanza secca, dell'acqua contenuta nel materiale e la massa della sostanza umida, rispettivamente, l'umidità di una sostanza può essere riferita

alla massa umida, (u_u): $u_u = \frac{m_a}{m_u} = \frac{m_u - m_s}{m_u}$, con: $0 < u_u < 1$,

ovvero alla massa secca, (u_s): $u_s = \frac{m_a}{m_s} = \frac{m_u - m_s}{m_s}$, con: $0 < u_s < \infty$,

e risulta: $u_u = \frac{u_s}{1 + u_s}$.

Il processo di essiccamento avviene tramite migrazione dell'acqua all'interno della sostanza e successiva evaporazione dell'acqua giunta alla superficie del materiale.

Fra due superficie unitarie, poste a distanza infinitesima, (dx), ed aventi una differenza, (infinitesima), di umidità, du , si stabilisce un moto di diffusione con portata specifica netta d'acqua, (g_v), pari a:

$g_v = - k_m(du/dx)$, con k_m che, pur dipendendo dall'umidità, dalla variazione di umidità nel tempo o velocità di essiccamento puntuale, (du/dt), dalla geometria e caratteristiche del materiale, può essere ritenuta una costante di proporzionalità, nota in ogni definito processo di essiccamento.

Alla superficie esterna del materiale, ($x = x_e$), giunge, quindi la portata specifica: $g_v = - k_m(du/dx)_{x = x_e}$, mentre la portata di evaporazione superficiale, (g'_v), vale: $g'_v = - k_e[p_s(T) - p_a]$, con:

k_e costante di proporzionalità;

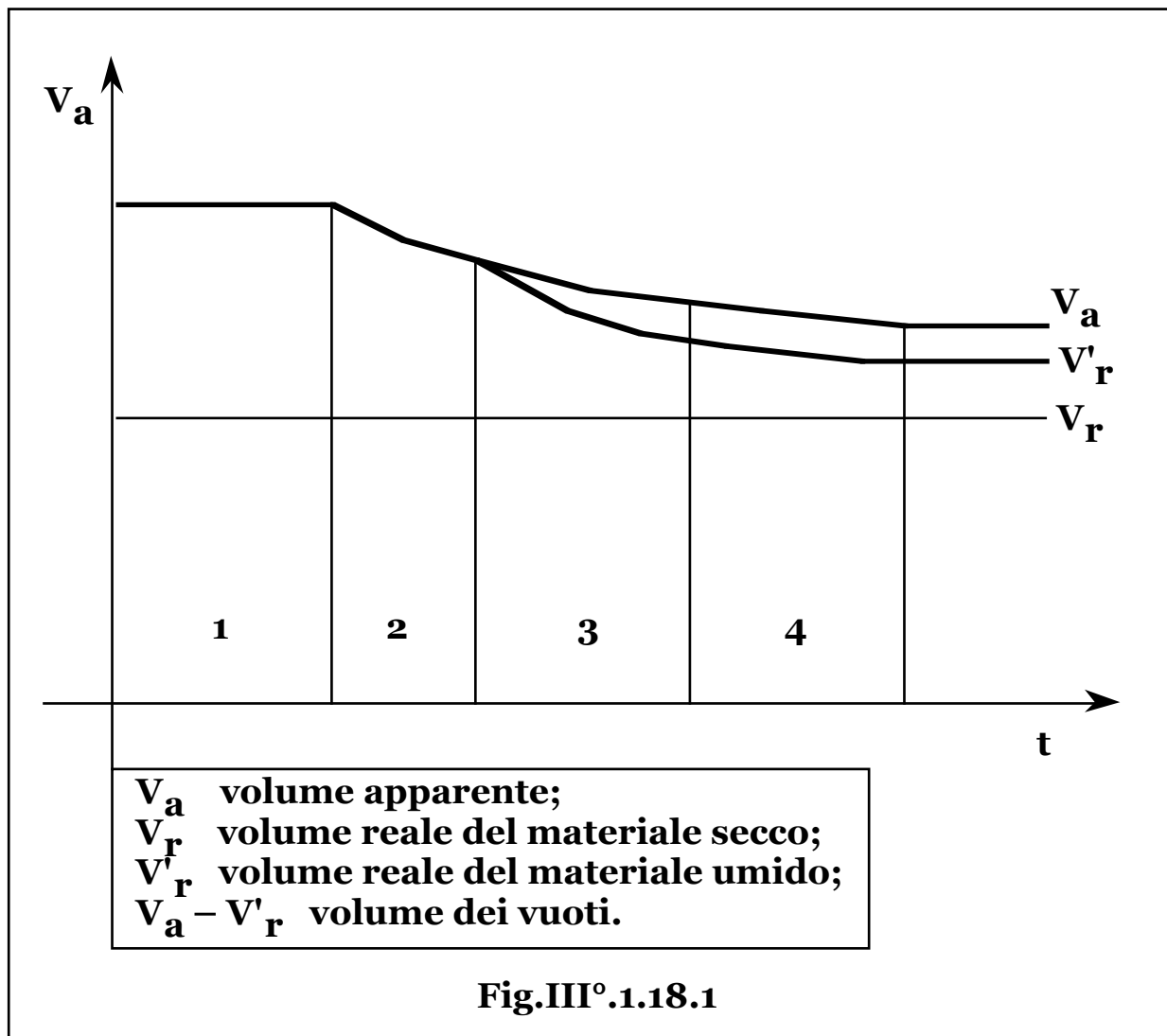
p_s, p_a tensione di vapore alla temperatura T del materiale e pressione parziale di vapore dell'ambiente esterno, rispettivamente,

risultando crescente con $p_s(T)$, all'aumentare della temperatura del materiale.

Nell'essiccamento naturale, si ha: $g'_v = - k_e[p_s(T_a) - p_a]$, con T_a temperatura ambiente, per cui in ambiente chiuso, con pressione parziale p_a crescente con l'evaporazione, il fenomeno cessa al raggiungimento della condizione: $p_a = p_s(T_a)$.

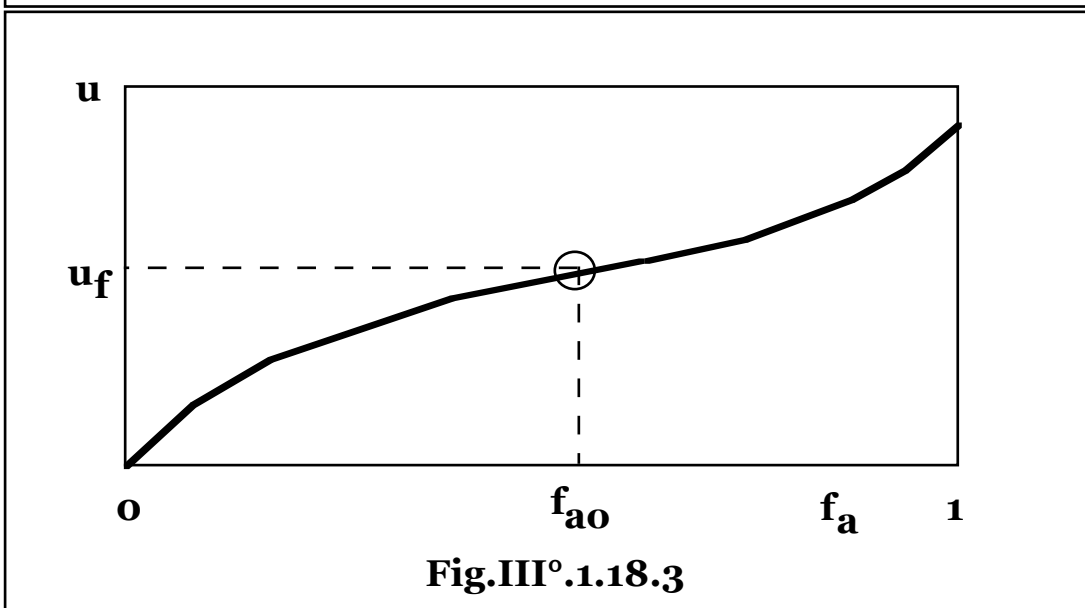
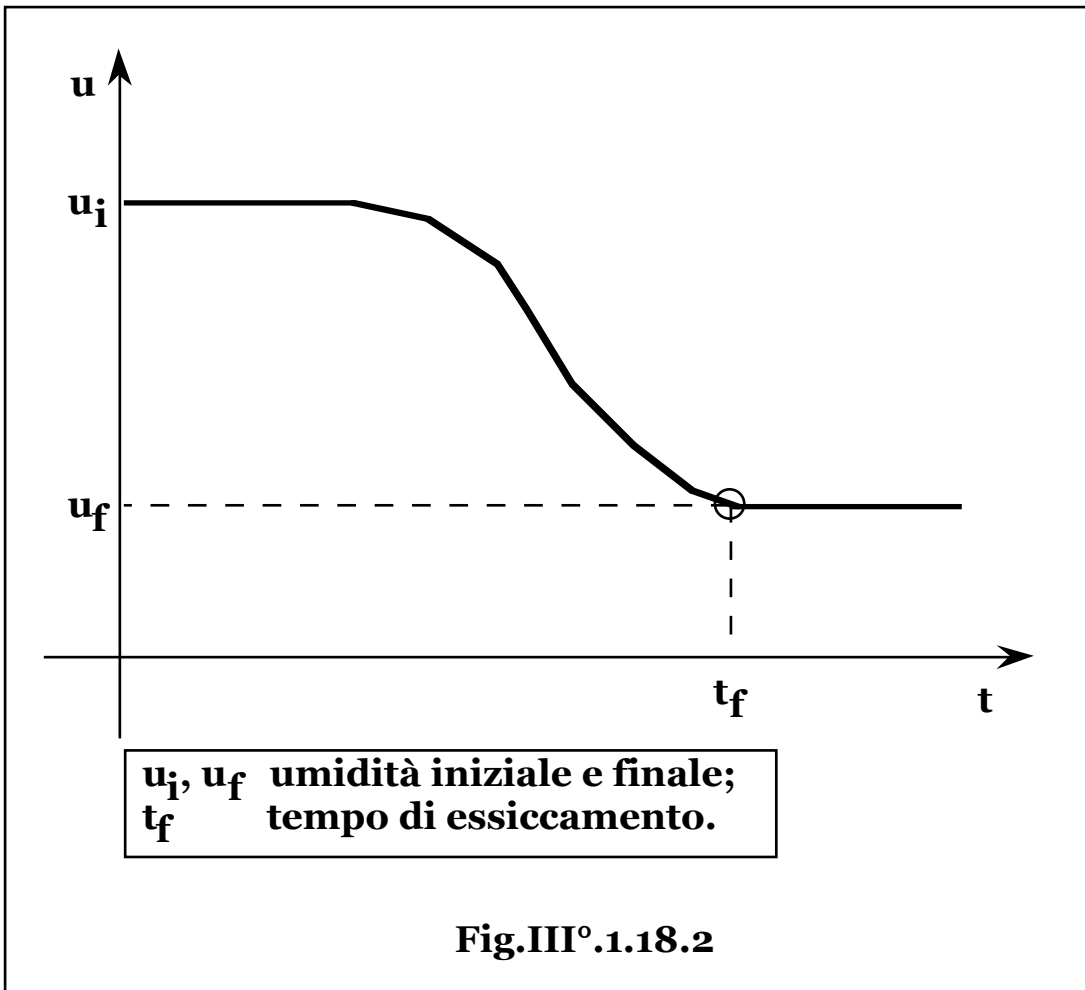
A regime risulta: $g_v = g'_v = \min(g_v, g'_v)$. Infatti per: $g_v > g'_v$, l'umidità che giunge alla superficie esterna non riuscendo a evaporare completamente, forma uno strato esterno di acqua che inibisce l'ulteriore migrazione di acqua all'interno del materiale, mentre per: $g_v < g'_v$, si ha un completo essiccamento superficiale con fenomeni di ritiro e deformazione della superficie esterna e occlusione delle porosità superficiali e ancora inibizione del fenomeno di trasporto dall'interno, per cui in condizioni ottimali di progetto, i due fenomeni parziali di trasporto risultano bilanciati ai massimi rispettivi valori di portate parziali.

Durante l'essiccamento si ha un ritiro volumetrico del materiale, (**Fig.III° .1.18.1**).



Inizialmente, (fase **1**), si ha solo riscaldamento senza variazioni di volume, quindi, (fase **2**), inizia l'evaporazione e il volume del materiale diminuisce corrispondentemente al volume d'acqua liberata, ($V_a = V'_r$); successivamente, (fase **3**), alla diminuzione di volume per evaporazione di acqua non corrisponde una pari diminuzione del volume apparente del materiale e inizia la formazione di vuoti, ($V_a - V'_r$); infine, (fase **4**), il volume apparente è ormai stabilizzato, mentre all'evaporazione di acqua corrisponde l'aumento del volume di vuoto. A elevate velocità di essiccamento, (du/dt), corrispondono tempi ridotti di essiccamento con formazione di elevati volumi di vuoto e quindi discontinuità, deformazioni, tensioni residue e diminuzione dell'integrità del materiale, mentre a ridotti valori della velocità di essiccamento corrispondono eccessivi tempi di processo. All'aumentare della densità diminuisce l'elasticità del materiale che richiede, quindi, tempi di essiccamento maggiori.

In pratica sono, pertanto, disponibili per ogni materiale curve ottimali di essiccamento in funzione del tempo, (**Fig.III°.1.18.2**).



Il valore dell'umidità finale del materiale da essiccare, (u_f), dipende dalle relative curve di igroscopicità, (**Fig.III°.1.18.3**), ovvero dell'umidità naturale della sostanza in funzione dell'umidità relativa dell'atmosfera circostante, (f_a).

§ III° .1.19 – DIMENSIONAMENTO DEGLI ESSICCATOI.

Per mantenere una differenza di pressione fra la tensione di vapore dell'acqua presente nel materiale e la pressione parziale di vapore dell'ambiente, è necessario asportare il vapore formatosi, con semplice circolazione forzata di aria ambiente, (o eventualmente di fumi di combustione se tollerati), o di aria, (secca), proveniente da un impianto di condizionamento, (essiccatoi ad aria fredda), o, infine, diminuire la pressione totale dell'ambiente, (essiccatoi a vuoto), mentre la tensione di vapore dell'acqua contenuta nella sostanza da essiccare può essere aumentata incrementandone la temperatura, (essiccatoi ad aria calda o a irraggiamento).

Gli essiccatoi possono essere statici a funzionamento intermittente e caricamento discontinuo, o continui a portata costante di materiale.

I dati di progetto risultano la portata di sostanza, (umida o secca), da essiccare, (G_u o G_s), l'umidità iniziale e finale, (u_i , u_f), la curva di essiccamento ottimale relativa alla natura del materiale e quindi il tempo necessario al processo.

Il bilancio energetico, a regime, di un essiccatoio continuo, risulta, (**Fig.III° .1.19.1**):

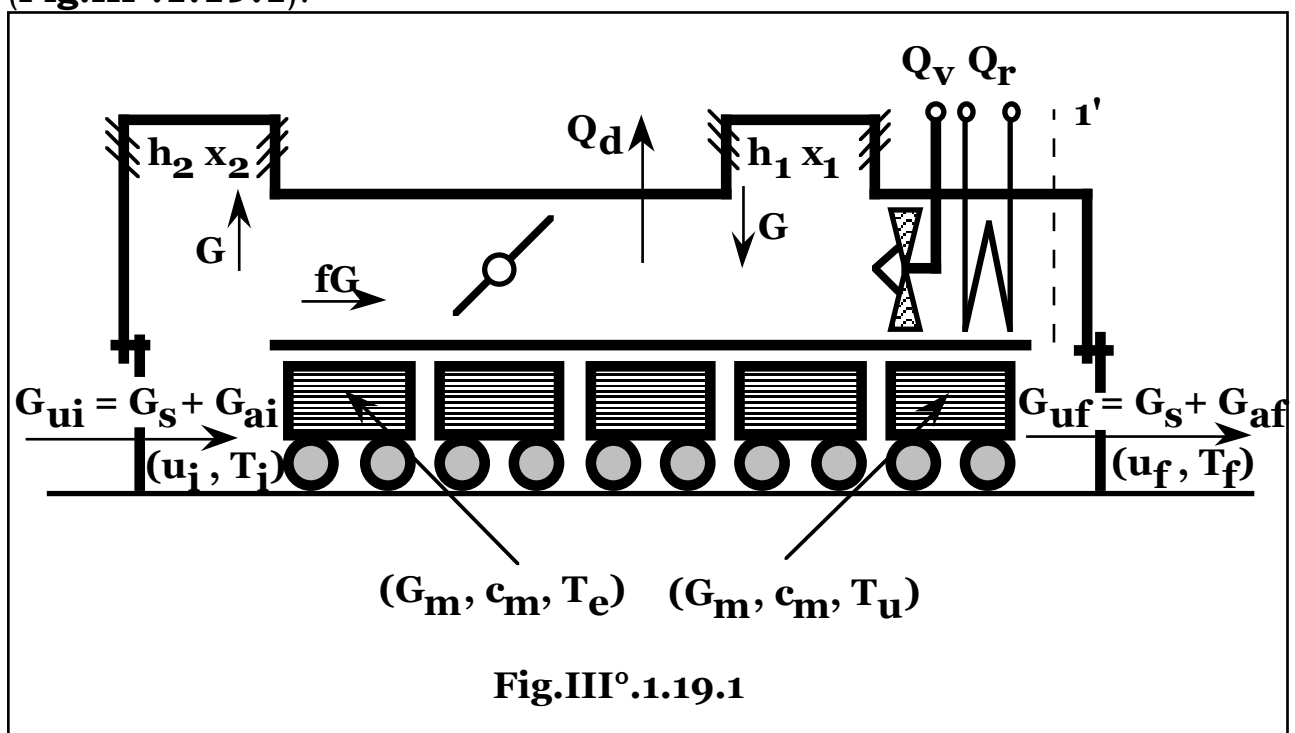


Fig.III° .1.19.1

$$Gh_1 + Q_r + Q_v + G_s c_s T_i + G_{ai} c_l T_i + G_m c_m T_e =$$

$$= Gh_2 + Q_d + G_s c_s T_f + G_{af} c_l T_f + G_m c_m T_u,$$

con: G_{ai} , G_{af} , G_m , G portata di acqua contenuta nella sostanza in ingresso e in uscita, del materiale di supporto e trasporto e d'aria, rispettivamente;

c_s , c_l , c_m calore specifico della sostanza secca, dell'acqua e del materiale di supporto e trasporto, rispettivamente;

T_i , T_f , T_e , T_u temperatura di ingresso e uscita, rispettivamente della sostanza e del materiale di supporto e trasporto;

h_1 , h_2 entalpia dell'aria umida in ingresso e uscita rispettivamente;

Q_r , Q_v , Q_d potenza termica di riscaldamento, dissipata dai sistemi di circolazione dell'aria e dispersa attraverso le pareti, rispettivamente.

Riferendo l'umidità alla sostanza secca, si ha:

$$G_{ai} = u_i G_s; G_{af} = u_f G_s, \text{ da cui:}$$

$$Q_r + Q_v = G(h_2 - h_1) + G_s c_s (T_f - T_i) + G_m c_m (T_u - T_e) + Q_d +$$

$$+ G_s u_f c_l T_f - G_s u_i c_l T_i.$$

Aggiungendo e togliendo il termine $G_s u_f c_l T_i$, si ottiene, infine:

$$Q_r + Q_v = G(h_2 - h_1) + G_s c_s (T_f - T_i) + G_m c_m (T_u - T_e) + Q_d +$$

$$+ G_s u_f c_l (T_f - T_i) - G_s c_l T_i (u_i - u_f),$$

ovvero la potenza termica immessa dalla sezione di riscaldamento più quella generata dalla dissipazione della potenza di ventilazione, $(Q_r + Q_v)$, a meno delle dispersioni, (Q_d) , si ritrova in aumento energetico dell'aria, $[G(h_2 - h_1)]$, della sostanza secca, $[G_s c_s (T_f - T_i)]$, del materiale di supporto e trasporto, $[G_m c_m (T_u - T_e)]$, e dell'acqua rimasta nella sostanza, $[G_s u_f c_l (T_f - T_i)]$.

Va tuttavia sottratta la potenza termica: $G_s c_l T_i (u_i - u_f)$, relativa al contenuto entalpico dell'acqua in ingresso, evacuata dalla portata d'aria, che compare già nel termine $G(h_2 - h_1)$, essendo l'entalpia dell'aria umida definita come somma di quella dell'unità di peso di aria secca più quella del vapore contenuto.

Riferendo le grandezze all'unità di portata di acqua evaporata:

$$(G_{ai} - G_{af}) = G_s(u_i - u_f) = G(x_2 - x_1),$$

con x_1 , x_2 , titolo di vapore dell'aria in ingresso e uscita, rispettivamente, si ha:

$$q_r + q_v = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} + q_s + q_m + q_d + q_a - c_1 T_i \approx \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} + q_o,$$

con: $q_s = \frac{c_s(T_f - T_i)}{u_i - u_f}$; $q_m = \frac{G_m c_m (T_f - T_i)}{G_s(u_i - u_f)}$;

$$q_d = \frac{Q_d}{G_s(u_i - u_f)};$$

$$q_a = u_f c_1 \frac{T_f - T_i}{u_i - u_f}; \quad q_o = q_s + q_m + q_d + q_a,$$

e potendosi, in genere, trascurare il contributo dell'entalpia dell'acqua in ingresso, ($c_1 T_i$), rispetto agli altri termini.

Noto lo stato fisico, (1), dell'aria in ingresso, (Fig.III° 1.19.2), e fissato quello in uscita, (2), rimane fissato il rapporto Dh/Dx , e sono valutabili le temperature T_i e T_f , da cui q_s e q_a , mentre i termini q_d e q_m , sono determinabili in base alle caratteristiche costruttive e di esercizio dell'essiccatoio.

E' quindi, noto il termine globale q_o che può esprimersi come frazione del termine Dh/Dx : $q_o = a Dh/Dx$, da cui il calore specifico da immettere nell'essiccatoio: $q_r = (1 + a)(Dh/Dx) - q_v$.

Il calore specifico di ventilazione, (q_v), risulta:

$$\begin{aligned} q_v &= \frac{GH}{h_v(G_{ai} - G_{af})} = \frac{GH}{h_v G_s(u_i - u_f)} = \\ &= \frac{GH}{h_v G(x_2 - x_1)} = \frac{H}{h_v(x_2 - x_1)}, \end{aligned}$$

con H e h_v prevalenza necessaria alla circolazione dell'aria e rendimento globale del gruppo di ventilazione, rispettivamente.

Si ottiene, per il dimensionamento completo del sistema:

– portata d'acqua da evaporare: $(G_{ai} - G_{af}) = G_s(u_i - u_f)$;

– portata d'aria di circolazione: $G = G_s(u_i - u_f)/(x_2 - x_1)$;

– potenza termica di riscaldamento:

$$Q_r = \left[(1 + a) \frac{Dh}{Dx} - \frac{H}{h_v(x_2 - x_1)} \right] G_s(u_i - u_f).$$

Lo stato fisico **1'** di fine riscaldamento dell'aria, (prima dell'umidificazione nell'essiccatoio), è determinabile dal suo titolo di vapore: $\mathbf{x}_{1'} = \mathbf{x}_1$ e dalla sua entalpia che risulta, essendo:

$$Q_r = G(\mathbf{h}_{1'} - \mathbf{h}_1):$$

$$\mathbf{h}_{1'} = \mathbf{h}_2 + \frac{c_s(\mathbf{T}_f - \mathbf{T}_i)(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)}{u_i - u_f} + \frac{G_m c_m (\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_e)(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)}{G_s(u_i - u_f)} + \frac{Q_d(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)}{G_s(u_i - u_f)} + \frac{u_f c_1 (\mathbf{T}_f - \mathbf{T}_i)(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)}{u_i - u_f} - (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) c_1 \mathbf{T}_i - \frac{H}{h_v}.$$

Risulta cioè che, rispetto alla curva di semplice umidificazione dell'aria, (ovvero a meno del termine: $(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) c_1 \mathbf{T}_i$, l'isoentalpica di equazione: $\mathbf{h} = \mathbf{h}_2$), la trasformazione reale dell'aria all'interno dell'essiccatoio richiede un'entalpia di partenza, (punto **1'**), maggiore essendo richiesto anche il riscaldamento della sostanza secca e dell'acqua contenuta nella sostanza, (da \mathbf{T}_i a \mathbf{T}_f), del materiale di trasporto, (da \mathbf{T}_e a \mathbf{T}_u), oltre alle perdite alle pareti, e minore in quanto la dissipazione della potenza di ventilazione comporta un progressivo riscaldamento della portata di aria, per cui il punto **1'** risulta al di sopra/sotto del punto **1** a seconda dell'entità relativa dei diversi termini.

Se la temperatura $\mathbf{T}_{1'}$ risulta maggiore di quella massima ammissibile per la sostanza da trattare, (\mathbf{T}_s), si effettua un ricircolo di una frazione, (**f**), della portata d'aria, ottenendo una portata totale pari a: $G(1 + \mathbf{f})$, nello stato fisico, (**3**), posto sulla congiungente **12**, tale che: $\mathbf{f} = \frac{31}{32}$, (**Fig.III°.1.19.2**).

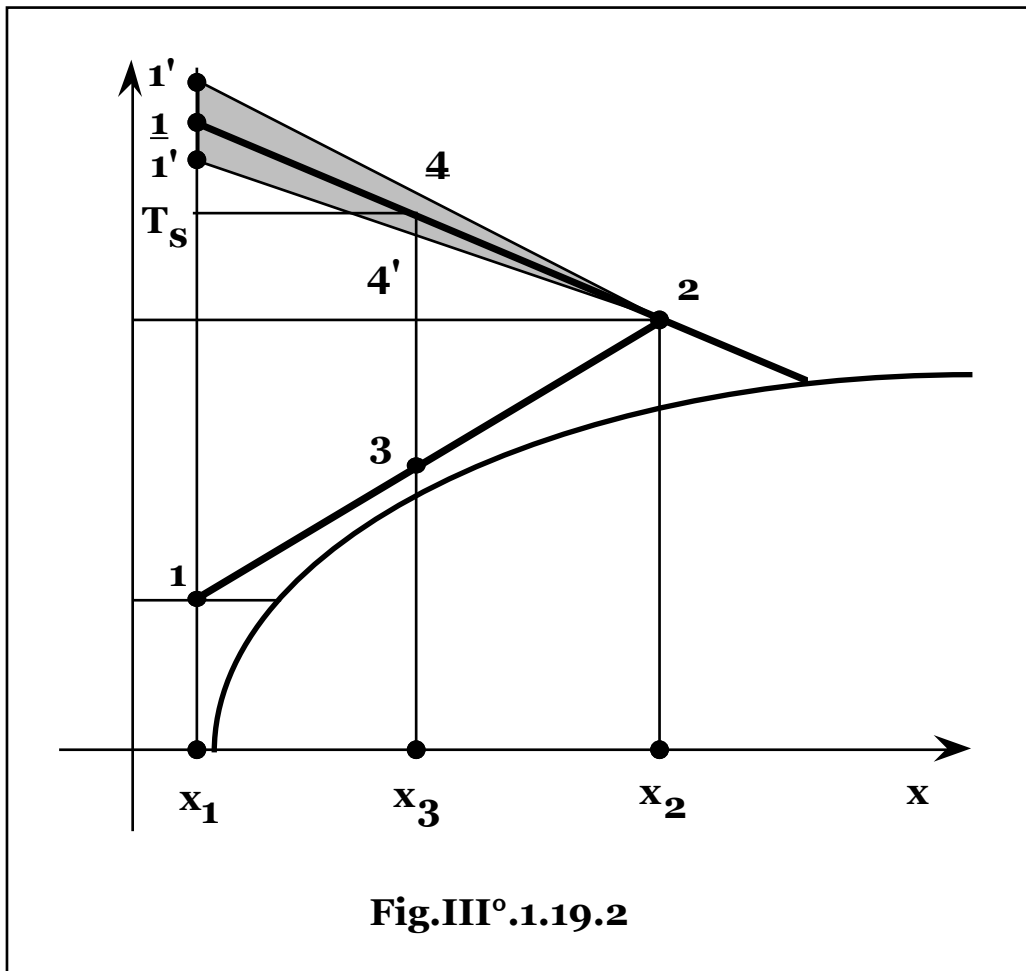
Per la costanza, (a meno del contributo della potenza di ventilazione), del rapporto Dh/Dx , il punto di fine riscaldamento della portata: $G(1 + \mathbf{f})$, (**4'**), è dato dall'intersezione della retta: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_3$, con la congiungente **1' 2**, mentre in condizioni di minima portata di ricircolo, il punto si trova come intersezione delle rette: **1'2** e $\mathbf{T} = \mathbf{T}_s$, da cui il corrispondente punto **3** come intersezione della retta:

$\mathbf{x} = \mathbf{x}_4$, con la congiungente **1 2**.

Il valore della frazione di ricircolo, noto il punto **3**, si ricava da una delle relazioni di bilancio:

$$G(1 + \mathbf{f})\mathbf{h}_3 = G \mathbf{f} \mathbf{h}_2 + G \mathbf{h}_1; \quad G(1 + \mathbf{f})\mathbf{x}_3 = G \mathbf{f} \mathbf{x}_2 + G \mathbf{x}_1:$$

$$\mathbf{f} = (\mathbf{h}_3 - \mathbf{h}_1)/(\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_3); \quad \mathbf{f} = (\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_1)/(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_3).$$



Tenuto conto che l'umidità dell'aria in uscita non varia, rimane costante la portata d'acqua evaporata:

$$(G_{ai} - G_{af}) = G_s(u_i - u_f) = G(1 + f)(x_2 - x_3) = G(x_2 - x_1),$$

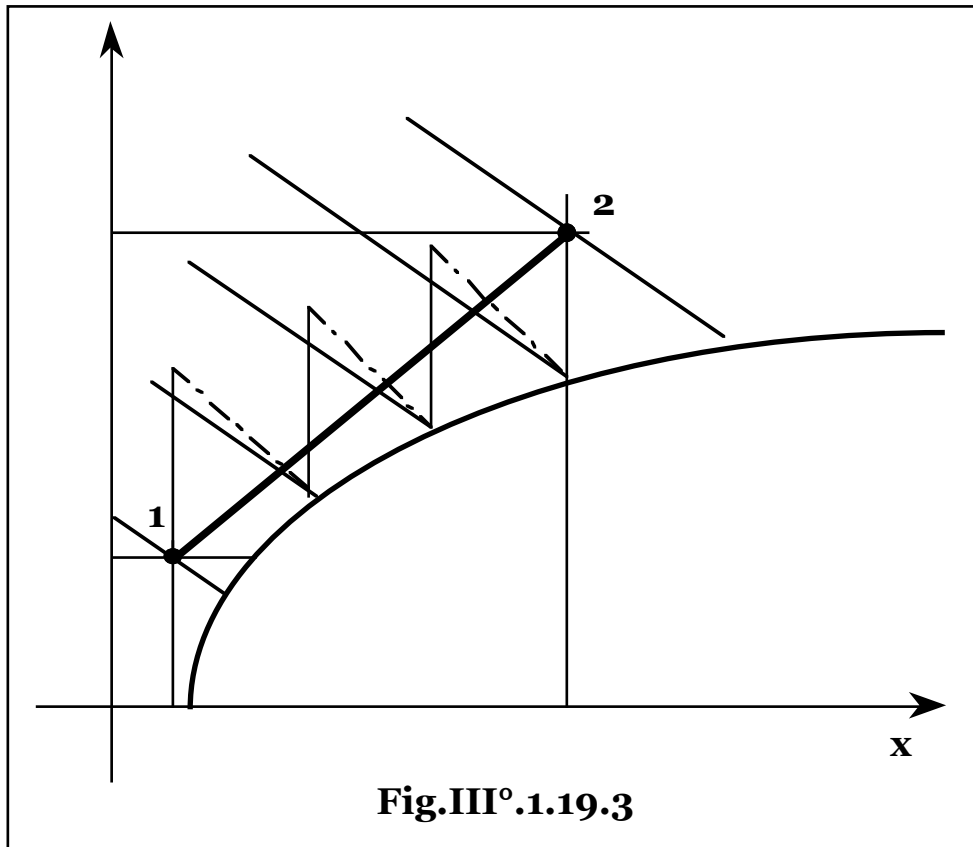
e parimenti non variando la temperatura dell'aria in uscita, rimane costante la potenza termica di riscaldamento, a meno della variazione della potenza di ventilazione per aumento della portata circolante e dei contributi: q_s , q_m , q_d , q_a , imputabile alla variazione delle temperature: T_u e T_f : conseguente alla variazione della temperatura media dell'aria all'interno dell'essiccatore:

$$G(1 + f)(h_{4'} - h_3) = G[(h_2 - h_1)/(h_2 - h_3)](h_{4'} - h_3) = G[(h_{1'} - h_1),$$

essendo: $h_{1'} = h_{4'} = h_2$, a meno delle suddette variazioni.

Si ottiene, quindi:
$$Q_r = \left[(1 + a) \frac{Dh}{Dx} - (1 + f^*) \frac{H}{h_v(x_2 - x_1)} \right] G_s(u_i - u_f).$$

E' anche possibile frazionare il riscaldamento dell'aria e l'asportazione dell'acqua evaporata, (**Fig. III° .1.19.3**), con andamento a gradini.



In entrambi i casi, pur non variando lo stato fisico dell'aria in uscita, si ha un appiattimento della temperatura all'interno dell'essiccatoio, con diminuzione delle temperature T_u e T_f e conseguente diminuzione della potenza termica di riscaldamento.

L'innescò di una portata di ricircolo aumentando la portata interna di circolazione e quindi la potenza di ventilazione: $Q_v = G(1 + f) H/h_v$, diminuisce il valore dell'entalpia di fine riscaldamento dell'aria h_1' .

Procedendo in maniera iterativa, dal valore iniziale della frazione di ricircolo, (f), si ottiene un nuovo, (minore), valore dell'entalpia, h_1' , da cui un nuovo valore della la frazione di ricircolo, (f), minore del precedente e conseguente aumento dell'entalpia h_1' , fino alla convergenza dell'iterazione, (f^*).

§ III° .1.20 – FORNI INDUSTRIALI.

Si indicano come forni le apparecchiature atte a portare una regione di spazio a temperatura sufficiente a innescare trasformazioni fisiche e/o chimiche nei materiali introdotti.

I forni si distinguono in industriali e in artigianali e domestici, oltre che per i tipi di trattamenti tecnologici effettuati, per le temperature raggiungibili, variabili da 500 °C, (stufe), fino a oltre 20.000 °C nei forni a plasma.

Le principali operazioni tecnologiche ottenibili nei forni sono il semplice **riscaldamento** della carica senza reazioni chimiche se non superficiali, per ottenere rilassamento da tensioni, lavorazioni plastiche, trattamenti termici, (ricottura, tempra, rinvenimento, bonifica, cementazione), **fusione** della carica, (forni fusori), con eventuali reazioni chimiche connesse, (riduzione di ossidi metallici, separazione di elementi secondari), per la colata dei metalli, l'affinazione, la correzione della carica.

A temperature prossime a quella di fusione o di rammollimento del materiale, si hanno forni di arrostitimento o calcinazione per l'ottenimento di ossidi, (allumina da bauxite, calce da calcare), per la fabbricazione di cemento, materiali ceramici, gres, refrattari.

Un forno industriale è costituito da un **laboratorio** di contenimento del materiale posto direttamente sul pavimento o separato da guide metalliche tubolari refrigerate ad acqua, delimitato da **pareti**, (suola, muri perimetrali, volta piana ad arco mono o polistrato eventualmente dotata di nervature semplici o incrociate), in refrattario resistenti a sollecitazioni termiche, meccaniche, eventualmente chimiche, spesso refrigerate a tubi d'acqua, circondate da un **involucro** in materiale isolante e dalla **struttura** di contenimento metallica o muraria.

Le strutture sono munite di giunti di dilatazione per permettere espansioni e dilatazioni termiche senza tensioni intollerabili.

Le fondamenta dei forni sono progettate per limitare le dispersioni termiche e permettere l'ispezione delle parti inferiori.

I materiali refrattari non fondono a una temperatura definita, ma presentano una precedente zona termica in cui subiscono una fase di rammollimento.

I refrattari impiegati nei forni industriali devono presentare alti punti di rammollimento e di fusione, (grado di refrattarietà), resistenza meccanica a freddo e a caldo, alle variazioni termiche, all'attacco chimico, nonché stabilità di volume con minime riduzioni, (i refrattari soggetti a cicli termici subiscono variazioni dimensionali con riduzione permanente di volume).

Dal valore della dilatazione termica si calcolano i giunti di dilatazione.

I refrattari si distinguono in acidi, basici e neutri.

I primi comprendono i refrattari silicei, (silice fino al 95 ÷ 96%), con notevole resistenza alle sostanze acide, ma non a quelle alcaline, elevato punto di fusione, (fino a 1.750 °C), alta resistenza a

compressione sia a freddo che a caldo, mentre agli sbalzi termici solo ad alta temperatura.

I refrattari silico-alluminosi, (silice 40 ÷ 75%, allumina 20 ÷ 45%), sono detti semiacidi in quanto debolmente attaccati dagli acidi alle alte temperature e solo parzialmente resistenti agli agenti basici; presentano buona resistenza agli sbalzi termici, ma ridotta resistenza alla compressione a caldo.

A crescenti tenori di allumina si hanno i refrattari extra-alluminosi o sillimaniti, (allumina 62 ÷ 64%), a struttura cristallina, elevato punto di fusione, buona resistenza alla compressione a caldo.

Fra questi la mullite, (allumina 63 ÷ 65%, silice 32 ÷ 43%), ha temperatura di fusione di 1.850 °C, alta resistenza agli sbalzi termici e all'aggressione chimica in ambiente acido e discreta in ambiente basico, avvicinandosi quindi, ai refrattari neutri.

I refrattari basici come i magnesiaci, (ossido di magnesio fino all'88%, di ferro, di alluminio, di calcio, silice), hanno punti di fusione fino a 2.000 °C, buone caratteristiche meccaniche a freddo e a caldo, ma ridotta resistenza agli sbalzi termici.

I refrattari dolimitici sono composti da ossidi di calcio e magnesio in parti circa uguali, la cromo-magnesite, (ossido di magnesio, di cromo 25 ÷ 32%, di ferro 9 ÷ 14%), ha temperatura di fusione di circa 2.000 °C, buona resistenza agli sbalzi termici.

Fra i refrattari neutri, la cromite, (ossido di cromo 44%, di alluminio, di ferro, di magnesio), ha temperatura di fusione di circa 1.900 °C, buona resistenza chimica sia in ambiente acido che basico, dilatazione lineare con la temperatura.

Refrattari neutri speciali quali grafite, carbone, corindone, (allumina fusa), e allo zirconio, (ossido o silicato), hanno buone caratteristiche, ma elevati costi che ne limitano l'uso in forni particolari.

Le murature dei forni sono realizzate con cementi refrattari e minimi spessori fra i mattoni, mentre all'esterno vengono posizionati mattoni isolanti a base di farina fossile, vermiculite, su impalcatura argillosa.

Il tipo e la posizione dei focolari e dei bruciatori è ottimizzata all'ottenimento del più possibile uniforme riscaldamento dei materiali, inoltre essendo la potenza termica trasmessa alla carica, influenzata dalla velocità dei gas caldi, la circolazione, (ed eventuale ricircolazione), viene regolata mediante condotte di tiraggio, schermi, ostacoli, canali deviatori, eiettori, o per temperature non troppo elevate, ventilatori mentre le dimensioni sono tali da consentire la completa combustione della miscela prima del raggiungimento di pareti fredde con perdite e depositi di residui carboniosi.

Il combustibile solido viene poverizzato per una migliore miscelazione con l'aria comburente possibilmente preriscaldata, mentre il combustibile liquido viene ridotto in minute goccioline per via meccanica con aria compressa e talvolta preventivamente vaporizzato.

In caso siano richieste temperature ridotte dei fumi con andamenti più gradualmente del riscaldamento e minori gradienti termici, le curve di temperatura dei fumi e conseguentemente della carica, possono essere modificate aumentando l'eccesso d'aria con, tuttavia, aumento delle perdite al camino.

Può quindi essere prevista una totale o parziale ricircolazione dei fumi.

La potenzialità termica, o carico di un forno, è definita come la potenza termica sviluppabile per unità di volume di camera di combustione e supera valori di 10^6 kcal/m³.

Il rendimento del forno, definito come pari al rapporto fra l'energia termica primaria meno le perdite e l'energia termica primaria stessa, non supera valori di $0,3 \div 0,5$, a causa delle rilevanti cessioni di calore dovute ai fumi caldi in uscita, alle dispersioni attraverso le pareti, al calore contenuto nella carica in uscita e al materiale di supporto, trasporto, movimentazione.

Pertanto in caso di temperature molto elevate, la carica e i gas caldi vengono raffreddati in uscita con recupero della potenza termica per il preriscaldamento della carica, dell'aria comburente, del combustibile gassoso, o recuperando la potenza termica altrimenti dispersa per usi energetici o tecnologici in appositi scambiatori di calore semplici o caldaie munite di camere di combustione integrative in caso di funzionamento non parallelo dei diversi sistemi.

Il preriscaldamento della carica richiede in genere aumenti delle dimensioni dei forni per ottenere sufficienti tempi di preriscaldamento e presenza di apparecchiature di movimentazione e rimescolamento della carica in ingresso con i fumi in uscita.

Il preriscaldamento dell'aria comburente, (detta vento), o di combustibile gassoso, avviene in appositi scambiatori di recupero metallici per temperature non troppo elevate e in ghisa in presenza di pericoli di corrosione.

La superficie di scambio lato aria, (o combustibile gassoso), viene maggiorata, (generalmente tramite alettatura), a causa del non trascurabile contributo dell'irraggiamento dalla parte fumi per la loro alta temperatura.

Qualora sia tollerabile una qualche contaminazione si utilizzano anche scambiatori di calore ad accumulo costituiti da masse di materiali refrattari, (o in caso di temperature limitate, metallici), alternativamente riscaldate per contatto diretto coi fumi caldi di combustione e successivamente raffreddate per contatto con aria di alimento, (o combustibile gassoso), che si preriscalda.

Sistemi modulari suddivisi in più unità permettono portate sufficientemente costanti.

In caso di formazione di gas combustibile, (in genere ossido di carbonio), da reazioni chimiche all'interno dei forni, il potere calorifico disponibile, (in genere non superiore a 900 kcal/Nm^3), può essere utilizzato tramite postcombustione con aria addizionale, con notevole aumento di calore recuperabile tenuto conto delle temperature di uscita dei fumi, (circa $200 \text{ }^\circ\text{C}$).

Gli apparecchi rigeneratori possono essere ancora impieghi di refrattari in cui tuttavia avvengono reazioni di combustione.

Risultano generalmente di numero maggiore essendo il ciclo a gas di durata circa doppia rispetto a quello a vento.

Il gas viene in genere depurato per separare particelle solide trascinate potenzialmente corrosive.

Le temperature di combustione raggiungono valori di $1.100 \div 1.200 \text{ }^\circ\text{C}$, con temperature di preriscaldamento dell'aria fino a $800 \text{ }^\circ\text{C}$.

Anche nel recupero tradizionale è possibile investire con fiamme pilota i fumi di combustione prima di inviarli agli scambiatori di calore, recuperando il calore di reazione della frazione di CO presente.

Anche il calore contenuto nella carica in uscita può essere recuperato preriscaldando l'aria di alimento con aumento del rendimento globale del forno.

In caso di esubero di potenza termica di recupero, può essere generata una portata di aria calda addizionale per usi tecnologici diversi, come l'essiccamento.

Atmosfere controllate.

L'atmosfera del forno contiene in genere elementi e composti quali N_2 , CO_2 , H_2O , CO , O_2 , H_2 , SO_2 , SO_3 , ceneri, ecc., e viene detta ossidante qualora contenga ossigeno in grado di ossidare la carica e riducente in presenza di elementi o composti quali idrogeno od ossido di carbonio, in grado di ridurre ossidi a metallo sottraendovi ossigeno, (per ottenere un'atmosfera riducente si può bruciare il combustibile in

difetto d'aria con pericolo di eccessiva riduzione della temperatura di combustione).

In caso di inibizione di tali reazioni l'atmosfera di dice neutra.

In pratica, tuttavia, l'atmosfera del forno non risulta costante, mentre all'aumentare della temperatura, sostanze normalmente inerti, (CO_2 , H_2O), possono attivarsi.

In caso siano richiesti trattamenti esclusivamente fisici con assenza di reazioni chimiche fra la carica e l'atmosfera del forno occorre riscaldare il materiale in un mezzo gassoso di composizione prestabilita e controllata, (in caso di riscaldamento per combustione fra i fumi e l'atmosfera che sovrasta e riscalda la carica devono quindi essere interposte pareti realizzate ad esempio da tubi radianti in cui brucia il combustibile).

L'atmosfera controllata può essere generata per combustione separata con prefissate caratteristiche riducenti o neutre, (la conducibilità dei gas di combustione in difetto di aria è circa doppia per la presenza dell'idrogeno che presenta una conducibilità circa sette volte maggiore di quella dell'aria).

Classificazione dei forni industriali.

I forni industriali possono essere classificati a seconda del tipo di impiego, (forni da laboratorio e industriali), a seconda delle caratteristiche del ciclo di funzionamento, (forni continui, intermittenti), a seconda delle caratteristiche costruttive, (forni fissi, inclinabili, oscillanti, rotativi), a seconda della forma del contenitore, (forni a crogiolo, a muffola, a vasca, a coppella, a tino, ecc.), e infine a seconda della forma di energia impiegata per il raggiungimento delle temperature, (forni a combustibile, solido, liquido, gassoso, forni elettrici, forni a plasma, forni a energia solare).

Forni industriali a combustibile chimico.

In tali apparecchiature è presente una camera in cui avviene il trattamento termico, rivestita internamente da materiali refrattari resistenti al calore e coibentata verso l'esterno.

Il combustibile può essere miscelato al materiale da trattare, (forni a carica mista), qualora si impieghino le stesse reazioni di combustione per il trattamento del materiale, o essere parte del materiale stesso a fungere da combustibile e in tal caso il laboratorio funge da focolare in cui avvengono tutte le reazioni di combustione ed eventuale preriscaldamento del combustibile e dell'aria comburente.

I forni a **carica mista** sono i più antichi utilizzati per il trattamento di minerali del rame e del ferro che miscelati a carbone o legna subivano processi di riduzione fornendo rame allo stato liquido o ferro allo stato pastoso. I forni a catasta vengono impiegati per l'estrazione dello zolfo dai suoi minerali, (calcaroni fino ai più moderni forni Gill), e per la carbonizzazione del legno.

I forni a tino ad asse verticale, (detti per il progressivo aumento delle dimensioni, altoforni), con altezze che vanno dal metro, (piccoli cubilotti), ai 30 m, (grandi altoforni), diametri massimi di oltre 12 m, per volumi utili di oltre 2.000 m³ e potenzialità produttive fino a 5.000 t/giorno, vengono impiegati per la produzione della ghisa dal XII secolo. La sezione originariamente quadrata, è oggi generalmente rotonda, a meno di forni a tino speciali a sezione rettangolare e doppie pareti metalliche raffreddate ad acqua, (water jacket), impiegati nella metallurgia del rame, piombo e nichel.

L'aria di alimento insufflata dal basso viene preriscaldata con ottenimento di maggiori rendimenti termici.

Attualmente anche i gas prodotti, (CO₂ nei forni a calce o gas d'altoforno nella siderurgia), vengono recuperati.

Oltre che per la produzione, rifusione, (forni a manica o cubilotti), e l'affinazione, (forni convertitori), della ghisa, vengono impiegati per la produzione della calce, del cemento da marne naturali, (forni colanti o meccanici automatici).

I forni Herreshof, Lurgi, Wedge, sono muniti di ripiani orizzontali, (suole multiple), e organi meccanici rotanti per la progressiva discesa del materiale verso i ripiani più bassi, mentre nei forni Hoffmann detti anche fornaci per la cottura dei laterizi a funzionamento continuo, la zona di combustione può spostarsi orizzontalmente insieme ai gas caldi prodotti e la carica di materiale rimane ferma, ovvero la carica è mantenuta in moto meccanicamente e la zona calda è fissa, (forni a tunnel).

Nei forni a **focolare esterno** invece, il combustibile è separato dal materiale per evitare inquinamento della carica o per altre esigenze tecnologiche e i fumi di combustione investono il materiale in trattamento, (forni a fiamma libera), o riscaldano il materiale attraverso superficie, (forni a vasi chiusi).

I forni a **fiamma libera** possono essere a riverbero con le pareti e la volta del laboratorio che irradiano calore sulla superficie del materiale investito direttamente, (forni a vasca per il vetro, a coppella per l'argento). I gas caldi hanno generalmente un percorso orizzontale e il combustibile è bruciato in una camera separata o entro la camera di

trattamento pur senza mescolarsi al materiale, (forno Martin–Siemens a nafta, metano).

Nei forni a suola rotante prevalentemente per le lavorazioni plastiche a caldo dei materiali metallici, la platea di refrattario è posta in rotazione continua o discontinua.

Nei forni a tunnel la camera è costituita da una galleria a pianta rettangolare o circolare, riverberante il materiale che la percorre trasportato da carrelli guidati su rotaie o su nastri trasportatori continui, o spinto da apparecchiature meccaniche, (forni a spinta).

I forni a campana sono costituiti da una struttura a campana riverberante su una suola fissa.

I forni rotativi sono costituiti da un corpo cilindrico in acciaio leggermente inclinato sull'orizzontale, (di dimensioni fino a 120 m per diametri di 3 m), rivestito all'interno da materiale refrattario riverberante, mantenuto in lenta rotazione, (1 ÷ 4 giri/1'), che permettono più attivi scambi termici e omogeneizzazione del materiale. Sono tipicamente impiegati nella produzione del cemento, la cottura della calce e della magnesia, per la preparazione della allumina e la produzione dell'anidride solforosa dallo zolfo.

I forni a **vasi chiusi** sono richiesti qualora il materiale non debba venire in contatto con i prodotti della combustione e talvolta isolato dall'atmosfera.

I forni a crogiolo comprendono un contenitore in materiale refrattario chiuso da coperchio e manovrato generalmente a mano riscaldato in un forno a riverbero o su comuni fornelli, (vetri speciali, acciai di qualità).

I forni a muffola sono costituiti da camere chiuse anche di rilevanti dimensioni contenenti il materiale e lambite dai prodotti della combustione o riscaldate elettricamente e impiegati nell'industria chimica, nella cottura dei prodotti ceramici.

I forni a storte, (recipienti resistenti al calore), sono impiegati in presenza di emissioni di gas da parte dei materiali in trattamento che devono essere raccolti, (metallurgia dello zinco e del magnesio, distillazione secca del litantrace per l'ottenimento di gas di città, coke metallurgico).

Nei forni tubolari il materiale da trattare si presenta in forma fluida, (liquida o gassosa), e viene posto in circolazione in tubazioni lambite da prodotti della combustione, (industria petrolifera per la distillazione del greggio, piroschissione).

Forni elettrici.

I forni elettrici impiegano energia elettrica con diversi sistemi di trasferimento, per riscaldare il materiale da trattare.

Nei forni elettrici introdotti industrialmente all'inizio del secolo passato, si raggiungono temperature superiori a 3.000 °C contro i circa 1.900 ÷ 2.000 °C dei forni a combustibile bruciato in aria.

Il rendimento risulta molto elevato, la regolazione oltremodo agevole, non si hanno fenomeni di inquinamento da prodotti di combustione, mentre economicamente sono ridotti i costi di investimento e rilevanti quelli di esercizio per la natura dell'energia primaria impiegata.

I forni elettrici a **resistenza** utilizzano il calore generato dal passaggio di corrente, (continua o più comunemente alternata), direttamente nel materiale in trattamento, (forni elettrici a resistenza diretta della carica disposta fra elettrodi), o in conduttori, (resistori), metallici, (leghe Ni-Cr, Cr-Al), o non metallici, (grafite, carborundum).

I fenomeni di ossidazione del materiale sono ridotti e comunque eliminabili con atmosfere controllate.

Nei forni elettrici a **irraggiamento** i resistori sono alloggiati sulle pareti o sulla volta del laboratorio da cui irraggiano il materiale, essendo al confronto, trascurabile la convezione.

Gli acciai dolci sono impiegabili fino a temperature di circa 450 °C, quelli legati al Ni-Cr, fino a 800 ÷ 900 °C, mentre leghe Ni-Cr, (Ni 80%, Cr 20%), giungono a 1.200 °C e leghe a base di Fe, Al, Cr, Co, fino a 1.450 °C. Per temperature superiori, (forni ceramici, per refrattari), occorre utilizzare resistori non metallici come la grafite o il carburo di silicio, (fino a 1.600 °C).

Per temperature sufficientemente basse possono impiegarsi anche lampade a raggi infrarossi.

Nei forni elettrici a **convezione**, i resistori, interni o esterni al laboratorio, non irraggiano la carica ma la potenza termica è trasferita tramite un gas intermedio, (aria o atmosfera controllata), in circolazione forzata.

I ventilatori non possono superare temperature di circa 800 ÷ 900 °C, limitando il campo termico dei forni.

Nei forni elettrici a **conduzione**, il fluido termovettore riscaldato dai resistori è liquido, (olio o sali fusi), in cui è immersa la carica.

I forni elettrici a **induzione** impiegano correnti alternate, (a bassa, media e alta frequenza), con accoppiamenti elettromagnetici che generano correnti indotte nei materiali, (metallici), da trattare.

Per l'assenza di elettrodi e resistenze non si ha inquinamento dei prodotti.

Nei forni elettrici a **induzione** a bassa frequenza è presente un nucleo ferromagnetico sul quale sono avvolti un circuito primario percorso da corrente alternata a frequenza industriale e un circuito secondario a una sola spira di materiale da trattare contenuto nel crogiolo.

Nei forni elettrici a **induzione** ad alta frequenza, (500 ÷ 3.000 e fino a 10^6 Hz), è assente il nucleo ferromagnetico fra l'induttore alimentato da corrente ad alta frequenza, (generalmente raffreddato ad acqua), e l'indotto contenuto nel crogiolo.

Le temperature ottenibili sono sensibilmente maggiori e possono impiegarsi anche per fusione di materiali non conduttori qualora l'indotto sia costituito dal crogiolo, (generalmente in grafite), che trasmette calore al bagno di materiale contenuto.

Il riscaldamento risulta tanto più superficiale e rapido quanto più elevata è la frequenza, per cui è possibile spaziare fra trattamenti quali la tempra degli acciai o riscaldamenti più profondi e prolungati della carica.

I forni elettrici ad **arco** impiegano il calore generato da un arco elettrico trasmesso per irraggiamento, (arco radiante o indiretto), o innescando un arco elettrico fra uno o più elettrodi e la carica, (arco diretto), che si riscalda al passaggio della corrente.

Gli elettrodi assogettati ad alte temperature sono costituiti da carbone amorfo o da grafite.

In caso di materiali non conduttori sono impiegati particolari forni elettrici basati su caratteristiche dielettriche come perdite per isteresi, che utilizzano campi elettrici alternati generati da coppie di elettrodi a elevata tensione, (fino a 15 kV), e frequenza, (2 ÷ 40 MHz), fra i quali è posta la carica.

Nei forni ad **alto vuoto**, (10^{-2} Pa), il calore è trasmesso solo per irraggiamento in una camera generalmente cilindrica ad asse verticale od orizzontale di materiale ad alto punto di fusione, (molibdeno, tantalio, tungsteno o grafite), ottenendo temperature oltre i 2.000 °C senza contaminazione della carica e quindi prodotti di altissima qualità, (trattamenti termici nell'industria missilistica e aerospaziale, fusione di metalli purissimi a bassa tensione di vapore, giunzione di materiali metallici mediante brasatura), che dopo il trattamento viene raffreddata prima dello scarico riempiendo il forno con gas inerti, (argon, elio, azoto), con impurità non superiori a qualche ppm in volume.

Nei forni a **plasma**, (o torce a plasma), si raggiungono temperature di 10.000 ÷ 20.000 °C, ottenendo in contenitori speciali con atmosfera

neutra, (Ar, He), materiali ad alta purezza, (cristalli di molibdeno, tantalio, niobio, cromo, allumina per la produzione di rubini e zaffiri per laser, zirconi), mentre in atmosfera riducente, (H, miscele H–Ar), si ottengono rapide fusioni di metalli altrimenti difficilmente ottenibili, (Mo, Nb, Ta, Cr, V), e in atmosfera ossidante, (O, miscele O–Ar), fusioni e preparazione di cristalli di ossidi ad alto coefficiente di dissociazione, (magnesio a 2.900 °C, torio a 3.300 °C), sintesi di nitruri di alluminio e zirconio, proiezione di ossidi refrattari su metalli, (industria nucleare, missilistica, astronautica).

I forni a **energia solare** infine raggiungono temperature elevate tramite specchi piani orientati automaticamente con servomeccanismi verso il sole che concentrano la radiazione verso uno specchio parabolico fisso nel cui fuoco è posto il forno.

I trattamenti tecnologici da effettuarsi nei forni richiedono il raggiungimento e il mantenimento di determinati livelli di temperatura nel materiale.

La progettazione di un forno industriale necessita quindi, dell'analisi delle temperature della carica in funzione delle coordinate spaziali e del tempo per ogni geometria dei pezzi, nota la sorgente di potenza termica e i meccanismi di trasferimento.

Data una distribuzione di temperatura variabile nello spazio e nel tempo, $[T(\underline{r}, t)]$, ne deriva un vettore densità di flusso termico, (\underline{q}) , pari a: $\underline{q} = -c_t \text{ grad } T(\underline{r}, t)$.

La quantità di energia termica che in un tempo infinitesimo dt attraversa una superficie infinitesima dS , vale quindi:

$dq = \underline{q} \times \underline{n} dS dt$, con \underline{n} versore normale alla superficie infinitesima isoterma passante per il centro della superficie e orientato nel verso uscente.

In assenza di sorgenti endogene di calore e di cambiamenti di fase del materiale, il bilancio energetico di un elemento di volume, omogeneo e isotropo DV , di superficie di frontiera DS , vale in un tempo

infinitesimo: $dq = - dt \int_{DS} \underline{q} \times \underline{n} dS$, o per il teorema di Gauss:

$dq = - dt \int_{DV} \text{div } \underline{q} dV$, da cui tenuto conto dell'espressione di \underline{q} , e

che $\text{div grad} \equiv \nabla^2$: $dq = dt c_t \int_{DV} \nabla^2 T(\underline{r}, t) dV$.

Tale flusso netto eguaglia la variazione di energia termica interna:

$c_p d_s \int_{DV} dT$, da cui: $c_t \nabla^2 T(\underline{r}, t) = c_p d_s \delta T(\underline{r}, t) / \delta t$, (equazione di Fourier), ovvero: $\nabla^2 T(\underline{r}, t) = (c_p d_s / c_t) \delta T(\underline{r}, t) / \delta t = (1/d_t) \delta T(\underline{r}, t) / \delta t$, con: $d_t = c_t / c_p d_s$, diffusività termica del materiale.

Infatti considerando in geometria piana un cubetto elementare isotropo, le temperature sulle facce opposte variano di:

$$(\delta T / \delta x) dx, (\delta T / \delta y) dy, (\delta T / \delta z) dz.$$

La potenza termica trasmessa nella direzione \mathbf{x} risulta quindi:

$$- c_t dydz [\delta T(x, y, z, t) / \delta x - \delta T(x + dx, y, z, t) / \delta x] =$$

$$= c_t dydz [\delta^2 T(x, y, z, t) / \delta x^2] dx = c_t [\delta^2 T(x, y, z, t) / \delta x^2] dx dy dz,$$

e sommando i contributi nelle tre direzioni cartesiane:

$$c_t [\delta^2 T(x, y, z, t) / \delta x^2 + \delta^2 T(x, y, z, t) / \delta y^2 + \delta^2 T(x, y, z, t) / \delta z^2] dx dy dz =$$

$= \nabla^2 T(x, y, z, t) dx dy dz$, che eguaglia la variazione di energia termica del cubetto:

$$dm c_p \delta T(x, y, z, t) / \delta t = (d_s dx dy dz) c_p [\delta T(x, y, z, t) / \delta t], da cui:$$

$$\nabla^2 T(x, y, z, t) = (c_p d_s / c_t) \delta T(x, y, z, t) / \delta t = (1/d_t) \delta T(x, y, z, t) / \delta t.$$

Note le condizioni iniziali: $T(\underline{r}, 0) = T_0$, con T_0 , temperatura di ingresso del materiale e al contorno:

$$Q = c_s [T_f - T(0, t)] + c_e s_o [T_f^4 - T^4(0, t)] = c^*_s [T_f - T(0, t)],$$

con: T_f, c_s temperatura e coefficiente di convezione dei gas caldi;

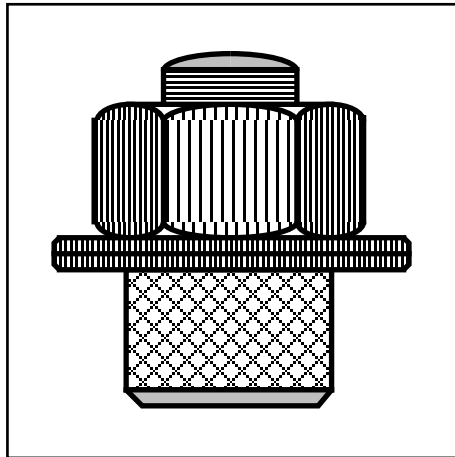
c_e, s_o coefficiente di emissione e costante di Stephan-Boltzmann;

c^*_s coefficiente di trasmissione comprensivo della convezione e irraggiamento,

la relazione può quindi essere risolta per qualunque geometria del materiale, con la determinazione della curva di temperatura nello spazio e nel tempo, o più comunemente, ricavata per via sperimentale.

Qualora le dimensioni dei pezzi siano sufficientemente ridotte da poter considerare omogenea la temperatura all'interno del materiale e la potenza termica sia ricevuta per convezione da un fluido caldo a temperatura T_f , indicando con S e V la superficie esterna e il volume del materiale, si ha: $Q = c^*_s S (T_f - T) = d_s V c_p dT/dt$, da cui:

$$T(t) = T_f - (T_f - T_0) e^{- (c^*_s S / d_s V c_p) t}.$$



CAP.III° .2 – IMPIANTI FRIGORIFERI.

§ III° .2.1 – GLI IMPIANTI FRIGORIFERI.

La costante di equilibrio, (k_p), di ogni reazione chimica, è definita

come:

$$k_p = \frac{\prod_{i=1}^n c_{pi}}{\prod_{j=1}^m c_{rj}} = k_p(T),$$

con: c_{pi} concentrazione dell'iesimo prodotto;

c_{rj} concentrazione del jesimo reagente,

e risulta funzione della temperatura, che influenza qualunque reazione chimica nel senso, in generale, di aumentarne la velocità col suo incremento.

Pertanto in tutti i casi in cui sia necessario inibire una qualunque reazione, (o serie di trasformazioni), chimica è necessario disporre di basse temperature.

Un impianto frigorifero è costituito dall'insieme di apparecchiature atte a mantenere una definita regione di spazio a temperatura inferiore a quella dell'ambiente circostante.

Il caso di maggiore interesse civile e industriale, è relativo alla conservazione di composti organici, (generalmente alimentari), di origine animale o vegetale.

Nel caso di prodotti vegetali, l'evoluzione anabolico-catabolica del ciclo vitale completo, è sintetizzata dalla relazione simbolica:

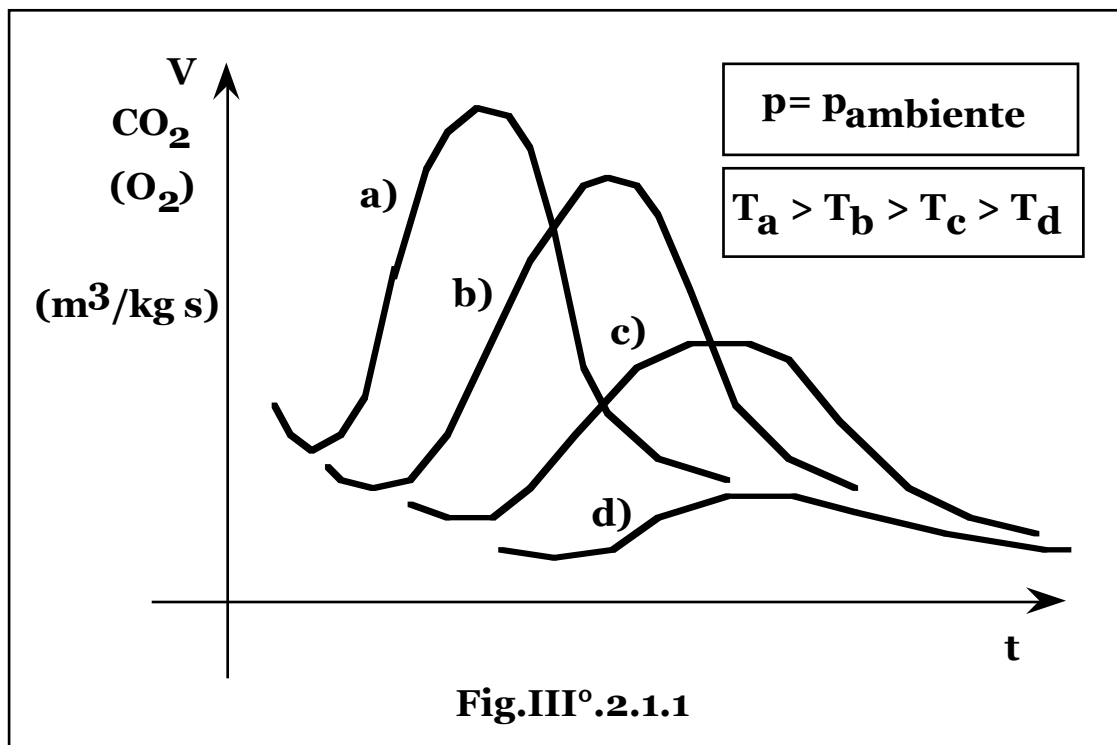
materia organica + O₂ → CO₂ + H₂O + materia inorganica + calore

con costante di equilibrio: $k_p = \frac{[CO_2][H_2O]}{[O_2]} = k_p(T)$, in cui la

direzione destra-sinistra rappresenta la reazione anabolica di fotosintesi clorofilliana, mentre la direzione sinistra-destra, la fase catabolica di disfacimento con respirazione del prodotto, ovvero assorbimento di ossigeno ed emissione di anidride carbonica e vapore acqueo, influenzata, oltre che dalla temperatura, anche dalla composizione chimica dell'ambiente circostante e dalla pressione.

Il disfacimento di ogni singolo prodotto risulta, dunque, proporzionale alla quantità di ossigeno assorbito, (o alla quantità di anidride carbonica emessa).

Sperimentalmente si ottengono curve, (**Fig.III°.2.1.1**), di velocità di produzione di **CO₂**, (o di assorbimento di **O₂**), per unità di massa di prodotto, [**v_{CO₂}** = **v_{CO₂}(t)**, **v_{O₂}** = **v_{O₂}(t)**], in funzione del tempo a partire dalla raccolta dei prodotti stessi, che, fissata la pressione, (in genere al valore ambiente), si appiattiscono, (ovvero con fase catabolica decrescente), al diminuire della temperatura di conservazione, al crescere della concentrazione di **CO₂** e al diminuire della concentrazione di **O₂** nell'atmosfera circostante.



Poichè la quantità totale di **CO₂** prodotta, (o di **O₂** assorbito), in tutto il processo catabolico, risulta: $\int_0^T v_{CO_2}(t) dt = \text{costante}$, ($\int_0^T v_{O_2}(t) dt = \text{costante}$), con **T** tempo necessario al disfacimento totale del prodotto, si conclude che per l'allungamento del periodo di conservazione, occorre disporre di ambienti a bassa temperatura con atmosfera ricca di **CO₂** e povera di **O₂**.

§ III°.2.2 – ATMOSFERA CONTROLLATA.

L'atmosfera di conservazione caratterizzata da tenori di **CO₂** superiori all'ambiente e tenori di **O₂** inferiori, è detta atmosfera controllata.

La **CO₂**, (presente in atmosfera ambiente a concentrazioni di circa lo **0,03%**), e l'**O₂**, (presente in atmosfera ambiente a concentrazioni del **21%**), non possono rispettivamente superare tenori del **10 ÷ 15%** e scendere al di sotto di tenori del **2 ÷ 5%** a evitare l'innesco di respirazione anaerobica, (asfissia), con deperimento dei prodotti.

L'atmosfera controllata può essere ottenuta in maniera biologica tramite lo sfruttamento della reazione di respirazione stessa del prodotto che consuma ossigeno e produce anidride carbonica.

Sono tuttavia richiesti rilevanti tempi di messa a regime con necessità di impermeabilizzazione ai gas delle pareti e conseguente impossibilità di aperture della cella, mentre date le concentrazioni di partenza dei gas, i valori naturali di concentrazione che si ottengono per la **CO₂** al raggiungimento della concentrazione richiesta di **O₂** a regime, risultano eccessivi, (e viceversa), con necessità di impiego di decarbonificatori per l'abbattimento del tasso di anidride carbonica.

L'atmosfera controllata può essere ottenuta in maniera abiologica con immissione di gas tecnici contenuti in bombole, (azoto per il lavaggio da **O₂** e **CO₂** aggiunta alle concentrazioni richieste), o con bruciatori di ossigeno tramite ossidazione catalitica di combustibili, (propano), collegati in ciclo chiuso o aperto alla cella e muniti di decarbonificatori per il controllo della **CO₂** immessa, con conseguente eliminazione della fase di messa a regime, dell'impermeabilizzazione ai gas delle pareti e con possibilità di apertura della cella in qualunque momento del periodo di conservazione.

L'umidità relativa dell'atmosfera di conservazione va mantenuta ai massimi valori, (teoricamente in condizioni di saturazione), a evitare traspirazione dei prodotti con avvizzimento e calo di peso.

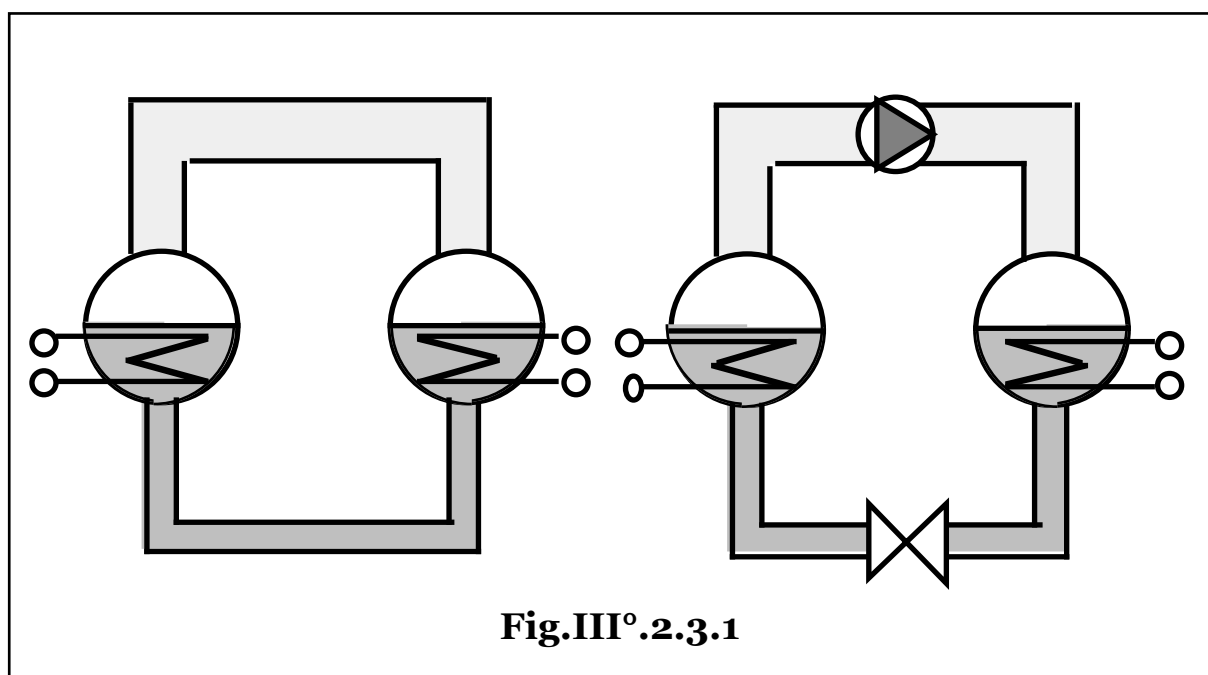
Le condizioni di saturazione non sono, tuttavia realizzabili, in quanto la massima pressione parziale di un vapore presente in un ambiente è pari alla tensione di vapore del corrispondente liquido alla minima temperatura presente nell'ambiente stesso: in caso contrario, infatti, si avrebbe condensazione del vapore sulla parete fredda fino all'equilibrio.

Pertanto la presenza in cella di batterie di aerorefrigeranti a temperatura necessariamente inferiore a quella dell'ambiente interno per permettere lo scambio termico, impedisce l'ottenimento delle

condizioni di saturazione di umidità. Oltre a una inevitabile traspirazione dei prodotti, si ha, quindi, anche stillicidio e, per temperatura inferiori allo zero centigrado, deposito di ghiaccio sugli aerorefrigeranti con aumento della relativa resistenza termica e necessità di periodici arresti delle batterie per lo sbrinamento.

Questi fenomeni risultano, comunque, inversamente proporzionali alle superficie di scambio degli aerorefrigeranti, all'aumentare delle quali, (con corrispondenti maggiori oneri di investimento), a parità di potenza termica scambiata, si riduce il salto termico logaritmico medio.

Per valori di $DT_{1m} = 3 \div 4 \text{ } ^\circ\text{C}$, si ottengono umidità relative dell'aria in cella pari a circa il **95 ÷ 96%**, mentre al diminuire del salto termico logaritmico medio, a parità di temperatura in cella e di portata d'aria di refrigerazione, aumenta la temperatura di vaporizzazione del fluido frigorifero con conseguente aumento dell'efficienza del ciclo.



§ III° .2.3 – IMPIANTI FRIGORIFERI A COMPRESSIONE. SCHEMI DI FUNZIONAMENTO.

Principi di funzionamento.

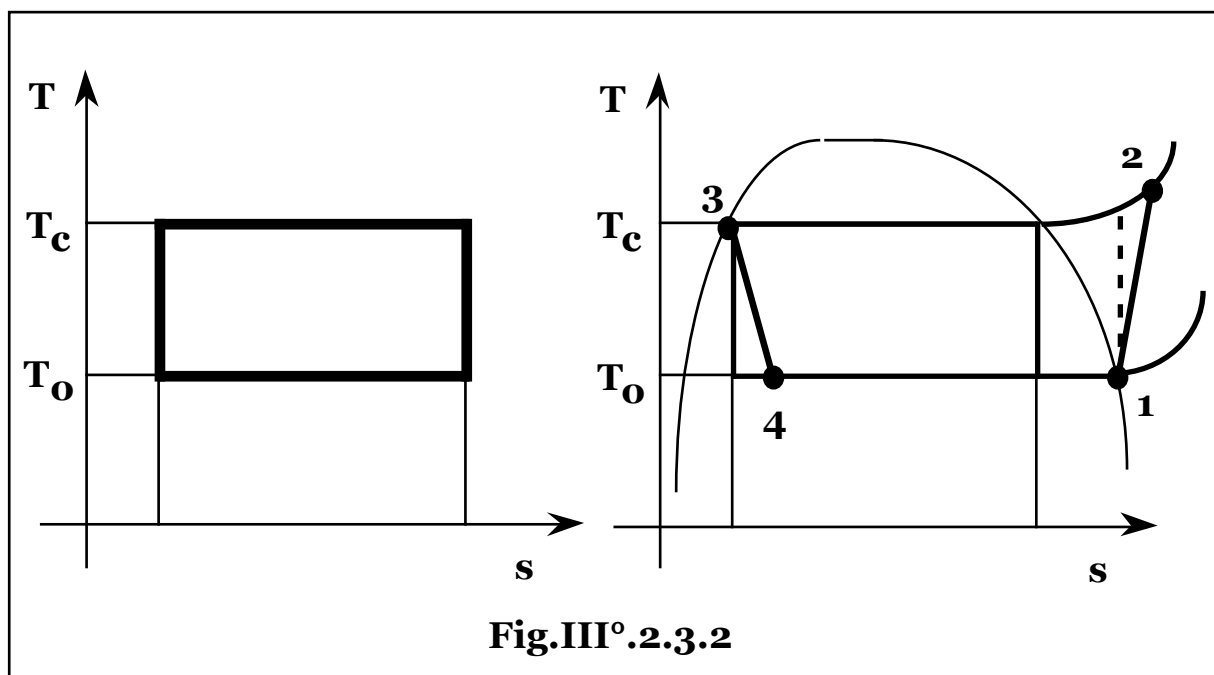
In un circuito fluidodinamico chiuso comprendente due scambiatori di calore, (**Fig.III° .2.3.1**), cedendo potenza termica nel primo, fino a portare il liquido a ebollizione e sottraendo potenza termica nel

secondo, fino a portare a condensazione il vapore liberato, si ha semplice passaggio della medesima potenza termica fra i due, con fluido a temperatura costante in tutto il circuito.

Posto un gruppo di pompaggio nel ramo superiore e di espansione, (o laminazione), in quello inferiore, il circuito risulta separato in due sezioni a differente pressione, con aumento della temperatura di condensazione rispetto a quella di evaporazione.

Con una opportuna scelta del fluido e del rapporto di compressione, ottenuta una temperatura di evaporazione inferiore a quella della sorgente fredda e di condensazione superiore a quella dell'ambiente, è quindi possibile realizzare un ciclo frigorifero, ovvero un sistema in grado di sottrarre potenza termica alla cella cedendola, (insieme al lavoro speso nel gruppo di compressione eventualmente diminuito dal lavoro ottenuto nella sezione di espansione), all'ambiente esterno.

Il ciclo frigorifero ideale, (**Fig.III° 2.3.2**), è composto da una compressione isoentropica (**1 - 2**), una isoterma di condensazione, (**2 - 3**), un'espansione isoentropica, (**3-4**), e una evaporazione isoterma, (**4-1**),



Il calore ceduto all'ambiente è rappresentato dall'area sottesa dalla isoterma **2 - 3**, il calore utilmente sottratto alla sorgente fredda da quella sottesa dalla curva **4 - 1** e quindi l'area del rettangolo: **1-2-3-**

4, rappresenta il lavoro netto speso, (di compressione meno quello di espansione).

Essendo il calore utilmente sottratto crescente all'aumentare della temperatura di evaporazione, (area sottesa dalla curva **4 - 1**), e il lavoro speso crescente all'aumentare del rapporto di compressione, (ovvero del salto di temperatura, area: **1 - 2 - 3 - 4**), le isoterme risultano rispettivamente alla minima temperatura di condensazione, (compatibile con l'agente ambientale di smaltimento), e alla massima di evaporazione, (compatibile con lo scambio termico con la sorgente fredda).

Per ogni altro ciclo lo scostamento da trasformazioni isoentropiche comporta comunque perdite, (maggiore lavoro di compressione e minore lavoro di espansione), mentre ogni aumento, (anche solo in un tratto limitato), della temperatura di condensazione, (l'isoterma di condensazione è supposta alla minima temperatura e non può quindi essere ridotta), aumentando il lavoro speso senza aumentare il calore utilmente sottratto, comporta prestazioni inferiori e parimenti ogni diminuzione, (anche solo in un tratto limitato), di temperatura di evaporazione, (l'isoterma di evaporazione è supposta alla massima temperatura possibile e non può quindi aumentare), comporta riduzione del calore sottratto e aumento del lavoro speso.

I cicli reali tuttavia differiscono da quello ideale, innanzitutto in quanto risulta difficile e tecnicamente improponibile prelevare e comprimere miscele bifase di fluido frigorifero, (punto **1**), per cui il fluido vaporizza fino alla saturazione da cui viene compresso nel campo del surriscaldato fino a temperature superiori a quella di condensazione e con trasformazioni necessariamente non isoentropiche.

Inoltre la trasformazione: **3 - 4**, (l'espansione motrice che rende parte del lavoro di compressione speso nel tratto **1 - 2**), comportando un contributo comunque modesto, non giustifica l'onere della sezione impiantistica necessaria, (turbina a miscela bifase), a fronte di un semplice gruppo di laminazione per la diminuzione di pressione richiesta. L'espansione isoentropica **3 - 4**, viene pertanto sostituita da una isoentalpica.

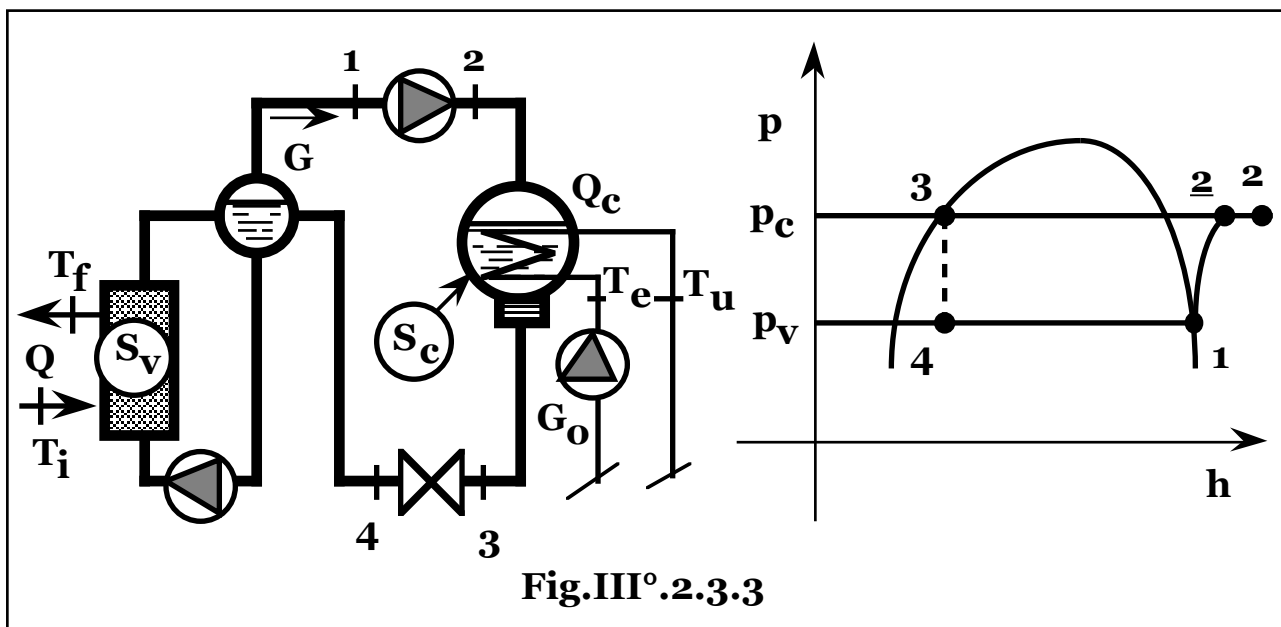
Si definisce coefficiente di effetto frigorifero del ciclo, (**h_f**), il rapporto fra l'effetto utile, (il calore sottratto), e l'onere sostenuto, (il lavoro speso), per cui nel ciclo ideale il coefficiente risulta:

$$h_f = T_o Ds / (T_c - T_o) Ds = T_o / (T_c - T_o).$$

Per impianti ad alta temperatura, ($T_o \sim -5 \div 0^\circ\text{C}$, $T_c \sim 35 \div 40^\circ\text{C}$), il coefficiente risulta pari a $6 \div 7$, mentre per impianti a bassa temperatura, ($T_o \sim -35 \div 40^\circ\text{C}$, $T_c \sim 35 \div 40^\circ\text{C}$), il coefficiente vale $3 \div 4$. In ogni caso non trattandosi di una conversione di energia, ma dell'impiego di un effetto compensatore per il trasferimento di energia termica da una sorgente a temperatura inferiore a quella di cessione, il coefficiente, anche in caso di cicli reali, non è limitato all'unità.

Impianto frigorifero ad alta temperatura, (Fig.III° 2.3.3).

Per gli impianti frigoriferi ad alta temperatura, il ciclo termodinamico risulta a singolo stadio di compressione.



Indicando con:

- Q** potenza frigorifera;
- P** potenza elettrica motrice dei gruppi di compressione
- G** portata di fluido frigorifero;
- G_o** portata di acqua di refrigerazione al condensatore;
- G_v** portata di aria all'evaporatore;
- $h_f = Q/P$** coefficiente di effetto frigorifero del ciclo;
- h_i, h_m, h_a, h_e** rendimento rispetto all'isoentropica di compressione meccanico, relativo agli ausiliari ed elettrico;

T_e, T_u temperatura di ingresso ed uscita dell'acqua di refrigerazione al condensatore;
 T_i, T_f temperatura di ingresso ed uscita dell'aria all'evaporatore;

si ottiene:

$$G = Q / (h_1 - h_4);$$

$$P = \frac{G(h_2 - h_1)}{h_i h_m h_a h_e} = \frac{G(h_2 - h_1)}{h_m h_a h_e} = \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_4} \frac{Q}{h_c};$$

$$h_f = \frac{Q}{P} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} h_i h_m h_a h_e = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} h_c;$$

$$G_o = \frac{G(h_2 - h_3)}{c_1(T_u - T_e)} = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} \frac{Q}{c_1(T_u - T_e)};$$

$$G_v = \frac{G(h_1 - h_4)}{c_{pa}(T_i - T_f)} = \frac{Q}{c_{pa}(T_i - T_f)}.$$

Lungo l'isobara di condensazione a T_c , la temperatura di fine $s(T_c) - s(T_v)$

compressione isoentropica, (T_c'), risulta pari a: $T_c' = T_c e^{\frac{s(T_c) - s(T_v)}{c_p}}$.
 Supposto l'esponente non troppo variabile con le modeste variazioni $s(T_c) - s(T_v)$

delle pressioni: $e^{\frac{s(T_c) - s(T_v)}{c_p}} \approx k_c = \text{costante}$, si ottiene:

$$T_c' = k_c T_c, \text{ da cui: } P = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{k_p(k_c T_c - T_v)}{h_c}.$$

La sezione di condensazione, (Fig.III°.2.3.4), è composta da un condensatore con acqua di refrigerazione a temperatura variabile fra

T_e e T_u' , con: $\frac{Q}{h_1 - h_4} r_v = G_o c_1 (T_u' - T_e)$, (r_v calore latente di

condensazione), da cui: $T_u' = T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3}$, unita a uno

scambiatore in controcorrente fra il vapore surriscaldato a fine compressione, (a temperatura $k_c T_c$), fino alla saturazione, (T_c), e acqua di refrigerazione, a temperatura variabile fra T_u' e T_u .

La superficie di scambio della sezione in controcorrente, (S_{sc}), risulta quindi:

La superficie di scambio dell'evaporatore, (S_v), risulta:

$$S_v = G_v c_{pa} R_t \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v} = \frac{R_t Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}.$$

Ottimizzazione economica del ciclo frigorifero.

Nota le temperature di ingresso del fluido di refrigerazione nella sezione di condensazione, (T_e), e dell'aria nella sezione di evaporazione, (T_i , pari alla temperatura all'interno della cella/e frigorifera/e), fissate le temperature di uscita del fluido refrigerante dal condensatore, (T_u), e dell'aria dagli evaporatori, (T_f), fissate le temperature di condensazione, (T_c), e di vaporizzazione, (T_v), rimane fissato il ciclo frigorifero da cui tutti gli stati fisici del fluido in ogni sezione dell'impianto per ogni bilancio di dimensionamento.

Il sistema presenta due gradi di libertà relativi alla scelta delle temperature, (e quindi pressioni), estreme del ciclo, (T_c , T_v).

A parità di potenza frigorifera generata, fissate le temperature di uscita del fluido di refrigerazione dalla sezione di condensazione, (T_u), e dell'aria dalla sezione di vaporizzazione, (T_f), al variare delle pressioni e quindi temperature estreme del ciclo, (T_c , T_v), variano i salti termici logaritmici medi e quindi le superficie di scambio e i corrispondenti costi di installazione dei gruppi evaporativi e di condensazione, mentre la variazione del salto di pressione, varia la potenza della sezione di compressione, ovvero il coefficiente di effetto frigorifero del ciclo, (h_f), e corrispondentemente i costi di installazione ed esercizio della sala macchine, (eventuali variazioni delle temperature di uscita del fluido di refrigerazione al condensatore e dell'aria dagli evaporatori, peraltro fissata anche da esigenze di uniformità termica e umidità nelle celle, comporterebbero minime variazioni delle portate e quindi degli oneri correlati).

Al diminuire della pressione di condensazione e al crescere della temperature di evaporazione, diminuiscono i salti termici logaritmici medi e quindi aumentano le superficie di scambio del condensatore ed evaporatore con i relativi costi di installazione, mentre diminuisce il rapporto di compressione e quindi la potenza installata e i corrispondenti oneri di impianto ed esercizio del gruppo compressori.

Le opposte esigenze di economia di installazione ed esercizio della sala macchine e dell'insieme degli scambiatori di condensazione ed evaporazione, (tenuto conto del conseguente grado di umidità relativa

ottenibile nelle celle che richiede i minimi valori dei salti termici), permettono quindi l'ottimizzazione economica del sistema, ovvero la definizione del ciclo frigorifero di minimo costo totale attualizzato, nell'ambito dei gradi di libertà esistenti.

Il dimensionamento può essere ottimizzato numericamente valutando il costo totale attualizzato per valori finiti del salto di pressione.

Esprimendo l'entalpia in funzione dell'entropia e della temperatura:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{s}, \mathbf{T}), \text{ ovvero: } d\mathbf{h} = \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{s}}\right)_{\mathbf{T}} d\mathbf{s} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{T}}\right)_{\mathbf{s}} d\mathbf{T}, \text{ lungo una isoentropica,}$$

$$\text{essendo: } \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{s}}\right) = \mathbf{0}, \text{ risulta: } d\mathbf{h} = \left(\frac{d\mathbf{h}}{d\mathbf{T}}\right)_{\mathbf{s}} d\mathbf{T} = \mathbf{k}_p d\mathbf{T}.$$

Per valori non troppo variabili del ciclo, ovvero ridotte variazioni delle grandezze, supponendo costante il parametro \mathbf{k}_p , (ovvero

$$\text{considerando un valore medio), si ottiene: } \mathbf{P} = \frac{\mathbf{k}_p D\mathbf{T}}{\mathbf{h}_c} \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_4}.$$

Supposto il costo impianto della sezione di compressione proporzionale alla potenza installata:

$$q_f \mathbf{P} = q_f \frac{\mathbf{k}_p (\mathbf{k}_c \mathbf{T}_c - \mathbf{T}_v)}{\mathbf{h}_c} \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_4},$$

e i costi dei corpi scambiatori di calore, linearmente dipendenti dalle dimensioni, ovvero dalle rispettive superficie di scambio:

$$\mathbf{c}_{s0} + \mathbf{c}_{si} \mathbf{S}_{sc} \quad (\text{scambiatore controcorrente});$$

$$\mathbf{c}_{c0} + \mathbf{c}_{ci} \mathbf{S}_c \quad (\text{condensatore});$$

$$\mathbf{c}_{v0} + \mathbf{c}_{vi} \mathbf{S}_v \quad (\text{evaporatore}),$$

il costo totale attualizzato del sistema, (\mathbf{C}_{ta}), vale:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{ta}(\mathbf{T}_c, \mathbf{T}_v) &= \frac{\mathbf{P} \mathbf{u} \mathbf{T}_c \mathbf{k}}{t_{ek}} + q_f \mathbf{P} + \mathbf{c}_{v0} + \mathbf{c}_{vi} \mathbf{S}_v + \mathbf{c}_{s0} + \mathbf{c}_{si} \mathbf{S}_{sc} + \mathbf{c}_{c0} + \mathbf{c}_{ci} \mathbf{S}_c = \\ &= \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{h}_c (\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_4)} \left(\frac{\mathbf{u} \mathbf{T}_c \mathbf{k}}{t_{ek}} + q_f \right) \mathbf{k}_p (\mathbf{k}_c \mathbf{T}_c - \mathbf{T}_v) + \\ &+ \mathbf{c}_{s0} + \mathbf{c}_{si} \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_4} \left[\frac{\mathbf{R} t}{\mathbf{c}_{pf}} - \frac{\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_e}{\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_3} \right] \ln \frac{\mathbf{k}_c \mathbf{T}_c - \mathbf{T}_u}{\mathbf{T}_c - \left(\mathbf{T}_e + r_v \frac{\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_e}{\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_3} \right)} + \end{aligned}$$

$$+c_{co} + c_{ci} \frac{R_t Q}{r_v} \frac{(h_2 - h_3)^2}{(h_1 - h_4)(T_u - T_e)} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_2 - h_3} \right)} +$$

$$+c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv} Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}.$$

La relazione, in funzione di T_c , per valori significativi della variabile, ($T_c > T_u$), risulta una retta a pendenza positiva aumentata di due termini che dall'infinito, ($T_c = T_u$), si annullano per $T_c \rightarrow \infty$, portando a un andamento asintotico alla retta e presenta quindi un minimo.

In funzione di T_v , per valori significativi della variabile, ($T_v < T_f$), risulta una retta a pendenza negativa, aumentata di un termine che tende all'infinito, per $T_v = T_f$, presentando quindi ancora un minimo.

La soluzione analitica di ottimizzazione economica, (T_{vec} , T_{cec}), si ottiene pertanto, ricercando gli estremanti di minimo assoluto della funzione: $C_{ta} = C_{ta}(T_v, T_c)$, radici del sistema:

$$\begin{cases} \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0 \\ \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_c} = 0 \end{cases}.$$

Trascurando le minime variazioni del salto entalpico del fluido frigorifero al condensatore, ($h_2 - h_3$), e all'evaporatore, ($h_1 - h_4$), al variare della pressione, (e quindi temperatura), rispettivamente di condensazione e vaporizzazione, le relazioni risultano indipendenti, permettendo la determinazione diretta delle radici.

Analiticamente le due equazioni di ottimizzazione:

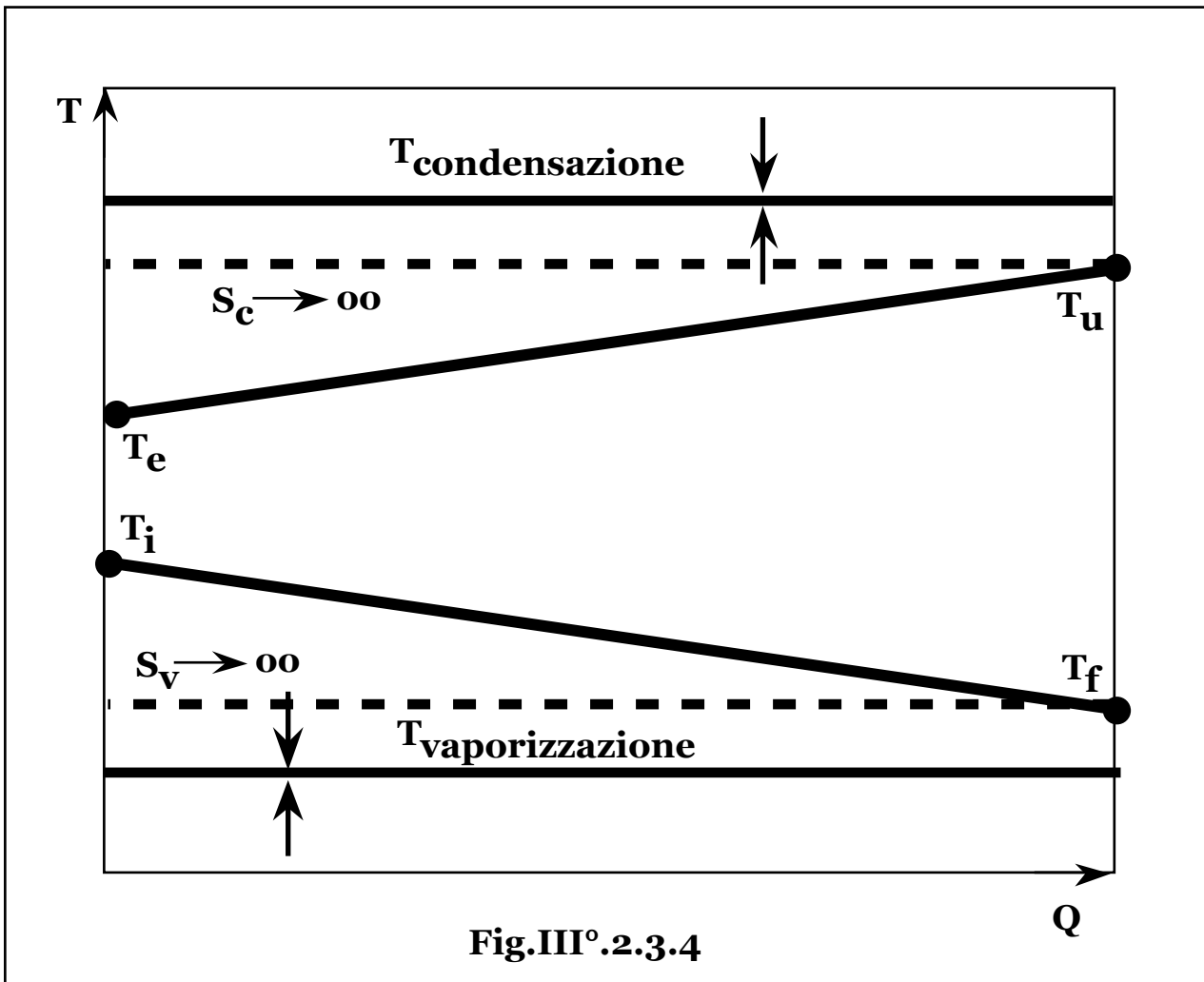
$$\frac{\delta C_{ta}(T_c, T_v)}{\delta T_c} = 0; \quad \frac{\delta C_{ta}(T_c, T_v)}{\delta T_v} = 0,$$

risultano polinomiali del 3° ordine, con una e una sola radice significativa, (reale e con: $T_c > T_u$; $T_v < T_f$, rispettivamente).

Qualora si trascuri la sezione di desurriscaldamento, (**Fig.III°.2.3.4**), il gruppo può essere assimilato a un semplice condensatore di

$$\text{superficie: } S_c = G_{oc1} R_t \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} = R_t Q \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} \frac{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}}{(T_u - T_e)}$$

da cui il costo totale attualizzato del sistema, (C_{ta}):



$$\begin{aligned}
 C_{ta} &= \frac{PuTc_k}{t_{ek}} + q_f P + c_{vo} + c_{vi} S_v + c_{co} + c_{ci} S_c = \\
 &= \left(\frac{uTc_k Q k_p}{t_{ek} h_c (h_1 - h_4)} + \frac{q_f Q}{h_1 - h_4} \frac{k_p}{h_c} \right) (T_c - T_v) + \\
 &+ c_{co} + c_{ci} \frac{R_{tc} Q}{T_u - T_e} \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} + \\
 &+ c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv} Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}.
 \end{aligned}$$

da cui, escludendo le soluzioni fisicamente non accettabili, ovvero tenendo conto che deve risultare: $T_c > T_u$,

$$\text{si ottiene: } T_{cec} = \frac{T_e + T_u}{2} + \frac{\sqrt{(T_u - T_e)^2 + \frac{4c_{ci}R_{tc}(h_2 - h_3)}{\frac{k_p}{h_c} \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2},$$

(qualora si trascurasse il costo del condensatore, ($c_{ci} = 0$), il secondo addendo all'interno del radicale risulterebbe nullo e si otterrebbe:

$T_{cec} = T_u$, ovvero superficie di scambio infinita conseguentemente all'influenza del suo onere economico, mentre al crescere di c_{ci} aumenta la temperatura ottimale risultando quindi sempre verificata la condizione: $T_c > T_u$).

L'equazione: $\frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0$, escludendo le soluzioni fisicamente non accettabili, ovvero tenendo conto che deve risultare: $T_v < T_f$, porge la soluzione:

$$T_{vec} = \frac{T_i + T_f}{2} - \frac{\sqrt{(T_i - T_f)^2 + \frac{4c_{vi}R_{tv}(h_1 - h_4)}{\frac{1}{h_c} \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2},$$

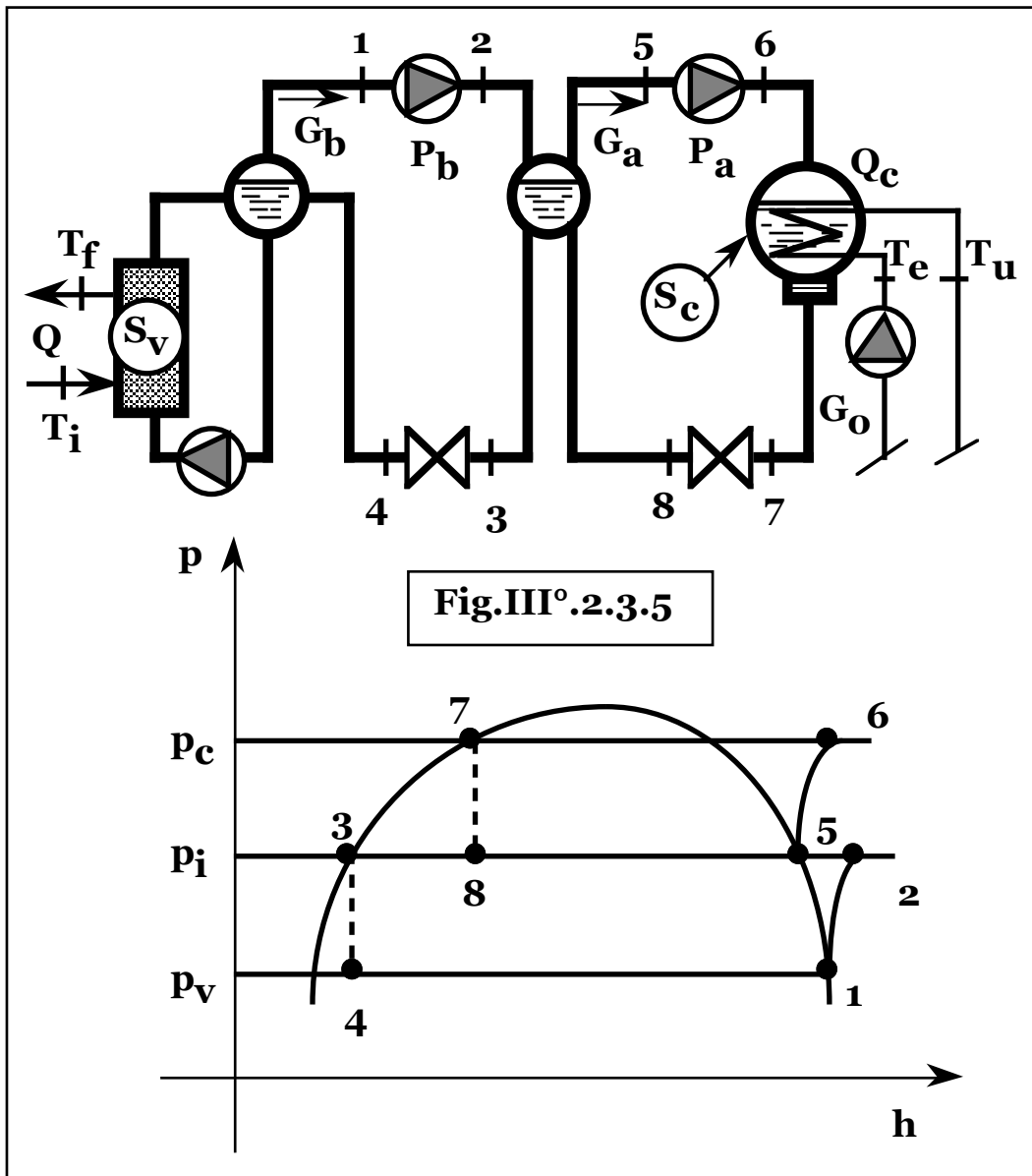
(qualora si trascurasse il costo dell'evaporatore, ($c_{vi} = 0$), il secondo addendo all'interno del radicale risulterebbe nullo e si otterrebbe:

$T_{vec} = T_f$, ovvero superficie di scambio infinita conseguentemente all'influenza del suo onere economico, mentre al crescere di c_{vi} diminuisce la temperatura ottimale risultando quindi sempre verificata la condizione: $T_{vec} < T_f$).

I salti entalpici di evaporazione e condensazione che compaiono nelle espressioni, parimenti ai coefficienti di proporzionalità fra entalpia e temperatura, (k_p), e fra temperature di fine compressione e condensazione, (k_c), ritenuti costanti nei processi di derivazione, risultano in realtà, (seppure debolmente tenuto anche conto della ridotta variazione delle temperature), variabili in funzione delle pressioni e temperature stesse, richiedendo a rigore, un procedimento iterativo di convergenza.

Impianto frigorifero a bassa temperatura, (Fig.III°.2.3.5).

Per gli impianti frigoriferi a bassa temperatura il ciclo termodinamico risulta a due stadi di compressione.



Indicando con:

G_a, G_b portata di fluido refrigerante nella sezione di alta e bassa pressione, rispettivamente;

P_a, P_b potenza elettrica motrice nei gruppi di compressione nella sezione di alta e bassa pressione, rispettivamente, si ottiene:

$$G_b = Q / (h_1 - h_4);$$

$$P_b = \frac{G_b(h_2 - h_1)}{h_m h_a h_e} = \frac{Q}{h_c} \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_4} = \frac{Q}{h_c} \frac{k_p(k_c T_m - T_v)}{h_1 - h_4},$$

con T_m temperatura di saturazione alla pressione intermedia del ciclo.

Le portate di fluido frigorifero di alta e bassa pressione, risultano legate dal bilancio energetico al separatore intermedio:

$$G_b(h_2 - h_3) = G_a(h_5 - h_8), \text{ da cui: } G_a = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8}, \text{ e quindi:}$$

$$P_a = \frac{G_a(h_6 - h_5)}{h_a h_e} = \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{h_6 - h_5}{h_1 h_4} \frac{Q}{h_c} = \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q}{h_c} \frac{k_p(k_c T_c - T_m)}{h_1 - h_4}$$

$$h_f = \frac{P_b + P_a}{(h_2 - h_1) + \frac{(h_6 - h_5)(h_2 - h_3)}{(h_5 - h_8) h_c}}$$

$$G_o = \frac{G_a(h_6 - h_7)}{c_l(T_u - T_e)} = \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q}{c_l(T_u - T_e)}$$

$$G_v = \frac{G_b(h_1 - h_4)}{c_{pa}(T_i - T_f)} = \frac{Q}{c_{pa}(T_i - T_f)}$$

La superficie di scambio della sezione controcorrente, (S_{sc}):

$$S_{sc} = \frac{R_t}{\left[\frac{1}{G_o c_l} - \frac{1}{G_a c_f} \right]} \ln \frac{k_c T_c - T_u}{T_c - T_u'}, \text{ essendo: } G_a r_v = G_o c_l (T_u' - T_e),$$

da cui: $T_u' = T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7}$, risulta:

$$S_{sc} = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_t}{\left(\frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7} - \frac{1}{c_f} \right)} \ln \frac{k_c T_c - T_u}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7} \right)},$$

mentre quella del condensatore, (S_c):

$$S_c = G_o c_l R_t \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u'} = \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q R_t}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - \left(T_e + r_v \frac{T_u - T_e}{h_6 - h_7} \right)}$$

e dell'evaporatore, (S_v):

$$S_v = G_v c_{pa} R_t \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v} = \frac{R_t Q}{T_i - T_f} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}$$

Ottimizzazione economica del ciclo frigorifero.

Il modello con costo totale attualizzato del sistema:

$$C_{ta} = (P_b + P_a) \left(q_f + \frac{uT_{ck}}{t_{ek}} \right) + (c_{so} + c_{si}S_{sc}) + (c_{sc} + c_{ci}S_c) + (c_{vo} + c_{vi}S_v)$$

risulta qualitativamente coincidente con quello relativo agli schemi ad alta temperatura, risultando la funzione: $C_{ta} = C_{ta}(T_v, T_c)$, in funzione di T_c , per valori significativi della variabile, ($T_c > T_u$), una retta a pendenza positiva aumentata di due termini che dall'infinito, ($T_c = T_u$), si annullano per $T_c \rightarrow \infty$, portando a un andamento asintotico alla retta e presenta quindi un minimo, mentre in funzione di T_v , per valori significativi della variabile, ($T_v < T_f$), risulta una retta a pendenza negativa, aumentata di un termine che tende all'infinito, per: $T_v = T_f$, presentando quindi ancora un minimo.

Le relazioni di ottimizzazione:
$$\begin{cases} \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0 \\ \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_c} = 0 \end{cases}$$
, risultano ancora

indipendenti, per la determinazione diretta delle radici e analiticamente polinomiali del 3° ordine, con una e una sola radice significativa, (reale e con: $T_c > T_u$; $T_v < T_f$, rispettivamente).

Trascurando la sezione di desurriscaldamento, (dati i minori rapporti di compressione parziali), si ha:

$$S_c = \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc}Q}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u};$$

$$S_v = \frac{R_{tv}Q}{(T_i - T_f)} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v},$$

e quindi il costo totale attualizzato:

$$C_{ta} = \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} (T_c - T_m) + (T_m - T_v) \right] \frac{Q_{kp}}{(h_1 - h_4)h_c} +$$

$$+ c_{co} + c_{ci} \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc}Q}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} +$$

$$+ c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv}Q}{(T_i - T_f)} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v},$$

da cui risolvendo il sistema di ottimizzazione:

$$\begin{cases} \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_v} = 0 \\ \frac{\delta C_{ta}(T_v, T_c)}{\delta T_c} = 0 \end{cases},$$

nelle medesime ipotesi di trascurare le minime variazioni dei salti entalpici di condensatione, ($h_6 - h_7$), vaporizzazione, ($h_1 - h_4$), e alla pressione intermedia, ($h_5 - h_8$), con la pressione, si ottiene per valori significativi delle variabili:

$$T_{cec} = \frac{T_e + T_u}{2} + \frac{\sqrt{(T_u - T_e)^2 + \frac{4c_{ci}R_{tc}(h_6 - h_7)}{h_c \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2},$$

$$T_{vec} = \frac{T_i + T_f}{2} - \frac{\sqrt{(T_i - T_f)^2 + \frac{4c_{vi}R_{tv}(h_1 - h_4)}{h_c \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2}.$$

Nei sistemi a doppia compressione, per esigenze di economia di impianto, risulta generalmente vantaggioso impiegare compressori di pari rapporto di compressione, ovvero: $p_a/p_i = p_i/p_b$, da cui:

$p_i = \sqrt{p_c p_v}$. Si ottiene quindi la temperatura di condensazione a pressione intermedia pari a: $\sqrt{T_c T_v}$, da cui:

$$C_{ta} = \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} k_p (T_c - \sqrt{T_c T_v}) + k_p (\sqrt{T_c T_v} - T_v) \right] \frac{Q}{(h_1 - h_4)h_c} + c_{co} + c_{ci} \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc}Q}{T_u - T_e} \ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u} + c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv}Q}{(T_i - T_f)} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}.$$

In tal caso le due relazioni di ottimizzazione:

$$\frac{\partial C_{ta}}{\partial T_c} = \left(\frac{uT_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) \left[k_p \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_v}{T_c}} \left(\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} - 1 \right) \right] \frac{Q}{(h_1 - h_4)h_c} +$$

$$+c_{ci} \frac{h_6 - h_7}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{R_{tc} Q}{(T_c - T_e)(T_c - T_u)} = 0;$$

$$\frac{\partial C_{ta}}{\partial T_v} = \left(\frac{u T_{ck}}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{1}{2} k_p \sqrt{\frac{T_c}{T_v} \left(\frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + 1 \right)} - 1 \right] \frac{Q}{(h_1 - h_4) h_c} +$$

$$+c_{vi} \frac{R_{tv} Q}{(T_f - T_v)(T_i - T_v)} = 0,$$

non forniscono indipendentemente i valori ottimali delle temperature e non sono risolvibili in termini finiti.

Dalla risoluzione grafica delle relazioni, si ottiene comunque una e una sola soluzione fisicamente significativa: $T_c > T_u$, $T_v < T_f$.

Impianto frigorifero a due temperature di utilizzazione, (Fig.III° 2.3.6).

Indicando con Q_a e Q_b la potenza frigorifera di alta e bassa pressione, rispettivamente, si ottiene:

$$G_b = Q_b / (h_1 - h_4);$$

$$P_b = \frac{G_b (h_2 - h_1)}{h_m h_a h_e} = \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_4} \frac{Q_b}{h_c}.$$

Il bilancio energetico allo scambiatore intermedio, risulta:

$$G_a (h_5 - h_8) = G_b (h_2 - h_3) + Q_a, \text{ da cui:}$$

$$G_a = G_b \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8} = \frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8};$$

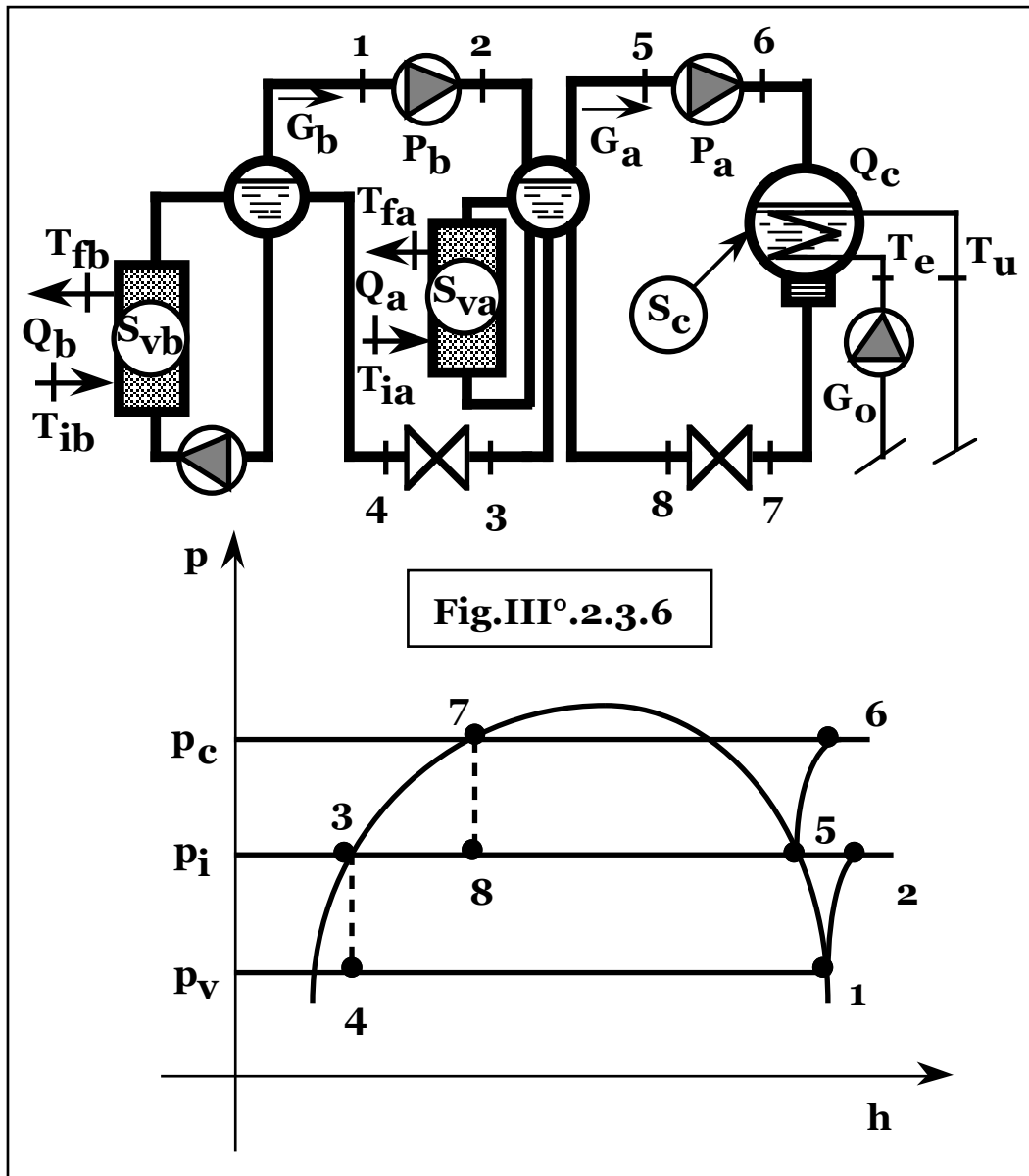
$$P_a = \frac{G_a (h_6 - h_5)}{h_i h_m h_a h_e} = \frac{G_a (h_6 - h_5)}{h_m h_a h_e} =$$

$$= \frac{h_6 - h_5}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} \frac{Q_b}{h_c} + \frac{h_6 - h_5}{h_5 - h_8} \frac{Q_a}{h_c};$$

$$h_f = \frac{Q_b + Q_a}{P_b + P_a} =$$

$$= \frac{\left(\frac{Q_a}{Q_b} + 1 \right) (h_1 - h_4) (h_5 - h_8) h_c}{(h_2 - h_1) (h_5 - h_8) + (h_6 - h_5) \left[(h_2 - h_3) + \frac{Q_a}{Q_b} (h_1 - h_4) \right]},$$

che per: Q_a/Q_b tendente a zero, ($Q_a = 0$), diviene lo schema a bassa temperatura, mentre per: Q_a/Q_b tendente ad infinito, ($Q_b = 0$), diviene lo schema ad alta temperatura.



$$G_o = \frac{G_a(h_6 - h_7)}{c_l(T_u - T_e)} = \frac{(h_6 - h_7)}{c_l(T_u - T_e)} \left[\frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8} \right];$$

$$G_{vb} = \frac{G_b(h_1 - h_4)}{c_{pa}(T_{ib} - T_{fb})} = \frac{Q_b}{c_{pa}(T_{ib} - T_{fb})}; \quad G_{va} = \frac{Q_a}{c_{pa}(T_{ia} - T_{fa})};$$

$$S_c = G_{oc1} R_t \ln \frac{T_7 - T_e}{T_7 - T_u} =$$

$$= R_t \left[\frac{Q_b(h_6 - h_7)}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a(h_6 - h_7)}{h_5 - h_8} \right] \frac{\ln \frac{T_7 - T_e}{T_7 - T_u}}{T_u - T_e};$$

$$S_{vb} = G_{vb} c_{pa} R_t \ln \frac{T_{ib} - T_4}{T_{fb} - T_4} = \frac{R_t Q_b}{(T_{ib} - T_{fb})} \ln \frac{T_i - T_4}{T_f - T_4};$$

$$S_{va} = G_{va} c_{pa} R_t \ln \frac{T_{ia} - T_3}{T_{fa} - T_3} = \frac{R_t Q_a}{(T_{ia} - T_{fa})} \ln \frac{T_i - T_3}{T_f - T_3}.$$

Ottimizzazione economica del ciclo frigorifero.

Nei sistemi a due temperature di utilizzazione, il modello risulta coincidente con quello relativo agli schemi a bassa temperatura per sostituzione del valore della portata: $G_a = \frac{Q}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8}$, con:

$G_a = \frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8}$, e pertanto la sottrazione di una potenza termica ad alta temperatura non altera il ciclo ottimale bistadio.

Trascurando la sezione di desurriscaldamento, poiché la grandezza G_a non compare nelle soluzioni di ottimizzazione, i risultati appaiono coincidenti.

Si ha, infatti:

$$P_b = \frac{k_c(k_c T_m - T_v)}{h_1 - h_4} \frac{Q_b}{h_c};$$

$$P_a = \left(\frac{Q_b}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a}{h_5 - h_8} \right) \frac{k_p}{h_c} (T_c - T_m);$$

$$S_c = R_{tc} \left[\frac{Q_b(h_6 - h_7)}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8} + \frac{Q_a(h_6 - h_7)}{h_5 - h_8} \right] \frac{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}}{T_u - T_e};$$

$$S_{vb} = \frac{R_{tv} Q_b}{T_{ib} - T_{fb}} \ln \frac{T_i - T_v}{T_f - T_v}, \text{ (lo scambiatore di alta, } (S_{va}), \text{ non risulta variabile con le temperature estreme del ciclo).}$$

Il costo totale attualizzato del sistema risulta, pertanto:

$$C_{ta} = \left(\frac{uTc_k}{t_{ek}} + q_f \right) \left[\frac{k_p(T_m - T_v)}{h_1 - h_4} \frac{Q_b}{h_c} + \left(\frac{Q_b(h_2 - h_3)}{h_1 - h_4} + Q_a \right) \frac{k_p}{h_c} \frac{T_c - T_m}{h_5 - h_8} \right] +$$

$$+ c_{co} + c_{ci} R_{tc} \left[\frac{Q_b(h_2 - h_3)}{h_1 - h_4} + Q_a \right] \frac{h_6 - h_7}{h_5 - h_8} \frac{\ln \frac{T_c - T_e}{T_c - T_u}}{T_u - T_e} +$$

$$+ c_{vo} + c_{vi} \frac{R_{tv} Q_b}{T_{ib} - T_{fb}} \ln \frac{T_{ib} - T_v}{T_{fb} - T_v},$$

da cui risolvendo il sistema di ottimizzazione ancora nelle medesime ipotesi di trascurare le minime variazioni dei salti entalpici di condensation, $(h_6 - h_7)$, vaporizzazione, $(h_1 - h_4)$, e alla pressione intermedia, $(h_5 - h_8)$, con la pressione, si ottiene per valori significativi delle variabili:

$$T_{cec} = \frac{T_e + T_u}{2} + \frac{\sqrt{(T_u - T_e)^2 + \frac{4c_{ci}R_{tc}(h_6 - h_7)}{\frac{k_p}{h_c} \left(\frac{uTc_k}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2};$$

$$T_{vec} = \frac{T_{ib} + T_{fb}}{2} - \frac{\sqrt{(T_{ib} - T_{fb})^2 + \frac{4c_{vi}R_{tv}(h_1 - h_4)}{\frac{k_p}{h_c} \left(\frac{uTc_k}{t_{ek}} + q_f \right)}}}{2}.$$

Ancora si ottengono i medesimi risultati dello schema a doppia compressione e una sola temperatura di utilizzo, in caso di temperatura intermedia, media geometrica.

§ III° .2.4 – FLUIDI FRIGORIFERI.

Le caratteristiche dei fluidi frigoriferi che comportano le migliori prestazioni dei relativi cicli, (qualunque fluido può descrivere un ciclo frigorifero), risultano:

- bassa temperatura di vaporizzazione a pressione ambiente onde evitare o ridurre la depressione nella sezione di vaporizzazione dell'impianto, con possibili rientri d'aria, malfunzionamento delle apparecchiature e diminuzione dei coefficienti di scambio termico;
- temperatura di solidificazione molto al di sotto di quella di vaporizzazione a evitare possibili punti di gelo;

- limitato volume specifico in condizioni di aspirazione onde ottenere, a parità di portata in massa, ridotte cilindrate dei compressori;
- ridotto rapporto di compressione fra le temperature estreme del ciclo onde limitare la potenza di compressione e aumentare il rendimento di carica dei compressori;
- limitata temperatura di fine compressione onde ridurre le sollecitazioni fisiche e chimiche delle apparecchiature e la potenza di refrigerazione dei compressori;
- elevato calore latente di vaporizzazione onde ridurre, a parità di potenza frigorifera, la portata circolante e quindi tutte le dimensioni dell'impianto;
- massima stabilità fisica, chimica e riproducibilità del ciclo;
- minima aggressività chimica nei confronti dei materiali e minima tossicità;
- minimo costo.

I fluidi frigoriferi di maggior impiego risultano l'ammoniaca e composti organici derivati da idrocarburi per sostituzione di atomi di idrogeno con atomi di fluoro o cloro, mentre l'acqua e l'aria per motivi igienici e di sicurezza sono impiegati come fluidi frigoriferi nel condizionamento.

I refrigeranti inorganici vengono convenzionalmente indicati dalla lettera **R**, (refrigerant), seguita da una cifra pari a:

700 + peso molecolare della sostanza.

mentre i refrigeranti organici sono identificati, (dopo la lettera **R**), da un numero di cui, a partire da destra, la prima cifra è pari al numero di atomi di idrogeno sostituiti con atomi di fluoro, la seconda al numero di atomi di idrogeno più uno, mentre la terza è pari al numero di atomi di carbonio meno uno. Pertanto, noto il composto di partenza, (metano, etano, butano), si risale alla formula chimica del refrigerante, essendo gli atomi di idrogeno mancanti e non sostituiti da atomi di fluoro, sostituiti da atomi di cloro.

§ III°.2.5 – IMPIANTI FRIGORIFERI INDUSTRIALI.

La quasi totalità degli impianti frigoriferi è relativa alla conservazione di prodotti alimentari per i quali sono previste temperature di conservazione attorno allo zero centigrado per la semplice refrigerazione, (impianti ad alta temperatura), e di **- 30 ÷ - 40 °C** per la surgelazione, (impianti a bassa temperatura).

Negli impianti frigoriferi a bassa temperatura, generalmente a doppio stadio di compressione, (cicli a tre stadi di compressione, a fronte di maggiori complessità e oneri di impianto, non mostrano significativi

miglioramenti di prestazioni), essendo l'attività metabolica dei prodotti quasi totalmente inibita, è assente ogni problematica relativa alla respirazione, traspirazione, ovvero al controllo dell'atmosfera controllata e di umidità.

L'intervallo ammesso di variazione della temperatura di conservazione è assai più ampio di quello relativo agli impianti ad alta temperatura per possibile deperimento delle derrate conservate, mentre la potenza frigorifera, a parità di dimensioni delle celle e quantità di prodotto contenuto, è inferiore mancando nel computo delle rientrate termiche, il contributo del calore immesso dal prodotto fresco, essendo i surgelati sottoposti a una catena ininterrotta di freddo in tutte le fasi di trasporto e deposito.

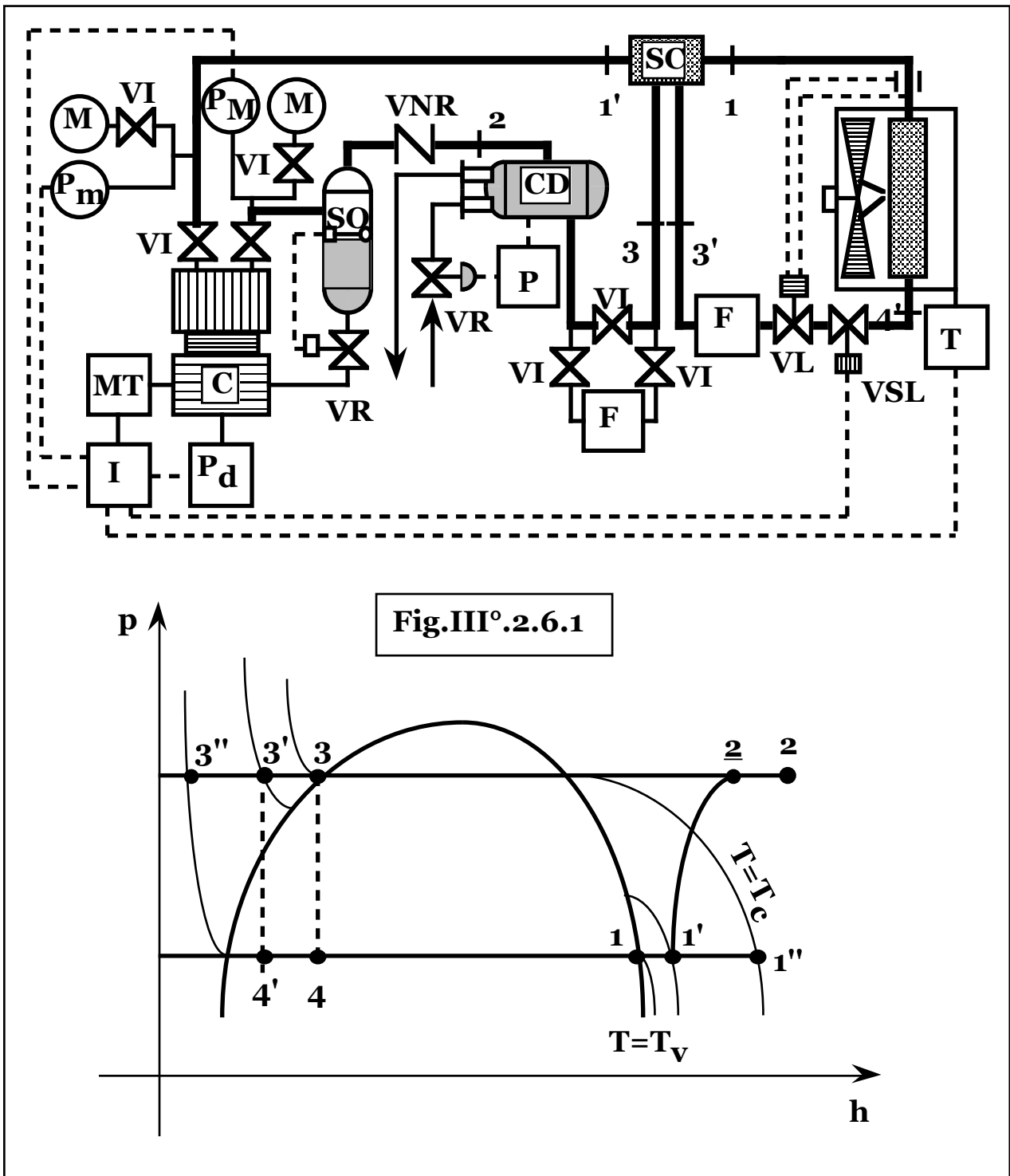
Gli impianti frigoriferi ad alta temperatura, di maggiore diffusione per numero e di maggiore dimensione conservativa, si distinguono in impianti ad espansione secca per schemi a una singola cella e in impianti con separatore di liquido per schemi asserviti a magazzini frigoriferi multicella. Per piccole potenze frigorifere, ($Q < 500 \text{ kW}$), si impiegano compressori alternativi, per medie potenze frigorifere, ($500 < Q < 1.500 \text{ kW}$), compressori alternativi o a vite e per elevate potenze frigorifere, ($Q > 1.500 \text{ kW}$), compressori centrifughi.

§ III° .2.6 – IMPIANTI FRIGORIFERI A ESPANSIONE SECCA.

L'interruttore, (**I**), dei motori elettrici, (**MT**), di guida del gruppo di compressione, (**C**), è asservito al termostato, (**T**), posto all'interno della cella e ai pressostati di massima, (**P_M**), minima, (**P_m**), e differenziale, (**P_d**), sensibili rispettivamente ai valori limite ammessi per la pressione massima alla mandata e minima all'aspirazione e all'intervallo di valori di corretto intervento per la pressione dell'olio di lubrificazione dei compressori, (**Fig.III° .2.6.1**).

Alla mandata, dopo il separatore d'olio residuo, (**SO**), con collegamento di recupero alla coppa dei compressori tramite la valvola **VR** asservita a un elettrolivello, il vapore attraversa il condensatore, (**CD**), nel quale la portata d'acqua di refrigerazione è regolata con comando pressostatico, (valvola **VR**, pressostato **P**), in funzione della pressione del vapore stesso che subendo una trasformazione isocora all'interno del condensatore, reagisce al variare della potenza termica asportata, ovvero di portata d'acqua di refrigerazione, con variazioni di pressione.

Una valvola di non ritorno, (**VNR**), a valle del separatore impedisce eventuali reflussi all'arresto del gruppo di compressione.



Al di sotto del condensatore può essere posto un raccogliatore per una più efficiente separazione del liquido.

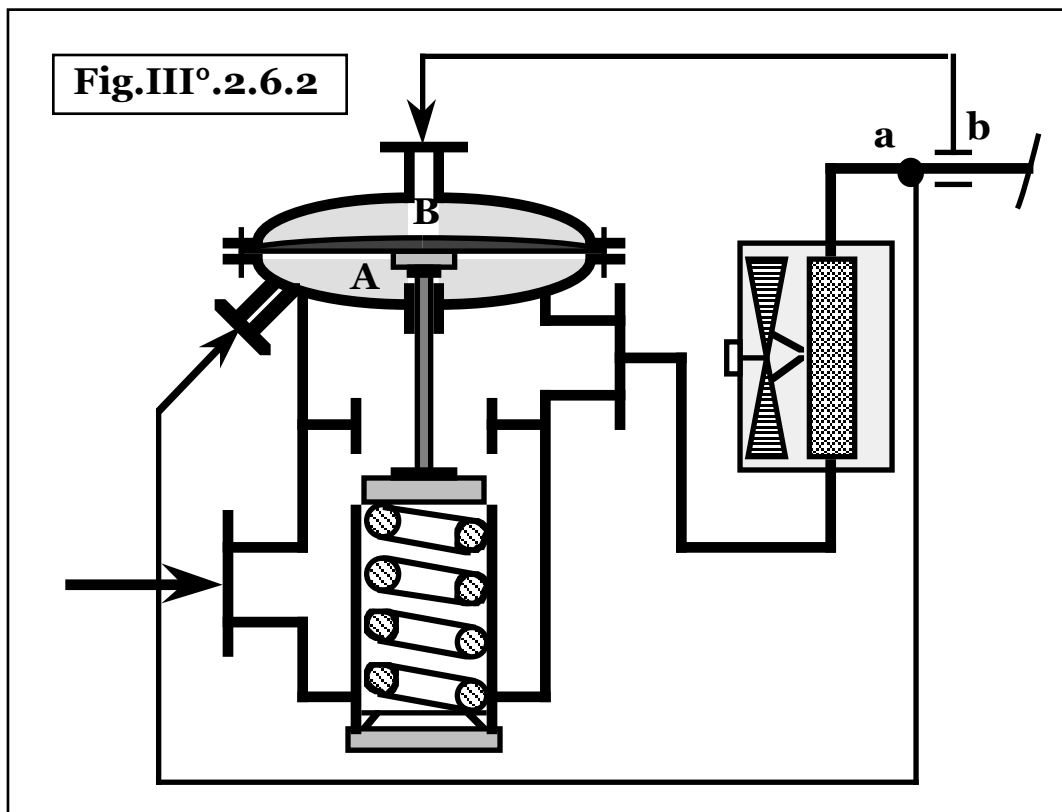
Nel successivo gruppo di trattamento e reintegro, parte della portata di fluido frigorifero viene deviata alla sezione di filtraggio con eventuale reintegro dall'esterno.

Sulla linea di laminazione, oltre alle valvole di intercettazione, (**VI**), e ai filtri, (**F**), è inserita una valvola a solenoide, (**VSL**), a posizioni di

tutto aperto o tutto chiuso, (normalmente aperta a compressori in marcia), asservita all'interruttore **I** che all'arresto dei compressori interrompe il circuito mantenendo in pressione la sezione di alta ed evitando, quindi, la cessione di ulteriore potenza frigorifera di laminazione e transitori di avviamento al riavvio del gruppo di compressione.

La valvola di laminazione, (**VL**), regola la pressione e la portata di fluido frigorifero.

Nella sua parte superiore, (**Fig.III° 2.6.2**), presenta due camere, (**A** e **B**), separate da una membrana, mantenute una, (**A**), alla pressione, (**p_v**), del vaporizzatore, (collegamento **a**), mentre l'altra, (**B**), alla pressione del liquido, (o vapore), contenuto in un bulbo chiuso mantenuto alla temperatura di fine vaporizzazione del fluido frigorifero, (contatto **b**).



La membrana è collegata, tramite uno stelo, all'otturatore di regolazione della portata del fluido, per cui in caso di variazioni di potenza frigorifera in cella, le conseguenti variazioni di temperatura di surriscaldamento del fluido frigorifero vaporizzato, squilibrano la membrana inducendo variazioni di portata e conseguenti variazioni di

temperatura di surriscaldamento, fino a un nuovo punto di equilibrio per portata e grado di surriscaldamento corrispondenti alla potenza termica richiesta.

La presa di pressione di vaporizzazione, (**a**), è posta a valle dell'evaporatore e evitare che le perdite di carico lungo le tubazioni, (variabili con la portata), influiscano sulla corrispondenza fra la pressione sentita dalla valvola e quella di fine vaporizzazione, con variazione del grado di surriscaldamento di equilibrio rispetto al suo valore ottimale mediato fra le esigenze di regolazione ed efficienza dell'evaporatore decrescente all'aumentare della potenza termica scambiata nella zona del surriscaldato per diminuzione del salto termico e del coefficiente globale di scambio.

L'impianto è dotato di un insieme di manometri di controllo, (**M**), di valvole di sicurezza e di spurghi degli incondensabili nel condensatore.

Per esigenze di sicurezza di funzionamento, le linee dei pressostati devono essere prive di accidentalità, per cui sono escluse le valvole di intercettazione previste sulle linee degli altri strumenti di controllo per eventuali interventi di manutenzione.

Lo scambiatore di calore intermedio, (**SC**), viene inserito allo scopo di ottenere un certo grado di surriscaldamento del vapore in aspirazione che prevenga la possibilità di trascinarsi di gocce di condensa nei gruppi di compressione.

In esso infatti, il vapore in aspirazione viene surriscaldato, (stato fisico **1'**), mentre il liquido condensato si sottoraffredda, (stato fisico **3'**), con temperature finali che, a seconda del rapporto dei calori specifici e della superficie di scambio, (**Fig. III°.2.6.1**), variano rispettivamente negli intervalli: $T_3'' < T_3' < T_3$; $T_1 < T_1' < T_1''$.

Il surriscaldamento del vapore, pur prevenendo la possibilità di formazione di condensa in aspirazione ai compressori, comporta un maggior lavoro specifico di compressione, mentre il sottoraffreddamento del liquido aumenta il salto entalpico utile di vaporizzazione, ($h_1 - h_4'$), con riduzione di portata in massa, a parità di potenza frigorifera resa.

Il costo di investimento dell'impianto risulta funzione delle dimensioni del sistema e quindi della portata, (in massa o volume), nominale di progetto e della potenza di compressione installata, mentre gli oneri di esercizio sono inversamente proporzionali, a parità di potenza frigorifera, al coefficiente di effetto frigorifero del ciclo.

Pertanto l'inserzione dello scambiatore di calore intermedio, (**SC**), inducendo una variazione di tutti i parametri di funzionamento,

comporta una conseguente variazione dell'economia globale del sistema.

Il costo impianto risulta, infatti, ridotto per diminuzione di portata circolante e aumentato per maggiore potenza di compressione richiesta, mentre la portata volumetrica in aspirazione, (e quindi la cilindrata dei compressori), subisce effetti contrastanti essendo aumentata per la maggiore temperatura del vapore e diminuita per la minore portata in massa.

Il parametro impiantistico superficie di scambio dello scambiatore di calore intermedio, (**SC**), risulta quindi eventualmente ottimizzabile.

Nell'espressione del coefficiente di effetto frigorifero del ciclo aumenta sia il salto entalpico utile di vaporizzazione che quello speso nella compressione, mentre si ha pure variazione del rendimento di compressione rispetto all'isoentropica, nonchè, (seppure con contributo trascurabile stante i modesti valori di surriscaldamento), variazione della potenza termica ceduta dai condotti di aspirazione del compressore al fluido in ingresso per la sua diversa temperatura.

A meno dei rendimenti, il h_f del ciclo, vale: $h_f = (h_1 - h_4)/(h_2 - h_1)$, in assenza di scambiatore intermedio e $h_f' = (h_1 - h_4')/(h_2' - h_1')$, in presenza dello scambiatore intermedio, (**Fig.III° .2.6.3**).

Indicando con c_{pv} e c_{pl} i calori specifici medi del vapore e del liquido frigorifero, rispettivamente e con p_v e p_c le pressioni di vaporizzazione e condensazione del ciclo, si ha:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} ; \quad T_2' = T_1' \left(\frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} ,$$

da cui:
$$h_2 - h_1 = c_{pv}(T_2 - T_1) = c_{pv} T_1 \left[\left(\frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] ;$$

$$h_2' - h_1' = c_{pv}(T_2' - T_1') = c_{pv} T_1' \left[\left(\frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

e quindi:
$$\frac{h_2 - h_1}{h_2' - h_1'} = \frac{T_1}{T_1'}$$

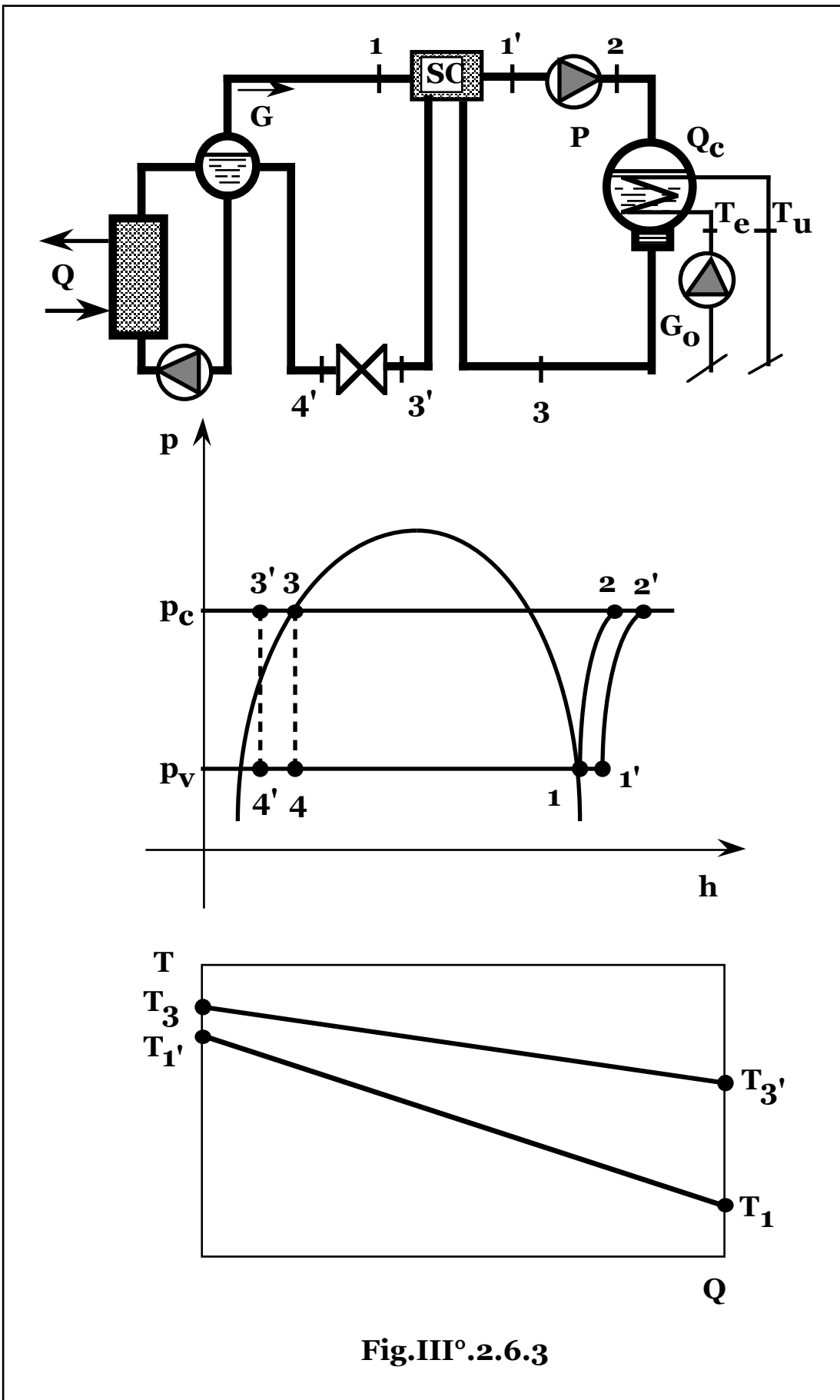


Fig.III° .2.6.3

Indicando con \mathbf{S} e \mathbf{R}_t , la superficie di scambio e la resistenza termica totale dello scambiatore, (in controcorrente), e con \mathbf{G} la portata in massa di fluido frigorifero, si ottiene:

$$T_1' = T_1 + \frac{(T_3 - T_1) \left[e^{-\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pv}R_t} - \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pl}R_t} \right)} - 1 \right]}{\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pv}R_t} - \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pl}R_t} \right)} - 1};$$

$$T_3' = T_3 - \frac{(T_3 - T_1) \left[e^{-\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pv}R_t} - \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pl}R_t} \right)} - 1 \right]}{e^{-\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pv}R_t} - \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pl}R_t} \right)} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}}},$$

da cui:

$$\frac{T_1'}{T_1} = 1 + \frac{\left(\frac{T_3}{T_1} - 1 \right) \left[e^{-\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pv}R_t} - \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pl}R_t} \right)} - 1 \right]}{\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pv}R_t} - \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{G}c_{pl}R_t} \right)} - 1}.$$

Essendo, inoltre:

$$\begin{aligned} (h_1 - h_4') &= (h_1 - h_4) + (h_4 - h_4') = (h_1 - h_4) + (h_3 - h_3') = \\ &= (h_1 - h_4) + c_{pl}(T_3 - T_3') = \end{aligned}$$

$$= (h_1 - h_4) + (T_3 - T_1) \frac{\left[e^{-\left(\frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t}\right)} - 1 \right]}{e^{-\left(\frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t}\right)} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}}},$$

si ottiene:

$$h_f' = \frac{h_1 - h_4'}{h_2' - h_1'} = \frac{(T_3 - T_1) \left[e^{-\left(\frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t}\right)} - 1 \right]}{e^{-\left(\frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t}\right)} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}}},$$

$$(h_2 - h_1) \left\{ 1 + \frac{\left(\frac{T_3}{T_1} - 1 \right) \left[e^{-\left(\frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t}\right)} - 1 \right]}{\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{S}{G_{cpv}R_t} - \frac{S}{G_{cpl}R_t}\right)} - 1} \right\},$$

da cui il rapporto fra i coefficienti di effetto frigorifero in presenza o meno dello scambiatore intermedio, (b_c), vale:

$$b_c = \frac{COP'}{COP} = \frac{h_1 - h_4'}{h_1 - h_4} \frac{h_2 - h_1}{h_2' - h_1'} =$$

$$= \frac{T_1 \left[\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - 1 \right] + \frac{c_{pv}T_1(T_3 - T_1)}{(h_1 - h_4)} e^{-\left(\frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - 1}{T_1 \left[\frac{c_{pv}}{c_{pl}} e^{-\left(\frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - 1 \right] + (T_3 - T_1) e^{-\left(\frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - 1}$$

Risulta, pertanto: $h_f' > h_f$, ($b_c > 1$), per: $c_{pv}T_1 > (h_1 - h_4)$.

Il rapporto fra le portate in massa in presenza o meno di scambiatore intermedio, (b_p), vale:

$$b_p = \frac{G'}{G} = \frac{h_1 - h_4'}{h_1 - h_4} = \frac{e^{-\left(\frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - \frac{c_{pl}}{c_{pv}}}{e^{-\left(\frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - 1} + c_{pl} \frac{(T_3 - T_1)}{(h_1 - h_4)} e^{-\left(\frac{S}{Gc_{pv}R_t} - \frac{S}{Gc_{pl}R_t} \right)} - 1$$

Considerando il rapporto dei volumi specifici del vapore, (v'/v), pari al rapporto fra le temperature assolute: $v'/v = T_1'/T_1$, il rapporto fra le portate in volume, (e quindi fra le cilindrata dei compressori), vale:

$$\frac{G' v'}{G v} = \frac{T_1' h_1 - h_4}{T_1 h_1 - h_4'} = \frac{1}{b_c},$$

e nello stesso rapporto stanno le potenze di compressione essendo, (a meno dei rendimenti, presumibilmente costanti):

$$P = \frac{k}{k-1} p_v G v \left[\left(\frac{p_c}{p_v} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Nell'ipotesi che il costo di installazione possa ritenersi proporzionale alla portata in massa di fluido frigorifero, la differenza fra i costi totali attualizzati in caso di assenza o presenza dello scambiatore

intermedio, (o **VAN** dell'investimento relativo alla modifica dello schema), vale:
$$\mathbf{VAN} = [\mathbf{I}_0 - (\mathbf{I} + \mathbf{I}_s)] + \left(\frac{1}{h_f} - \frac{1}{h_f'} \right) \mathbf{QuT} \frac{c_k}{t_{ek}} =$$

$$= \mathbf{I}_0(1 - b_p) + \frac{\mathbf{QuT}c_k}{h_f t_{ek}} \frac{b_c - 1}{b_c} - (b_0 + bS),$$

con: \mathbf{I}_0 e $\mathbf{I} = b_p \mathbf{I}_0$ costo impianto in assenza e presenza di scambiatore intermedio, rispettivamente;

$\mathbf{I}_s = b_0 + bS$ costo dello scambiatore intermedio.

Nel caso il costo di installazione possa ritenersi proporzionale alla portata in volume di fluido frigorifero in aspirazione, ovvero alla cilindrata e potenza del gruppo di compressione, si ha:

$$\begin{aligned} \mathbf{VAN} &= [\mathbf{I}_0 - (\mathbf{I} + \mathbf{I}_s)] + \left(\frac{1}{h_f} - \frac{1}{h_f'} \right) \mathbf{QuT} \frac{c_k}{t_{ek}} = \\ &= \mathbf{I}_0 \left(1 - \frac{1}{b_c} \right) + \frac{\mathbf{QuT}c_k}{h_f t_{ek}} \left(1 - \frac{1}{b_c} \right) - (b_0 + bS) = \\ &= \left(\mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{QuT}c_k}{\mathbf{COPT}_{ek}} \right) \left(1 - \frac{1}{b_c} \right) - (b_0 + bS), \end{aligned}$$

essendo in tal caso: $\mathbf{I} = \mathbf{I}_0/b_c$.

La condizione di convenienza, ($\mathbf{VAN} > 0$), all'installazione dello scambiatore intermedio, risulta pertanto:

$$b_c(S) = \frac{1}{1 - \frac{b_0 + bS}{\mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{QuT}c_k}{\mathbf{COPT}_{ek}}}} = f(S).$$

L'iperbole $f(S)$, tendente all'asintoto verticale per:

$b_0 + bS = \frac{\mathbf{QuT}c_k}{h_f t_{ek}} + \mathbf{I}_0$, nell'intervallo di valori impiantistici

proponibili: $b_0 + bS \ll \frac{\mathbf{QuT}c_k}{h_f t_{ek}} + \mathbf{I}_0$, risulta monotona crescente, [

$\frac{df(S)}{dS} > 0$], con concavità positiva, [$\frac{d^2f(S)}{dS^2} > 0$], dal valore all'origine:

$\lim_{S \rightarrow 0} f(S) = \frac{1}{1 - \frac{b_0}{\frac{\mathbf{QuT}c_k}{h_f t_{ek}} + \mathbf{I}_0}} \approx 1$, mentre per la funzione $b_c(S)$, risulta:

$$\lim_{S \rightarrow 0} b_c(S) = 1; \quad \lim_{S \rightarrow \infty} b_c(S) = \frac{T_1}{T_3} + \frac{c_{pv}T_1}{h_1 - h_4} \left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right),$$

con andamento monotono.

Si conclude che, (Fig.III° .2.6.4), per:

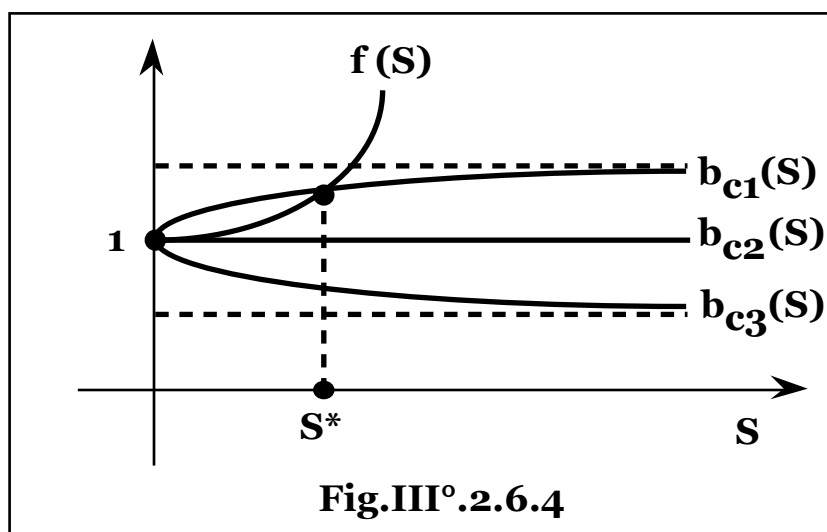
- 1) $c_{pv}T_1 < (h_1 - h_4)$, si ha: $b_c(S) < 1 < f(S)$ e quindi: $VAN < 0$;
- 2) $c_{pv}T_1 = (h_1 - h_4)$, si ha: $b_c(S) = 1 < f(S)$ e quindi: $VAN < 0$;
- 3) $c_{pv}T_1 > (h_1 - h_4)$, si ha: $b_c(S) > 1$, ed essendo: $b_c(0) = f(0) = 1$, e la derivata seconda della funzione $f(S)$, sempre positiva, (concavità verso l'alto), e quella della funzione $b_c(S)$, sempre negativa, (concavità verso il basso), esiste un valore limite per la superficie di scambio, (S^*), di convenienza all'installazione dello scambiatore intermedio, ovvero per cui si ha: $b_c(S) > f(S)$, e quindi: $VAN > 0$, per: $S < S^*$,

qualora risulti:

$$\left(\frac{db_c(S)}{dS}\right)_{S=0} > \left(\frac{df(S)}{dS}\right)_{S=0},$$

ovvero:

$$\left(\frac{c_{pv}T_1}{h_1 - h_4} - 1\right) \frac{T_3 - T_1}{T_1 G c_{pv} R_t} > \frac{\frac{b}{I_0 + \frac{QuTc_k}{hft_{ek}}}}{\left(1 - \frac{b}{I_0 + \frac{QuTc_k}{hft_{ek}}}\right)^2},$$



e in questo caso nell'intervallo: $0 > S > S^*$, è possibile identificare la superficie di scambio di ottimizzazione economica, (S_{ec}), come radice dell'equazione: $dVAN(S)/dS = 0$, con: $d^2VAN(S)/dS^2 < 0$, per: $S = S_{ec}$.

In pratica, per fluido frigoriferi inorganici, (ammoniaca), si ha: $c_{pv}T_1 < (h_1 - h_4)$, per cui l'inserzione dello scambiatore intermedio risulta economicamente svantaggiosa e si adottano, quindi, le minime superficie di scambio compatibili con il surriscaldamento richiesto in aspirazione, mentre per fluidi frigoriferi organici può risultare:

$c_{pv}T_1 > (h_1 - h_4)$, e pertanto l'inserzione dello scambiatore intermedio può comportare una riduzione, (ottimizzabile in funzione della superficie di scambio), dei costi.

Gli impianti frigoriferi a espansione secca risultano compatti, affidabili ed economici per piccole potenze, sistemi a cella singola e carichi non molto variabili nel tempo.

Per sistemi a più celle, tuttavia, il bilanciamento della portata e la regolazione divengono meno affidabili, mentre le oscillazioni della valvola di laminazione termostatica, portano a variazioni della pressione di vaporizzazione con riduzione del coefficiente di effetto frigorifero del ciclo e quindi aumento degli oneri di esercizio.

§ III°.2.7 – IMPIANTI FRIGORIFERI CON SEPARATORE DI LIQUIDO.

In caso di rilevanti potenze, la diminuzione di effetto frigorifero rispetto alle condizioni ottimali di progetto, dovuta ad alterazioni del ciclo termodinamico per variabilità del carico, comporta oneri non trascurabili per cui il ciclo termodinamico deve essere sensibilmente costante al variare del carico stesso, mentre in presenza di più celle a specifica e variabile richiesta di potenza frigorifera, occorre prevedere sistemi che consentano un corretto bilanciamento indipendente delle relative portate.

L'impianto, (**Fig.III°.2.7.1**), viene pertanto dotato di un separatore di liquido, (**SL**), che separa due circuiti distinti di cui nel primo si compie il ciclo frigorifero, (**1 - 2 - 3 - 4**), con produzione di liquido a bassa temperatura che si raccoglie nel separatore che funge da serbatoio di accumulo.

L'alimentazione del gruppo di compressione dal separatore, esclude la possibilità di trascinamento di gocce di condensa, (completata anche dalle inevitabili rientrate termiche nella tubazione di collegamento del separatore al compressore), pur mantenendo le condizioni di minima

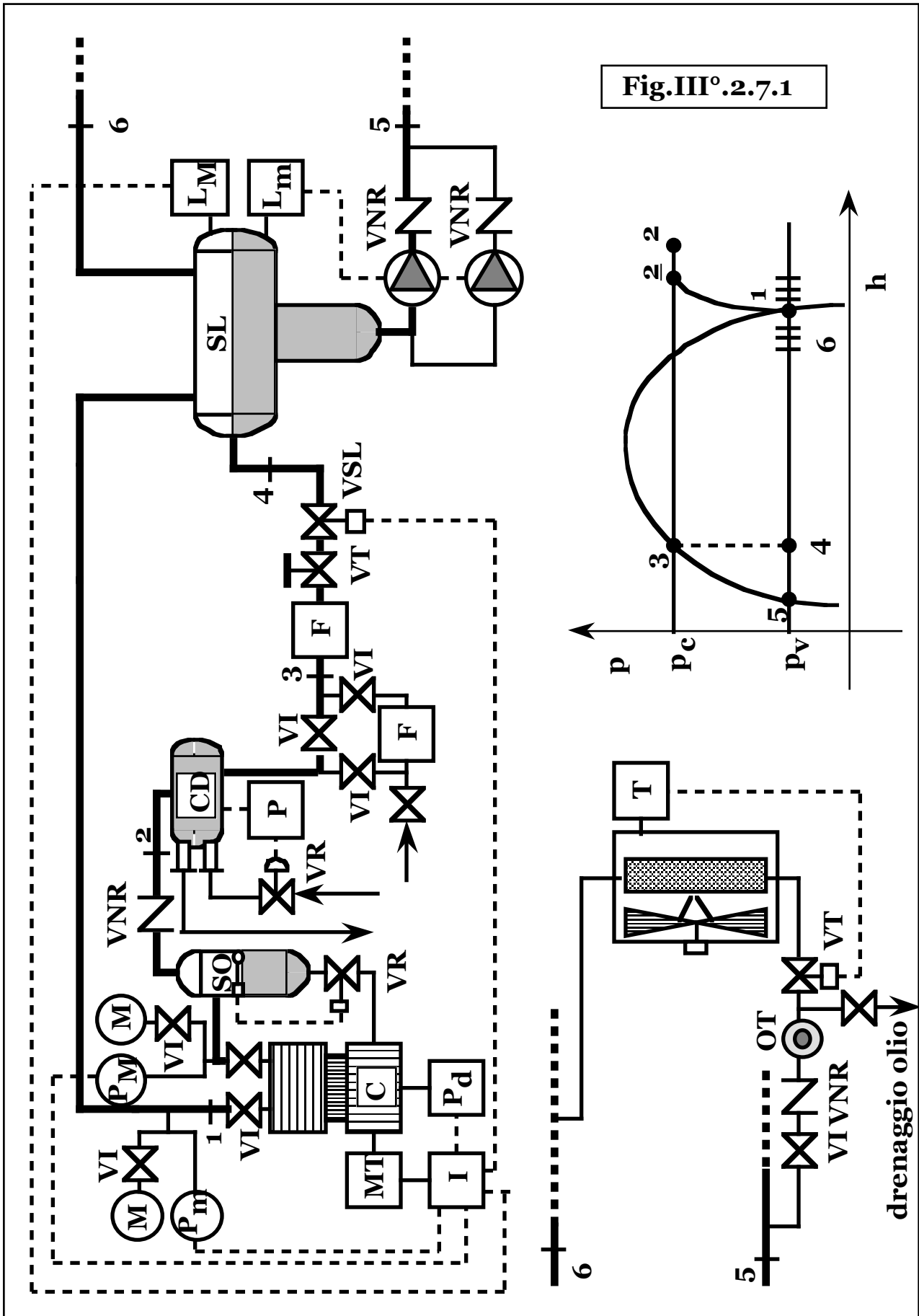


Fig.III° .2.7.1

temperatura di aspirazione e quindi di minimo lavoro di compressione del vapore.

Il secondo circuito comprende la rete di distribuzione del liquido, (stato fisico **5**), dal serbatoio di accumulo alle utenze, dalle quali ritorna allo stato di vapore nel separatore stesso con stato fisico, (punto **6**), variabile in funzione del fabbisogno termico, essendo le pompe a portata costante. In tal modo il ciclo frigorifero può essere rigorosamente costante con valvola di laminazione, (**VLT**), tarata, mentre la regolazione delle potenze termiche alle singole celle, è ottenuto tramite immissione discontinua della portata di fluido frigorifero attraverso una valvola per tutto o per nulla, (**VT**), comandata dal termostato, (**T**), della cella.

Ogni cella è munita di un orifizio tarato, (**OT**), di bilanciamento fluidodinamico della linea e di una valvola per il drenaggio dell'olio di lubrificazione trascinato, (**DO**).

Le pompe di circolazione, (sempre in numero maggiore di uno per mantenere in funzione l'impianto in caso di fermate accidentali o manutenzione di alcune di esse), sono collegate alla rete con rami a impedenza fluidodinamica bilanciata a evitare percorsi preferenziali e poste sotto battente a evitare fenomeni di cavitazione.

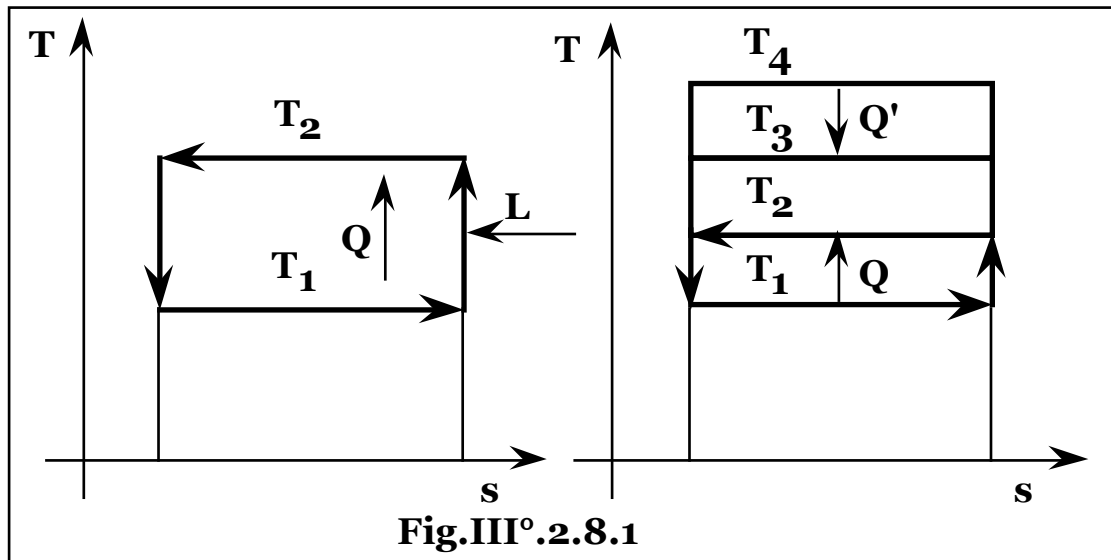
Il separatore di liquido è munito di un elettrolivello di massimo, (**LM**), che in un opportuno intervallo di oscillazione comanda l'arresto e il riavvio della sezione di compressione e della valvola a solenoide, (**VSL**), e uno di minimo, (**Lm**), che in un prefissato intervallo di oscillazione, comanda l'arresto e il riavvio del gruppo di pompaggio, mantenendo il gruppo stesso in funzione solo in presenza di un battente di liquido sufficiente a evitare l'innescò di fenomeni di cavitazione.

Per evitare inconvenienti elettromeccanici relativi all'arresto e al transitorio di riavvio delle macchine, i compressori possono essere parzializzati tramite comando pressostatico dal separatore di liquido nel quale la pressione risulta variabile in funzione della portata globale di vapore proveniente dalle celle ovvero della potenza frigorifera totale richiesta.

§ III°.2.8 – IMPIANTI FRIGORIFERI AD ASSORBIMENTO.

Il secondo principio della termodinamica enunciato nella forma di Clausius, afferma l'impossibilità di avere come unico risultato di una o più trasformazioni termodinamiche, il passaggio di una certa quantità di calore **Q** da una sorgente a temperatura **T₁** a un'altra a temperatura superiore, (**T₂ > T₁**). Per l'ottenimento di una simile

trasformazione è richiesto un "effetto compensatore" che nei cicli frigoriferi a compressione è rappresentato dalla cessione di una certa quantità di lavoro, (**L**), al fluido che descrive il ciclo frigorifero, (**Fig.III° .2.8.1**).



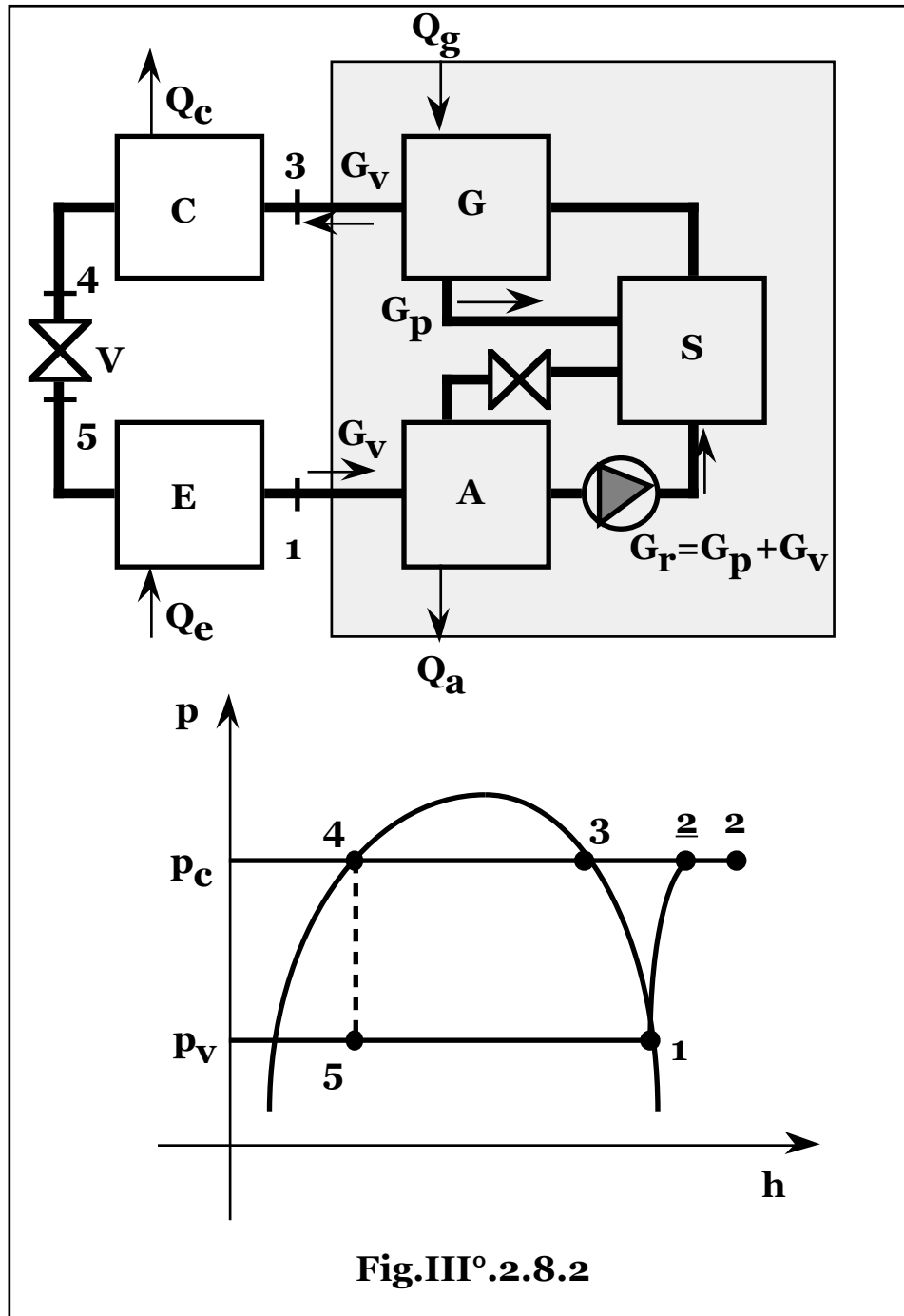
Nei cicli frigoriferi ad assorbimento l'effetto compensatore è, invece, il passaggio di una certa quantità di calore Q' da una sorgente a temperatura T_4 a un'altra a temperatura inferiore, ($T_4 > T_3$), con eventualmente $T_3 = T_2$, pari alla temperatura dell'agente ambientale incaricato di smaltire le potenze termiche residue.

I fluidi operatori degli impianti frigoriferi ad assorbimento risultano soluzioni binarie di fluido frigorifero a concentrazione variabile in un solvente.

Nello schema di funzionamento di principio, (**Fig.III° .2.8.2**), la portata di vapore puro di fluido frigorifero, (G_v), in uscita dall'evaporatore, (**E**), viene annegata nella soluzione liquida, (G_p), a bassa concentrazione di fluido frigorifero, (povera), nell'assorbitore, (**A**), con liberazione della potenza termica Q_a .

La soluzione arricchita, ($G_r = G_p + G_v$), di fluido frigorifero, (ricca), viene compressa fino alla pressione di condensazione, (con spesa di potenza meccanica P trascurabile rispetto all'analoga compressione di vapore degli impianti a compressione), e inviata nella sezione, (**G**), di separazione del fluido frigorifero, composta da un bollitore in cui viene ceduta la potenza termica Q_g ed eventuale torre di rettifica, fino

ad ottenere nuovamente fluido frigorifero puro, (G_v), che condensa nel condensatore **C** cedendo la potenza termica Q_c , viene laminato nella valvola **V** ed evapora nell'evaporatore **E**, ricevendo la potenza termica Q_e , in maniera del tutto simile agli schemi frigoriferi a compressione.



Lo scambiatore **S** permette il recupero di potenza termica fra la soluzione impoverita del fluido frigorifero liberato, (G_p), che conclude

il ciclo uscendo dal generatore per immettersi nell'assorbitore, dove deve essere raffreddata, e la soluzione ricca, (G_r), che lascia l'assorbitore per immettersi nel generatore ove deve essere riscaldata. La sezione di impianto: assorbitore–gruppo di pompaggio–scambiatore–generatore, (**Fig.III°2.8.2**), riceve vapore, (G_v), di fluido frigorifero a bassa pressione, (stato fisico **1**), e fornisce la stessa portata di vapore saturo di fluido frigorifero alla pressione di condensazione, (stato fisico **3**), sostituendo, quindi, il gruppo dei compressori relativo agli impianti a compressione, la cui potenza meccanica di compressione, (a meno della limitata potenza di compressione del liquido), è sostituita, come effetto frigorifero compensatore, dalla potenza termica Q_g spesa nel generatore **G**.

§ III°2.9 – EFFETTO FRIGORIFERO DEGLI IMPIANTI AD ASSORBIMENTO.

Indicando con: (**Fig.III°2.9.1**):

T_e la temperatura di evaporazione;

T_g la temperatura del generatore;

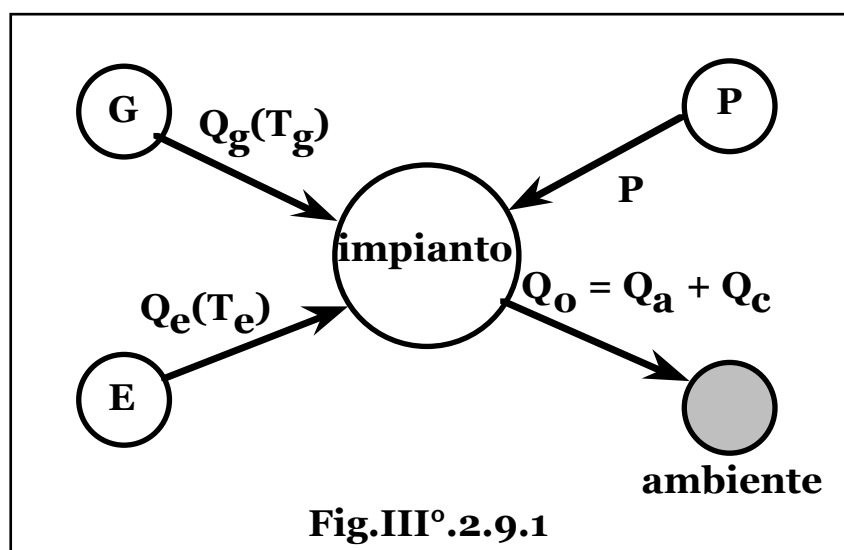
T_o la temperatura ambiente;

$Q_o = Q_a + Q_c$ la potenza termica totale ceduta all'ambiente;

Q_e/Q_g coefficiente di effetto frigorifero, (h_{fa}), per gli impianti ad assorbimento,

dalla relazione di bilancio energetico globale si ottiene:

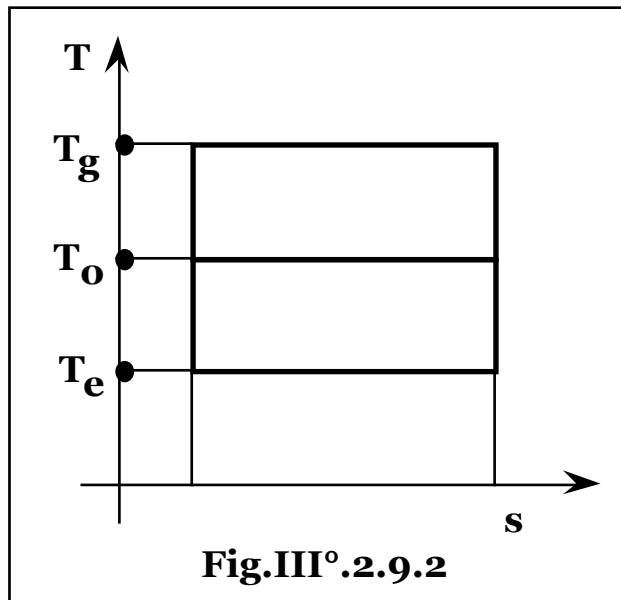
$$Q_a + Q_c = Q_e + Q_g + P \approx Q_e + Q_g.$$



Per trasformazioni ideali, (isoentropiche), si ha:

$$-\frac{Q_g}{T_g} - \frac{Q_e}{T_e} + \frac{Q_a + Q_c}{T_o} = 0, \text{ da cui: } \frac{Q_g}{T_g} + \frac{Q_e}{T_e} = \frac{Q_g}{T_o} + \frac{Q_e}{T_o},$$

e quindi:
$$h_{fa} = \frac{Q_e}{Q_g} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_e}{T_o - T_e}.$$



Risulta quindi che, essendo, (Fig. III° 2.9.2): $(T_g - T_o)/T_g$, il rendimento del ciclo motore ideale operante fra le temperature estreme disponibili, T_g e T_o , e $T_e/(T_o - T_e)$, il coefficiente di effetto frigorifero del ciclo ideale a compressione operante fra le temperature T_o e T_e , in caso di trasformazioni ideali partendo da energia termica primaria, si ottiene lo stesso effetto frigorifero sia impiegandola direttamente in un ciclo ad assorbimento, che passando per la sua trasformazione in energia meccanica da utilizzare in un ciclo a compressione.

L'effetto delle trasformazioni reali ottenibili, è nettamente a favore dei cicli a compressione: $Q_e/Q_g \sim 1$, rispetto a quelli ad assorbimento: $Q_e/Q_g \sim 0,5$, qualora l'energia termica primaria derivi da combustibili o sia comunque disponibile a temperature sufficientemente elevate per una sua efficiente conversione in potenza meccanica, mentre poichè i livelli di temperatura richiesti per la potenza termica dei gruppi ad assorbimento sono decisamente più modesti, (100 ÷ 200 °C), questi possono risultare vantaggiosi qualora la potenza termica

primaria si renda disponibile a temperature per le quali il rendimento di conversione in lavoro si riduce a livelli antieconomici, ovvero qualora l'energia termica derivi addirittura come sottoprodotto di altri processi e non potendo essere utilizzata, vada comunque dissipata all'esterno.

§ III°.2.10 –DIAGRAMMI TERMODINAMICI DI STATO DELLE SOLUZIONI BINARIE.

Una sostanza pura può essere descritta da due variabili di stato indipendenti e quindi su un diagramma bidimensionale, mentre per le soluzioni binarie, avendosi una variabile indipendente in più, (la concentrazione relativa), occorrerebbe un diagramma tridimensionale per cui in pratica si impiegano diagrammi bidimensionali con in asse due coordinate relative a due variabili indipendenti e una famiglia di curve relative alla terza variabile, ovvero la sovrapposizione di tanti diagrammi a due coordinate e valore costante della terza. Poiché in campo frigorifero, a meno di lievi variazioni dovute alle perdite di carico lungo i circuiti, le pressioni presenti nell'impianto sono essenzialmente quelle di vaporizzazione e di condensazione, i diagrammi tecnici riportano sui due assi l'entalpia, (**h**), e la concentrazione, (**x**), e le curve limite del liquido e del vapore relative alle pressioni caratteristiche del ciclo. Nel diagramma **h - x**, ogni punto può rappresentare stati fisici diversi a seconda della pressione, (terza coordinata), a cui è riferito, risultando il diagramma dalla sovrapposizione di più diagrammi a diverso valore della pressione.

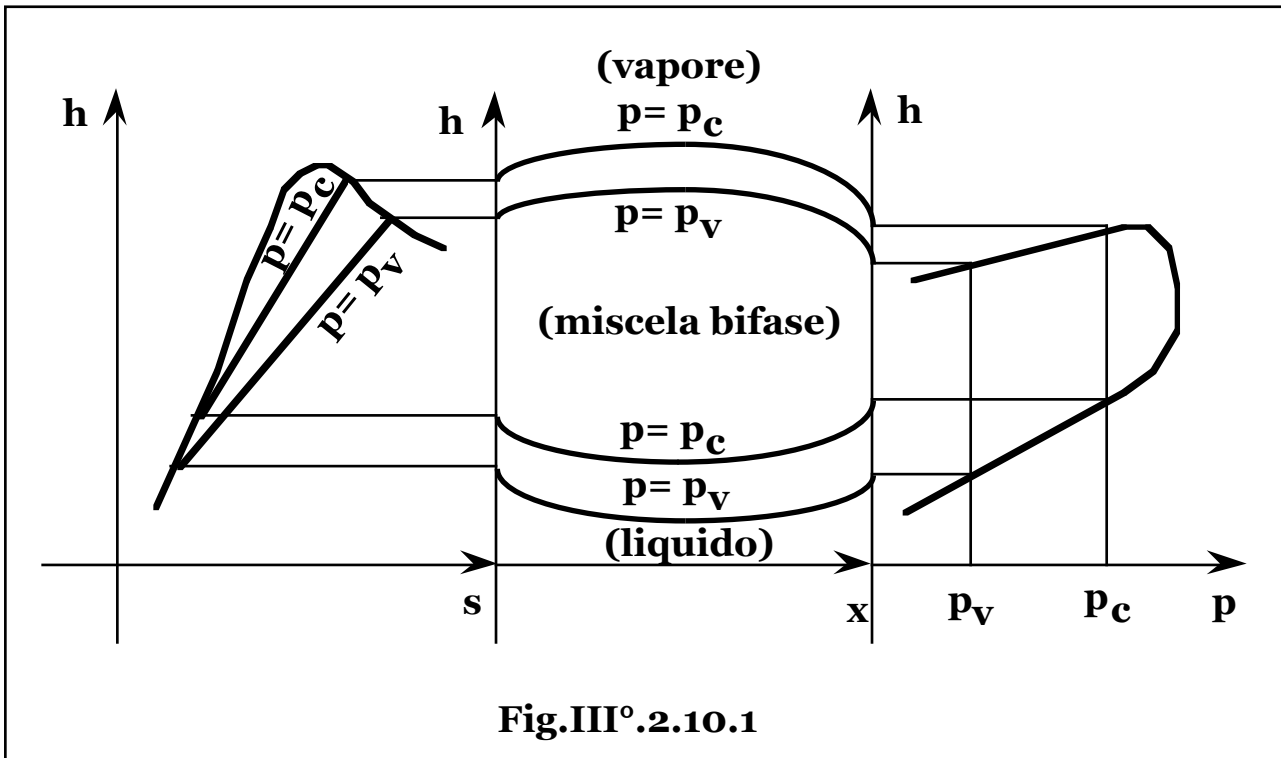
Le soluzioni binarie di tipico impiego industriale risultano acqua-ammoniaca, (**H₂O-NH₃**), per gli impianti frigoriferi ad alta e bassa temperatura e acqua-bromuro di litio, (**H₂O-BrLi**), per temperature di vaporizzazione più elevate degli impianti di condizionamento.

I diagrammi di stato per le miscele binarie possono essere, a scopo illustrativo, accoppiati a quelli delle sostanze pure.

Per miscele binarie **H₂O-NH₃**, (**Fig.III°.2.10.1**), le curve isoterme al di sotto della curva limite del liquido sono indipendenti dalla pressione essendo: $h - h_o = c_p(T - T_o)$, e sono, quindi, riportate in maniera univoca, mentre nel campo bifase si impiegano le curve ausiliarie.

Scelta la pressione, dal punto, (**1**), di incontro della isoterma nel campo del liquido con la curva limite alla pressione stessa, (**Fig.III°.2.10.2**), la verticale fino alla curva ausiliaria corrispondente alla pressione scelta, individua il punto **2**, e da questo l'orizzontale

fino alla curva limite del vapore relativa alla medesima pressione, il punto **3**: la congiungente **1 - 3**, risulta l'isoterma cercata nel campo bifase.



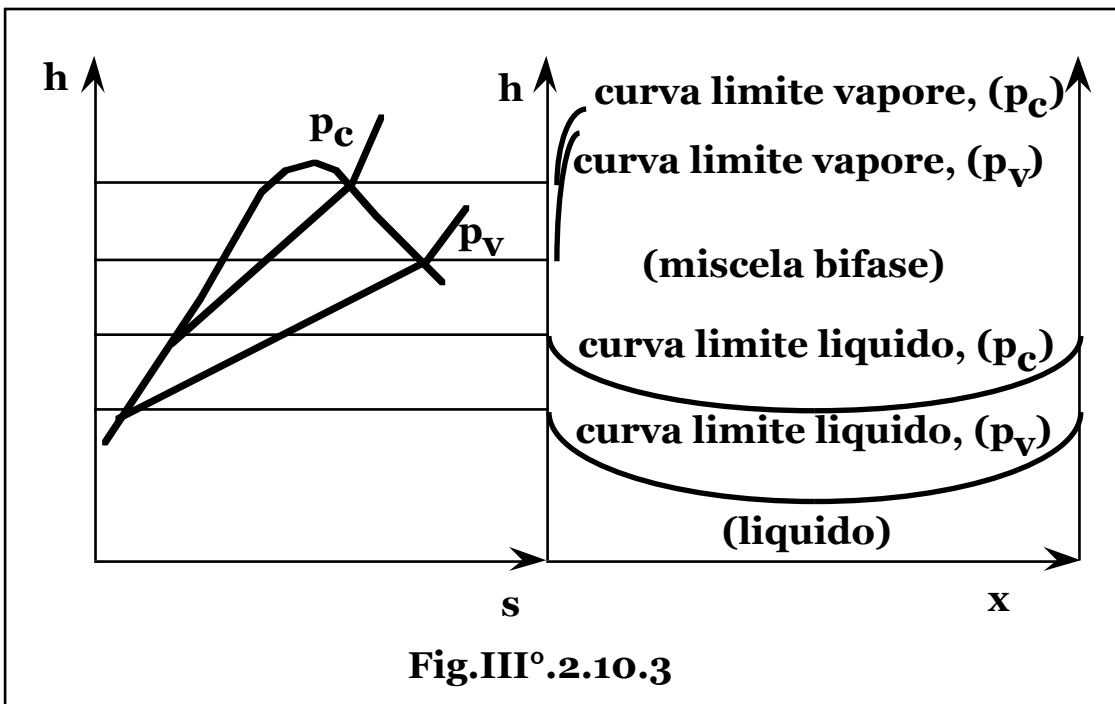
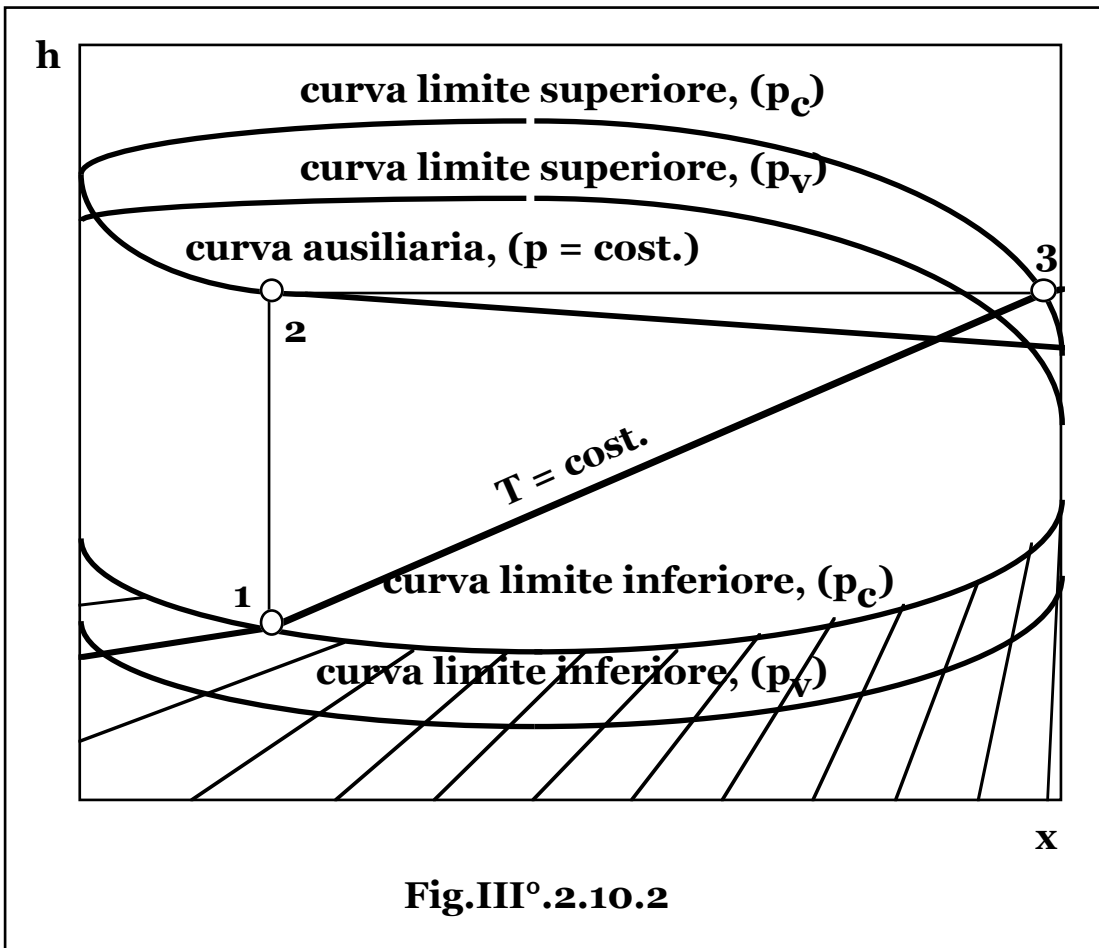
Per soluzioni binarie **H₂O-BrLi**, le curve limite del vapore risultano talmente ripide da poter essere sovrapposte all'asse delle ordinate, (**Fig. III° 2.10.3**).

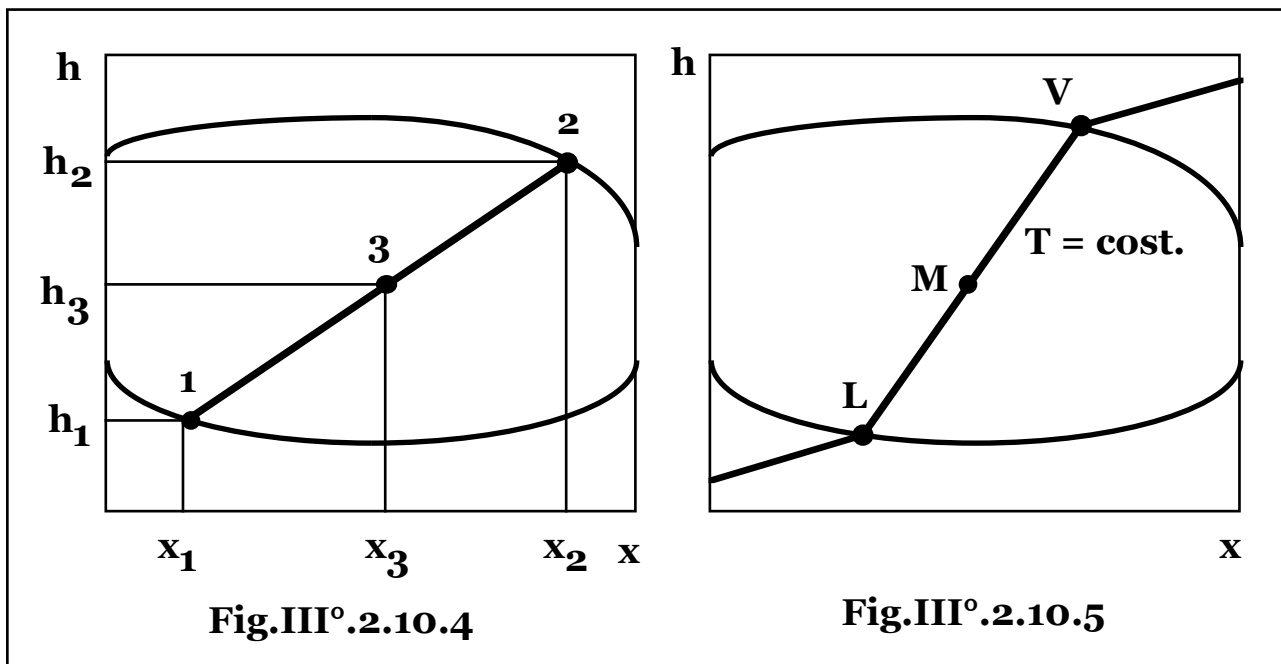
Miscelando due portate, (**G₁** e **G₂**), di assegnati stati fisici, (**1** e **2**), il punto rappresentativo della miscela, (**3**), giace sul segmento congiungente i punti **1** e **2**, e lo divide in parti inversamente proporzionali alle portate stesse, (**Fig. III° 2.10.4**).

Dai bilanci di massa e di energia, si ottiene, infatti:

$$x_3 = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2}{G_1 + G_2}; \quad h_3 = \frac{G_1 h_1 + G_2 h_2}{G_1 + G_2},$$

mentre una miscela bifase rappresentata sul diagramma da un punto **M** all'interno delle curve limite, (**Fig. III° 2.10.5**), è composta da vapore e liquido i cui punti rappresentativi, (**V** ed **L**), giacciono sulle intersezioni dell'isoterma per il punto **M** con le curve limite del vapore e del liquido relative alla pressione di esercizio con composizione proporzionale alla lunghezza dei segmenti **ML** e **MV**.





§ III° 2.11 – IMPIANTI AD ASSORBIMENTO IN SOLUZIONE ACQUA – AMMONIACA.

Negli impianti industriali il generatore **G**, (**Fig.III° 2.11.1**), è costituito da un corpo inferiore bollitore da cui si libera vapore ad alta concentrazione di fluido frigorifero a minore tensione di vapore, che raggiunge concentrazioni praticamente unitarie nella torre di distillazione superiore. In questa fase si rende necessaria la sottrazione di potenza termica, (Q_r), che viene utilmente ceduta alla soluzione ricca prima dell'ulteriore preriscaldamento nello scambiatore di recupero **S** e del riscaldamento nel corpo bollitore.

Nota la temperatura, (T_{max}), del fluido vettore della potenza termica di alimentazione, (Q_g), e le pressioni di condensazione, (p_c), e vaporizzazione, (p_v), è nota l'isoterma **1-2** e quindi i punti: **1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7**.

Lo stato fisico **8** è relativo a fluido allo stato liquido, mentre la concentrazione della soluzione ricca, (x_r), deve essere la massima possibile per cui il punto **8** stesso è dato dall'intersezione dell'isoterma relativa alla minima temperatura, (T_{min}), ottenibile nell'assorbitore, ovvero compatibile con lo smaltimento della potenza termica Q_a all'ambiente esterno, e la curva del liquido relativa alla pressione p_v . Si ottengono, quindi, le concentrazioni della soluzione povera di fluido frigorifero, (x_p), e ricca, (x_r), e i punti **M, N, P**.

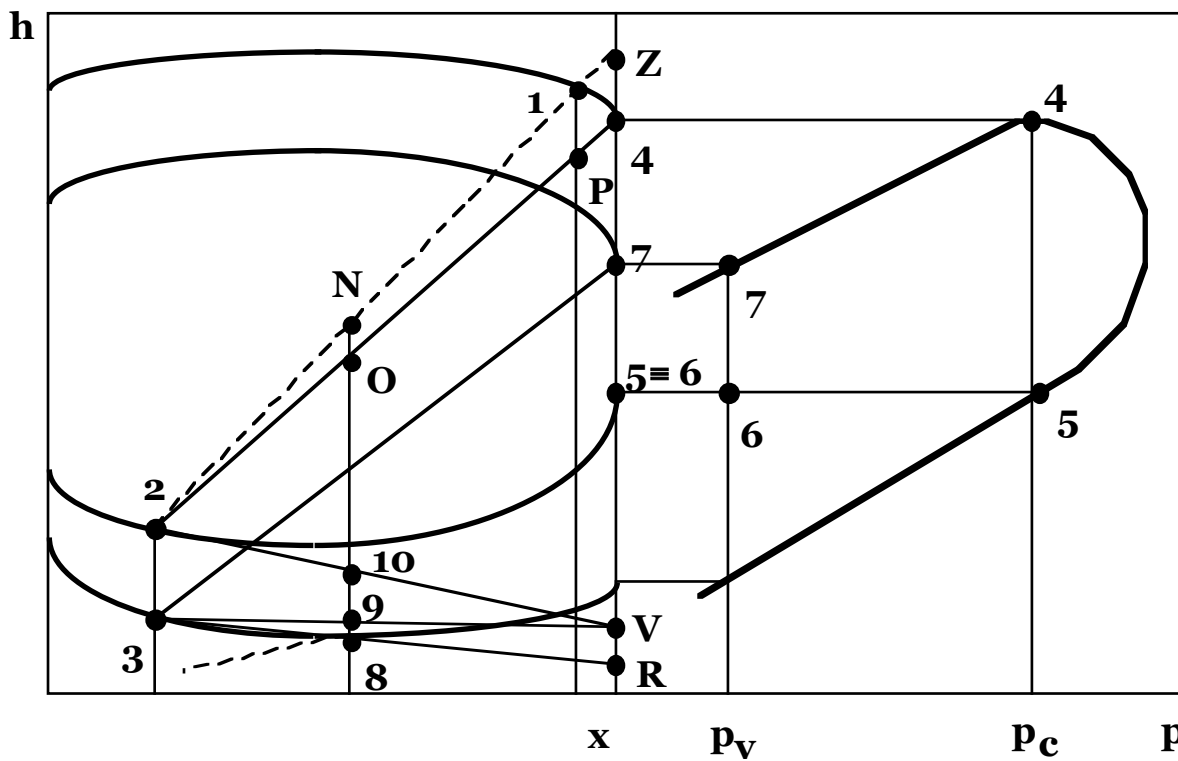
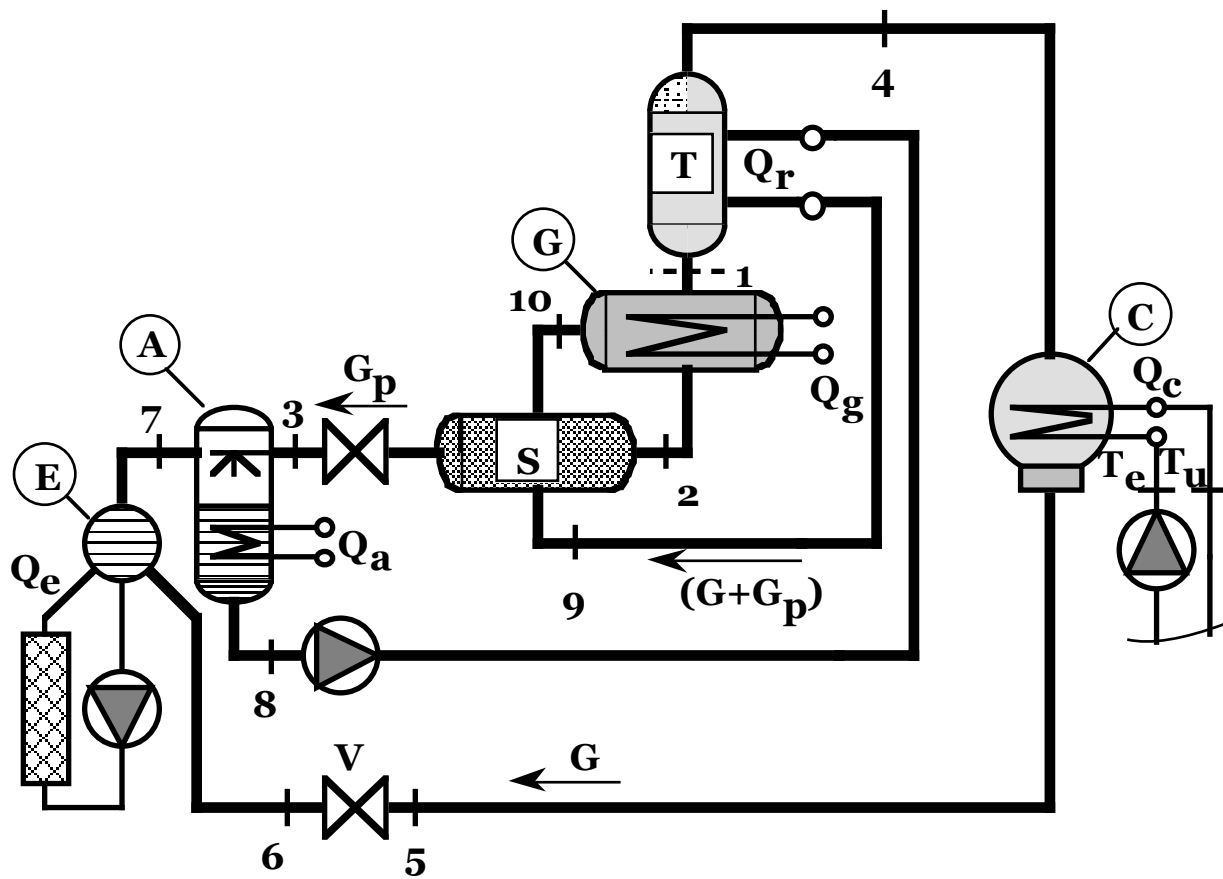


Fig.III°.2.11.1

Nella torre di distillazione si ha una progressiva condensazione, tramite la sottrazione della potenza termica Q_r , del fluido meno volatile, (acqua), che rifluisce nel corpo bollitore, mentre il vapore, a concentrazioni sempre maggiori di fluido frigorifero, (ammoniaca), sale fino ad essere praticamente puro alla sommità. Indicando con G la portata netta di fluido che lascia la torre e compie il ciclo frigorifero, attraverso la superficie **1** del generatore G , sale, pertanto, una portata $G + DG$, nello stato fisico **1** e scende, per continuità, la portata DG nello stato fisico **2**. Dal bilancio energetico fra le sezioni **1** e **4**, si ottiene: $(G + DG) h_1 - Q_r = DG h_2 + G h_4$,

da cui: $Q_r = (G + DG) h_1 - (DG h_2 + G h_4) =$
 $= (G + DG) h_1 - (G + DG)(Gh_4 + DGh_2)/(G + DG) = (G + DG)(h_1 - h_p)$,

mentre dal bilancio di massa dell'ammoniaca attraverso le medesime superficie, si ha: $(G+DG)x_1 = DG x_p + 1G$, da cui:

$$DG = G(1-x_1)/(x_1 - x_p), \text{ e quindi: } Q_r = G[(1 - x_p)/(x_1 - x_p)](h_1 - h_p).$$

Considerando i triangoli simili: **(2Z4)**, e **(21P)**, si ottiene:

$$Q_r = G(h_z - h_4).$$

Il bilancio di massa dell'ammoniaca nell'assorbitore, risulta:

$$G \cdot 1 + G_p x_p = (G + G_p)x_r, \text{ con } G_p \text{ portata di riflusso all'assorbitore,}$$

da cui: $G_p = G(1 - x_r)/(x_r - x_p)$, e quindi:

$$(h_9 - h_8) = (h_z - h_4)(x_r - x_p)/(1 - x_p).$$

Considerando i triangoli simili: **(2NO)**, e **(2Z4)**, si ottiene:

$$(h_9 - h_8) = (h_N - h_o), \text{ da cui i punti: } \mathbf{9, V \text{ e } R}.$$

Il bilancio energetico dello scambiatore S , risulta:

$$G_p(h_2 - h_3) = (G + G_p)(h_{10} - h_9),$$

da cui, essendo i triangoli **(2NO)**, e **(2Z4)**, simili:

$$(h_{10} - h_9) = (h_2 - h_3)(1 - x_r)/(1 - x_p).$$

La potenza termica di alimentazione risulta, dunque:

$$Q_g = (G + G_p)(h_N - h_{10}) = G[(1 - x_p)/(x_r - x_p)](h_N - h_{10}),$$

ovvero, considerando i triangoli simili **(2ZV)** e **(2N10)**:

$$Q_g = G(h_z - h_v).$$

La potenza termica di scarto all'assorbitore, vale:

$$Q_a = (G + G_p)(h_M - h_8) = G[(1 - x_p)/(x_r - x_p)](h_M - h_8),$$

e considerando i triangoli simili: **(37R)**, e **(3M8)**: $Q_a = G(h_7 - h_r)$,

mentre le potenze termiche all'evaporatore e al condensatore, risultano, rispettivamente: $Q_e = G(h_7 - h_5)$; $Q_c = G(h_4 - h_5)$.

Si verifica, quindi, l'uguaglianza: $Q_a + Q_c = Q_e + Q_g$, che risulta:

$$G(h_7 - h_r) + G(h_4 - h_5) = G(h_7 - h_5) + G(h_z - h_v),$$

da cui: $(h_4 - h_r) = (h_z - h_v)$, ovvero: $(h_v - h_r) = (h_z - h_4)$, che coincide con l'eguaglianza: $(h_9 - h_8) = (h_N - h_0)$, considerando i triangoli simili: (2NO), (2Z4) e (398), (3VR).

Il completo dimensionamento dell'impianto in funzione della potenza frigorifera, (Q_e), risulta, quindi:

$$G = \frac{Q_e}{h_7 - h_6};$$

$$G_p = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_r}{1 - x_p};$$

$$Q_g = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_p}{x_r - x_p} (h_N - h_0);$$

$$P = (G + G_p) \frac{p_c - p_v}{h_p d_{sl}} = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_p}{x_r - x_p} \frac{p_c - p_v}{h_p d_{sl}},$$

con d_{sl} densità della soluzione liquida e h_p rendimento delle pompe;

$$Q_c = G_o c_l (T_u - T_i) = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} (h_4 - h_5),$$

con T_u e T_i temperatura di uscita e ingresso dell'acqua di refrigerazione;

$$Q_a = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_p}{x_r - x_p} (h_M - h_8);$$

$$Q_r = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_p}{x_1 - x_p} (h_1 - h_p);$$

$$\begin{aligned} h_{fa} &= \frac{Q_e}{Q_e} \frac{1 - x_p}{x_r - x_p} (h_N - h_{10}) = \\ &= (h_N - h_{10})(h_7 - h_6) \frac{x_r - x_p}{1 - x_p}. \end{aligned}$$

Fissate le pressioni estreme del ciclo e la temperatura di refrigerazione all'assorbitore, (T_a), in funzione delle temperature di evaporazione e di condensazione, esiste un limite inferiore, (T_{gmin}), per la temperatura al generatore che rende possibile il ciclo, (Fig.III° 2.11.2), in corrispondenza della quale, essendo: $x_r = x_p$, la

portata di riflusso G_p tende all'infinito, e un limite superiore, (T_{gmax}), al di sopra del quale non si ha più liquido nel generatore.

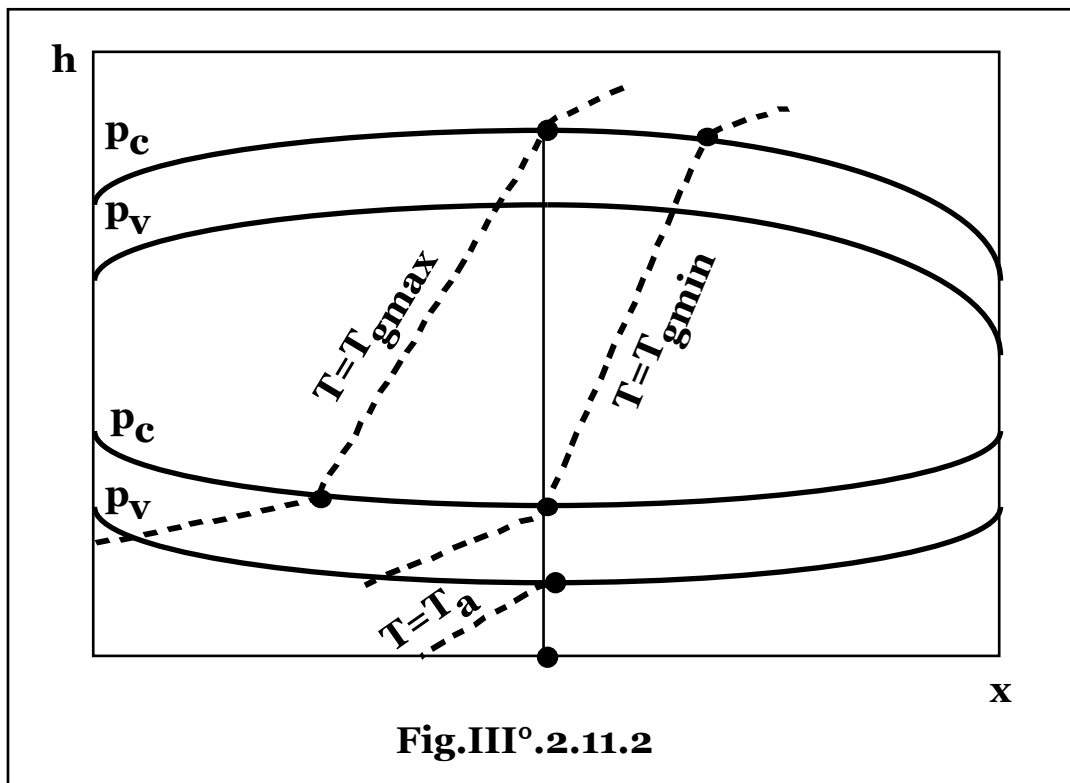


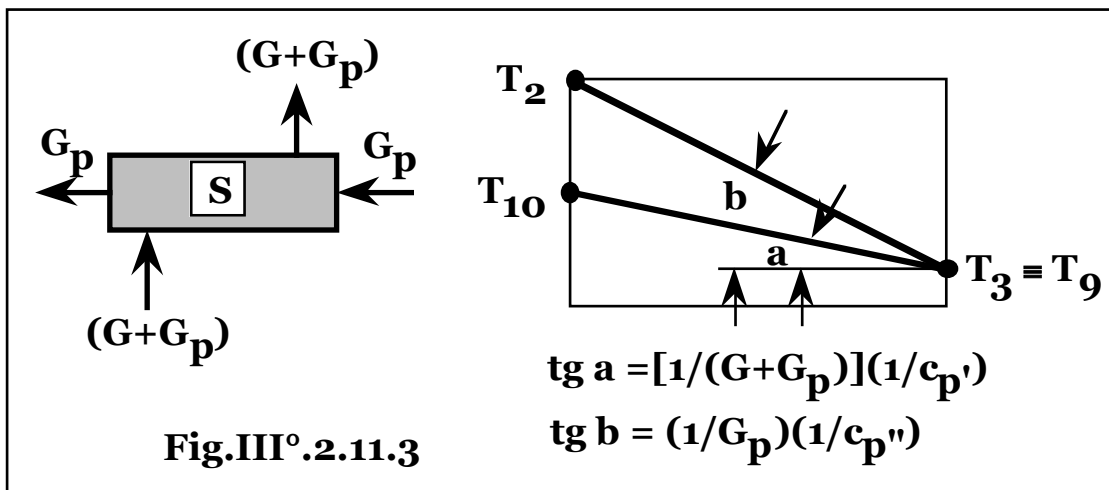
Fig.III° 2.11.2

All'interno dell'intervallo: $T_{gmin} < T_g < T_{gmax}$, il coefficiente di effetto frigorifero varia in funzione del livello termico di cessione della potenza Q_g e della potenza termica trasferibile nello scambiatore intermedio S , che appaiono effetti contrastanti al variare della temperatura del generatore T_g con possibilità di ottimizzazione termodinamica del ciclo tramite calcoli di tentativo non essendo nota in forma analitica la funzione entalpia per le soluzioni binarie.

Per temperature al generatore di $150 \div 180 \text{ }^\circ\text{C}$, si ottengono valori del coefficiente di effetto frigorifero, pari a: $h_{fa} = 0,4$ e $0,5$, per schemi a bassa e alta temperatura di vaporizzazione, rispettivamente.

Gli scambi di energia termica fra due portate di fluido sono possibili solo se le temperature reali e le superficie di scambio sono tali da permettere l'effettivo passaggio di calore e valgono in tal caso le eguaglianze dei rispettivi salti entalpici. In un impianto frigorifero ad assorbimento, (Fig.III° 2.11.1), il bilancio energetico nello scambiatore S , (Fig.III° 2.11.3), risulta:

$$G_p(h_2 - h_3) = (G + G_p)(h_{10} - h_9), \text{ da cui:}$$



$$h_{10} = h_9 + \frac{G_p}{G + G_p} (h_2 - h_3) = h_9 + \frac{1 - x_r}{1 - x_p} (h_2 - h_3),$$

tuttavia l'analisi del diagramma $T - Q$ di scambio, mostra che la potenza termica viene integralmente scambiata solo se si ha: $T_3 \geq T_9$, valendo l'uguaglianza per superficie illimitata, mentre in caso contrario gli stati fisici reali **3** e **10** dei fluidi sono tali per cui risulta:

$$h_3 \geq h(T_9, x_p); \quad h_{10} \leq h_9 + \frac{1 - x_r}{1 - x_p} [h_2 - h(T_9, x_p)],$$

con diminuzione del calore scambiato e pertanto, rimanendo invariata la restante parte del ciclo essendo lo stato fisico **8** fissato dalle pressioni estreme e dalla temperatura nell'assorbitore, si ha aumento della potenza termica Q_a , ceduta all'assorbitore per aumento dell'entalpia h_M e della potenza termica richiesta nel generatore, Q_g , proporzionale alla differenza $(h_N - h_{10})$, in accordo col bilancio globale del ciclo: $Q_a + Q_c = Q_e + Q_g$, nel quale sono invariate le potenze termiche Q_e e Q_c .

Nei cicli reali ad temperatura risulta in genere: $T_3 > T_9$, e pertanto il passaggio della portata G_p dalla temperatura T_2 a T_3 , permette alla portata $(G + G_p)$ il raggiungimento della temperatura T_{10} , calcolata in base al bilancio entalpico, mentre nei cicli a bassa temperatura si ha: $T_3 < T_9$ e lo schema va corretto, (Fig.III°.2.11.4).

Note le pressioni estreme del ciclo, (p_c e p_v), e le temperature disponibili al generatore, (T_{max}), e all'assorbitore, (T_{min}), si determinano gli stati fisici: **1, 2, 3, 4 = 5, 6, 7, 8, M, N** e **P**.

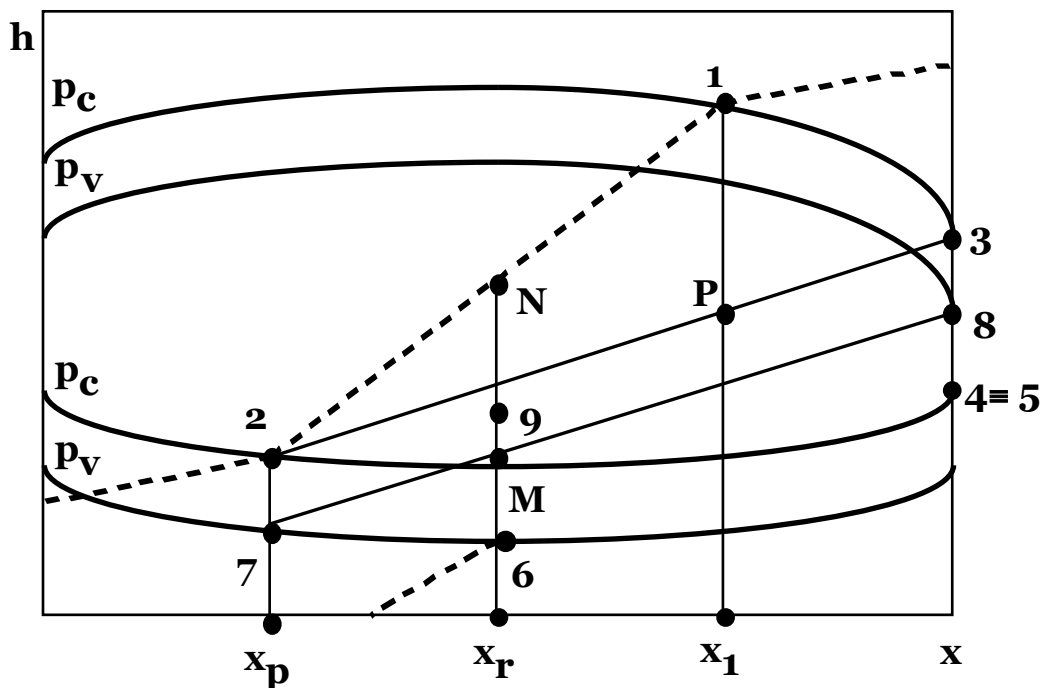
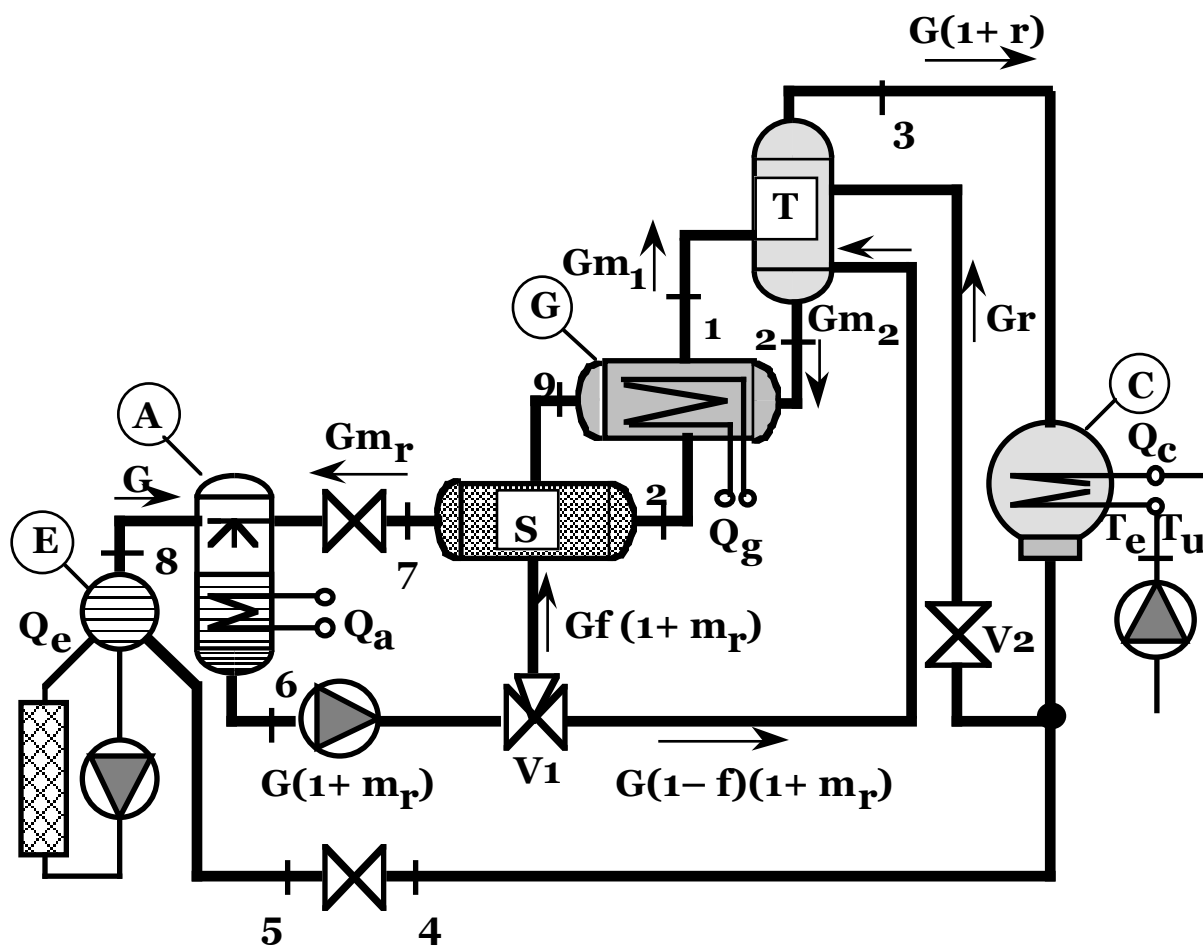


Fig.III° 2.11.4

Per portata unitaria all'evaporatore, fissato il valore della frazione, (f), di suddivisione della portata nella valvola a tre vie V_1 , si determinano le grandezze caratteristiche del ciclo dai bilanci di massa totale, dell'ammoniaca ed energetico nelle sezioni dell'impianto:

Assorbitore.

$$1 + m_r = (1 + m_r); \quad 1 \cdot 1 + m_r x_p = (1 + m_r) x_r;$$

$$1 h_g + m_r h_7 = (1 + m_r) h_M, \text{ da cui:}$$

$$m_r = \frac{1 - x_r}{x_r - x_p}; \quad h_M = \frac{h_g + m_r h_7}{1 + m_r} = \frac{h_g(x_r - x_p) + h_7(1 - x_r)}{1 - x_p};$$

$$q_a = (1 + m_r)(h_M - h_6).$$

Scambiatore.

$$m_r(h_2 - h_7) = f(1 + m_r)(h_9 - h_6),$$

$$\text{da cui: } h_9 = h_6 + \frac{m_r}{1 + m_r} \frac{h_2 - h_7}{f}.$$

Bollitore.

$$m_1 = f \frac{1 - x_p}{x_1 - x_p}; \quad m_2 = \frac{(1 - x_r)(x_p - x_1) + f(1 - x_p)(x_1 - x_r)}{(x_r - x_p)(x_p - x_1)};$$

$$q_g = f \frac{1 - x_p}{x_1 - x_p} h_1 - f \frac{1 - x_p}{x_r - x_p} h_6 + \frac{1 - x_r}{x_r - x_p} h_7 - \frac{(1 - x_r)(x_p - x_1) + f(1 - x_p)(x_1 - x_r)}{(x_r - x_p)(x_p - x_1)} h_2.$$

Torre.

$$m_1 + r + (1 - f)(1 + m_r) = 1 + r + m_2;$$

$$m_1 x_1 + 1 \cdot r + (1 - f)(1 + m_r)x_r = (1 + r) + m_2 x_p;$$

$$m_1 h_1 + r h_4 + (1 - f)(1 + m_r)h_6 = (1 + r)h_3 + m_2 h_2,$$

da cui:

$$r = \frac{f \frac{1 - x_p}{x_1 - x_p} h_1 + (1 - f) \frac{1 - x_p}{x_r - x_p} h_6 - h_3 - \frac{(1 - x_r)(x_p - x_1) + f(1 - x_p)(x_1 - x_r)}{(x_r - x_p)(x_p - x_1)} h_2}{h_3 - h_4}.$$

Condensatore.

$$q_c = (1 + r)(h_3 - h_4).$$

Per sostituzione delle grandezze definite, si verifica la relazione di bilancio energetico globale: $q_a + q_c = q_e + q_g$, con $q_e = (h_8 - h_4)$.

Note le temperature T_2 e T_7 e fissata la superficie dello scambiatore, si determina la temperatura T_9 e quindi h_9 , da cui il valore della frazione f , per il completo dimensionamento dell'impianto.

La regolazione dell'impianto, in particolare per l'ottenimento di vapore di ammoniaca sufficientemente puro in uscita dalla torre di rettifica, è ottenibile tramite azione sulle valvole regolatrici V_1 e V_2 , con conseguente variazione della frazione portata di bypass allo scambiatore, (f), e di ricircolo alla torre, (r).

§ III°.2.12 –IMPIANTI AD ASSORBIMENTO A DUE TEMPERATURE DI UTILIZZAZIONE.

Negli impianti frigoriferi ad assorbimento, la compressione, (di liquido), dalla pressione di vaporizzazione a quella di condensazione, non presenta difficoltà tecniche anche per elevati rapporti di compressione e non risulta la spesa energetica critica da minimizzare. Pertanto lo schema frigorifero risulta monostadio sia per gli impianti ad alta che a bassa temperatura.

Anche gli impianti a due livelli termici di utilizzazione sono, pertanto, a ciclo monostadio con due differenti livelli di laminazione in parallelo, mentre la soluzione ricca attraversa in serie gli assorbitori dello stadio di bassa ed alta temperatura, rispettivamente, (**Fig.III°.2.12.1**).

Dai bilanci energetico e di massa dell'ammoniaca fra le sezioni **9** e **10**,

$$\text{si ottiene: } Q_r = G \frac{1 - x_p}{x_9 - x_p} (h_9 - h_p) = (G + G_p)(h_6 - h_5).$$

Dal bilancio di massa dell'ammoniaca sui due assorbitori di bassa e di alta temperatura, (**A₂** e **A₁**), indicando con i pedici **2** e **1**, le grandezze relative agli stadi di bassa e alta temperatura, si ottiene:

$$G_p = G_2 \frac{1 - x_{r1}}{x_{r1} - x_p} = \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \frac{1 - x_{r1}}{x_{r1} - x_p};$$
$$\frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} \frac{1 - x_{r2}}{x_{r2} - x_{r1}} = \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p},$$

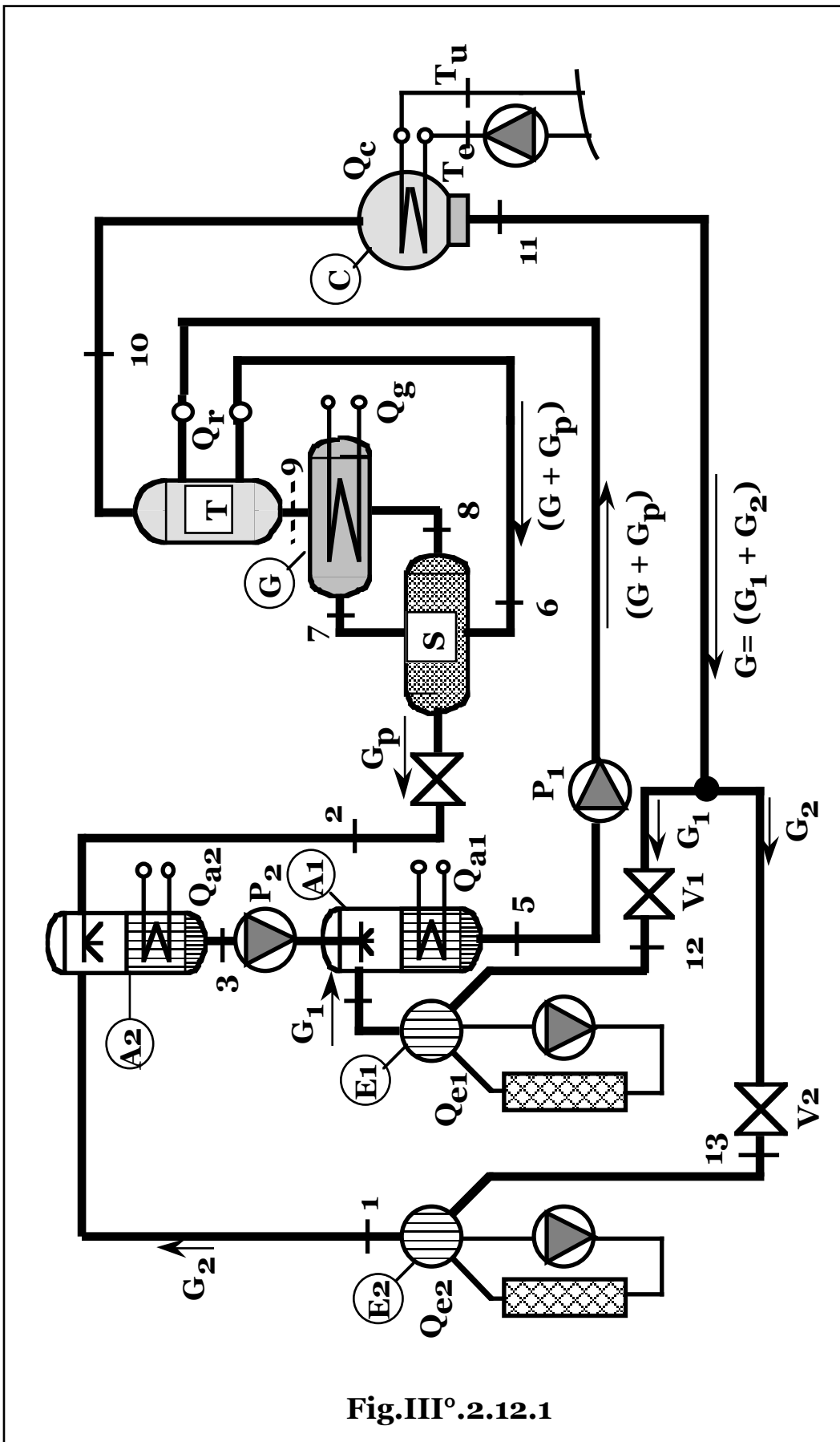
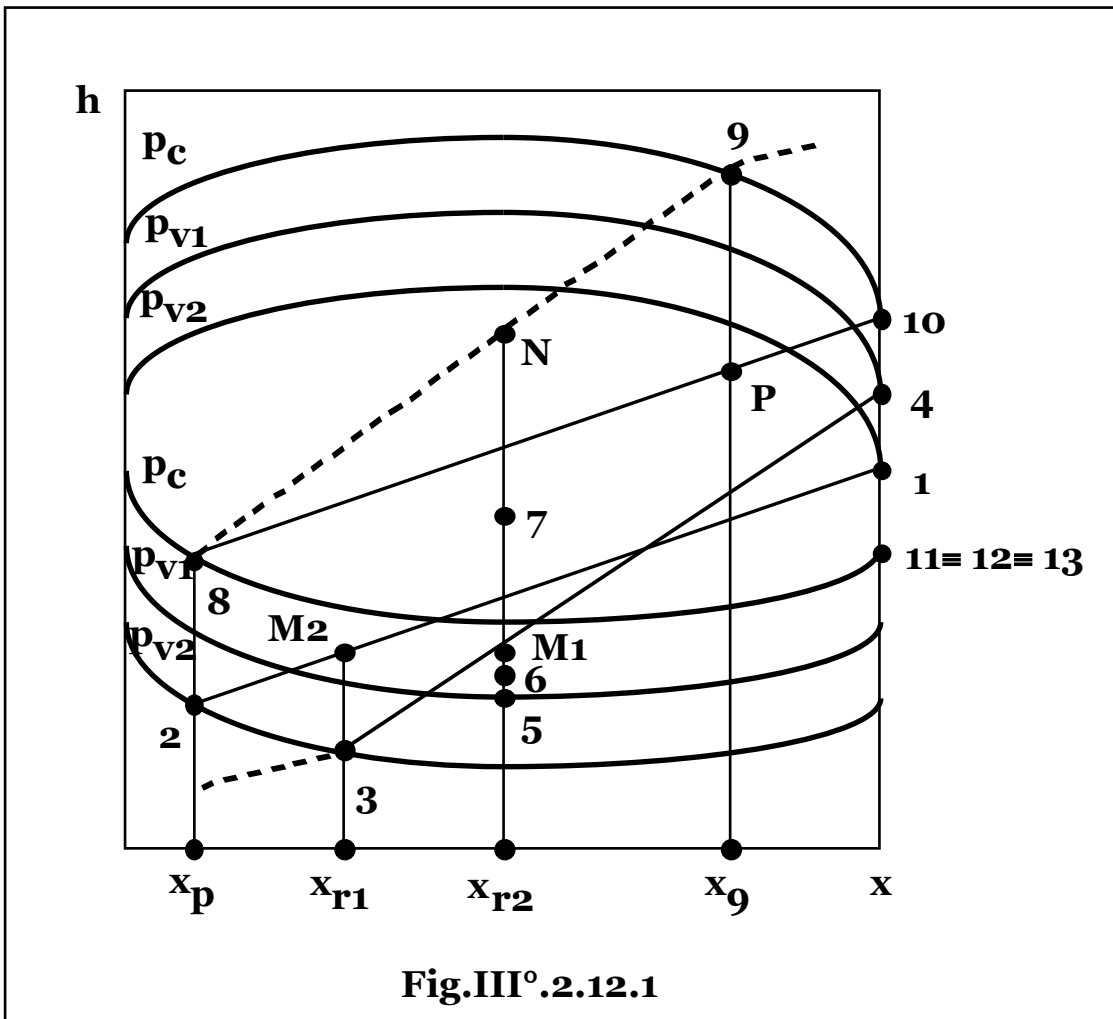


Fig.III° 2.12.1



da cui si ricava:

$$x_{r2} = \frac{1 + \frac{Q_{e2}}{Q_{e1}} \frac{h_4 - h_{11}}{h_1 - h_{11}} \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p} x_{r1}}{1 + \frac{Q_{e2}}{Q_{e1}} \frac{h_4 - h_{11}}{h_1 - h_{11}} \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p}};$$

$$G_p = \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \frac{1 - x_{r1}}{x_{r1} - x_p} = \frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} \frac{1 - x_{r2}}{x_{r2} - x_{r1}} \frac{1 - x_{r1}}{x_{r1} - x_p},$$

da cui, essendo: $G = G_1 + G_2 = \frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} + \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}}$, si calcola l'entalpia h_6 una volta fissato il punto **5** sulla curva limite del liquido.

Dal bilancio energetico sullo scambiatore, si ottiene:

$$(G + G_p)(h_7 - h_6) = G_p(h_8 - h_2),$$

da cui si ricava il valore dell'entalpia h_7 .

Determinato il ciclo termodinamico, il completo dimensionamento dell'impianto in funzione delle potenze frigorifere, (Q_{e2} e Q_{e1}), risulta, quindi:

$$Q_{a2} = (G_2 + G_p)(h_{M2} - h_3) = \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p} (h_{M2} - h_3);$$

$$Q_{a1} = (G + G_p)(h_{M1} - h_5) = \left(\frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} + \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \right) \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p} (h_{M1} - h_5);$$

$$Q_g = (G + G_p)(h_N - h_7) = \left(\frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} + \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \right) \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p} (h_N - h_7);$$

$$Q_r = G \frac{1 - x_p}{x_9 - x_p} (h_9 - h_p) = \left(\frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} + \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \right) \frac{1 - x_p}{x_9 - x_p} (h_9 - h_p);$$

$$P_2 = (G_2 + G_p) \frac{p_{v1} - p_{v2}}{h_{p2d_{s1}}} = \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p} \frac{p_{v1} - p_{v2}}{h_{p2d_{s1}}};$$

$$P_1 = (G + G_p) \frac{p_c - p_{v1}}{h_{p1d_{s1}}} = \left(\frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} + \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \right) \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p} \frac{p_c - p_{v1}}{h_{p1d_{s1}}};$$

$$h_{fa} = \frac{Q_{e1} + Q_{e2}}{Q_g} = \frac{Q_{e1} + Q_{e2}}{\left(\frac{Q_{e1}}{h_4 - h_{11}} + \frac{Q_{e2}}{h_1 - h_{11}} \right) \frac{1 - x_p}{x_{r1} - x_p} (h_N - h_7)}.$$

§ III°.2.13 – EFFETTO FRIGORIFERO IN CICLI BISTADIO.

Equivalenza dei coefficienti di effetto frigorifero per cicli ideali.

Impianti a compressione.

In caso di cicli ideali, il coefficiente di effetto frigorifero di un ciclo

monostadio, risulta: $h_f = \frac{T_v}{T_o - T_v}$.

Considerando un ciclo bistadio come l'insieme di due cicli monostadio in serie, (con T_m , temperatura del separatore di liquido), indicando

con: $h_{fb} = \frac{T_v}{T_m - T_v}$, $h_{fa} = \frac{T_m}{T_o - T_m}$, i coefficienti di effetto frigorifero delle due sezioni, il coefficiente di effetto frigorifero globale, essendo nel ciclo di alta, la potenza termica da trasferire, pari alla somma della potenza frigorifera di bassa e quella di compressione della sezione di bassa, risulta:

$$h_f = \frac{Q}{P_b + P_a} = \frac{Q}{\frac{Q}{h_{fb}} + \frac{Q + P_b}{h_{fa}}} = \frac{Q}{\frac{Q}{h_{fb}} + \frac{Q + \frac{Q}{h_{fb}}}{h_{fa}}} = \frac{1}{\frac{1}{h_{fb}} + \frac{1 + \frac{1}{h_{fb}}}{h_{fa}}} = \frac{T_v}{T_o - T_v}$$

a conferma che, in caso di cicli ideali, per ogni schema, si ottiene lo stesso impiego di energia meccanica.

Il risparmio di energia meccanica specifica nella compressione di alta, relativo al raffreddamento intermedio della portata, è esattamente compensato dall'aumento della portata stessa conseguente all'aumento di potenza termica da trasferire cui si è aggiunta la potenza meccanica spesa nella sezione di bassa.

In caso di cicli **bistadio** ideali a due temperature di utilizzazione, si

$$\text{ha: } h_{fb} = \frac{T_v}{T_a - T_v}; h_{fa} = \frac{T_a}{T_o - T_a}, P_b = \frac{Q_b}{h_{fb}} = Q_b \frac{T_a - T_v}{T_v},$$

ed essendo, nel ciclo di alta, la potenza termica da trasferire, pari alla somma delle due potenze frigorifere e quella di compressione della sezione di bassa:

$$P_a = \frac{Q_b + Q_a + P_b}{h_{fa}} = \frac{Q_b \left(1 + \frac{1}{h_{fb}}\right) + Q_a}{h_{fa}} = \frac{Q_b \frac{T_a}{T_v} + Q_a}{h_{fa}} = \left(Q_b \frac{T_a}{T_v} + Q_a\right) \frac{T_o - T_a}{T_a},$$

da cui il coefficiente di effetto frigorifero globale:

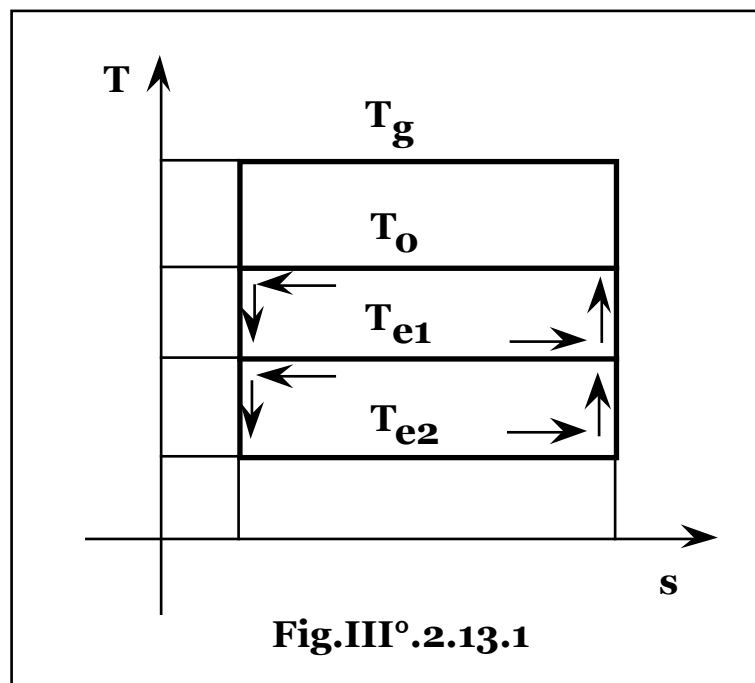
$$h_f = \frac{Q_b + Q_a}{P_b + P_a} = \frac{Q_b + Q_a}{Q_b \frac{T_a - T_v}{T_v} + \left(Q_b \frac{T_a}{T_v} + Q_a\right) \frac{T_o - T_a}{T_a}} = \frac{Q_b + Q_a}{Q_b \frac{T_o - T_v}{T_v} + Q_a \frac{T_o - T_a}{T_a}},$$

(inverso del coefficiente di effetto frigorifero totale pari alla media degli inversi dei coefficienti di effetto frigorifero parziali pesata sulle rispettive potenze frigorifere).

Considerando due cicli monostadio in parallelo, il coefficiente di effetto frigorifero globale, vale:

$$h_f = \frac{Q_b + Q_a}{P_b + P_a} = \frac{Q_b + Q_a}{\frac{Q_b}{h_{fb}} + \frac{Q_a}{h_{fa}}} = \frac{Q_b + Q_a}{Q_b \frac{T_o - T_v}{T_v} + Q_a \frac{T_o - T_a}{T_a}},$$

a conferma che, in caso di cicli ideali, per ogni schema, si ottiene lo stesso impiego di energia meccanica.



Impianti ad assorbimento.

Per cicli frigoriferi ad assorbimento ideali a due temperature di utilizzazione, si ha, (**Fig.III°2.13.1**):

$$Q_{a1} + Q_{a2} + Q_c = Q_g + Q_{e1} + Q_{e2} + P_1 + P_2 \approx Q_g + Q_{e1} + Q_{e2};$$

$$-\frac{Q_g}{T_g} - \frac{Q_{e1}}{T_{e1}} - \frac{Q_{e2}}{T_{e2}} + \frac{Q_{a1} + Q_{a2} + Q_c}{T_o} = 0,$$

ovvero:
$$-\frac{Q_g}{T_g} - \frac{Q_{e1}}{T_{e1}} - \frac{Q_{e2}}{T_{e2}} + \frac{Q_g + Q_{e1} + Q_{e2}}{T_o} = 0,$$

da cui:
$$Q_g = \left(Q_{e1} \frac{T_o - T_{e1}}{T_{e1}} + Q_{e2} \frac{T_o - T_{e2}}{T_{e2}} \right) \frac{T_g}{T_g - T_o};$$

$$h_{fa} = \frac{Q_{e1} + Q_{e2}}{Q_{e1} \frac{T_o - T_{e1}}{T_{e1}} + Q_{e2} \frac{T_o - T_{e2}}{T_{e2}}} \frac{T_g - T_o}{T_g},$$

pari al corrispondente coefficiente di effetto frigorifero per cicli a compressione, per il fattore: $h_t = (T_g - T_o)/T_g$, (rendimento ideale di conversione del ciclo motore fra le temperature T_g e T_o), a conferma che, per ogni schema, risulta: $h_{fa} = h_{fc} h_t$, ovvero ancora sostanziale equivalenza, in caso di cicli ideali, dell'impiego diretto di energia termica primaria in un ciclo frigorifero ad assorbimento, o della sua conversione in energia meccanica da utilizzare in un ciclo frigorifero a compressione.

§ III° .2.14 – IMPIANTI AD ASSORBIMENTO A DOPPIO STADIO DI GENERAZIONE.

I cicli frigoriferi a compressione a bassa temperatura si realizzano con impianti bistadio che, a fronte di una maggiore complessità e costo di installazione, permettono maggiori rendimenti dei compressori per i minori rapporti di compressione parziali, mentre le apparecchiature meccaniche risultano meno sollecitate per le minori temperature di fine compressione e lo scambio termico al condensatore avviene con ridotte superficie per la diminuzione di resistenza termica globale dovuta al minore grado di surriscaldamento del vapore a fine compressione.

Per cicli bistadio a pressione intermedia ottimizzata, il coefficiente di effetto frigorifero, inoltre, aumenta, in caso di ammoniaca, di circa il **15÷20%**, rispetto al corrispondente ciclo monostadio.

Gli impianti frigoriferi ad assorbimento, anche a bassa temperatura, si realizzano, invece comunque con cicli monostadio, essendo il fluido da comprimere allo stato liquido e le corrispondenti macchine idrauliche di compressione non presentano, quindi, inconvenienti tecnici ed energetici anche per elevati rapporti di compressione.

Tuttavia gli impianti ad assorbimento risultano in pratica vantaggiosi quando la potenza termica di alimentazione è disponibile a temperatura relativamente bassa, non utilizzabile a fini energetici, o

quando il calore a bassa temperatura deriva come sottoprodotto di altre lavorazioni a un prefissato livello termico e, in assenza di possibili utilizzi, va dissipato all'ambiente esterno.

Qualora il livello termico disponibile sia la di sotto della temperatura limite inferiore per il ciclo monostadio o sia lontana da quella di ottimizzazione energetica del coefficiente di effetto frigorifero, è possibile impiegare cicli ad assorbimento bistadio.

L'analisi numerica dei cicli reali mostra, infatti, che il sistema bistadio è in grado di generare potenza frigorifera anche a bassa temperatura con temperature al generatore fortemente inferiori a quella limite relativa al corrispondente ciclo monostadio e con coefficienti di effetto frigorifero, (eventualmente ottimizzabili in funzione della pressione intermedia del ciclo), paragonabili a quelli dei cicli monostadio ottimizzati in funzione della temperatura al generatore.

Il vantaggio termodinamico dei cicli bistadio quindi, comporta negli schemi a compressione un risparmio energetico, ovvero un aumento del coefficiente di effetto frigorifero, mentre in quelli ad assorbimento un risparmio exergetico, permettendo l'utilizzo di energia termica a temperatura inferiore.

In un ciclo ad assorbimento bistadio, (**Fig.III° 2.14.1**), operante fra le temperature estreme T_e e T_c con pressione intermedia p_i , lo stadio di bassa alimenta il separatore intermedio **S**, da cui lo stadio di alta preleva vapore saturo, (stato fisico **17**), e vi immette miscela bifase, (stato fisico **16**).

I due stadi possono quindi essere considerati come cicli a sè stanti operanti fra le pressioni p_v e p_i e p_i e p_c , rispettivamente.

Risulta, pertanto, indicando con il pedice **1** e **2**, le grandezze riferite allo stadio di bassa e alta pressione, rispettivamente, e con G_b e G_a , le portate di fluido frigorifero di bassa e alta pressione, rispettivamente:

Stadio di bassa pressione.

$$G_b = \frac{Q_e}{h_7 - h_6}; \quad G_{p1} = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_{r1}}{x_{r1} - x_{p1}};$$

$$h_9 = h_8 + (h_1 - h_{p1}) \frac{x_{r1} - x_{p1}}{x_1 - x_{p1}};$$

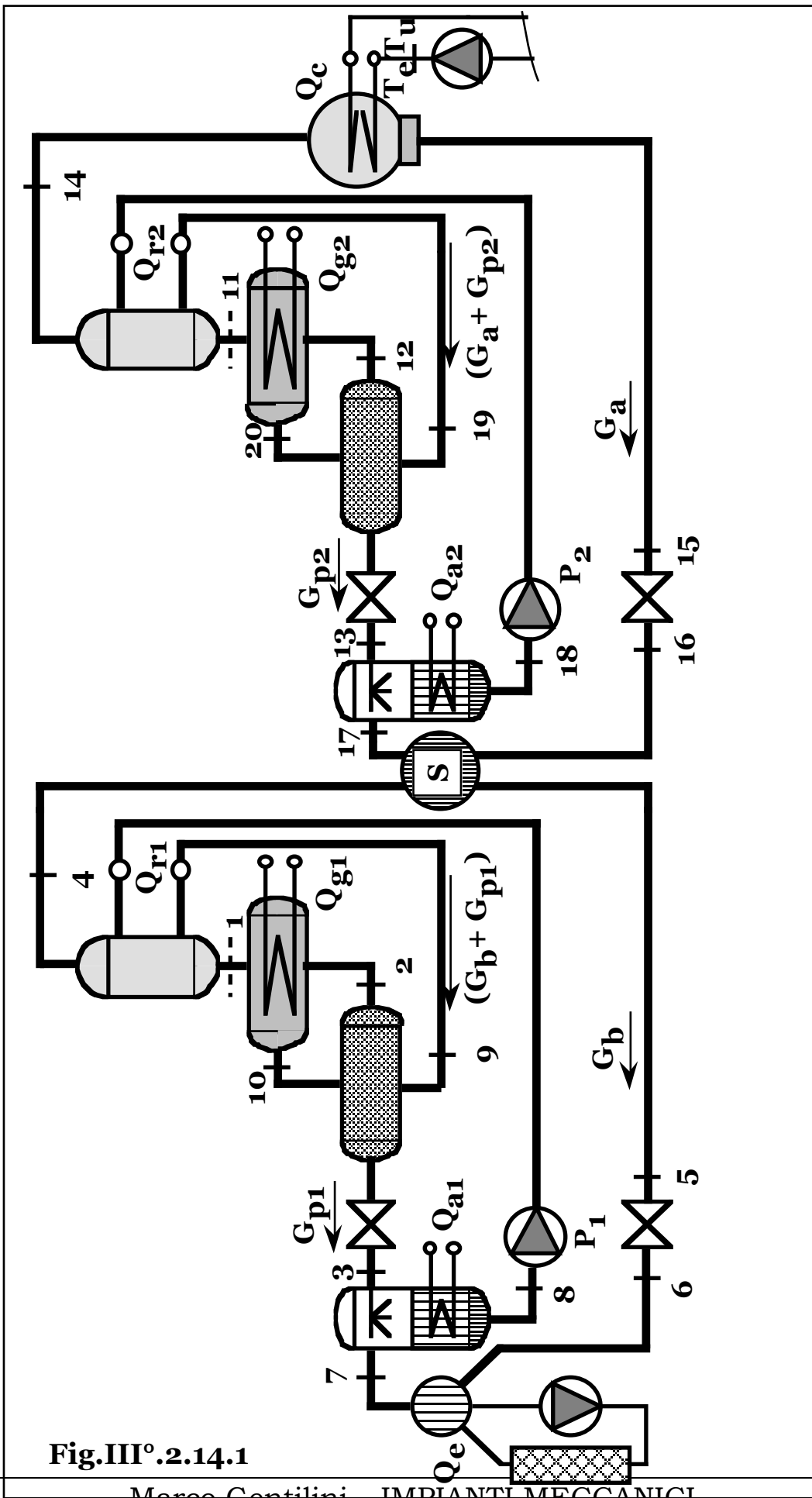


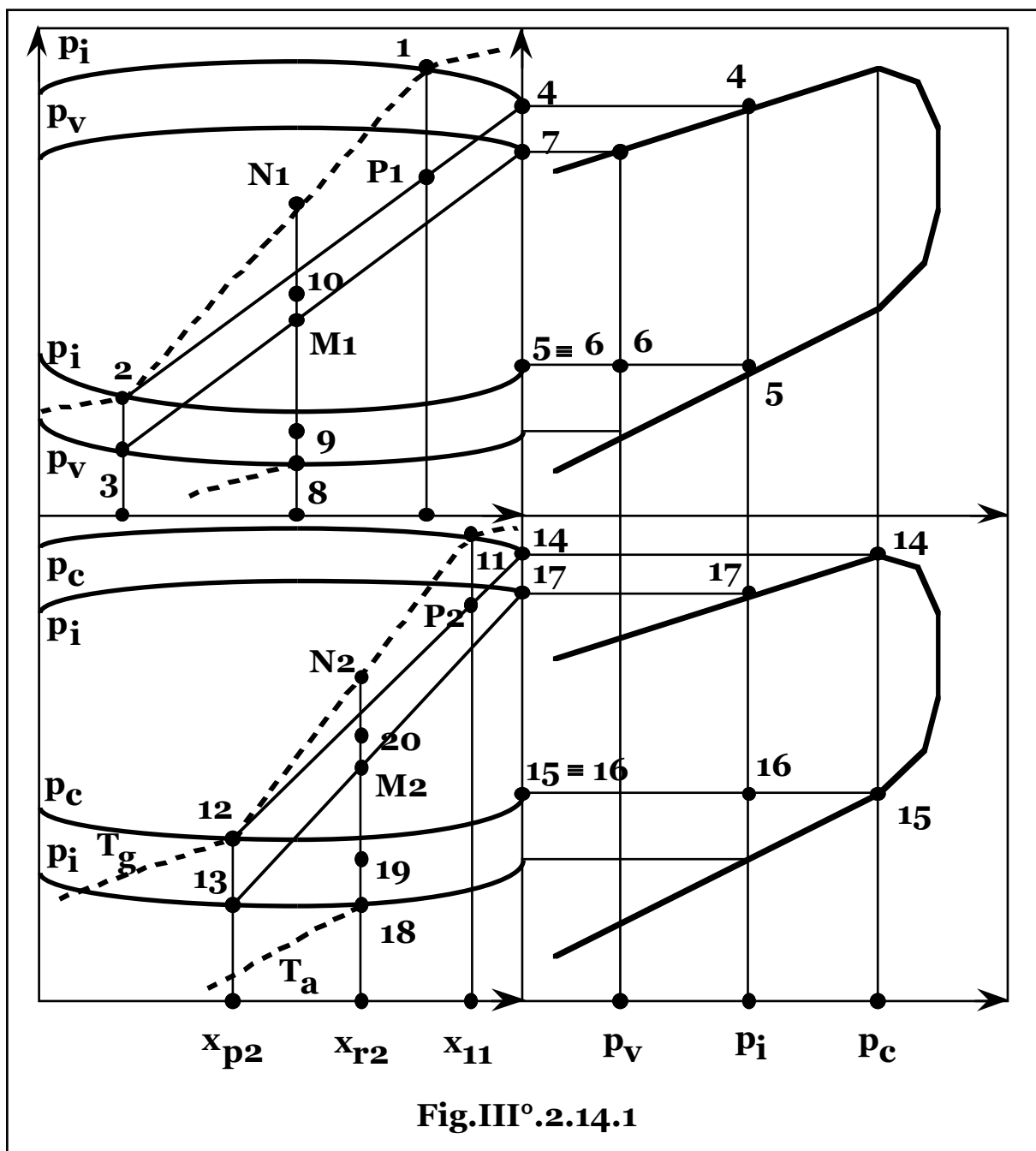
Fig.III° 2.14.1

$$h_{10} = h_9 + (h_2 - h_3) \frac{1 - x_{r1}}{1 - x_{p1}};$$

$$Q_{g1} = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_{p1}}{x_{r1} - x_{p1}} (h_{N1} - h_{10});$$

$$P_1 = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_{p1}}{x_{r1} - x_{p1}} \frac{p_i - p_v}{h_{p1} d_{s11}};$$

$$Q_{a1} = \frac{Q_e}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_{p1}}{x_{r1} - x_{p1}} (h_{M1} - h_8).$$



Scambiatore intermedio.

$$G_b(h_4 - h_5) = G_a(h_{17} - h_{16}), \text{ da cui: } Q'_e = Q_e \frac{h_4 - h_5}{h_7 - h_6}.$$

Stadio di alta pressione.

$$G_a = \frac{Q'_e}{h_{17} - h_{16}}; \quad G_{p2} = \frac{Q'_e}{h_{17} - h_{16}} \frac{1 - x_{r2}}{x_{r2} - x_{p2}};$$

$$h_{19} = h_{18} + (h_{11} - h_{p2}) \frac{x_{r2} - x_{p2}}{x_{11} - x_{p2}};$$

$$h_{20} = h_{19} + (h_{12} - h_{13}) \frac{1 - x_{r2}}{1 - x_{p2}};$$

$$Q_{g2} = \frac{Q'_e}{h_{17} - h_{16}} \frac{1 - x_{p2}}{x_{r2} - x_{p2}} (h_{N2} - h_{20});$$

$$P_2 = \frac{Q'_e}{h_{17} - h_{16}} \frac{1 - x_{p2}}{x_{r2} - x_{p2}} \frac{p_c - p_i}{h_{p2} d_{s12}};$$

$$Q_{a2} = \frac{Q'_e}{h_{17} - h_{16}} \frac{1 - x_{p2}}{x_{r2} - x_{p2}} (h_{M2} - h_{18});$$

$$Q_c = G_o c_l (T_u - T_i) = \frac{Q'_e}{h_{17} - h_{16}} (h_{14} - h_{15});$$

$$h_{fa} = \frac{Q_e}{Q_{g1} + Q_{g2}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{h_{N1} - h_{10}}{h_7 - h_6} \frac{1 - x_{p1}}{x_{r1} - x_{p1}} + \frac{h_4 - h_5}{h_7 - h_6} \frac{h_{N2} - h_{20}}{h_{17} - h_{16}} \frac{1 - x_{p2}}{x_{r2} - x_{p2}}}.$$

Qualora sia prevista una utenza frigorifera, (o di condizionamento), di potenza Q^*_e , alla temperatura intermedia, il bilancio energetico al separatore **S**, risulta: $G_b(h_4 - h_5) + Q^*_e = G_a(h_{17} - h_{16}) = Q''_e$, con:

$$Q''_e = Q_e \frac{h_4 - h_5}{h_7 - h_6} + Q^*_e, \text{ e pertanto le portate e le potenze termiche e}$$

meccaniche/elettriche relative alla sezione di alta, risultano incrementate del rapporto: $\frac{Q''_e}{Q'_e} = 1 + \frac{Q^*_e}{Q_e} \frac{h_7 - h_6}{h_4 - h_5}$, mentre il coefficiente di effetto frigorifero, vale:

$$h_{fa} = \frac{Q_e + Q^*_e}{Q_{g1} + Q_{g2} \left(1 + \frac{Q^*_e}{Q_e} \frac{h_7 - h_6}{h_4 - h_5} \right)}$$

§ III°.2.15 – IMPIANTI AD ASSORBIMENTO IN SOLUZIONE ACQUA – BROMURO DI LITIO.

Nei diagrammi di stato relativi alle soluzioni **H₂O-BrLi**, le curve limite del vapore, essendo il bromuro di litio un sale, risultano talmente ripide da poter essere sovrapposte all'asse delle ordinate: **x = 0**.

Pertanto il fluido frigorifero, (acqua), praticamente puro, è ottenibile nel generatore per semplice ebollizione della soluzione, senza necessità di distillazione in una successiva torre di rettifica.

Gli impianti ad assorbimento in soluzione acqua-bromuro di litio, risultano impiegati nel condizionamento. Infatti, essendo l'acqua il fluido frigorifero, per ragionevoli pressioni di vaporizzazione, (e quindi portate volumetriche), la temperatura di vaporizzazione risulta al di sopra dello zero centigrado.

Fissate le pressioni estreme del ciclo, (**p_c** e **p_v**), e le temperature massima nel generatore, (**T_{max}**), e minima nell'assorbitore, (**T_{min}**), risultano fissati gli stati fisici: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, M** e **N**, nonché le concentrazioni: **x_p** e **x_r**, (**Fig.III°.2.15.1**).

Si determinano, quindi, le grandezze caratteristiche del ciclo dai bilanci di massa totale, dell'ammoniaca ed energetico nelle sezioni dell'impianto.

Assorbitore.

$$G_p = G \frac{x_p}{x_r - x_p} = \frac{Q_e}{h_1 - h_7} \frac{x_p}{x_r - x_p};$$

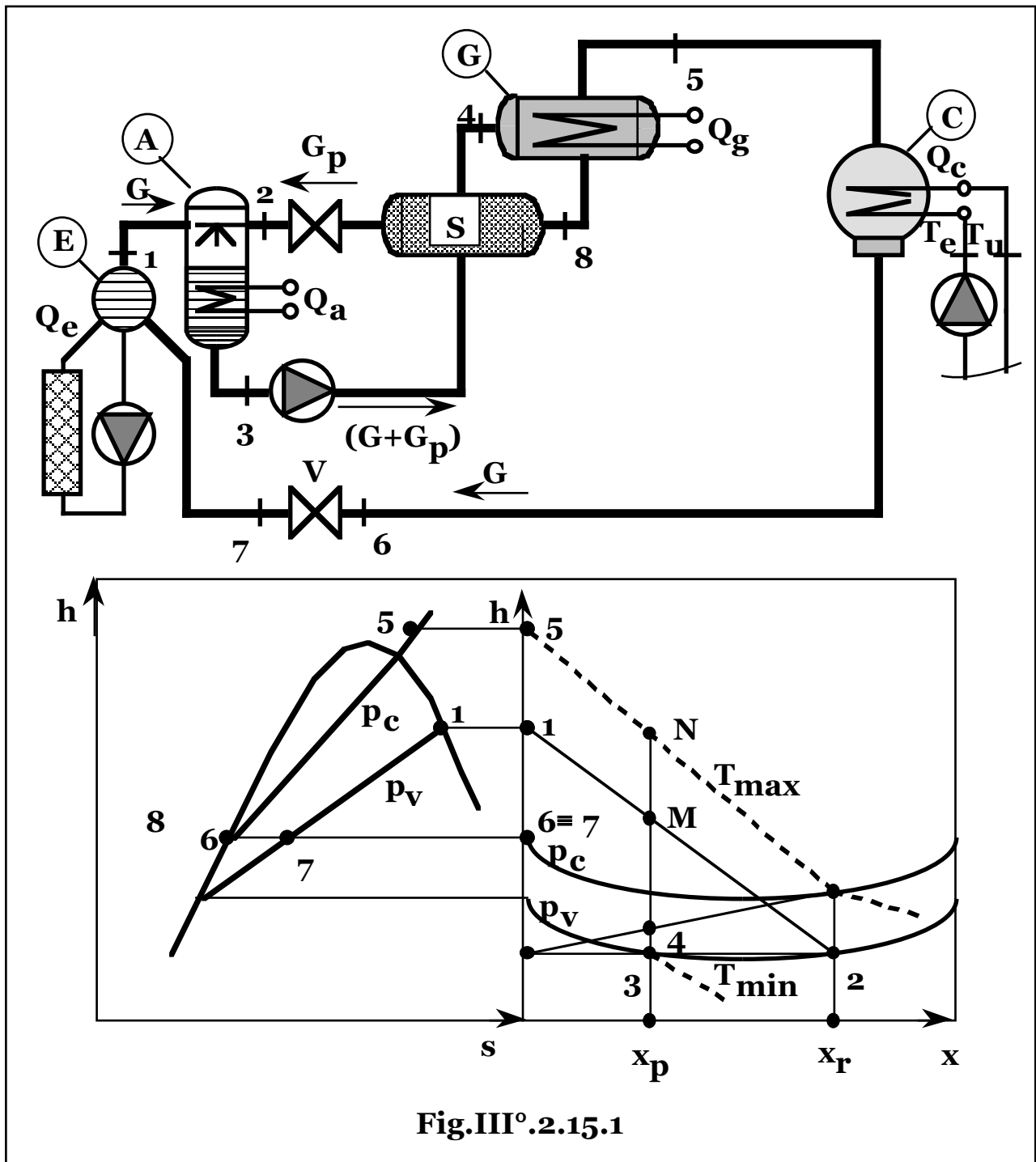
$$Q_a = (G + G_p)(h_M - h_3) = \frac{Q_e}{h_1 - h_7} \left(h_1 + h_2 \frac{x_p}{x_r - x_p} - h_3 \frac{x_r}{x_r - x_p} \right),$$

$$\text{essendo: } G = \frac{Q_e}{h_1 - h_7}; \quad h_M = \frac{G h_1 + G_p h_2}{G + G_p}.$$

Scambiatore.

$$G_p(h_8 - h_2) = (G + G_p)(h_4 - h_3), \text{ ovvero: } \frac{h_4 - h_3}{h_8 - h_2} = \frac{x_r}{x_p},$$

da cui la convergenza delle rette **4-8** e **3-2** nel punto **R**, data la similitudine dei triangoli: **(R43)** e **(R82)**.



Generatore.

$$(G + G_p)h_4 + Q_g = Gh_5 + G_p h_8, \text{ da cui:}$$

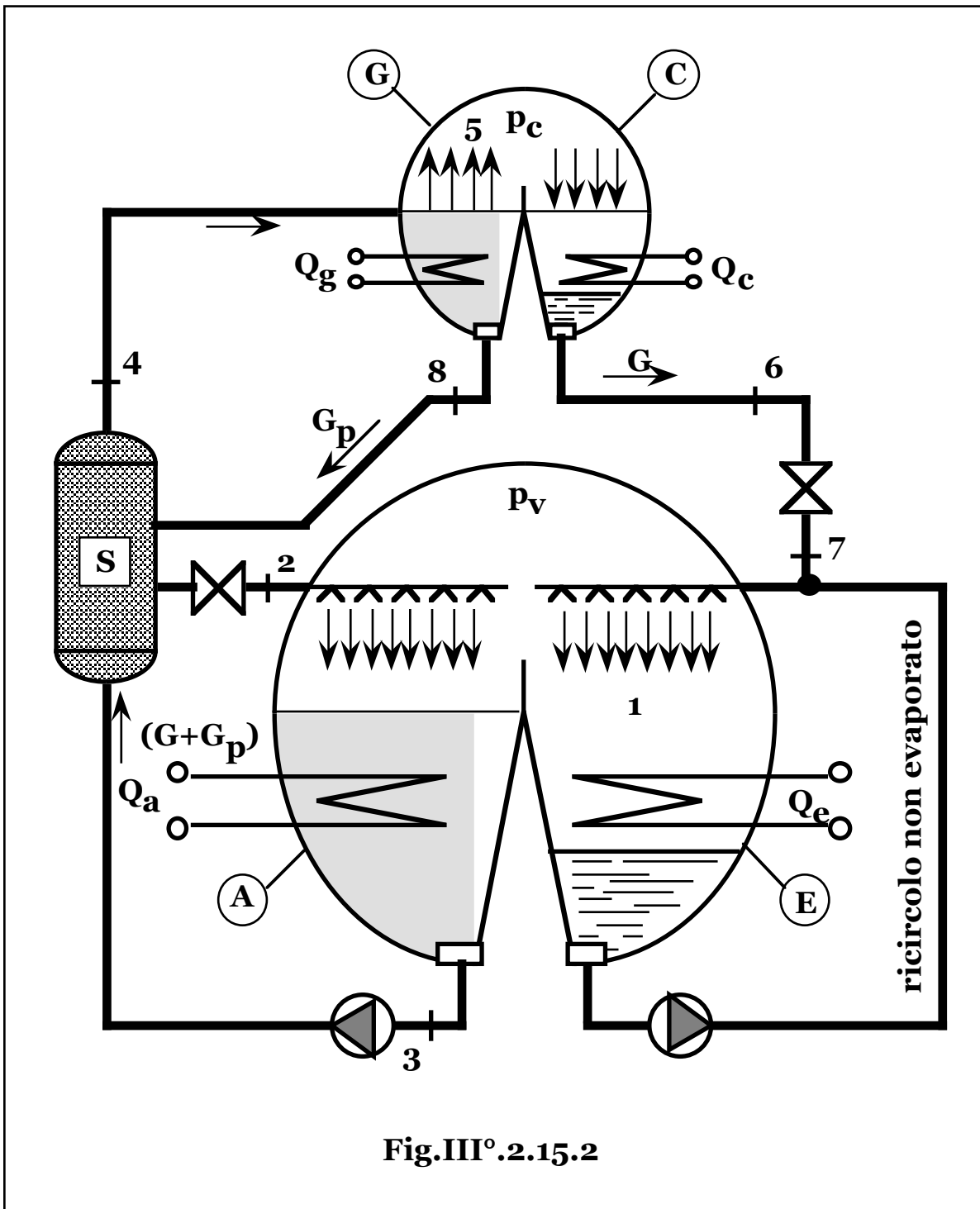
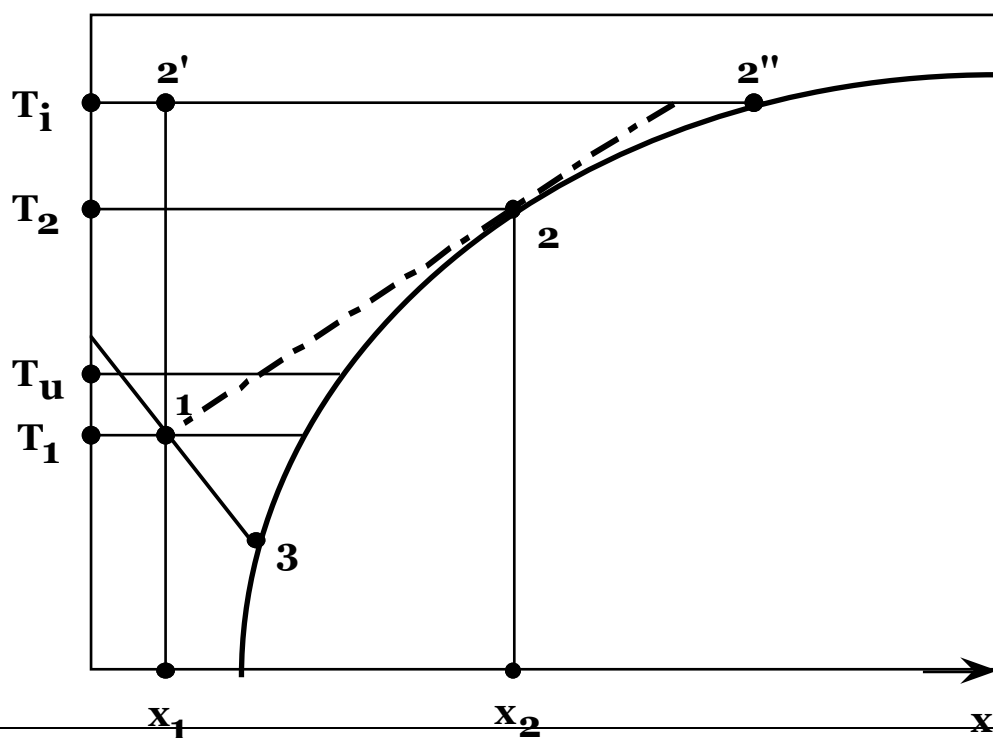
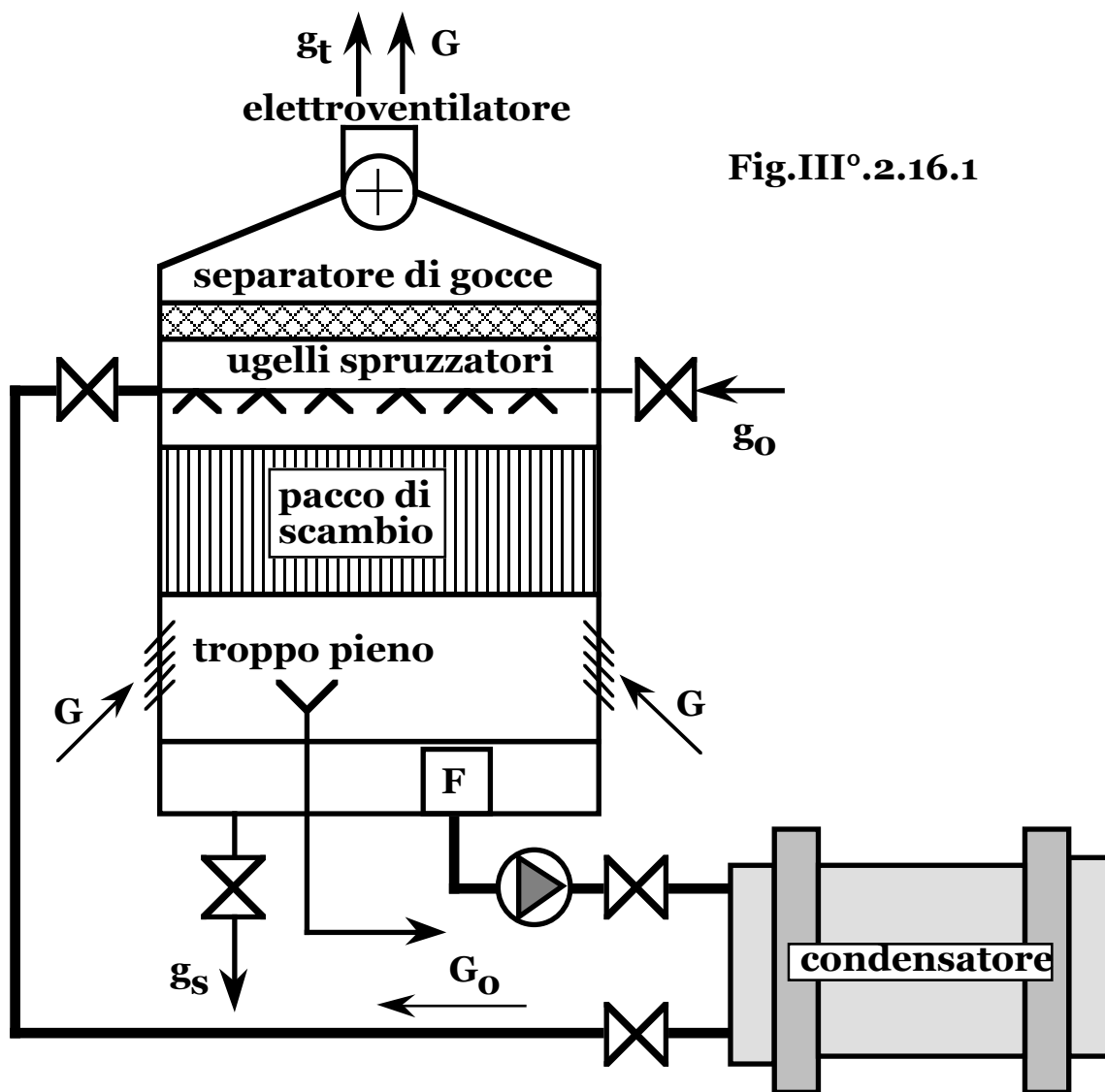


Fig.III° .2.15.2

$$Q_g = (G + G_p)(h_N - h_4) = \frac{Q_e}{h_1 - h_7} \left(h_5 - h_4 \frac{x_r}{x_r - x_p} + h_8 \frac{x_p}{x_r - x_p} \right),$$

essendo: $h_N = \frac{Gh_5 + G_ph_8}{G + G_p}$.



Condensatore.

$$Q_c = G_o c_1 (T_u - T_i) = Q_e \frac{h_5 - h_6}{h_1 - h_7}.$$

Per sostituzione delle grandezze definite, si verifica la relazione di bilancio energetico globale: $Q_a + Q_c = Q_e + Q_g$, con: $Q_e = G(h_5 - h_6)$.

Il coefficiente di effetto frigorifero risulta dunque:

$$h_{fa} = \frac{Q_e}{Q_g} = \frac{h_1 - h_7}{h_5 - h_4 \frac{x_r}{x_r - x_p} + h_8 \frac{x_p}{x_r - x_p}}.$$

In tipiche realizzazioni pratiche, (**Fig.III° .2.15.2**), l'impianto appare suddiviso in due corpi cilindrici a pressione p_c e p_v , rispettivamente.

Il vapore d'acqua, (puro), liberato dal generatore **G**, viene così direttamente condensato nel condensatore, (**C**), mentre il vapore generato nel vaporizzatore, (**E**), viene così direttamente annegato nell'assorbitore, (**A**). L'evaporatore risulta del tipo a pioggia per evitare sovrappressioni idrostatiche con aumento della temperatura di vaporizzazione, dato il grado di vuoto richiesto nell'evaporatore e in tutto l'impianto, ($p_v \approx 0,01 \text{ bar}$; $p_c \approx 0,1 \text{ bar}$), per ottenere potenza frigorifera a temperature accettabili, ($T_e \sim 4 \div 6 \text{ °C}$).

§ III° .2.16 – LA CONDENSAZIONE.

Il condensatore di un impianto frigorifero, (a compressione o assorbimento), può essere refrigerato da un qualunque fluido a temperatura in ingresso sufficientemente bassa da non richiederne portate eccessive.

In pratica i condensatori vengono raffreddati ad aria o, ove possibile, ad acqua, per il suo maggiore calore specifico e coefficiente di scambio termico, in corpi scambiatori a fascio tubiero.

Torri evaporative.

Qualora, invece, sia richiesto di contenere il consumo di acqua, si impiegano sistemi a torre evaporativa, (**Fig.III° .2.16.1**), nei quali l'acqua circola in ciclo chiuso fra il condensatore e la torre evaporativa ove l'acqua calda proveniente dal condensatore viene spruzzata in controcorrente a una portata d'aria in circolazione forzata dall'esterno, la quale si riscalda sottraendo calore sensibile

all'acqua e si umidifica sottraendo all'acqua il calore latente di vaporizzazione della portata d'acqua evaporata.

L'acqua può, pertanto, giungere, al limite, alla temperatura di bulbo umido dell'aria, ovvero raffreddarsi fino a temperature inferiori a quella di ingresso della portata d'aria stessa.

Il consumo di acqua, somma dei contributi:

- portata d'acqua evaporata, ($\mathbf{g_v}$);
- portata di trascinamento in sospensione da parte della portata d'aria, ($\mathbf{g_t}$);
- portata di spurgo, ($\mathbf{g_s}$), necessaria affinché la concentrazione salina dell'acqua in circolazione non superi i limiti imposti da problemi di incrostazioni, ($\mathbf{c_m}$), essendo nullo il contributo salino in uscita della portata $\mathbf{g_v}$ e pari al valore ambiente, ($\mathbf{c_o}$), la concentrazione salina della portata di reintegro: $\mathbf{g_o} = \mathbf{g_v} + \mathbf{g_t} + \mathbf{g_s}$,

risulta, in pratica, pari al **2÷10%** di quello relativo alla condensazione con acqua a perdere.

Nota la temperatura di ingresso in torre, ($\mathbf{T_i}$), della portata d'acqua di refrigerazione del condensatore, ($\mathbf{G_o}$), le condizioni, (temperatura e titolo di vapore), dell'aria ambiente, ($\mathbf{T_1}$, $\mathbf{x_1}$), la temperatura dell'acqua di reintegro, ($\mathbf{T_o}$), e le concentrazioni saline dell'acqua dall'esterno e massima ammissibile in torre, rispettivamente, ($\mathbf{c_o}$ e $\mathbf{c_m}$), per il riscaldamento e umidificazione dell'aria all'interno della torre si hanno due andamenti limite: umidificazione dell'aria a entalpia costante, (tratto **1 - 3**), e successivo riscaldamento in condizioni di saturazione, (tratto **3-2''**), fino alla temperatura $\mathbf{T_i}$, ovvero riscaldamento dell'aria a titolo costante fino alla temperatura $\mathbf{T_i}$, (tratto **1 - 2'**), e successiva umidificazione a temperatura costante fino alla saturazione, (tratto **2' - 2''**), pertanto, in pratica, la trasformazione risulta del tipo **1 - 2''**, con punto finale, (**2**), alla temperatura $\mathbf{T_2}$ di qualche grado inferiore alla temperatura $\mathbf{T_2''} \equiv \mathbf{T_i}$, mentre corrispondentemente la temperatura di uscita dell'acqua, ($\mathbf{T_u}$), risulta di qualche grado maggiore della temperatura di ingresso dell'aria, ($\mathbf{T_1}$).

Fissato, quindi, lo stato fisico **2**, ($\mathbf{T_2}$, $\mathbf{x_2}$), e la temperatura, ($\mathbf{T_u}$), dell'acqua in ingresso al condensatore, è nota la portata d'acqua di refrigerazione: $\mathbf{G_o} = \mathbf{Q_c} / \mathbf{c_1(T_i - T_u)}$, e le relazioni di bilancio energetico,

di massa e di concentrazione salina, risultano, indicando con G la portata d'aria:

$$G_0 c_1 T_i + G h_1 + g_0 c_1 T_0 = G_0 c_1 T_u + G h_2 + g_t c_1 T_2 + g_s c_1 T_u;$$

$$g_0 = g_v + g_t + g_s; \quad g_0 c_0 = (g_s + g_t) c_m + g_v \times 0,$$

da cui: $g_s = g_v \frac{c_0}{c_m - c_0} - g_t$,

mentre si ha: $g_v = G(x_2 - x_1)$; $g_t = k_t G$, con k_t costante nota sperimentalmente.

Si ottiene, quindi: $g_0 = G(x_2 - x_1) \frac{c_m}{c_m - c_0}$;

$$G = \frac{G_0 c_1 (T_i - T_u)}{(h_2 - h_1) + \left[(x_2 - x_1) \frac{c_m}{c_m - c_0} - k_t \right] c_1 (T_i - T_u) + k_t c_1 (T_2 - T_0) - (x_2 - x_1) c_1 T_0}.$$

Condensatori evaporativi.

La refrigerazione con sistemi a torre evaporativa comporta il doppio scambio termico fluido frigorifero-acqua nel condensatore e acqua - aria nella torre evaporativa, con conseguente maggiore salto termico totale rispetto ai sistemi a singolo stadio e pertanto, a parità di temperatura della sorgente di refrigerazione, una maggiore temperatura e quindi pressione di condensazione del ciclo frigorifero, con aumento del rapporto di compressione e diminuzione di efficienza dei compressori a parità di potenza frigorifera resa, ovvero diminuzione del coefficiente di effetto frigorifero.

Con i condensatori evaporativi, (**Fig.III° 2.16.2**), si realizza, invece, lo scambio termico in un unico stadio, direttamente fra fluido frigorifero e aria, con vaporizzazione di una modesta portata di acqua, (g_v).

L'aria umida dallo stato fisico di ingresso, (1), incontrando la portata di acqua G_0 spruzzata in controcorrente, si riscalda e umidifica fino alle condizioni di uscita, (2), refrigerando la serpentina di scambio termico del condensatore.

La portata minima di acqua, G_0 , è pari a quella ceduta all'aria per evaporazione, (g_v), più quella di trascinamento, (g_t): $G_0 = g_v + g_t$.

In tal caso infatti, non essendovi ritorno di acqua a maggior contenuto salino, dagli ugelli spruzzatori alla base del condensatore evaporativo, si ha solo la perdita di acqua: $g_v + g_t$, reintegrata con la portata g_0 , alla cui concentrazione si mantiene, quindi, l'acqua

contenuta nel condensatore, per cui non è necessario prevedere una portata di spurgo, (g_s), mentre la temperatura dell'acqua alla base del condensatore evaporativo, (T_a), non avendo contatti con l'acqua refrigerata dalla portata di aria, tende a quella, (T_o), della portata di reintegro, (g_o).

In pratica per favorirne l'evaporazione, si ha una portata di acqua di ricircolo in eccesso sulla minima, ($G_o = g_v + g_t$), e quindi, anche nel caso di condensatori evaporativi è necessario prevedere una portata di spurgo, (g_s), di contenimento del tenore salino:

$$g_s = g_v \frac{c_o}{c_m - c_o} - g_t, \text{ da cui: } g_o = G(x_2 - x_1) \frac{c_m}{c_m - c_o},$$

e conseguentemente risulta $T_a > T_o$, media pesata, (sulle portate), fra la temperatura dell'acqua di ritorno dagli ugelli spruzzatori, (di qualche grado maggiore della temperatura di ingresso dell'aria, T_1), e quella di reintegro, (T_o).

Dal bilancio energetico globale del condensatore:

$$Q_c + Gh_1 + g_o c_1 T_o = Gh_2 + g_s c_1 T_a + g_t c_1 T_2, \text{ si ottiene:}$$

$$G = \frac{Q_c}{(h_2 - h_1) + \frac{c_1(x_2 - x_1)}{c_m - c_o} (c_o T_a - c_m T_o) + k_t c_1 (T_2 - T_a)}.$$

§ III°.2.17 – COSTO DELL'ENERGIA FRIGORIFERA.

Il costo di un impianto per la produzione di energia frigorifera può esprimersi, in funzione della potenza frigorifera installata, con una relazione monomia: $I_o(Q_e) = q' Q_e^b$, ($b < 1$), ovvero, fissata preliminarmente la taglia approssimativa dell'impianto, in forma lineare: $I_o(Q_e) = q Q_e$, essendo: $q = \frac{q'}{Q_e^{(1-b)}}$.

Pertanto il VAN dell'investimento, risulta:

$$VAN = Q_e u T \frac{c_f}{t_{ek}} - Q_e u T \frac{c_k}{h_{fc} t_{ek}} - \left(1 + \frac{a_c}{t_{emc}} \right) q_c Q_e,$$

per impianti a compressione;

$$VAN = Q_e u T \frac{c_f}{t_{eq}} - Q_e u T \frac{c_q}{h_{fa} t_{eq}} - \left(1 + \frac{a_a}{t_{ema}} \right) q_a Q_e,$$

per impianti ad assorbimento, con:

c_f, c_k, c_q costo specifico dell'energia frigorifera, elettrica e termica;

h_{fc}, h_{fa} coefficiente di effetto frigorifero dell'impianto a compressione e assorbimento, rispettivamente;

q_c, q_a costo specifico di installazione dell'impianto a compressione e assorbimento;

a_c, a_a frazione di costo di installazione a periodo rateale di valutazione per oneri gestionali, relativa all'impianto a compressione e assorbimento;

t_{ek}, t_{eq}, t_{emc/a} tasso di ammortamento effettivo dell'energia elettrica, termica e degli oneri gestionali per l'impianto a compressione e assorbimento.

Il costo specifico dell'energia frigorifera prodotta, per valutazioni comparative circa la scelta dei diversi tipi di schema, risulta, quindi:

$$c_f = \frac{c_k}{h_{fc}} + \left(1 + \frac{a_c}{t_{emc}}\right) \frac{q_c t_{ek}}{uT}, \quad (\text{impianti a compressione});$$

$$c_f = \frac{c_q}{h_{fa}} + \left(1 + \frac{a_a}{t_{ema}}\right) \frac{q_a t_{eq}}{uT}, \quad (\text{impianti ad assorbimento}).$$

§ III°.2.18 – MAGAZZINI FRIGORIFERI.

Il magazzino frigorifero è costituito da un insieme di singole celle separate. Nota la quantità e la natura dei prodotti da conservare, il numero e le dimensioni delle celle, risultano come soluzione di compromesso fra esigenze merceologiche di avere una cella di specifiche dimensioni per ogni singolo prodotto o partita da trattare e quelle economiche di avere meno celle e tutte uguali per uniformità di macchinari ed elementi costruttivi.

Oltre all'insieme di celle divise da corridoi per il carico e lo scarico della merce e alla sala macchine, il magazzino frigorifero comprende, in genere, una sala di lavorazione dei prodotti, un deposito dei mezzi di trasporto in arrivo e in partenza, la pesa, gli uffici.

Ogni cella è munita di una batteria di aerorefrigeranti costituiti da un fascio tubiero con alettatura all'esterno lato aria, di un gruppo ventilatore per la circolazione forzata dell'aria e dal sistema di sbrinamento, generalmente a pioggia d'acqua.

Le pareti della cella sono isolate termicamente e munite di barriera in materiale plastico al vapore, o realizzate con pannelli isolanti prefabbricati autoportanti, impermeabili, costituiti da involucri di lamiera ondulata contenente il materiale isolante.

In assenza di barriera al vapore attraverso l'unità di superficie di parete si ha il passaggio di una portata g_v di vapore pari a:

$$g_v = \frac{m_v}{s} (p_{ve} - p_{vi}),$$

con m_v ed s , permeabilità e spessore della parete, p_{ve} e p_{vi} , pressione parziale di vapore esterna e interna rispettivamente, per cui essendo in generale: $p_{ve} > p_{vi}$ a causa della maggiore temperatura dell'ambiente esterno, la portata è diretta verso l'interno della cella e incontrando lungo la parete temperature decrescenti, condensa e, al di sotto delle zero centigrado, gela compromettendone la resistenza meccanica e le proprietà isolanti.

Ogni cella presenta un foro di comunicazione con l'esterno a evitare sotto o sovrappressioni dovute a variazioni termiche isocore dell'atmosfera contenuta in cella, durante i transitori di avviamento e arresto, o l'interruzione programmata o accidentale del funzionamento.

In caso di impianti a bassa temperatura il pavimento è riscaldato elettricamente collegando un circuito elettrico a bassa tensione alle armature della soletta che fungono da resistenze dissipative, o annegandovi tubazioni percorse dal fluido frigorifero in uscita dal compressore, o da aria in circolazione forzata dall'esterno, a evitare aumenti di volume, con sollevamento del pavimento stesso, per solidificazione dell'acqua contenuta nel terrapieno sottostante.

Circa la valutazione della potenza frigorifera richiesta, i magazzini di conservazione ad alta temperatura, ($T_v \sim 0^\circ\text{C}$), hanno un comportamento diverso da quelli di surgelazione a bassa temperatura, ($T_v \sim -40 \div -20^\circ\text{C}$),

Nei magazzini di conservazione, infatti, la potenza frigorifera è dovuta in massima parte al calore introdotto dal prodotto in ingresso in cella, mentre le dispersioni termiche alle pareti, i ricambi d'aria e la potenza dissipata dalle apparecchiature elettriche di ventilazione, risultano dell'ordine del **10 ÷ 20%** della potenza frigorifera totale.

Nei magazzini di surgelazione, invece, non si ha calore introdotto dal prodotto, essendo la catena del freddo ininterrotta in tutte le operazioni di trasporto e stivaggio, tuttavia lo scambio termico deve avvenire più rapidamente per ridurre le dimensioni dei cristalli di ghiaccio che si formano all'interno dei prodotti compromettendone le qualità organolettiche allo scongelamento, pertanto la potenza frigorifera è data prevalentemente, (oltre che dalle maggiori dispersioni alle pareti), dalla potenza dissipata dalle apparecchiature di ventilazione che deve risultare molto attiva.

In ogni caso la progettazione del magazzino comprende il dimensionamento degli aerorefrigeranti delle celle, valutato nelle condizioni più conservative, ovvero riferito alla cella più sfavorita per posizione e fabbisogno di potenza frigorifera e in caso del contemporaneo verificarsi della massime condizioni di richiesta e il dimensionamento della sala macchine, relativo alla potenza media richiesta dall'insieme di celle.

§ III°.2.19 – POTENZA FRIGORIFERA DELLA CELLA.

Potenza termica introdotta attraverso le pareti, il soffitto, il pavimento, (Q_1).

Sono note la planimetria e l'orientamento delle pareti del magazzino, la temperatura interna della cella, (T_i), e quelle degli ambienti circostanti: esterna massima di progetto, dei locali adiacenti e delle celle contigue supposte, per valutazioni conservative, non funzionanti, (T_{ei}).

Il contributo dell'irraggiamento sulle pareti esterne viene valutato introducendo dei salti di temperatura ausiliari in funzione dell'orientamento geografico, del colore e del tipo di superficie delle diverse pareti.

Si ottiene, pertanto:
$$Q_1 = \sum_{i=1}^n \frac{(T_{ei} - T_i)S_i}{R_{toi} + \frac{s_{Ii}}{c_{tI}}} + \frac{(T_t - T_i)S_p}{R_{tp} + \frac{s_{Ip}}{c_{ti}}}$$

con: S_i superficie dell'*i*esima parete;

$$R_{toi} = \frac{1}{c_{si}} + \sum_{j=1}^{n_i} \frac{s_{ij}}{c_{tij}} + \frac{1}{c_{sei}}, \quad \text{resistenza termica totale}$$

dell'*i*esima parete nuda, essendo s_{ij} e c_{tij} , lo spessore e la conducibilità termica del *j*esimo degli n_i elementi resistivi alla conduzione costituenti la *i*esima parete e c_{si} e c_{sei} i coefficienti di convenzione interno ed esterno, rispettivamente;

T_t temperatura del terreno;

s_{Ii} e c_{tI} spessore e conducibilità termica dell'isolante dell'*i*esima parete;

S_p superficie del pavimento della cella;

$$R_{ti} = \frac{1}{c_{si}} + \sum_{j=1}^{n_p} \frac{s_{pj}}{c_{tpj}}, \text{ resistenza termica terreno-cella essendo}$$

s_{pj} e c_{tpj} , lo spessore e la conducibilità termica del j esimo degli n_p elementi resistivi alla conduzione costituenti il pavimento;

s_{Ip} spessore dell'isolante del pavimento.

Da procedimenti di ottimizzazione economica dello spessore dell'isolante si ricavano valori empirici ottimali per la potenza termica trasmessa per unità di superficie di parete:

$$\frac{Q}{S_i} = \frac{T_{ei} - T_i}{R_{toi} + \frac{s_{Ii}}{c_{tI}}} \approx \frac{(T_{ei} - T_i)c_{tI}}{s_{Ii}},$$

e di pavimento:
$$\frac{Q}{S_p} = \frac{T_t - T_i}{R_{tp} + \frac{s_{Ip}}{c_{tI}}} \approx \frac{(T_t - T_i)c_{tI}}{s_{Ip}},$$

e pertanto scelto l'isolante di nota conducibilità termica c_{tI} , si ricavano i valori degli spessori di isolante, s_{Ii} , s_{Ip} , in funzione dei diversi salti di temperatura: $(T_{ei} - T_i)$, $(T_t - T_i)$.

Potenza termica introdotta dal prodotto in ingresso in cella, (Q_2).

Si definisce densità totale di stivaggio, (d), il rapporto:

$d = M/V$ = massa della merce contenuta nella cella/volume della cella, e coefficiente di movimentazione, (x), il rapporto:

x = portata di movimentazione merce/massa di merce contenuta nella cella.

Indicando con c_p il calore specifico medio dei prodotti contenuti nella cella e con T_p la temperatura del prodotto in ingresso in cella, si ottiene: $Q_2 = Vdx c_p (T_p - T_i)$.

Potenza termica introdotta dai ricambi d'aria, (Q_3).

Il numero di ricambi accidentali d'aria nell'unità di tempo, (n_a), è esprimibile in funzione del volume della cella con relazioni empiriche monomie: $n_a = a V - b$, con a funzione della frequenza di apertura delle porte e b circa costante.

Indicando con h_e e h_i le entalpie dell'aria esterna e interna alla cella e con d_{sa} la sua densità, la potenza termica Q_3 risulta il maggiore dei valori: $d_{sa}V(h_e - h_i) n_a$; $d_{sa}V(h_e - h_i) n_r$, essendo n_r il numero di ricambi d'aria nell'unità di tempo eventualmente richiesti per esigenze di conservazione dalla fisiologia del prodotto, mentre qualora risulti: $n_r > n_a$, è necessario attivare un ricambio supplementare pari a: $n_r - n_a$.

Potenza termica introdotta dall'illuminazione, (Q_4).

Indicando con W la potenza elettrica per unità di superficie di base, (A), necessaria per una corretta illuminazione e con u il fattore di carico di lavorazione in cella, si ha: $Q_4 = W A u$.

Potenza termica introdotta dagli operatori e dalle macchine presenti in cella, (Q_5).

Indicando con $q_p = q_p(T)$, la potenza termica media emessa da un operatore in funzione della temperatura dell'ambiente, con n_o , il numero medio di operatori richiesti per unità di superficie di base della cella e con q_m , la potenza delle macchine, (prevalentemente di movimentazione), mediamente richiesta per unità di superficie di base della cella, aventi rendimento complessivo medio pari a h_m , si ha:

$$Q_5 = \left[q_p(T_i)n_o + \frac{q_m}{h_m} \right] Au.$$

Potenza termica introdotta dal metabolismo del prodotto, (Q_6).

Indicando con $q_r = q_r(T)$, la potenza termica di respirazione dell'unità di massa di prodotto in funzione della temperatura dell'ambiente, si ha: $Q_6 = q_r(T_i)Vd$.

In realtà essendo il salto termico logaritmico medio, pari alla differenza di temperatura costante equivalente fra fluidi a

temperature variabili, è ugualmente pari alla differenza fra le temperature medie dei fluidi, pertanto assimilando il riscaldamento della merce introdotta a uno scambio fra un fluido, (l'aria), a temperatura costante, (T_f), e un corpo a temperatura variabile da quella di ingresso, (T_o), a quella di regime, (T_i), per la temperatura media, (T_m), della merce introdotta giornalmente, (xVd), si ha:

$$T_m - T_f = DT_{lm} = \frac{(T_o - T_f) - (T_i - T_f)}{\ln \frac{T_o - T_f}{T_i - T_f}}, \text{ ovvero: } T_m = T_f + DT_{lm}, \text{ e}$$

quindi: $Q_6 = [x q_r(T_m) + (1 - x) q_r(T_i)]Vd$.

La potenza frigorifera da installare in cella, (Q_t), vale, pertanto:

$$Q_t = \frac{t_2}{t_2 - t_1} \sum_{i=1}^6 Q_i,$$

con: t_2 intervallo fra due sbrinamenti successivi dell'aerorefrigerante

t_1 durata dell'arresto dell'aerorefrigerante per lo sbrinamento cui va aggiunta la potenza dissipata dai gruppi di ventilazione, (Q_v), in parte direttamente per il riscaldamento della macchine, in parte per riscaldamento dell'aria nell'attraversamento dei ventilatori e in parte come energia cinetica dell'aria che degrada in calore durante il tragitto in cella.

La potenza di ventilazione, vale: $Q_v = \frac{G_a D_p}{d_{sa} h_v}$,

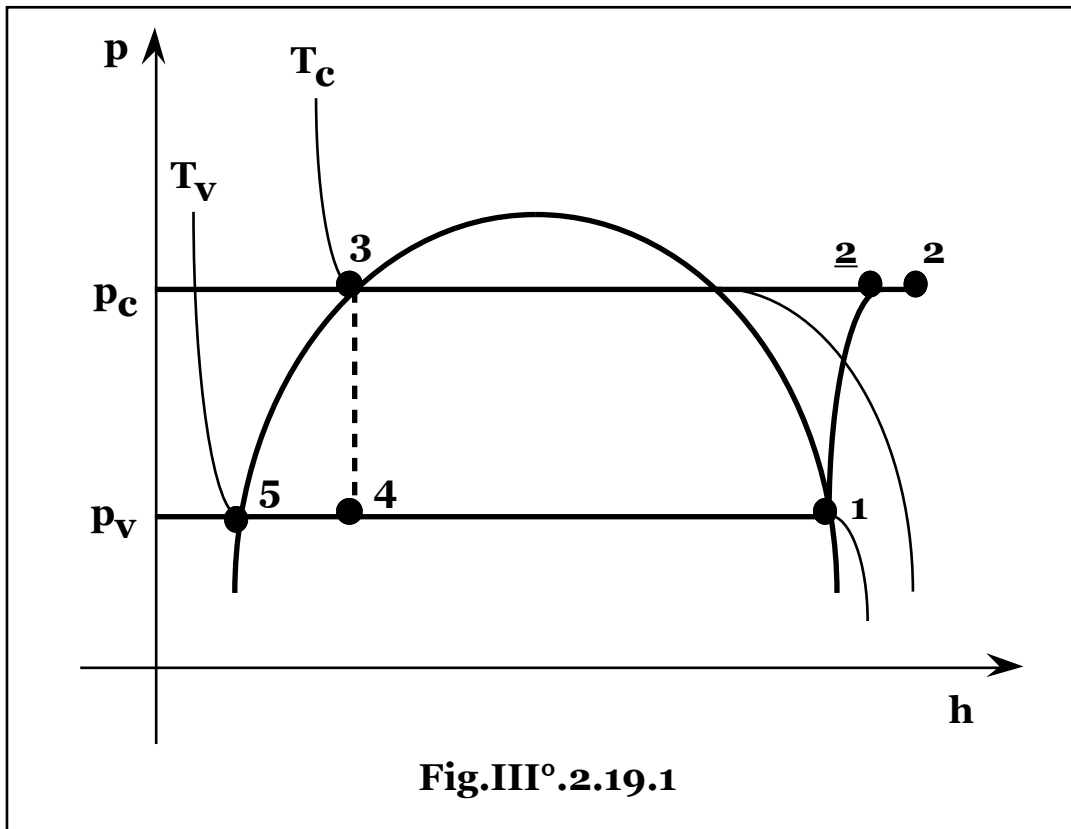
con: G_a , d_{sa} portata e densità dell'aria agli aerorefrigeranti;
 D_p perdita di carico totale dell'aria nel circuito in cella;
 h_v rendimento totale del gruppo di ventilazione.

La potenza frigorifera globale, (Q_r), che deve essere ceduta all'aria nell'attraversamento degli aerorefrigeranti e vale, quindi:

$Q_r = Q_t + Q_v = G_a c_{pa} DT_a$, con c_{pa} e DT_a calore specifico e salto termico dell'aria fra ingresso e uscita dall'aerorefrigerante, da cui: $G_a = (Q_t + Q_v)/(c_{pa} DT_a)$, e quindi:

$$Q_v = \frac{Q_t}{\frac{c_{pa} DT_a d_{sa} h_v}{D_p} - 1}; \quad Q_r = \frac{Q_t}{1 - \frac{D_p}{c_{pa} DT_a d_{sa} h_v}}.$$

Nota la temperatura interna della cella e quella del fluido di refrigerazione della sezione di condensazione, ottimizzati i salti termici logaritmici medi di scambio nelle sezioni di evaporazione e condensazione, risulta fissato il ciclo frigorifero, (**Fig.III°.2.19.1**), e quindi tutti gli stati fisici del fluido in ogni sezione dell'impianto, per ogni bilancio di dimensionamento.



Si dimensionano, quindi, gli aerorefrigeranti in base alle potenze frigorifere richieste dalle singole celle, alle portate d'aria, di fluido frigorifero e alle superfici di scambio, (in pratica in maniera uniforme

al valore massimo): $G_a = \frac{Q_r}{c_{pa}DT_a}$; $G = \frac{Q_r}{h_1 - h_5}$; $S = \frac{Q_r R_t}{DT_{lm}}$.

§ III° .2.20 – POTENZA FRIGORIFERA DELLA SALA MACCHINE.

Indicando con n_c il numero delle celle, la movimentazione totale teorica vale: $\sum V n_c$, mentre in realtà il suo valore sperimentale, (**M**),

risulta minore essendo trascurabile la probabilità che tutte le celle si trovino in condizioni di massima movimentazione.

Pertanto le potenze termiche globali riferite alla sala macchine, proporzionali alla movimentazione, (introdotta dal prodotto, Q_{2m} , dovuta all'illuminazione, Q_{4m} , e agli operatori e alle macchine, Q_{5m}), valgono rispettivamente:

$$Q_{2m} = Q_2 \frac{M}{xdVn_c} n_c = Q_2 \frac{M}{xdV}; \quad Q_{4m} = Q_4 \frac{M}{xdV}; \quad Q_{5m} = Q_5 \frac{M}{xdV}.$$

La potenza frigorifera globale dissipata attraverso le pareti, (Q_{1m}), è pari alle dispersioni dei blocchi di celle contigue con eliminazione delle dispersioni attraverso le pareti divisorie poste fra celle confinanti, essendo questa la condizione globalmente più sfavorevole, in quanto la presenza di pareti divisorie disperdenti corrisponde alla circostanza di celle non funzionanti.

La potenza termica globale introdotta dai rinnovi d'aria, (Q_{3m}), è valutata con le formule sperimentali per la determinazione del numero di ricambi accidentali d'aria per unità di tempo, in cui il volume è quello totale delle celle.

Si ha, quindi: $n_a = a(n_c V)^{-b}$, da cui:

$$Q_{3m} = d_{sa} n_c V (h_e - h_i) n_a = d_{sa} n_c V (h_e - h_i) a (n_c V)^{-b} = \\ = d_{sa} V (h_e - h_i) a (V)^{-b} (n_c)^{(1-b)} = Q_3 (n_c)^{(1-b)}, \text{ per: } n_r < n_a;$$

$$Q_{3m} = Q_3 n_c, \text{ per: } n_r > n_a.$$

La potenza termica introdotta dal metabolismo del prodotto, (Q_{6m}), vale: $Q_{6m} = Q_6 n_c$, ovvero tenuto conto della variazione del metabolismo del prodotto con la temperatura:

$$Q_{6m} = \left[\frac{M}{dVn_c} q_r(T_m) + \left(1 - \frac{M}{dVn_c} \right) q_r(T_i) \right] V d n_c.$$

La potenza totale della sala macchine, (Q_m), risulta, pertanto:

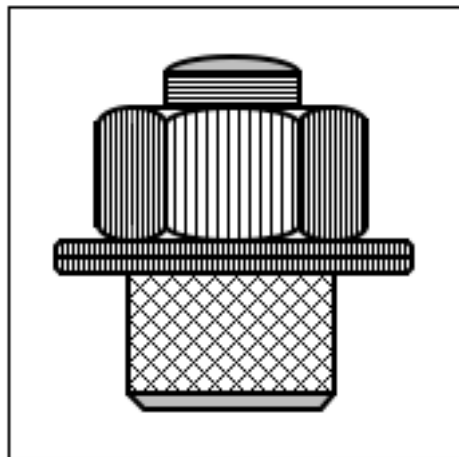
$$Q_m = \frac{\frac{t_2}{t_2 - t_1} \sum_{i=1}^6 Q_{im}}{1 - \frac{D_p}{c_{pa} D T_a d_{sa} h_v}},$$

e l'impianto viene dimensionato in base alla portata, (G_f), circolante

nel circuito frigorifero: $G_f = \frac{Q_m}{h_1 - h_4}$, e alla portata, (G_u), circolante

nella rete utenze: $G_u = \frac{Q_m}{h_1 - h_5}$.

In caso di magazzini monocella, lo schema di impianto risulta a espansione secca, la potenza frigorifera della sala macchine coincide, quindi, con quella di dimensionamento degli aerorefrigeranti, ($Q_m = Q_r = Q$), e la portata di fluido frigorifero di dimensionamento, ($G_f = G_u = G$), vale: $G = \frac{Q}{h_1 - h_4}$.



CAP.III° .3 – IMPIANTI DI CONDIZIONAMENTO.

§ III° .3.1 – IL CONDIZIONAMENTO DELL'ARIA.

In ogni regione di spazio che presenti differenze di coordinate termodinamiche e/o concentrazione di alcune sostanze rispetto all'ambiente circostante, si innesca uno scambio di energia e di materia con l'esterno, funzioni delle barriere energetiche e della permeabilità della superficie di frontiera, fino all'eliminazione dei gradienti.

Oltre ai suddetti scambi, in presenza di organismi viventi, (umani, animali, vegetali), la relativa attività biologica in normali condizioni fisiologiche, comporta consumo di ossigeno, emissione di potenza termica generata dal metabolismo ed espulsione di sostanze di rifiuto, (anidride carbonica, vapore acqueo, metaboliti), attraverso la respirazione e la traspirazione cutanea.

La situazione di equilibrio che si stabilisce è di norma assai distante dalle condizioni di benessere identificabili come ottimali per lo smaltimento di tali prodotti riducendo al minimo gli interventi dei sistemi biologici di regolazione e mantenendo l'ambiente nelle migliori condizioni igieniche per la salute degli organismi presenti.

Negli ambienti industriali, alle condizioni di benessere e alle sostanze di rifiuto biologico, se ne aggiungono eventuali altre derivanti da esigenze di processi produttivi, attività lavorative, specifiche tecnologiche, legate alla presenza di macchine, materiali, prodotti, cicli di lavorazioni.

La **climatizzazione** consiste in quell'insieme di processi atti a mantenere il microclima atmosferico di un ambiente, (civile, zootecnico, agricolo, o industriale), in predeterminate condizioni termoigrometriche, chimiche, elettromagnetiche, (temperatura, umidità, tenore di ossigeno, purezza dell'aria da gas, polveri, particolati, sostanze nocive di rifiuto, grado di ionizzazione dell'aria), in presenza di prefissato numero e tipo di esseri viventi, materiali, macchine, lavorazioni, per qualunque condizione dell'ambiente esterno.

Più propriamente si indica invece come impianto di **condizionamento** l'insieme di apparecchiature in grado di mantenere un ambiente in prefissate condizioni unicamente di temperatura e umidità in ogni condizione dell'ambiente esterno.

§ III°.3.2 – ARIA ATMOSFERICA.

L'aria atmosferica è costituita da una miscela di gas incondensabili e vapore d'acqua.

I gas incondensabili non subiscono variazioni chimiche, di composizione o di fase durante i processi di condizionamento e vengono quindi, indicati globalmente come aria secca, mentre il vapore d'acqua, pur contenuto in piccole quantità, influisce sensibilmente sul contenuto energetico dell'aria umida, potendo subire variazioni di fase con scambio del suo calore latente di vaporizzazione.

Poichè il contenuto di vapore d'acqua può variare durante i processi di condizionamento, le relative grandezze fisiche specifiche, vengono riferite all'unità di massa di aria secca.

Si intende per titolo, (\mathbf{x}), di vapore dell'aria umida, (o umidità assoluta), il rapporto: $\mathbf{x} = \text{massa di vapore d'acqua/massa di aria secca}$.

Per le pressioni e temperature di esercizio degli impianti di condizionamento, l'aria secca e il vapore d'acqua non interagiscono fra loro e possono quindi essere descritti con sufficiente approssimazione dalle leggi dei gas perfetti.

Indicando con \mathbf{p} , \mathbf{p}_a , \mathbf{p}_v , \mathbf{p}_s , la pressione totale dell'aria, dell'aria secca, del vapore d'acqua e di saturazione dell'acqua, rispettivamente, si ha:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_a + \mathbf{p}_v.$$

Poichè dall'equazione dei gas perfetti si ha: $\mathbf{p}_a \mathbf{v}_a = \mathbf{p}_a / \mathbf{d}_{sa} = \mathbf{R}_a \mathbf{T}_a$, ovvero: $\mathbf{d}_{sa} = \mathbf{p}_a / (\mathbf{R}_a \mathbf{T}_a)$, con: \mathbf{v}_a , \mathbf{d}_{sa} e \mathbf{R}_a , volume specifico, densità e costante dell'aria secca; $\mathbf{p}_v \mathbf{v}_v = \mathbf{p}_v / \mathbf{d}_{sv} = \mathbf{R}_v \mathbf{T}_v$, ovvero:

$\mathbf{d}_{sv} = \mathbf{p}_v / (\mathbf{R}_v \mathbf{T}_v)$, con: \mathbf{v}_v , \mathbf{d}_{sv} e \mathbf{R}_v , volume specifico, densità e

costante del vapore d'acqua, si ottiene: $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{d}_{sv} \mathbf{V}}{\mathbf{d}_{sa} \mathbf{V}} = \frac{\frac{\mathbf{p}_v}{\mathbf{R}_v \mathbf{T}_v}}{\frac{\mathbf{p}_a}{\mathbf{R}_a \mathbf{T}_a}}$, ed

essendo: $\mathbf{T}_a = \mathbf{T}_v$: $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{R}_a \mathbf{p}_v}{\mathbf{R}_v \mathbf{p}_a} = \frac{\mathbf{R}_a}{\mathbf{R}_v} \frac{\mathbf{p}_v}{\mathbf{p} - \mathbf{p}_v}$, ovvero: $\mathbf{p}_v = \frac{\mathbf{p}}{1 + \frac{\mathbf{R}_a}{\mathbf{R}_v} \frac{1}{\mathbf{x}}}$,

variabile quindi da zero per: $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, (aria secca), alla pressione \mathbf{p} totale per \mathbf{x} che tende all'infinito, (vapore d'acqua puro).

La pressione parziale di vapore, tuttavia, ha un limite massimo, la pressione di saturazione, (p_s), funzione della temperatura, oltre il quale il vapore condensa e a cui corrisponde quindi, un titolo

$$\text{massimo, } (x_s), \text{ pari a: } x_s = \frac{R_a}{R_v} \frac{p_s(T)}{p - p_s(T)} = x_s(T).$$

Infatti, la tensione o pressione di vapore, (p_s), funzione della temperatura, quantifica la tendenza di un liquido all'evaporazione, ostacolata unicamente dalla pressione parziale dello stesso vapore presente nell'ambiente.

Pertanto ogniqualevolta la tensione di vapore è superiore alla pressione parziale di vapore, si ha evaporazione e ogniqualevolta è inferiore, si ha condensazione, fino all'equilibrio delle pressioni: $p_v = p_s(T)$.

Ne consegue che in ogni volume V , (a parità di temperatura), il

$$\text{contenuto di kmoli di vapore: } n_{ov} = \frac{p_v}{R_o T} V, \text{ è limitato al valore}$$

massimo: $\frac{p_s(T)}{R_o T} V$, ovvero una quantità massima di vapore in massa:

$$n_{ov} M_v = \frac{p_s(T) M_v}{R_o T} V = \frac{V}{R_v T} p_s(T), \text{ (} M_v, \text{ massa molare del vapore).}$$

Lo stesso volume V alla pressione p , contiene una massa di aria secca

$$\text{tale che: } p_a = p - p_v = \frac{n_{oa} R_o T}{V}, \text{ da cui: } n_{oa} = \frac{pV}{R_o T} - n_{ov}, \text{ (in}$$

accordo con la relazione complessiva: $n_{oa} + n_{ov} = n_o = \frac{pV}{R_o T}$), per

$$\text{una massa: } n_{oa} M_a = \frac{pV M_a}{R_o T} - \frac{p_v M_a}{R_o T} = (p - p_v) \frac{V}{R_a T}, \text{ (} M_a, \text{ massa}$$

molare media della miscela di incondensabili), con valore minimo, corrispondente alla massima pressione parziale di vapore, [$p_v =$

$$p_s(T)]: \left[p - p_s(T) \right] \frac{V}{R_a T}.$$

Pertanto il titolo massimo di vapore per unità di massa di aria secca,

$$[\mathbf{x}_s(\mathbf{T})], \text{ vale: } \mathbf{x}_s(\mathbf{T}) = \frac{\mathbf{p}_s(\mathbf{T}) \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{R}_v \mathbf{T}}}{\left[\mathbf{p} - \mathbf{p}_s(\mathbf{T}) \right] \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{R}_a \mathbf{T}}} = \frac{\mathbf{p}_s(\mathbf{T}) \mathbf{R}_a}{\mathbf{p} - \mathbf{p}_s(\mathbf{T}) \mathbf{R}_v}, \text{ coincidente con}$$

la relazione: $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{p}_v}{\mathbf{p} - \mathbf{p}_v} \frac{\mathbf{R}_a}{\mathbf{R}_v}$, per: $\mathbf{p}_v = \mathbf{p}_s(\mathbf{T})$.

Il luogo dei punti a titolo massimo ammissibile: $\mathbf{x}_s(\mathbf{T})$, è indicato come **curva di rugiada** e divide il piano in due regioni rappresentanti rispettivamente stati fisici possibili, (a sinistra della curva), e impossibili, (a destra della curva).

Poichè la pressione di saturazione cresce con la temperatura, fino a eguagliare la pressione totale alla temperatura di ebollizione, (**100 °C** a pressione ambiente), la curva di rugiada risulta crescente al crescere della temperatura e tende asintoticamente all'isoterma: $\mathbf{T} = \mathbf{100} \text{ °C}$, per valori illimitati del titolo.

Si definisce grado igrometrico, (**f**), dell'aria umida, (o umidità relativa), il rapporto: $\mathbf{f} = \mathbf{p}_v / \mathbf{p}_s$, fra la pressione parziale del vapore d'acqua e la massima ottenibile, corrispondente al massimo contenuto di vapore d'acqua, funzione della pressione e temperatura dell'aria.

La relazione fra i due parametri risulta quindi: $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{R}_a}{\mathbf{R}_v} \frac{\mathbf{f} \mathbf{p}_s(\mathbf{T})}{\mathbf{p} - \mathbf{f} \mathbf{p}_s(\mathbf{T})}$.

Si definisce grado di saturazione dell'aria umida, (**f_s**), il rapporto:

$$\mathbf{f}_s = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{x}_s} = \frac{\mathbf{f} [\mathbf{p} - \mathbf{p}_s(\mathbf{T})]}{\mathbf{p} - \mathbf{f} \mathbf{p}_s(\mathbf{T})}.$$

L'entalpia specifica dell'aria umida, (**h**), è pari alla somma di quella dell'unità di massa dell'aria secca, (**h_a**), più quella del vapore d'acqua contenuto, (**h_v**): $\mathbf{h} = \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_v = \mathbf{c}_{pa} (\mathbf{T} - \mathbf{T}_0) + \mathbf{x} [\mathbf{r} + \mathbf{c}_{pv}(\mathbf{T} - \mathbf{T}_0)]$, con **c_{pa}**, **c_{pv}**, **r**, calore specifico dell'aria secca e del vapore d'acqua, rispettivamente e calore latente di vaporizzazione dell'acqua alla temperatura **T₀**, e pertanto, pur essendo convenzionalmente riferita all'unità di massa di aria secca è relativa a una massa variabile.

Posta la temperatura di riferimento: **T₀ = 0 °C**, (zero dell'entalpia per aria secca a zero gradi centigradi), si ha:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_v = \mathbf{c}_{pa} \mathbf{T} + \mathbf{x} (\mathbf{r}_0 + \mathbf{c}_{pv} \mathbf{T}),$$

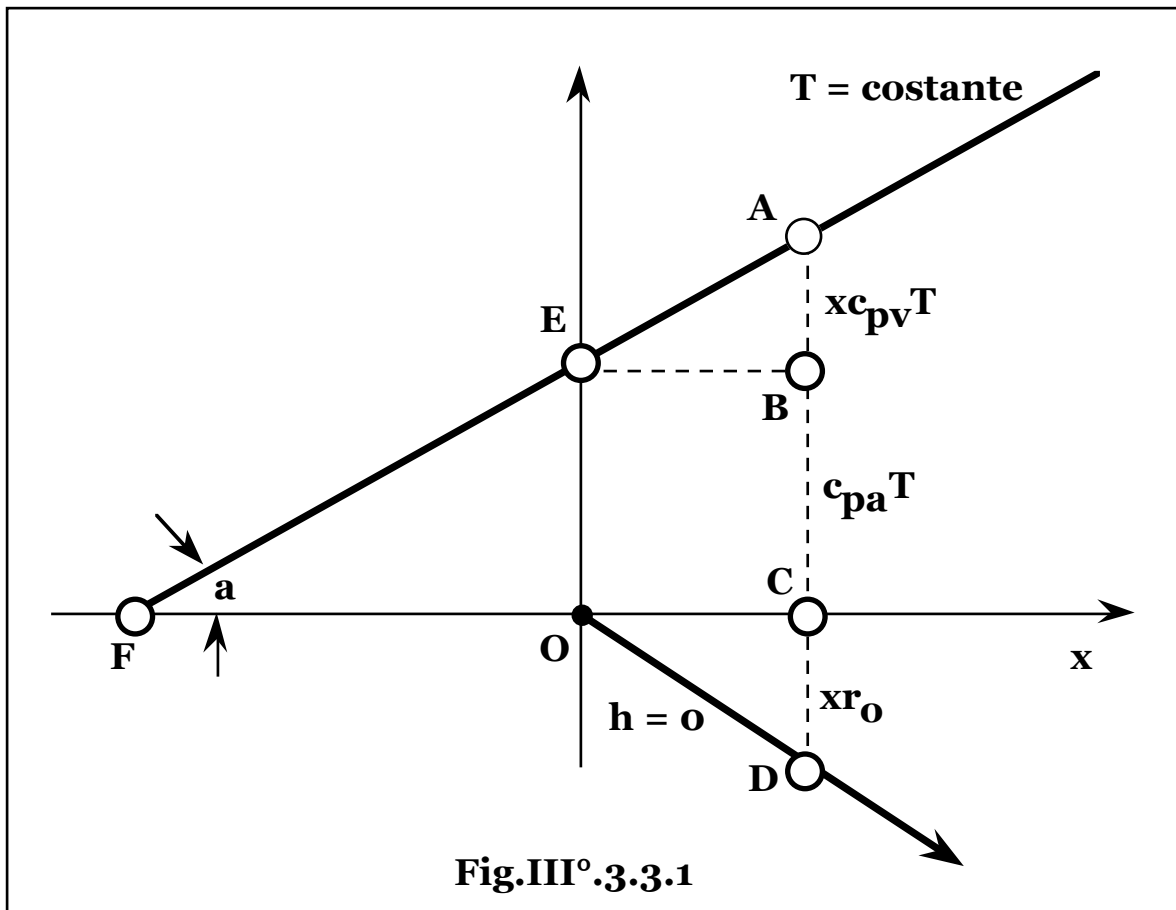
con r_0 calore latente di vaporizzazione dell'acqua a 0°C .

§ III° .3.3 – DIAGRAMMA DI STATO DELL'ARIA UMIDA.

Su due assi ortogonali, (**Fig.III° .3.3.1**), posto il titolo x in ascisse, una semiretta uscente dall'origine e inclinata di un angolo con tangente pari a: r_0 , (r_0 calore latente di vaporizzazione dell'acqua), individua i segmenti: $\underline{CD} = xr_0$, rappresentativi del corrispondente termine entalpico dell'aria umida.

Una seconda semiretta uscente dal punto **E** tale che: $\underline{EO} = c_{pa}T$, inclinata di un angolo con tangente pari a: $c_{pv}T$, individua i segmenti: $\underline{AB} = xc_{pv}T$.

Risulta pertanto: $h(x, T) = \underline{CD} + \underline{EO} + \underline{AB} = \underline{AD}$.



Per la genericità della costruzione, si conclude che, assegnando a ogni punto appartenente alla semiretta **EA** il medesimo valore di temperatura, il valore dell'entalpia dell'aria umida, (corrispondente al

relativo valore di titolo \mathbf{x}), risulta proporzionale alla distanza dalla semiretta \mathbf{OD} in direzione perpendicolare all'asse dell'umidità.

Pertanto assunta la semiretta \mathbf{EA} come isoterma a temperatura \mathbf{T} , la semiretta \mathbf{OD} rappresenta l'asse delle entalpie, ($\mathbf{h} = \mathbf{0}$), e ogni parallela ad essa, come luogo dei punti la cui distanza in verticale dalla semiretta \mathbf{OD} è costante, curve isoentalpiche.

Per la similitudine dei triangoli \mathbf{FEO} ed \mathbf{EAB} , si ha:

$$\mathbf{FO/EB} = \mathbf{EO/AB}, \text{ da cui: } \mathbf{FO} = \frac{\mathbf{EB EO}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{x c_{pa} T}}{\mathbf{x c_{pv} T}} = \frac{\mathbf{c_{pa}}}{\mathbf{c_{pv}}}, \text{ indipendente}$$

dalla temperatura scelta, pertanto tutte le isoterme passano per il punto \mathbf{F} e si costruiscono congiungendo il punto \mathbf{F} stesso con i punti \mathbf{E} sull'asse delle ordinate, con: $\mathbf{EO} = \mathbf{c_{pa} T}$.

Le isoterme appaiono quindi semirette uscenti dal punto \mathbf{F} a inclinazione linearmente crescente con la temperatura risultando l'angolo di inclinazione dell'isoterma, [$\mathbf{a} = \mathbf{a(T)}$], dalla relazione:

$$\mathbf{tga} = \frac{\mathbf{EO}}{\mathbf{FO}} = \frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{EB}} = \frac{\mathbf{x c_{pv} T}}{\mathbf{x}} = \mathbf{c_{pv} T}.$$

Tuttavia poichè i valori del titolo dell'aria umida risultano dell'ordine di qualche percento, le isoterme appaiono quasi parallele e poichè la scala delle ascisse viene in pratica molto dilatata, appaiono sui diagrammi, quasi orizzontali.

Per ogni isoterma, dalla definizione stessa, si determinano i punti a fissato valore di \mathbf{f} e $\mathbf{f_s}$, ovvero le curve; $\mathbf{f} = \text{costante}$; $\mathbf{f_s} = \text{costante}$.

Essendo l'entalpia della miscela riferita all'unità di massa di aria secca, ovvero a una massa variabile con il titolo di vapore, le curve isoentalpiche risultano necessariamente a temperatura decrescente al crescere del titolo di vapore stesso.

Infatti al crescere del contributo entalpico relativo al calore latente contenuto nel vapore, deve necessariamente ridursi quello relativo al calore sensibile della miscela, ovvero alla temperatura.

Qualora sull'asse delle ordinate fosse riportata esattamente la temperatura, l'equazione di un'isoentalpica, ($\mathbf{h} = \mathbf{h_0}$), non risulterebbe rettilineo a pendenza negativa, ma essendo:

$\mathbf{h_0} = \mathbf{c_{pa} T} + \mathbf{x (r_0 + c_{pv} T)}$, risulterebbe un ramo di iperbole:

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{h_0 - x r_0}}{\mathbf{c_{pa} + x c_{pv}}}, \text{ che dal valore: } \mathbf{T} = \mathbf{h_0 / c_{pa}}, \text{ per aria secca, } (\mathbf{x} = \mathbf{0}),$$

decresce all'aumentare del titolo fino al valore asintotico:

$T = - r_o / c_{pv}$, per titoli illimitati, o in pratica fino alla curva di rugiada: $T_s = \frac{h_o - x_s(T_s)r_o}{c_{pa} + x_s(T_s)c_{pv}}$.

Ribaltando il diagramma prima intorno all'asse orizzontale e poi a quello verticale, si ottiene il diagramma ASHRAE, (American Society of Heating Refrigerating and Air Conditioning Engineers), di uso internazionale per la descrizione dell'aria umida.

§ III°.3.4 – TRASFORMAZIONI ELEMENTARI DELL'ARIA UMIDA.

Miscelazione.

Miscelando due portate di aria, (G_1 e G_2), aventi stati fisici: (h_1, x_1) e (h_2, x_2), rispettivamente, (Fig.III°.3.4.1), indicando con 3 lo stato fisico della miscela, le relazioni di conservazione della massa totale, del vapore e dell'energia, risultano:

$$G_3 = G_1 + G_2; \quad G_3 x_3 = G_1 x_1 + G_2 x_2; \quad G_3 h_3 = G_1 h_1 + G_2 h_2,$$

da cui: $x_3 = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2}{G_1 + G_2}; \quad h_3 = \frac{G_1 h_1 + G_2 h_2}{G_1 + G_2}$.

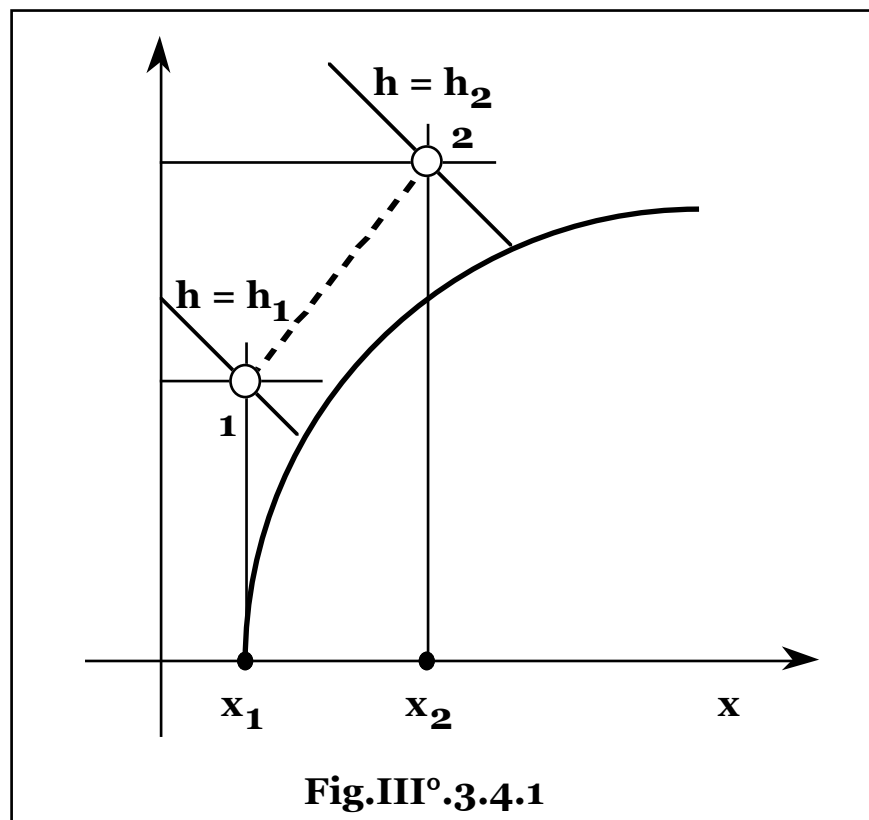


Fig.III°.3.4.1

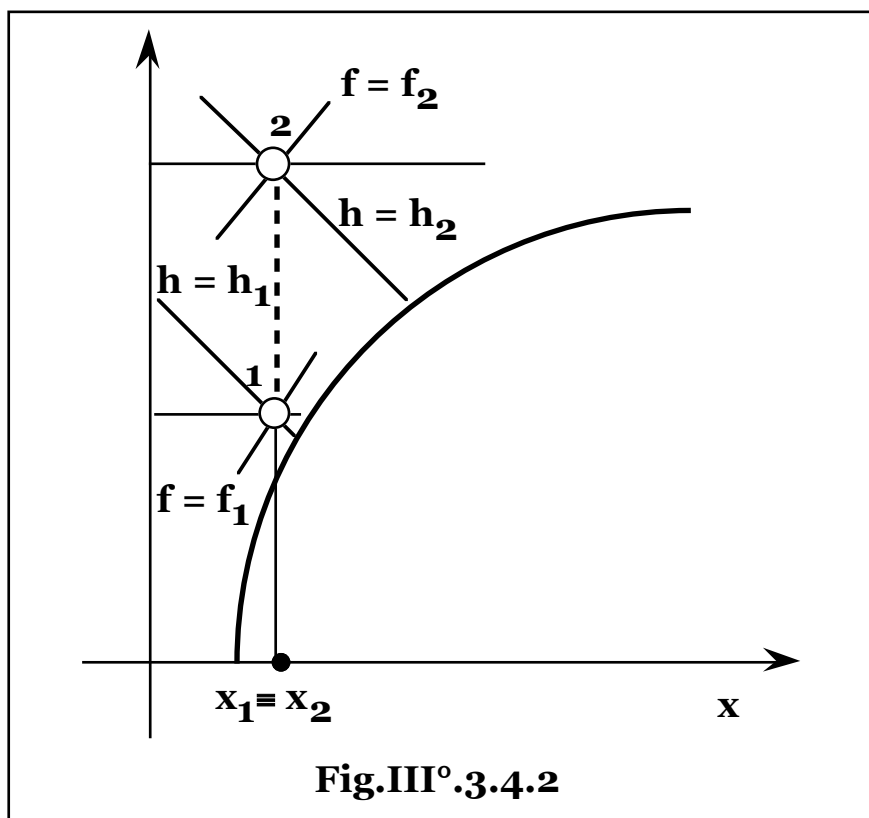
Tali coordinate soddisfano l'equazione della retta congiungente i punti **1** e **2**: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$ e quindi il punto **3** si trova sul segmento **12** e lo divide in parti inversamente proporzionali alle portate **G₁** e **G₂**. Variando il rapporto **G₁/G₂**, è pertanto, possibile ottenere a miscelazione avvenuta, aria in uno stato fisico rappresentato da un qualunque punto appartenente al segmento **12**.

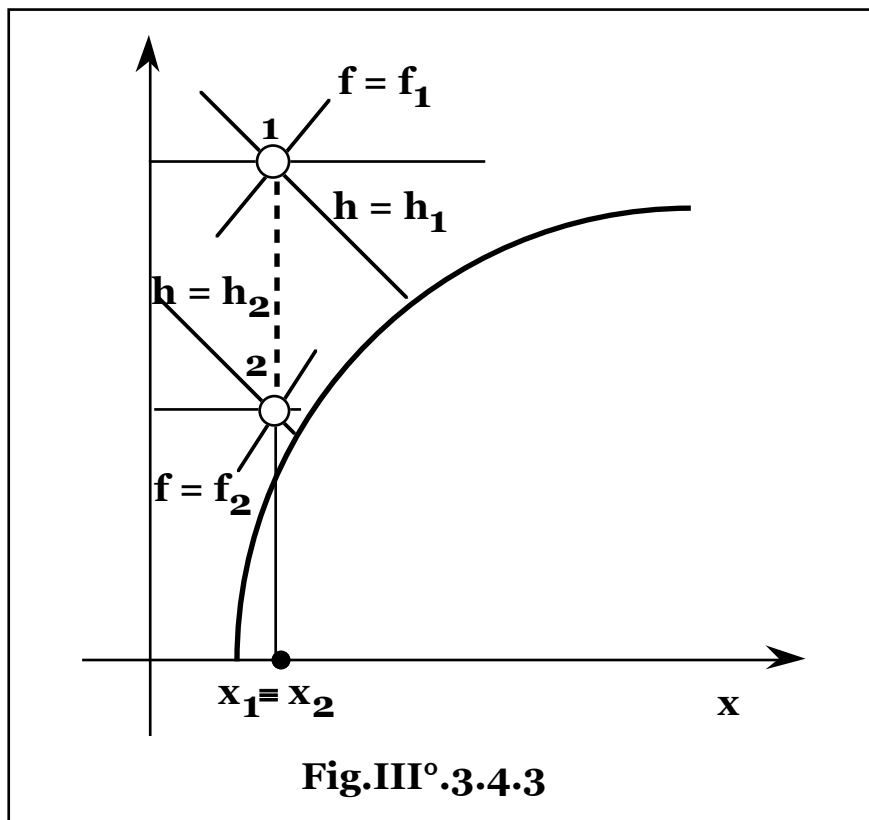
Riscaldamento.

Il riscaldamento risulta un trasformazione a titolo costante con assenza di scambio di vapore d'acqua, (**Fig.III° 3.4.2**).

Indicando con **Q_r** la potenza termica ceduta alla portata **G** di aria, **1** e **2** gli stati fisici prima e dopo il riscaldamento, si ha:

Q_r = G(h₂ - h₁), da cui: **h₂ = h₁ + Q_r/G**, con variazione di umidità relativa da **f₁** a **f₂**.





Raffreddamento.

Il raffreddamento può risultare un trasformazione a titolo costante senza scambio di vapore d'acqua, (**Fig.III° 3.4.3**), qualora durante la trasformazione lo stato fisico dell'aria non giunga alla curva di rugiada.

In tal caso indicando con Q_f la potenza frigorifera ceduta alla portata G di aria, **1** e **2** gli stati fisici prima e dopo il raffreddamento, si ha:
 $Q_f = G(h_1 - h_2)$, da cui: $h_2 = h_1 - Q_f/G$, con variazione di umidità relativa da f_1 a f_2 .

In caso contrario, poichè curva di rugiada, ($f = 1$), rappresenta un limite per i possibili stati fisici dell'aria umida oltre la quale l'aria non può contenere ulteriore vapore d'acqua, se nel raffreddamento lo stato fisico dell'aria la raggiunge, è costretto a seguirla liberando una portata d'acqua, (G_a): $G_a = G(x_1 - x_2)$.

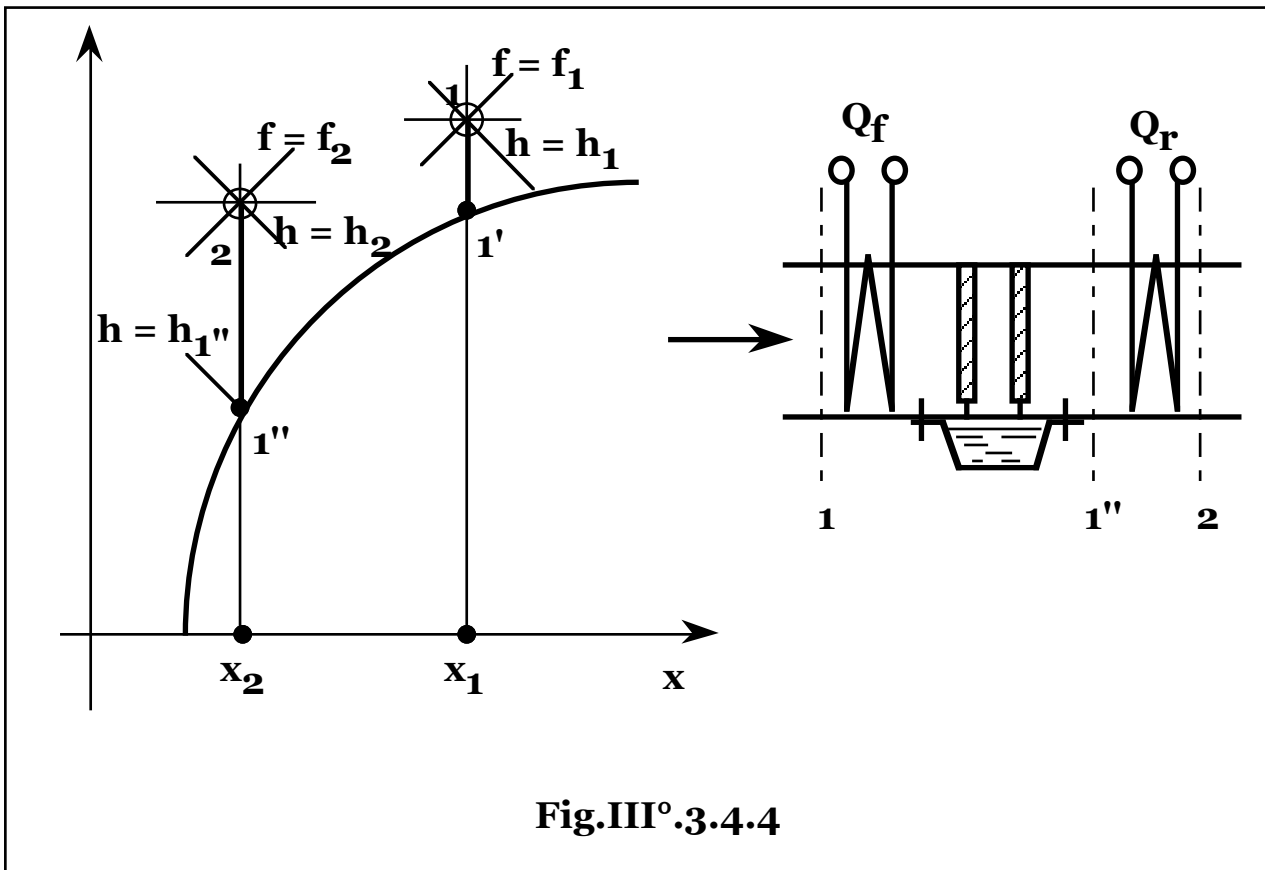


Fig.III°3.4.4

Deumidificazione.

Una trasformazione di deumidificazione di una portata G di aria da uno stato fisico, $(\mathbf{x}_1, \mathbf{f}_1)$, a uno, $(\mathbf{x}_2, \mathbf{f}_2)$, con: $\mathbf{x}_2 < \mathbf{x}_1$, (Fig.III°3.4.4), risulta una trasformazione mista: $1 - 1' - 1'' - 2$, che comprende un primo raffreddamento a titolo costante: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1$, $(1 - 1')$, con cessione della potenza frigorifera: $Q_f = G(\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_{1'})$, una trasformazione mista di raffreddamento e deumidificazione, $(1' - 1'')$, con cessione della potenza frigorifera: $Q_{f'} = G(\mathbf{h}_{1'} - \mathbf{h}_{1''})$, per una potenza frigorifera totale pari a: $Q_f = Q_f + Q_{f'} = G(\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_{1''})$, con liberazione della portata d'acqua:

$G_a = G(\mathbf{x}_{1'} - \mathbf{x}_{1''}) = G(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$, e un riscaldamento, $(1'' - 2)$, a titolo costante: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_2$, fino al punto $(\mathbf{x}_2, \mathbf{f}_2)$, con cessione della potenza termica: $Q_r = G(\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_{1''})$.

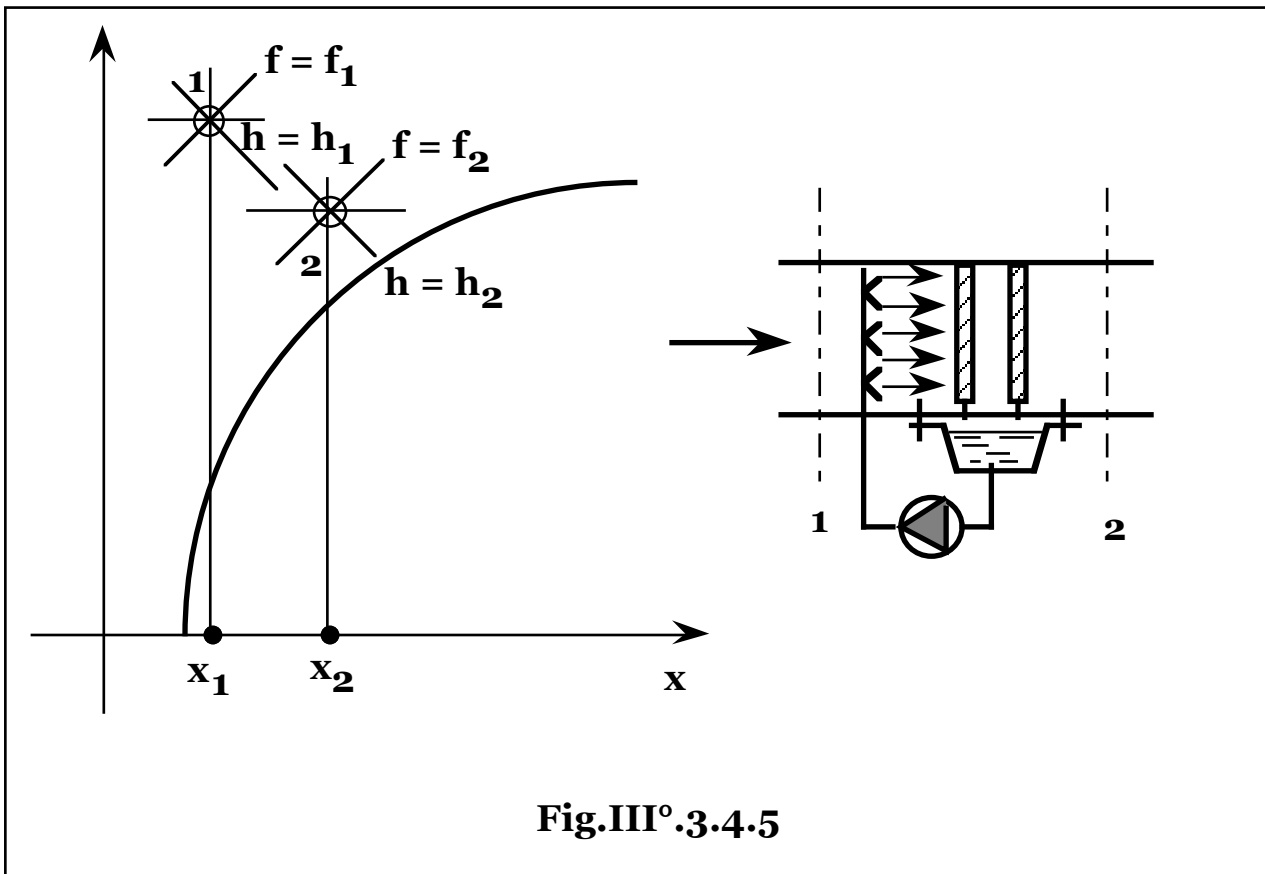


Fig.III° 3.4.5

Umidificazione.

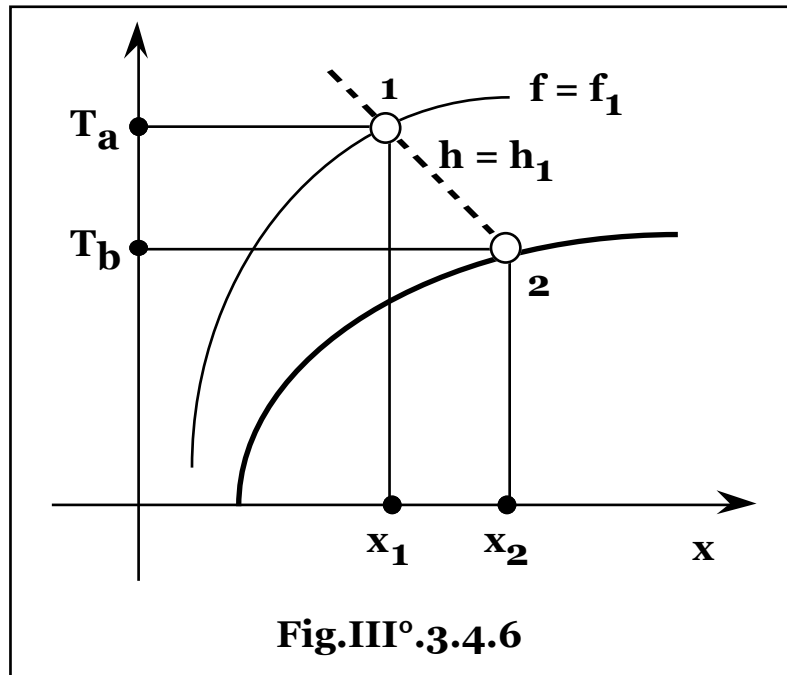
Miscelando una portata g di acqua alla temperatura T_0 , a una portata d'aria G avente stato fisico, (h_1, x_1) , indicando con **2** lo stato fisico della miscela, (**Fig.III° 3.4.5**), le relazioni di bilancio di massa di vapore d'acqua e di energia risultano:

$g = G(x_2 - x_1)$; $Gh_1 + gc_1T_0 = G h_2$, da cui: $(h_2 - h_1) = (x_2 - x_1)c_1T_0$.

Tuttavia poichè il titolo di vapore ha valori di pochi percento e la temperatura T_0 è generalmente quella ambiente, la trasformazione di umidificazione risulta in pratica quasi isoentalpica: $h_2 \approx h_1$.

Assumendo quindi che l'umidificazione sia assimilabile a una trasformazione isoentalpica, per la misura del grado igrometrico, (f_1), di una portata G di aria, posti nella corrente due termometri, (**A** e **B**), di cui uno, (**B**), circondato da un materiale poroso imbevuto d'acqua, il termometro **A** misura la temperatura, (T_a), dell'aria, (**Fig.III° 3.4.6**), mentre quello **B** essendo investito da un corrente d'aria

presumibilmente satura per l'evaporazione dell'acqua contenuta nel materiale poroso, misura la temperatura, (T_b), dell'aria umidificata fino alla saturazione, (temperatura di bulbo umido), e poichè fra i due stati è intervenuta una trasformazione isoentalpica lo stato fisico **1**, e quindi il suo grado igrometrico f_1 , risulta individuato dall'intersezione dell'isoterma: $T = T_a$, con l'isoentalpica passante per il punto di incontro della curva di rugiada con l'isoterma: $T = T_b$.



§ III°3.5 – IMPIANTI DI CONDIZIONAMENTO DELL'ARIA.

Si definisce impianto di condizionamento l'insieme di apparecchiature atte a mantenere l'aria di un ambiente civile o industriale in predeterminate condizioni di temperatura e umidità, in presenza di un prefissato numero e tipo di esseri viventi, materiali, macchine e lavorazioni per qualunque condizione dell'ambiente esterno.

In un ambiente di volume V , fissate le condizioni di temperatura e umidità richieste e valutata la potenza termica o frigorifera ceduta all'ambiente esterno e la generazione o sottrazione di umidità nell'ambiente stesso, risulta fissata la potenza termica o frigorifera, (Q), e la portata di vapore, (G_v), da scambiare.

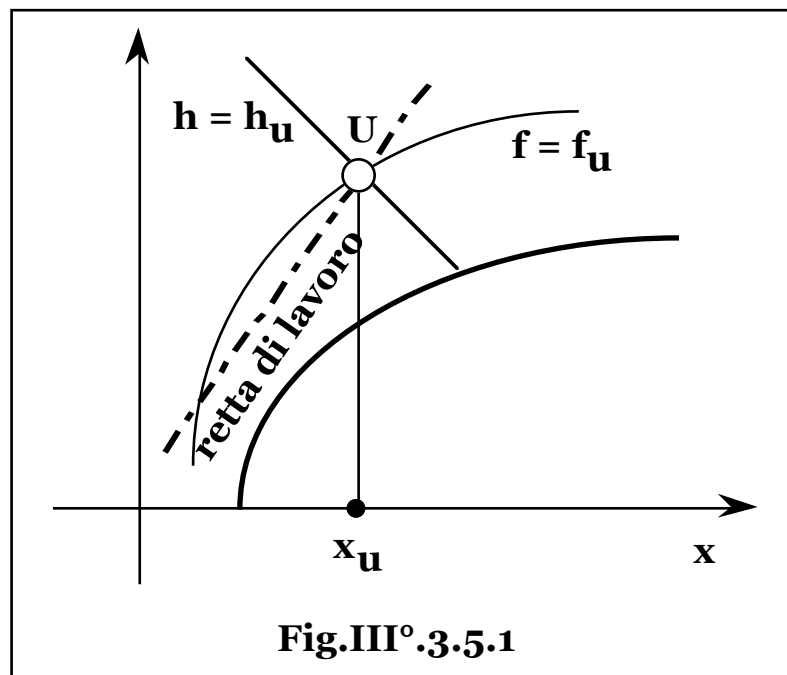
Indicando con G la portata d'aria di circolazione e con i pedici i e u , le grandezze relative agli stati fisici dell'aria in ingresso e uscita

dall'ambiente, si ha: $Q = G(h_i - h_u)$; $G_v = G(x_i - x_u)$, ove il segno negativo per le grandezze corrisponde a potenza termica e portata di vapore asportate dall'ambiente.

Si ottiene, quindi: $\frac{Q}{G_v} = \frac{h_i - h_u}{x_i - x_u} = \text{costante}$,

ovvero: $h_i = \frac{Q}{G_v} x_i + \left(h_u - \frac{Q}{G_v} x_u \right)$,

che nel piano $h - x$, rappresenta, una stella di rette, al variare del rapporto Q/G_v , passanti per il punto $(h_u - x_u)$, rappresentativo delle condizioni termoigrometriche richieste nell'ambiente, ovvero l'equazione delle rette luogo dei punti i , tali che il rapporto fra la potenza termica e la portata di vapore d'acqua scambiate in un ambiente contenente aria nello stato fisico u , da una portata di aria G nello stato fisico i , è pari al valore della pendenza, (Q/G_v) , della retta stessa. Tale retta, passante per il punto, $(h_u - x_u)$, con coefficiente angolare pari al valore del rapporto Q/G_v , è pertanto indicata come "retta di lavoro", (**Fig.III°.3.5.1**).



Noto quindi, il punto u rappresentativo delle condizioni termoigrometriche richieste nell'ambiente, la potenza termica Q e la portata di vapore G_v , rimane fissata la retta di lavoro e quindi ogni

portata di aria G nello stato fisico rappresentato da un qualunque punto i appartenente alla retta di lavoro e di valore fissato, in funzione del punto i stesso, da una delle relazioni: $G = \frac{G_v}{x_i - x_u}$;

$G = \frac{Q}{h_i - h_u}$, è in grado di soddisfare le specifiche richieste.

La scelta del punto i , risulta mediata fra esigenze di uniformità di condizioni dell'ambiente da condizionare e limitazione della portata d'aria. Infatti, per i che tende a u , l'uniformità di condizioni è totale, ma la portata G tende all'infinito e al contrario, all'aumentare della distanza di i da u , la portata G e conseguentemente le dimensioni e i costi di installazione e di esercizio dell'impianto si riducono, mentre la conseguente disuniformità di condizioni termoigrometriche richiede crescenti oneri relativi a sistemi di canalizzazione e movimentazione per la miscelazione della portata d'aria proveniente dall'impianto di condizionamento con l'aria dell'ambiente.

All'interno dell'impianto di condizionamento, il trattamento completo dell'aria consiste in una successione di operazioni elementari che portano l'aria dalle condizioni di ingresso nel condizionatore a uno stato fisico rappresentato, sul diagramma di stato dell'aria, da un punto della retta di lavoro predeterminata.

Fissate le condizioni termoigrometriche richieste per l'ambiente, rimane fissato il punto u , mentre le condizioni della portata d'aria in ingresso nel condizionatore, dipendono dal tipo di ciclo previsto per l'impianto.

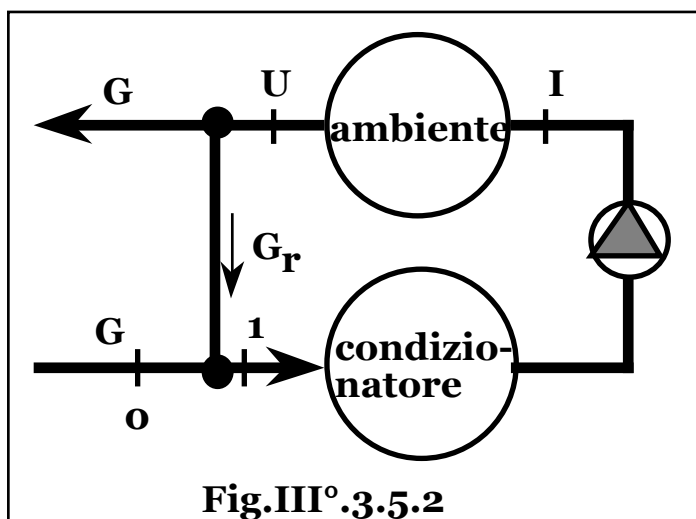
L'impianto funziona in **ciclo aperto** quando la portata di aria G viene prelevata dall'esterno, elaborata nel condizionatore fino al raggiungimento dello stato fisico i , immessa nell'ambiente e quindi scaricata all'esterno nello stato fisico u , mentre funziona in **ciclo chiuso** quando non si ha scambio d'aria con l'esterno e la portata d'aria G in uscita dall'ambiente viene integralmente ricircolata al condizionatore, elaborata e riimmessa nell'ambiente nello stato fisico i . Il ciclo aperto corrisponde alle migliori condizioni igieniche per il completo ricambio dell'aria e alle peggiori condizioni energetiche per lo scarico all'esterno di un fluido contenente energia termica, (o frigorifera), e grado di umidità, utili.

Pertanto, a meno di casi particolari in cui sia richiesto il completo ricambio dell'aria per motivi igienici, (ospedali o ambienti in cui si generano gas tossici), o al contrario vada evitato l'ingresso di aria

dall'ambiente, (essiccatoi), si realizzano impianti a **ciclo misto** con ricircolo parziale della portata d'aria.

Il punto rappresentativo delle condizioni di ingresso dell'aria nel condizionatore, risulta pertanto quello di miscela della portata dall'esterno con quella di ricircolo e da questo punto l'insieme di trasformazioni elementari all'interno del condizionatore, deve portare l'aria, in uno stato fisico rappresentato sul diagramma dell'aria, da un punto posto sulla retta di lavoro.

Quando in presenza di aria inquinata o di gas tossici o pericolosi non è possibile effettuare il ricircolo, parte della potenza termica o frigorifera può essere recuperata, se economicamente conveniente o prescritto per legge, inserendo uno scambiatore di recupero a superficie fra la portata d'aria in uscita dall'ambiente e quella in ingresso nel condizionatore.



Indicando con G e G_r la portata d'aria scambiata con l'esterno e di ricircolo, rispettivamente, e con 0 e 1 , i punti rappresentativi dello stato fisico dell'aria esterna e in ingresso all'impianto di condizionamento rispettivamente, (**Fig.III° 3.5.2**), si ha considerando negative la potenza termica e la portata di vapore asportate dall'ambiente:

ciclo aperto: $G_r = 0$; punto $0 \equiv$ punto 1 ; $Q = G(h_i - h_u)$;

$$G_v = G(x_i - x_u);$$

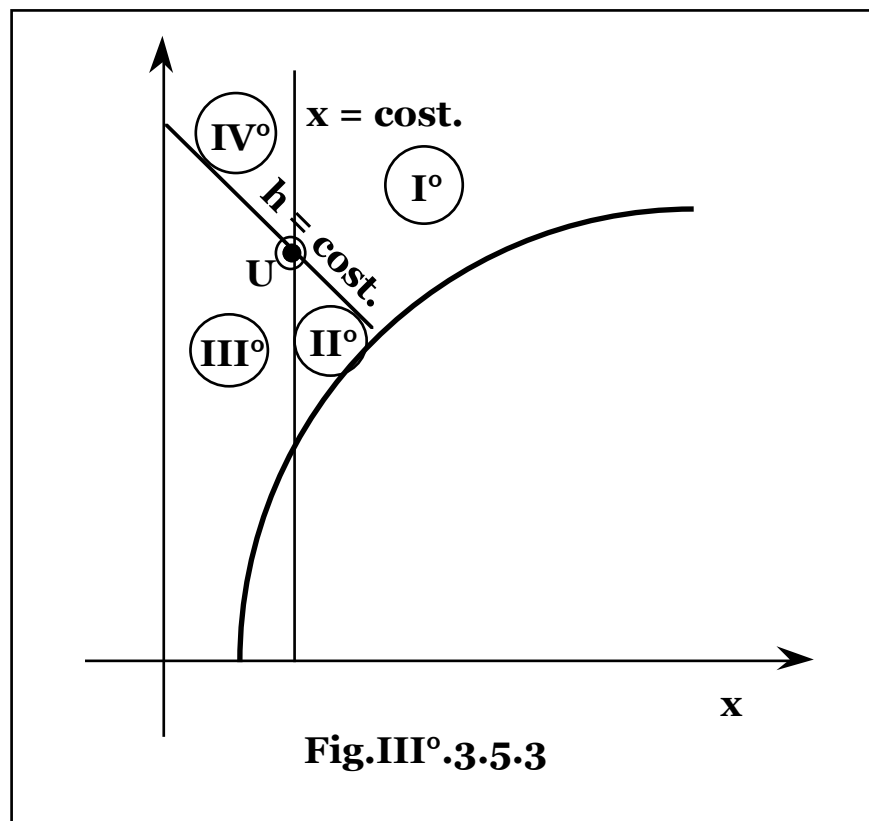
ciclo chiuso: $G = 0$; punto $1 \equiv$ punto u ; $Q = G_r(h_i - h_u)$;

$$G_v = G_r(x_i - x_u);$$

ciclo misto: $G \neq 0$; $G_r \neq 0$; $h_1 = \frac{Gh_0 + G_r h_u}{G + G_r}$; $x_1 = \frac{Gx_0 + G_r x_u}{G + G_r}$;
 $Q = (G + G_r)(h_i - h_u)$; $G_v = (G + G_r)(x_i - x_u)$.

La curva a titolo costante: $x = x_u$, e l'isoentalpica: $h = h_u$, passanti per il punto u , (**Fig.III°.3.5.3**), dividono il piano $h-x$ in quattro quadranti.

Poichè spostandosi dal punto u , al di sotto o al di sopra dell'isoentalpica: $h = h_u$, e a destra o sinistra della curva a titolo costante: $x = x_u$, si ha, rispettivamente, aumento o diminuzione di entalpia e di titolo, si può valutare, (**Tab.III°.3.5.I**), il segno della potenza termica e della portata di vapore d'acqua cedute, (+), o asportate, (-), da una portata d'aria a un ambiente contenente aria nello stato fisico u , a seconda del quadrante di appartenenza dello stato fisico di ingresso della portata d'aria stessa.



Tab.III° .3.5.I

Quadrante	Potenza termica	Portata di vapore
I°	+	+
II°	-	+
III°	-	-
IV°	+	-

Il tratto utile della retta di lavoro risulta, pertanto, la semiretta con origine nel punto **u**, che giace, a seconda del segno di **Q** e **G_v**, in uno dei quattro quadranti individuati nel piano **h - x**, dall'intersezione della curve: **x = x_u** e **h = h_u**, e a coefficiente angolare dipendente dal rapporto **Q/G_v**.

I dati di progetto risultano, quindi, le condizioni nominali previste per l'ambiente esterno, (punto **O**), la potenza termica e la portata di vapore da cedere o asportare all'ambiente, (**± Q, ± G_v**), risultanti dalla valutazione dei contributi di trasmissione e produzione, (o richiesta), endogena di calore e dai valori fisiologici e ambientali di produzione, (o richiesta), di vapore, nonché dalla ventilazione richiesta, ovvero dal valore sperimentale del numero di ricambi d'aria nell'unità di tempo, (**n_r**, da cui la portata d'aria dall'esterno: **G = n_rV**), per ambienti civili o industriali.

Il ciclo dell'aria all'interno del condizionatore, viene quindi definito mediando opposte esigenze di uniformità di condizioni termoigrometriche, economia della rete di canalizzazione per la distribuzione dell'aria nell'ambiente e di installazione ed esercizio della sezione di condizionamento, oppure, in funzione della minima temperatura raggiungibile nella sezione di raffreddamento o della massima ottenibile nella sezione di riscaldamento, (che risultano ancora da considerazioni economiche sui costi di installazione e di esercizio delle relative sezioni di impianto).

Risulta in ogni caso fissata la temperatura di ingresso dell'aria nell'ambiente e quindi il punto **i**, (**h_i - x_i**), come intersezione delle

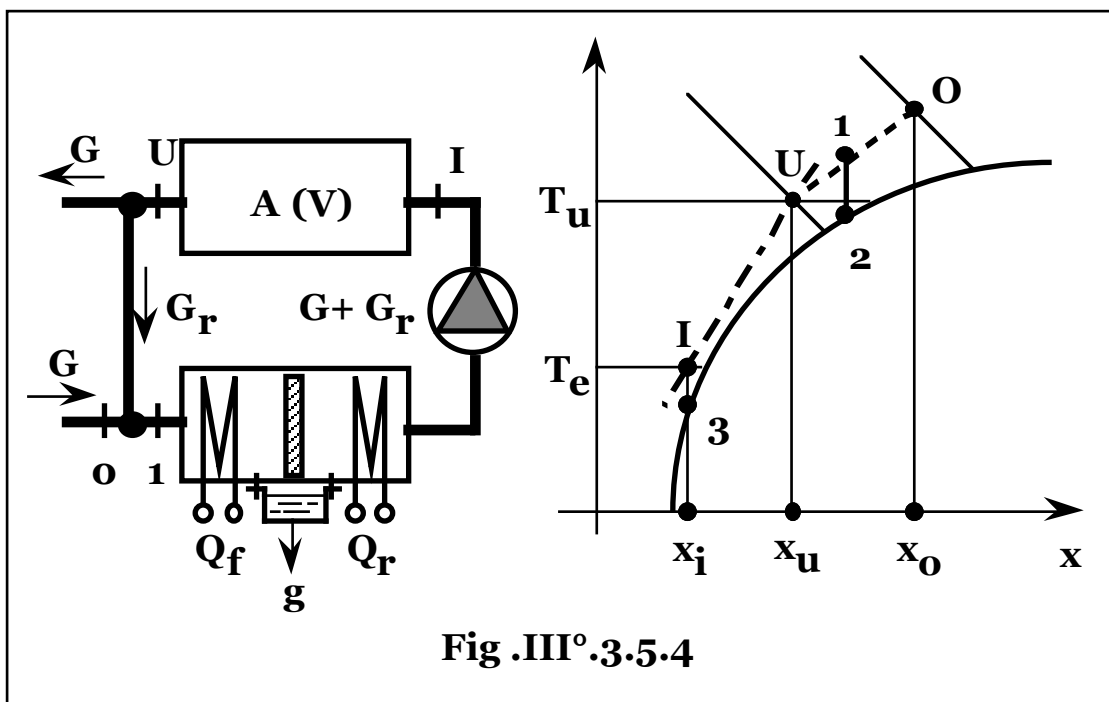
rette: **T = T_i**;
$$\frac{h_i - h_u}{x_i - x_u} = \frac{Q}{G_v} = \text{costante.}$$

Qualora la semiretta di lavoro e il punto rappresentativo delle condizioni dell'aria esterna risultino dalla stessa parte della curva:

x = x_u, il solo riscaldamento o raffreddamento dell'aria esterna ne porta il punto rappresentativo sulla retta di lavoro e pertanto il

condizionamento si riduce al riscaldamento o refrigerazione dell'aria esterna e ventilazione della portata richiesta, mentre qualora la semiretta di lavoro e il punto rappresentativo delle condizioni dell'aria esterna risultino dalla stessa parte della curva: $h = h_u$, la sola umidificazione o deumidificazione dell'aria esterna, ne porta il punto rappresentativo sulla retta di lavoro e pertanto il condizionamento si riduce alla umidificazione o deumidificazione dell'aria esterna e ventilazione della portata richiesta.

Il caso più complesso di condizionamento, (contemporaneo riscaldamento/raffreddamento e umidificazione/deumidificazione), si ha pertanto per posizione del punto rappresentativo delle condizioni ambientali esterne nel settore opposto a quello contenente la semiretta di lavoro in quanto in tal caso il trattamento dell'aria comprende sia scambi termici che di contenuto di vapore, per cui il problema generale di progetto risulta la definizione di un ciclo di trasformazioni in grado di portare il punto rappresentativo delle condizioni dell'aria da un quadrante a quello opposto.



Deumidificazione e refrigerazione. (Condizionamento estivo).

In tal caso il ciclo di trasformazioni risulta, (Fig.III° 3.5.4): 1-2-3-i, con: $G_v < 0$; $Q < 0$; $G = n_r V$; $Q = (G + G_r)(h_i - h_u)$; $G_v = (G + G_r)(x_i -$

x_u), da cui la portata G_r . Determinato lo stato fisico dell'aria in ingresso nell'impianto di condizionamento, (1), dalle relazioni:

$$h_1 = \frac{Gh_o + G_r h_u}{G + G_r}; \quad x_1 = \frac{Gx_o + G_r x_u}{G + G_r},$$

si ottiene la portata d'acqua, (g), che si libera:

$g = (G + G_r)(x_1 - x_3) = -G_v$, la potenza frigorifera:

$Q_f = (G + G_r)(h_1 - h_3)$, e la potenza termica di postriscaldamento:

$Q_r = (G + G_r)(h_i - h_3)$.

Umidificazione e refrigerazione.

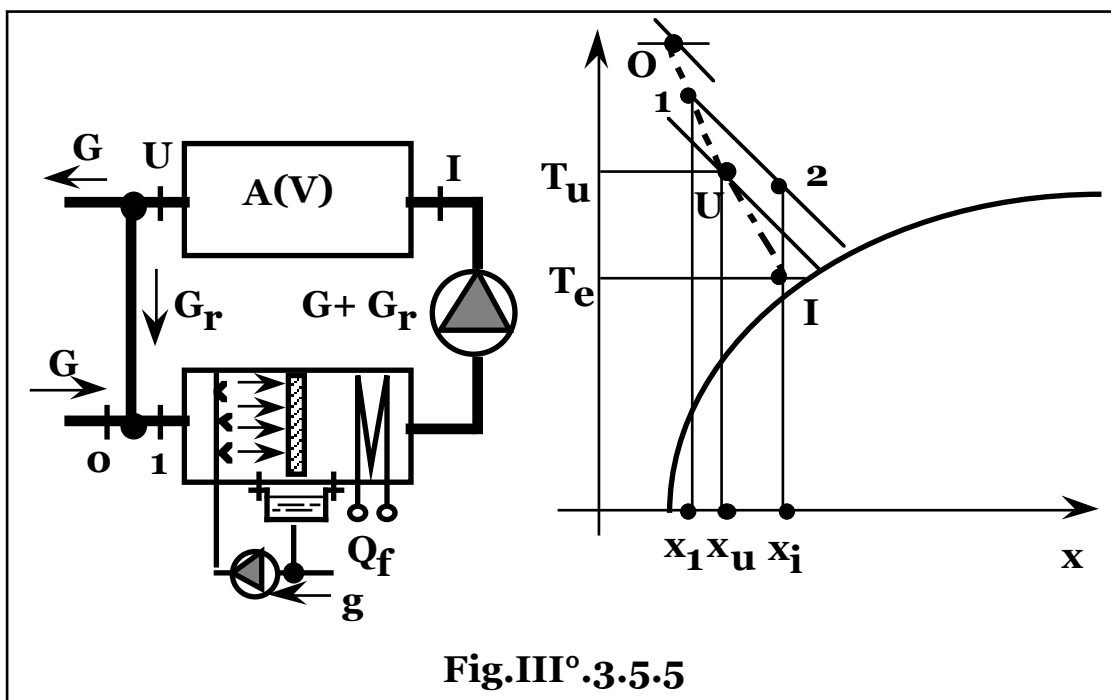
In tal caso il ciclo di trasformazioni risulta, (Fig.III° 3.5.5): 1 - 2 - i, con: $G_v > 0$; $Q < 0$; $G = n_r V$;

$$Q = (G + G_r)(h_i - h_u); \quad G_v = (G + G_r)(x_i - x_u),$$

da cui la portata G_r . Determinato lo stato fisico dell'aria in ingresso nell'impianto di condizionamento, (1), dalle relazioni:

$$h_1 = \frac{Gh_o + G_r h_u}{G + G_r}; \quad x_1 = \frac{Gx_o + G_r x_u}{G + G_r},$$

si ottiene portata d'acqua, (g), da cedere: $g = (G + G_r)(x_i - x_1)$, e la potenza frigorifera: $Q_f = (G + G_r)(h_2 - h_i) = (G + G_r)(h_1 - h_i)$.



Deumidificazione e riscaldamento.

In tal caso il ciclo di trasformazioni risulta, (Fig.III°.3.5.6): 1 - 2 - i, con: $G_v < 0$; $Q > 0$; $G = n_r V$;

$$Q = (G + G_r)(h_i - h_u); \quad G_v = (G+G_r)(x_i - x_u),$$

da cui la portata G_r . Determinato lo stato fisico dell'aria in ingresso nell'impianto di condizionamento, (1), dalle relazioni:

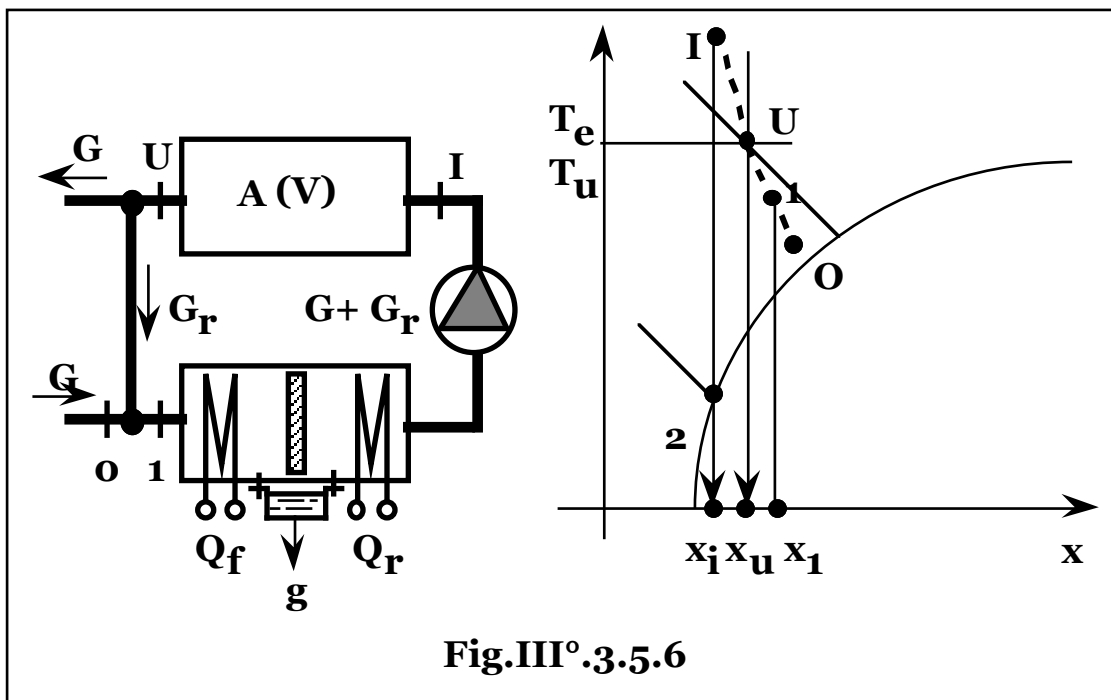
$$h_1 = \frac{Gh_o + G_r h_u}{G + G_r}; \quad x_1 = \frac{Gx_o + G_r x_u}{G + G_r},$$

si ottiene la portata d'acqua, (g), che si libera:

$$g = (G + G_r)(x_1 - x_2) = - G_v,$$

la potenza frigorifera: $Q_f = (G + G_r)(h_1 - h_2)$,

e la potenza termica di postriscaldamento: $Q_r = (G + G_r)(h_i - h_2)$.



Umidificazione e riscaldamento. (Condizionamento invernale).

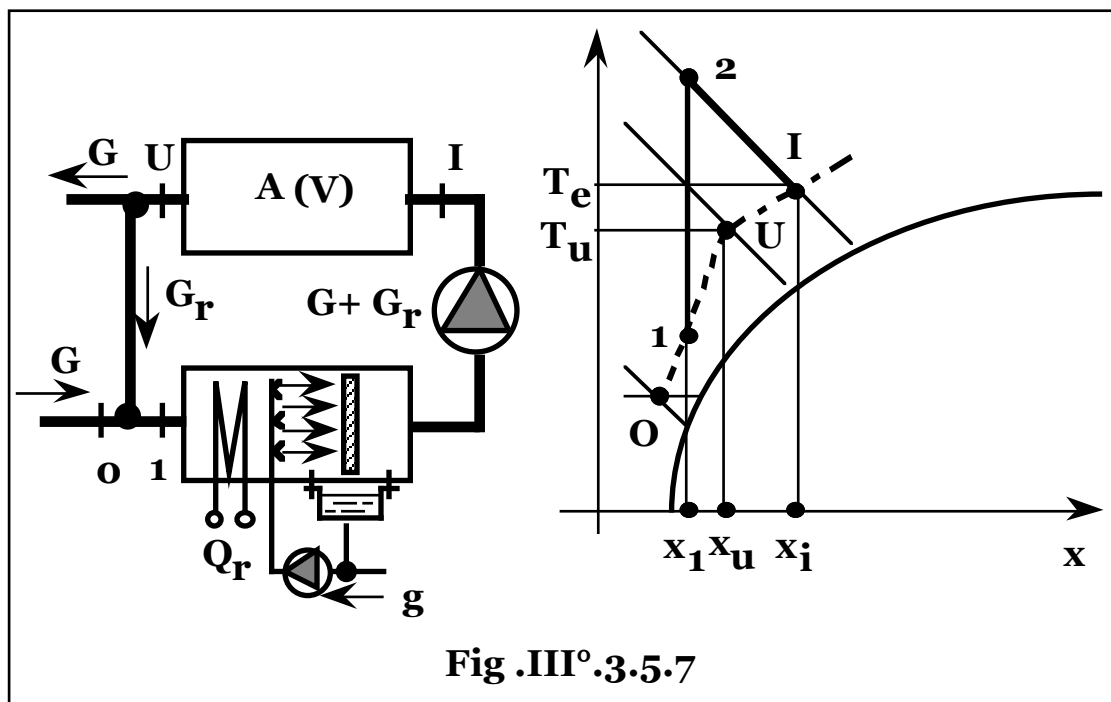
In tal caso il ciclo di trasformazioni risulta, (Fig.III°.3.5.7): 1 - 2 - i, con: $G_v > 0$; $Q > 0$; $G = n_r V$;

$$Q = (G + G_r)(h_i - h_u); \quad G_v = (G+G_r)(x_i - x_u),$$

da cui la portata G_r . Determinato lo stato fisico dell'aria in ingresso nell'impianto di condizionamento, (1), dalle relazioni:

$$h_1 = \frac{Gh_o + G_R h_u}{G + G_R}; \quad x_1 = \frac{Gx_o + G_R x_u}{G + G_R},$$

si ottiene la portata d'acqua, (g), da cedere: $g = (G + G_R)(x_i - x_1) = G_V$ e la potenza termica di riscaldamento: $Q_R = (G + G_R)(h_2 - h_1)$.

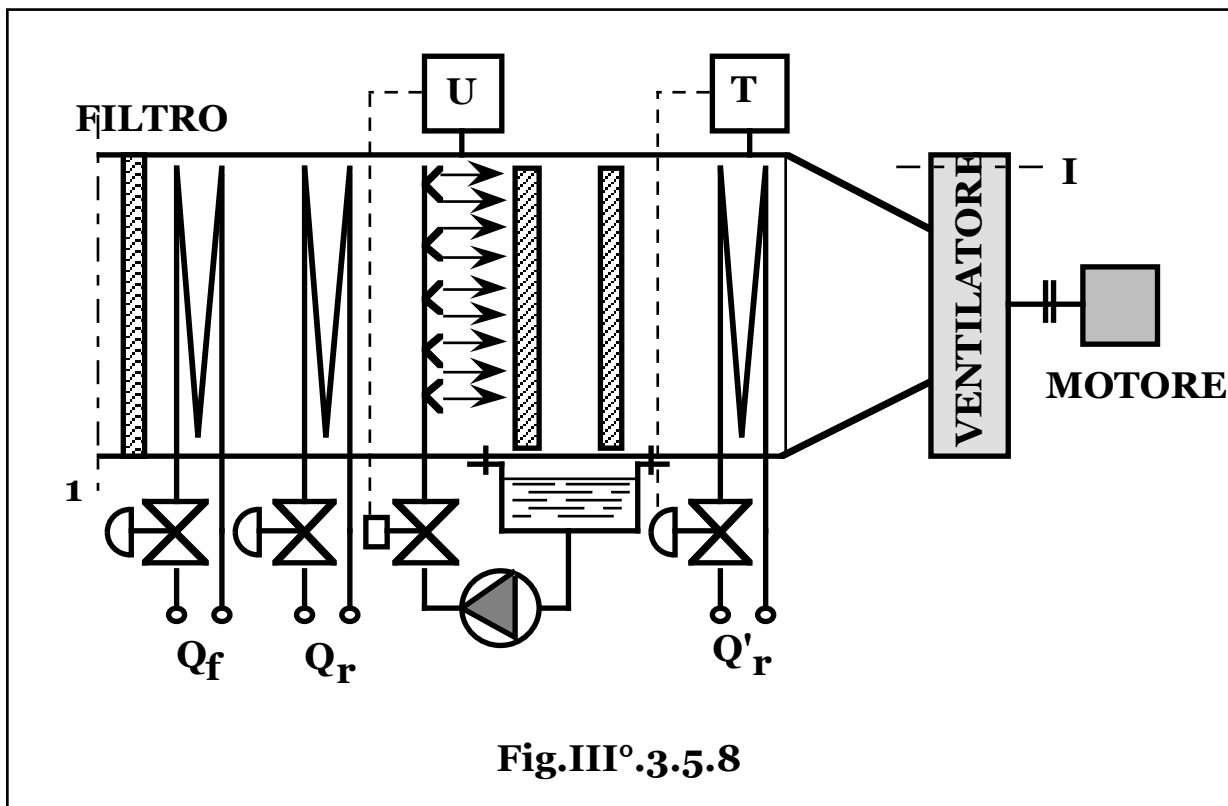


Il gruppo condizionatore in grado di soddisfare qualunque specifica di condizionamento, (**Fig.III° .3.5.8**), è pertanto costituito da un corpo ventilatore per la circolazione forzata dell'aria munito di batterie di riscaldamento e postriscaldamento, (Q_R e Q'_R), generalmente alimentate da caldaie, di batterie di refrigerazione alimentate da gruppi frigoriferi a compressione o, dati i valori non troppo bassi delle temperature minime del cicli, da gruppi frigoriferi ad assorbimento a bromuro di litio, da una sezione di spruzzamento d'acqua per l'umidificazione e da una serie di separatori di gocce di condensa per la deumidificazione.

Le apparecchiature sono regolate da una serie di umidostati, (U), e di termostati, (T), mentre qualora non vi siano particolari esigenze di temperatura o umidità, il gruppo può funzionare da semplice ventilatore.

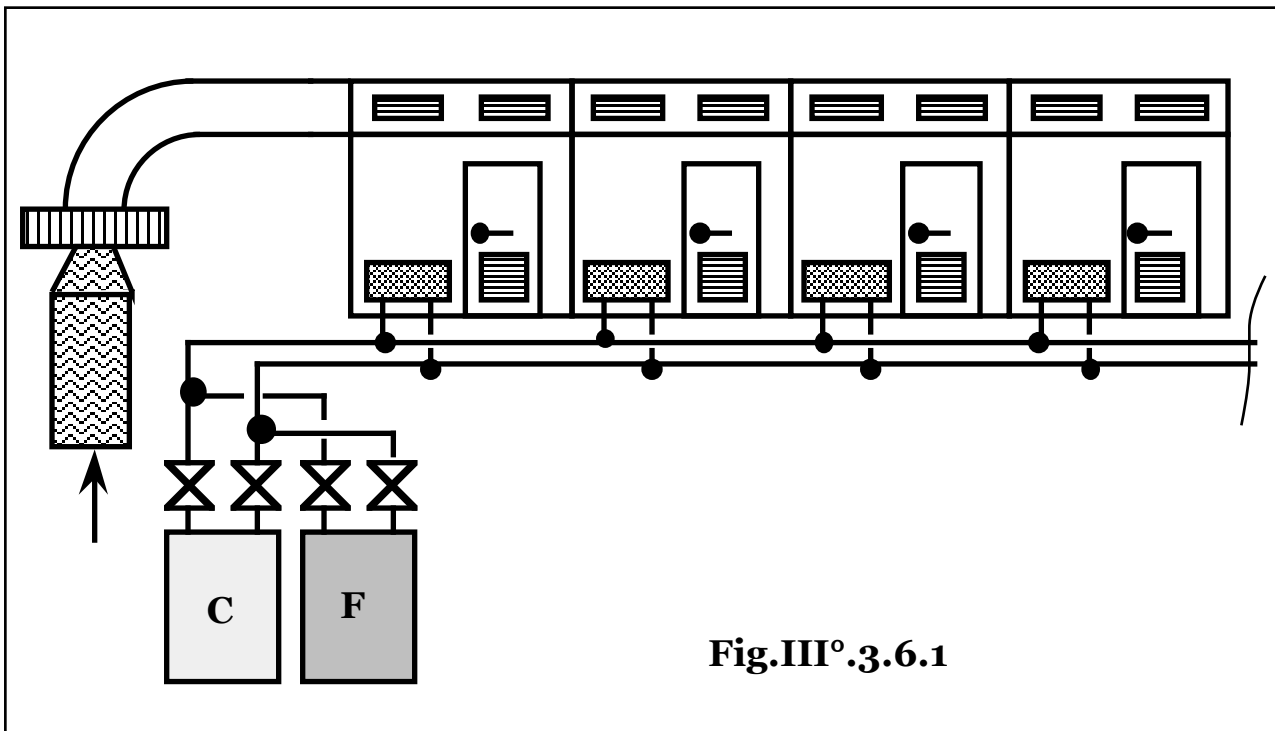
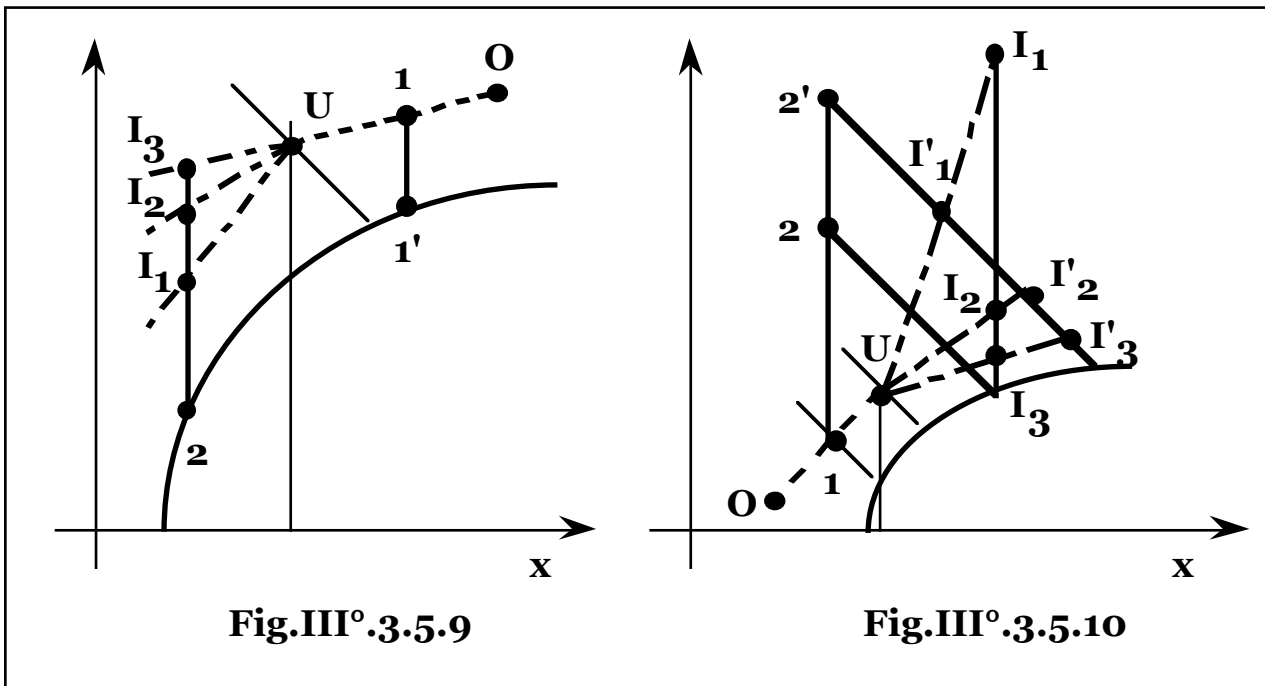
Al variare del fabbisogno dell'utenza, variano la potenza termica o frigorifera e la portata di vapore richieste e quindi la portata di aria,

regolata dal ventilatore e la pendenza della retta di lavoro, proporzionale al rapporto: Q/G_v .



In caso di condizionamento estivo, (**Fig. III° 3.5.9**), al termine della curva di deumidificazione, (stato fisico **2**), al variare della potenza termica di postriscaldamento, è possibile giungere al punto **I**, per qualunque inclinazione della retta di lavoro, mentre nel caso invernale, (**Fig. III° 3.5.10**), la regolazione può essere ottenuta agendo sulla portata, (e quindi sul grado), di umidificazione, (**2 - I**), ovvero, tenuto conto che il grado di umidificazione non è facilmente controllabile, effettuando un primo riscaldamento parziale, (**1 - 2**), umidificando con eccesso d'acqua fino alla saturazione, (**2 - 3**), e quindi postriscaldando fino al punto **I**, per qualunque inclinazione della retta di lavoro, (**3 - I**).

La trasformazione mista permette di abbassare la temperatura massima del ciclo, fino al limite, per infiniti cicli di umidificazione e riscaldamento, di T_i .



§ III° 3.6 – IMPIANTI MISTI DI CONDIZIONAMENTO, RISCALDAMENTO E REFRIGERAZIONE.

Gli impianti di condizionamento a sola aria, possono essere combinati con impianti termici-frigoriferi ad acqua composti da una caldaia e un gruppo frigorifero ad assorbimento a bromuro di litio per la

produzione di acqua calda o fredda, (**Fig.III°3.6.1**), collegati in parallelo a un sistema di ventilconvettori costituiti da scambiatori a batteria di tubazioni alettate all'esterno lato aria in circolazione forzata tramite ventole poste all'interno di ciascun ventilconvettore e percorse internamente dall'acqua calda o fredda.

L'impianto di condizionamento immette aria trattata dalla controsoffittatura, mentre l'uscita avviene da apposite bocchette a griglia poste generalmente sulle porte.

A meno del controllo dell'umidità ambientale, possono, infine, realizzarsi sistemi a sola acqua per riscaldamento e refrigerazione.

§ III°3.7 – RECUPERI ENERGETICI NEGLI IMPIANTI DI CONDIZIONAMENTO ESTIVO.

I cicli di condizionamento con deumidificazione e refrigerazione dell'aria, (condizionamento estivo), comportano un raffreddamento e un successivo riscaldamento dell'aria con doppia spesa di esercizio e di impianto per la contemporanea presenza di una sezione di refrigerazione e una di riscaldamento.

Poichè le potenze termica e frigorifera risultano, (**Fig.III°3.7.1**):

$$Q_r = (G + G_r)(h_i - h_3); Q_f = (G + G_r)(h_1 - h_3),$$

con: $h_1 > h_i$, si ha: $Q_f > Q_r$ e quindi la potenza termica di riscaldamento essendo: $T_1 > T_i$, risulta completamente recuperabile all'interno del ciclo ad aria stesso, o disponibile da quella di scarto del ciclo frigorifero, in maniera diretta dal fluido frigorifero in fase di condensazione o dal raffreddamento della portata d'acqua in uscita dal condensatore.

Recupero con ricircolo interno.

Con ricircolo interno della portata d'aria su se stessa, (**Fig.III°3.7.1**), e scambio termico nel corpo **S**, in funzione della geometria e superficie di scambio dello scambiatore, è infatti, possibile portare la portata d'aria **G** nello stato fisico **i**, richiesto in ingresso nell'ambiente, senza intervento della sezione di postriscaldamento.

Per il dimensionamento dello scambiatore di recupero, scelto uno schema in controcorrente che, considerando, (a meno della variazione di umidità), costante la portata di aria nei due sensi dello scambiatore, risulta a correnti parallele, la potenza termica scambiata risulta:

$$(G + G_r)(h_i - h_3) = \frac{S}{R_t}(T_1 - T_i) = \frac{S}{R_t}(T_4 - T_3),$$

con: $T_4 = T_1 - (T_i - T_3)$,

e lo stato fisico **4**, individuato dall'intersezione dell'isoterma: $T = T_4$, con la curva di rugiada, da cui:

$$S = (G + G_r)R_t \frac{h_i - h_3}{T_1 - T_i} = (G + G_r)R_t \frac{h_i - h_3}{T_4 - T_3}.$$

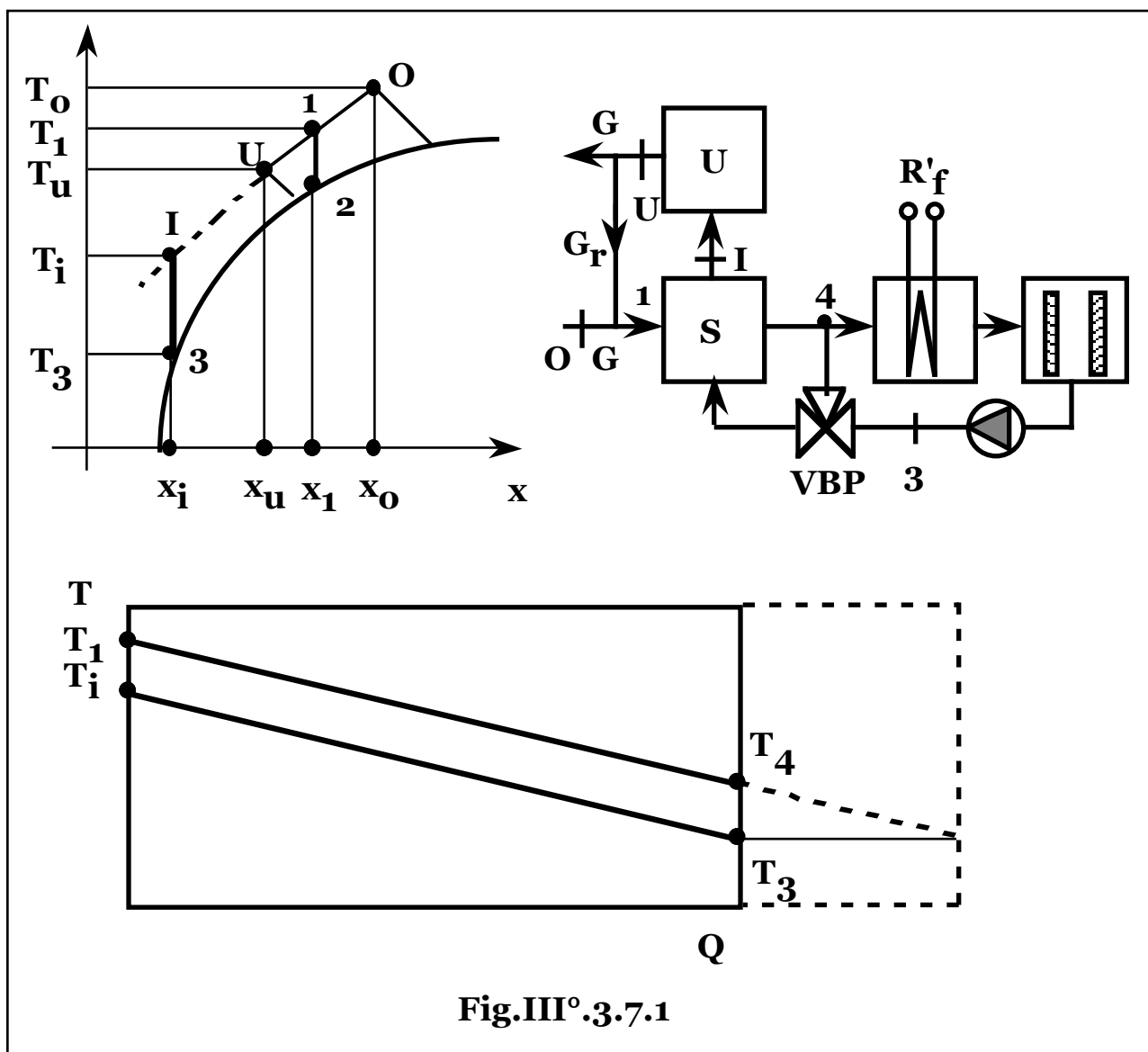


Fig.III° 3.7.1

Nello schema di impianto la valvola di bypass, (**VBP**), permette, all'avviamento, di isolare la sezione di refrigerazione dalla restante parte dell'impianto fino al raggiungimento della temperatura T_3 di

regime e quindi di innescare il circuito di condizionamento con ricircolo di recupero.

Si ottiene pertanto un risparmio economico risultante dall'assenza degli oneri di impianto ed esercizio della sezione di postriscaldamento di potenza: $(G + G_r)(h_i - h_3)$, e dalla riduzione degli oneri di installazione ed esercizio della sezione frigorifera della stessa potenza, a fronte dell'onere di installazione della sezione di recupero.

Il costo di installazione di un impianto di condizionamento, (I_o) , può esprimersi come:

$$I_o = q_p(G + G_r) + q_r(G + G_r)(h_i - h_3) + q_f(G + G_r)(h_1 - h_3),$$

nell'ipotesi che la parte di impianto non relativa agli scambi termici abbia un costo proporzionale alla portata circolante, $[q_p(G + G_r)]$, e i costi delle sezioni di refrigerazione e di riscaldamento siano proporzionali alle rispettive potenze:

$$q_r(G + G_r)(h_1 - h_3); q_f(G + G_r)(h_i - h_3).$$

Supposta una dipendenza lineare del costo dello scambiatore di recupero aria-aria, con la superficie di scambio: $b_o + bS$, il VAN dell'investimento risulta:

$$\begin{aligned} \text{VAN} = (G + G_r)(h_i - h_3) & \left[q_r + q_f + uT \left(\frac{c_c}{k_i h_g t_{ec}} + \frac{c_k}{\text{COP} t_{ek}} \right) \right] - \\ & - b_o - (G + G_r) \left(bR_t \frac{h_i - h_3}{T_1 - T_i} + uT \frac{c_k}{t_{ek}} \frac{Dp}{d_{sa} h_v} \right), \end{aligned}$$

con riscaldamento tramite caldaia e avendo indicato con Dp la perdita di carico totale nell'attraversamento dello scambiatore e con h_v il rendimento totale dei ventilatori, oppure:

$$\begin{aligned} \text{VAN} = (G + G_r)(h_i - h_3) & \left[q_r + q_f + uT \frac{c_k}{t_{ek}} \left(1 + \frac{1}{\text{COP}} \right) \right] - \\ & - b_o - (G + G_r) \left(bR_t \frac{h_i - h_3}{T_1 - T_i} + uT \frac{c_k}{t_{ek}} \frac{Dp}{d_{sa} h_v} \right), \end{aligned}$$

con riscaldamento elettrico.

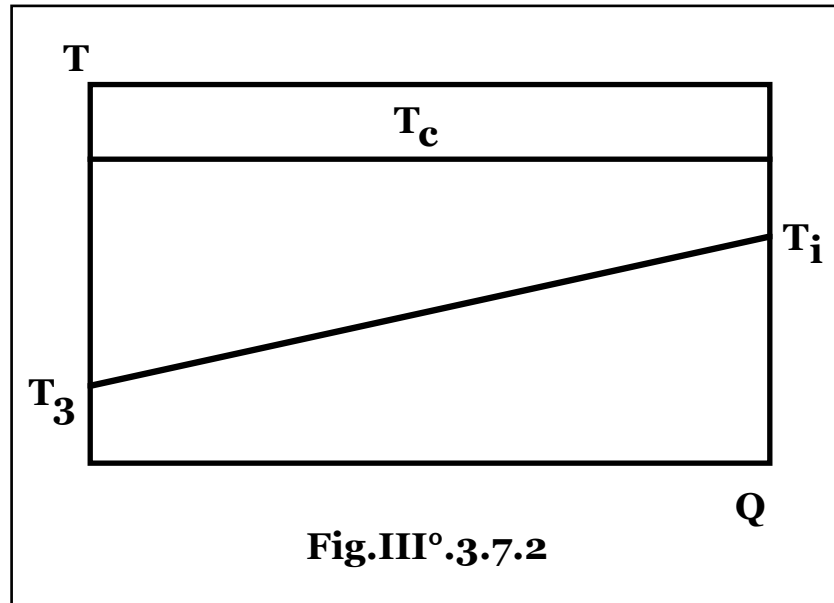
Recupero di potenza termica dal fluido frigorifero.

Utilizzando come potenza di postriscaldamento parte della potenza termica ceduta dal fluido frigorifero al condensatore, per il dimensionamento dello scambiatore di recupero, (condensatore), nota la temperatura di condensazione, (T_c) , del ciclo frigorifero e

imponendo che l'aria in uscita dallo scambiatore, si trovi nello stato fisico **i**, di ingresso nell'ambiente **U**, (**Fig.III° 3.7.2**), posto:

$(G + G_r)(h_i - h_3) \sim (G + G_r)c_{pa}(T_i - T_3)$, si ottiene:

$$S = (G + G_r)c_{pa}R_t \ln \frac{T_c - T_3}{T_c - T_i}$$



Il **VAN** dell'investimento, (con opportuna variazione dei parametri: **b_o**, **b**, **h_v** e **Dp**), risulta:

$$\begin{aligned} \text{VAN} = (G + G_r)(h_i - h_3) & \left(q_r + uT \frac{c_c}{k_i h_g t_{ec}} \right) - \\ & - b_o - (G + G_r) \left(b c_{pa} R_t \ln \frac{T_c - T_3}{T_c - T_i} + uT \frac{c_k}{t_{ek}} \frac{Dp}{d_{sa} h_v} \right), \end{aligned}$$

con riscaldamento tramite caldaia, oppure:

$$\begin{aligned} \text{VAN} = (G + G_r)(h_i - h_3) & \left[q_r + uT \frac{c_k}{t_{ek}} \right] - \\ & - b_o - (G + G_r) \left(b c_{pa} R_t \ln \frac{T_c - T_3}{T_c - T_i} + uT \frac{c_k}{t_{ek}} \frac{Dp}{d_{sa} h_v} \right), \end{aligned}$$

con riscaldamento elettrico, nulla essendo variato per la sezione frigorifera dell'impianto di condizionamento, e a cui andrebbe aggiunto l'utile relativo alla riduzione degli oneri di installazione ed esercizio della sezione di condensazione del ciclo frigorifero, la cui

potenza termica, (da sottrarre con acqua, o aria), risulta infatti ridotta del termine: $(G + G_r)(h_i - h_3)$.

Recupero di potenza termica dall'acqua di refrigerazione al condensatore.

Utilizzando come potenza di postriscaldamento parte della potenza termica assorbita dall'acqua di refrigerazione al condensatore, nota la relativa portata, (G_o) , e temperatura di uscita, (T_u) , dal condensatore, dalla relazione di scambio globale:

$$G_o c_1 (T_u - T_f) = (G + G_r) c_{pa} (T_i - T_3),$$

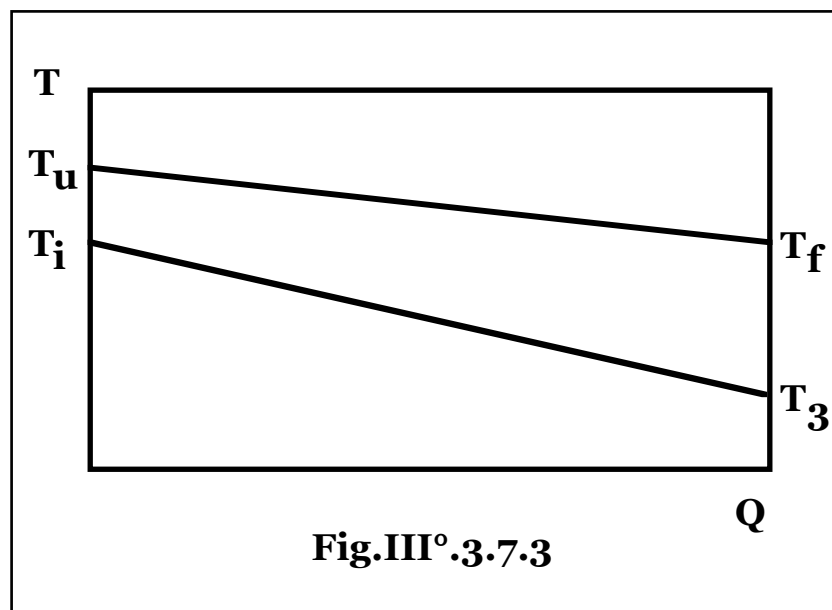
si ottiene la temperatura, (T_f) , di uscita dallo scambiatore di recupero:

$$T_f = T_u - \frac{G + G_r}{G_o} \frac{c_{pa}}{c_1} (T_i - T_3),$$

da cui, scelto uno schema controcorrente, (Fig.III°3.7.3), la superficie dello scambiatore di recupero di postriscaldamento

dell'aria, vale:
$$S = \frac{R_t}{\frac{1}{G_o c_1} - \frac{1}{(G + G_r) c_{pa}}} \ln \frac{T_u - T_i}{T_f - T_3}$$

$$= \frac{R_t}{\frac{1}{G_o c_1} - \frac{1}{(G + G_r) c_{pa}}} \ln \frac{T_u - T_i}{(T_u - T_3) - \frac{G + G_r}{G_o} \frac{c_{pa}}{c_1} (T_i - T_3)}$$



Il **VAN** dell'investimento, (ancora con opportuna variazione dei parametri: \mathbf{b}_0 , \mathbf{b} , \mathbf{h}_v e \mathbf{Dp}), risulta:

$$\mathbf{VAN} = (\mathbf{G} + \mathbf{G}_r)(\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_3) \left[\mathbf{q}_r + \mathbf{uT} \frac{\mathbf{c}_c}{\mathbf{k}_i \mathbf{h}_g \mathbf{t}_{ec}} \right] - (\mathbf{G} + \mathbf{G}_r) \mathbf{uT} \frac{\mathbf{c}_k}{\mathbf{t}_{ek}} \frac{\mathbf{Dp}}{\mathbf{d}_{sa} \mathbf{h}_v} -$$

$$\left(\mathbf{b}_0 + \mathbf{b} \frac{\frac{\mathbf{R}_t}{\mathbf{G}_0 \mathbf{c}_1} - \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{G} + \mathbf{G}_r) \mathbf{c}_{pa}}}{\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_i} \ln \frac{(\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_3) - \frac{\mathbf{G} + \mathbf{G}_r}{\mathbf{G}_0} \frac{\mathbf{c}_{pa}}{\mathbf{c}_1} (\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_3)}{\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_i} \right),$$

con riscaldamento tramite caldaia, oppure:

$$\mathbf{VAN} = (\mathbf{G} + \mathbf{G}_r)(\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_3) \left[\mathbf{q}_r + \mathbf{uT} \frac{\mathbf{c}_k}{\mathbf{t}_{ek}} \right] - (\mathbf{G} + \mathbf{G}_r) \mathbf{uT} \frac{\mathbf{c}_k}{\mathbf{t}_{ek}} \frac{\mathbf{Dp}}{\mathbf{d}_{sa} \mathbf{h}_v} -$$

$$\left(\mathbf{b}_0 + \mathbf{b} \frac{\frac{\mathbf{R}_t}{\mathbf{G}_0 \mathbf{c}_1} - \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{G} + \mathbf{G}_r) \mathbf{c}_{pa}}}{\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_i} \ln \frac{(\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_3) - \frac{\mathbf{G} + \mathbf{G}_r}{\mathbf{G}_0} \frac{\mathbf{c}_{pa}}{\mathbf{c}_1} (\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_3)}{\mathbf{T}_u - \mathbf{T}_i} \right),$$

con riscaldamento elettrico.

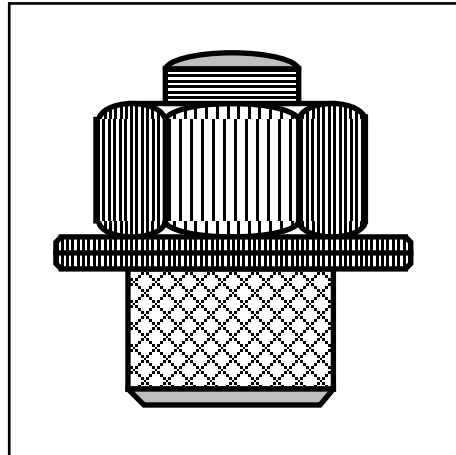
Il recupero di potenza termica con ricircolo interno appare energeticamente il più vantaggioso permettendo, oltre al risparmio dell'intera potenza di riscaldamento dell'aria, (comune a tutti i sistemi di recupero), anche una riduzione della potenza frigorifera installata.

A fronte del corrispondente vantaggio economico relativo alla diminuzione degli oneri di impianto ed esercizio della sezione frigorifera, risulta tuttavia un maggior onere di investimento per lo scambiatore di recupero il quale, a parità di potenza termica scambiata, richiede maggiori superficie di scambio presentando la massima resistenza termica, (entrambi i fluidi aeriformi), e minimi salti termici disponibili, (massimi per utilizzo del fluido frigorifero in condensazione, intermedi utilizzando l'acqua al condensatore).

In caso di impianti preesistenti, essendo già installate le sezioni di refrigerazione e riscaldamento, vanno eliminati gli utili di risparmio di investimento delle relative sezioni:

$$\mathbf{q}_r(\mathbf{G} + \mathbf{G}_r)(\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_3); \quad \mathbf{q}_f(\mathbf{G} + \mathbf{G}_r)(\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_3),$$

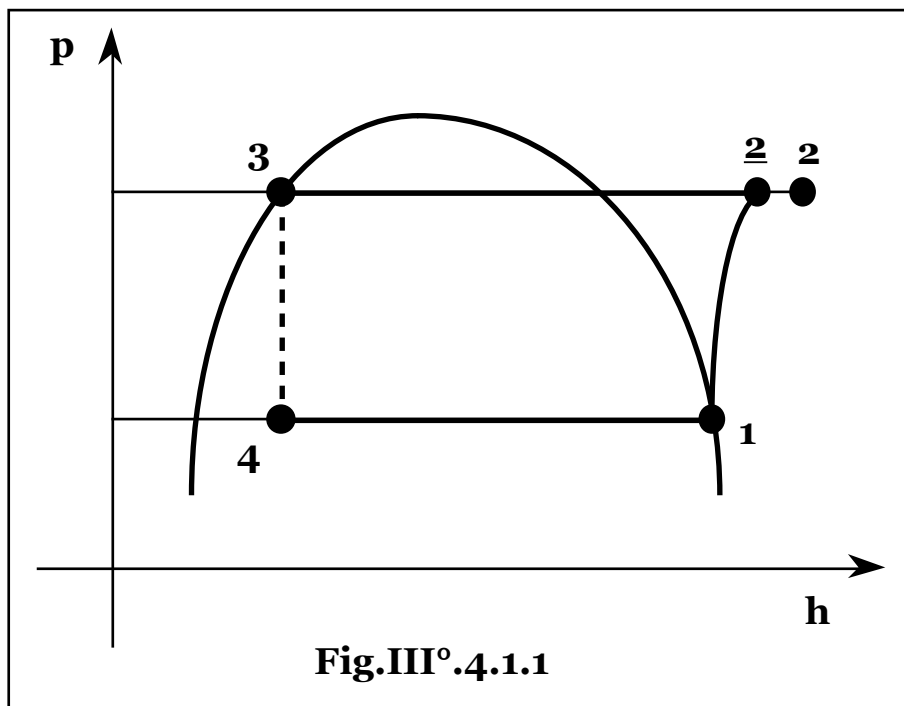
in ogni espressione del **VAN** dell'investimento relativo all'inserzione dei diversi schemi di scambiatore di recupero.



CAP.III° .4 – IMPIANTI A POMPA DI CALORE.

§ III°.4.1 – POMPE DI CALORE A COMPRESSIONE.

In un ciclo frigorifero semplice, (**Fig.III°.4.1.1**), l'effetto utile risulta la sottrazione di energia termica a bassa temperatura: $(h_1 - h_4)$, per unità di massa di fluido frigorifero, mentre l'energia termica specifica di scarto: $(h_2 - h_3)$, viene dissipata al condensatore alla minima temperatura compatibile con quella del relativo fluido refrigerante e costituisce il sottoprodotto del ciclo frigorifero stesso.



Se, tuttavia, si eleva la temperatura di condensazione a livelli utili per impieghi nel riscaldamento civile o industriale, o per uso tecnologico, si ottiene un ciclo in cui l'effetto utile risulta l'energia termica specifica ceduta all'esterno: $(h_2 - h_3)$, mentre la sottrazione di energia termica specifica a bassa temperatura: $(h_1 - h_4)$, ne diviene il sottoprodotto, (a meno del contemporaneo doppio utilizzo della potenza frigorifera e termica), e il relativo impianto è indicato come **pompa di calore**, in quanto in grado di trasferire potenza termica da una sorgente a bassa temperatura a una a temperatura maggiore insieme alla potenza meccanica fornita dalle macchine operatrici di compressione:
 $(h_2 - h_1)$, (specifica).

A meno dei rendimenti, il bilancio energetico globale risulta infatti:

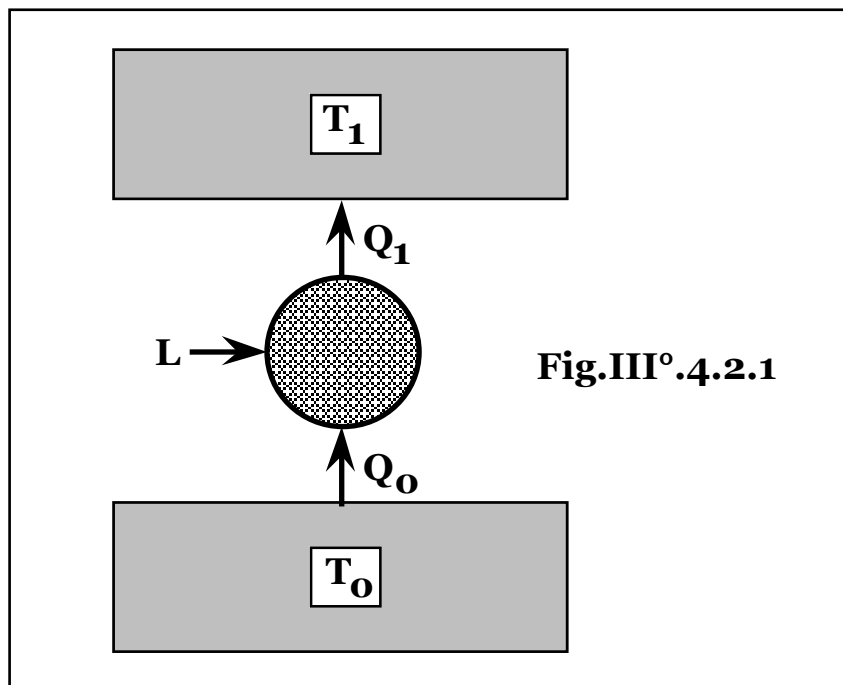
$$(h_1 - h_4) + (h_2 - h_1) = (h_2 - h_4) = (h_2 - h_3).$$

§ III° .4.2 – CICLI A POMPA DI CALORE.

Per trasformazioni ideali, il coefficiente di effetto utile di un ciclo a pompa di calore, h_{pc} , risulta, (Fig.III° .4.2.1):

$$h_{pc} = \frac{Q_1}{L} = \frac{Q_0 + L}{L} = 1 + \frac{Q_0}{L} = 1 + h_{fc},$$

essendo h_{fc} il coefficiente di effetto utile del ciclo pensato come frigorifero.



Parimenti in un diagramma $T-s$, indicando con T_0 , T_c le temperature ambiente e dello spazio da riscaldare, l'energia termica utile è rappresentata dall'area: $T_c Ds$, mentre il lavoro di compressione è rappresentato dall'area: $(T_c - T_0)Ds$, e quindi:

$$h_{pc} = T_c / (T_c - T_0) = 1 + T_0 / (T_c - T_0) = 1 + h_{fc},$$

ovvero superiore di un'unità rispetto al coefficiente h_f del sistema frigorifero operante fra le stesse temperature.

In un ciclo reale, si ha:

$$h_{fc} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} h_m h_e h_a; \quad h_{pc} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} h_m h_e h_a,$$

essendo h_m , h_e , h_a , i rendimenti meccanico di compressione, elettrico e relativo agli ausiliari, rispettivamente.

Si ottiene, quindi:

$$\begin{aligned} h_{pc} &= \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} h_m h_e h_a = \frac{(h_2 - h_1) + (h_1 - h_3)}{h_2 - h_1} h_m h_e h_a = \\ &= \frac{(h_2 - h_1) + (h_1 - h_4)}{h_2 - h_1} h_m h_e h_a = \\ &= h_m h_e h_a + \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} h_m h_e h_a = h_m h_e h_a + h_{fc}, \end{aligned}$$

ovvero il rapporto fra l'energia utile e l'energia spesa in un ciclo a pompa di calore è circa un'unità superiore a quello relativo al corrispondente ciclo frigorifero, essendo l'energia spesa, a meno delle perdite meccaniche elettriche e per ausiliari, ($h_m h_e h_a$), utilmente ceduta all'utenza.

Il rendimento rispetto all'isoentropica di compressione:

$$h_i = \frac{h_2 - h_1}{h_2 - h_1}, \text{ influenza solo il secondo termine:}$$

$$h_{fc} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} h_i h_m h_a h_e, \text{ dell'espressione in quanto il calore}$$

dissipato nella compressione risulta comunque energia termica ceduta utilmente all'utilizzatore e al limite di rendimento rispetto all'isoentropica che tende a zero, il coefficiente di effetto utile tende, (a meno dei rendimenti h_m , h_e , h_a), all'unità risultando in tal caso la pompa di calore un semplice convertitore di energia meccanica in energia termica.

Come per i cicli frigoriferi la riduzione del coefficiente di effetto utile di un impianto a pompa di calore rispetto a quello ideale, è innanzitutto imputabile alle perdite del compressore, (attriti, perdite volumetriche, perdite di carico delle valvole, perdite di temperatura sulle testate, efficienza del motore elettrico), che ne portano il rendimento a valori pari al **50 ÷ 60%**.

Il ciclo risulta inoltre alterato richiedendo un aumento del salto di pressione, ovvero delle temperature estreme del ciclo, rispetto a quello nominale.

Infatti a causa delle perdite di carico negli scambiatori di evaporazione e condensazione e lungo le linee, la pressione di

aspirazione deve risultare inferiore a quella nominale di evaporazione, mentre quella di mandata superiore a quella nominale di condensazione con effetto trascurabile per pompe di calore evaporanti ad acqua, mentre per quelle evaporanti ad aria il fenomeno comporta salti termici addizionali di **2 ÷ 4 °C** in evaporazione e circa **1 °C** in condensazione.

Il salto termico inoltre, deve risultare superiore a quello teorico in quanto lo scambio di potenza avviene attraverso superficie finite e richiede quindi differenze di temperatura, (in condensazione circa **5°C** con scambiatori acqua-fluido frigorifero a fascio tubiero per rilevanti potenze e a piastre per potenze limitate), mentre in evaporazione occorre distinguere fra pompe di calore ad acqua, (scambiatore acqua-fluido frigorifero), che richiedono un paragonabile salto termico, da quelle evaporanti ad aria, (scambiatore aria-fluido frigorifero), per le quali assume importanza rilevante l'umidità dell'aria.

Infatti per umidità relative superiori a circa il **50%**, la batteria scambia anche calore latente di condensazione dell'acqua contenuta e quindi la temperatura dell'aria a parità di potenza termica scambiata, diminuisce al diminuire dell'umidità con conseguente necessità di riduzione della temperatura e pressione di evaporazione e quindi del coefficiente **h_f** del ciclo, (al di sotto del **50%** di umidità relativa lo scambio di calore è solo sensibile e il fenomeno non è più avvertibile). Infine nelle pompe evaporanti ad aria, al pari degli impianti frigoriferi, il deposito di brina sulla superficie di scambio degli evaporatori riduce la superficie utile e l'area di passaggio con aumento delle perdite di carico nell'attraversamento delle alette della batteria e riduce quindi la portata di refrigerazione con effetto cumulativo in quanto per lo scambio della medesima potenza termica diviene necessaria una diminuzione della temperatura di evaporazione, (con conseguente riduzione del coefficiente di effetto utile del ciclo), e quindi di temperatura superficiale della batteria con progressivo aumento di formazione di brina.

I periodici cicli di sbrinamento, (a differenza degli impianti frigoriferi nei quali vengono generalmente realizzati a pioggia d'acqua), sono ottenuti tramite inversione del ciclo, ovvero facendo attraversare la batteria di evaporazione da fluido frigorifero ad alta pressione e temperatura in fase di condensazione con una prima fase in cui i ventilatori della batteria evaporativa vengono arrestati per ottenere la massima temperatura delle superficie e favorire lo scioglimento del ghiaccio e una successiva in cui vengono avviati per agevolare

l'asciugatura delle superfici evitando che al riavvio del ciclo le gocce d'acqua tornino a gelare.

La riduzione di efficienza è quindi particolarmente rilevante in quanto durante il ciclo di sbrinamento la pompa di calore pur continuando ad assorbire la medesima potenza di regime non solo non fornisce energia termica all'ambiente da riscaldare, ma gli cede una paragonabile quantità di potenza frigorifera con conseguente riduzione del coefficiente h_f del ciclo corrispondente a un intervallo di interruzione di erogazione utile pari a circa il doppio del tempo di sbrinamento e che in pratica, per due sbrinamenti all'ora, corrisponde a circa il **10%** del tempo di funzionamento, da cui una pari riduzione di efficienza.

Tali cicli comportano anche un aumento di usura di tutte le apparecchiature per inversione dei circuiti di alta e bassa pressione con inevitabili sollecitazioni su tutti i circuiti, possibili fuoriuscite di olio dalla coppa del compressore e rischio di ritorno di liquido all'aspirazione del compressore.

I cicli di sbrinamento possono essere previsti semplicemente a intervalli regolari, o comandati da una lettura della temperatura di uscita dell'aria o di pressione di evaporazione al di sotto di valori prefissati, mentre i più sofisticati sistemi di controllo sono guidati da un processore in grado di valutare l'effettiva presenza di brina sulle superficie evaporanti in base ai valori della pressione di evaporazione e della temperatura e umidità dell'aria con riduzione del numero di sbrinamenti al minimo necessario ottenendo risparmi energetici fino al 10÷20% e con minore usura delle apparecchiature.

L'entità del fenomeno è inversamente proporzionale alle dimensioni della batteria in quanto all'aumentare della superficie di scambio aumenta la temperatura di evaporazione e diminuiscono, quindi, i fenomeni di condensa.

§ III°.4.3 – GENERAZIONE DI ENERGIA TERMICA CON IMPIANTI A POMPA DI CALORE.

Indicando con T_g , T_o e T_c , le temperature del generatore di calore primario, ambiente e di utilizzo della potenza termica, da un impianto motore ideale per unità di energia termica primaria si ottiene l'energia meccanica: $(T_g - T_o)/T_g$, da cui l'energia termica resa:

$$\frac{T_g - T_o}{T_g} h_{pc} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o}.$$

Parimenti da un impianto di cogenerazione ideale, si ottiene, per unità di energia termica primaria, un'energia elettrica pari a:

$(T_g - T_c)/T_g$ e un'energia termica pari a: T_c/T_g , da cui l'energia

termica totale resa:
$$\frac{T_g - T_c}{T_g} h_{pc} + \frac{T_c}{T_g} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o},$$

ovvero equivalente alla generazione di energia elettrica in un sistema a condensazione che alimenta una pompa di calore.

Per: $T_o < T_c < T_g$, tale energia termica resa risulta sempre maggiore dell'unità essendo, per: $T_c < T_g$, la generazione termica diretta non isentropica, mentre tende all'unità per T_c che tende a T_g in quanto in tal caso, (e solo in questo), anche la generazione diretta di energia termica risulta isoentropica.

In sistemi reali l'energia termica ottenibile dall'unità di massa di un combustibile, vale: $k_i h_g$, mentre con l'impiego di sistemi a pompa di calore indicando con h_t il rendimento globale di produzione, trasporto e distribuzione di energia elettrica, l'energia termica ottenibile vale:

$k_i h_t h_{pc}$.

Affinchè il sistema sia energeticamente conveniente deve, pertanto,

risultare: $h_{pc} > \frac{h_g}{h_t}$.

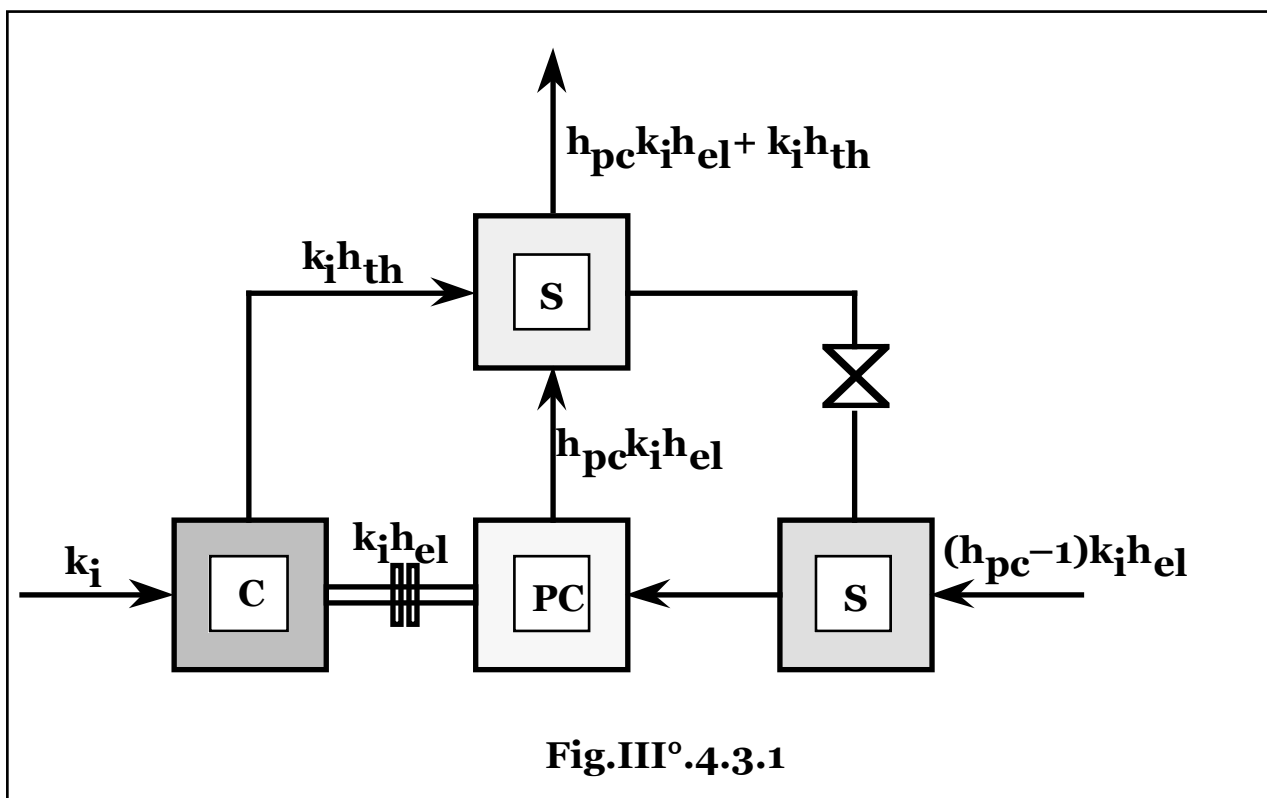
Il guadagno termico, inteso come rapporto fra l'energia termica resa all'utenza e il contenuto energetico del combustibile, vale:

$$\frac{k_i h_t h_{pc}}{k_i} = h_t h_{pc}.$$

Qualora la sezione a pompa di calore sia alimentata dalla potenza elettrica o meccanica, (o parte di essa), generata da un impianto di cogenerazione, si ha un aumento della produzione relativa di potenza termica fino alla sola produzione della potenza termica stessa, (**Fig.III° .4.3.1**).

Indicando con h_{el} e h_{th} i rendimenti elettrico e termico del sistema cogenerativo, per unità di massa di combustibile il rapporto fra l'energia termica ottenibile per combustione diretta e quella resa da un sistema cogenerativo con pompa di calore, risulta:

$$\frac{k_i h_g}{k_i h_{el} h_{pc} + k_i h_{th}} = \frac{h_g}{h_{el} h_{pc} + h_{th}}.$$



Affinchè il sistema sia energeticamente conveniente deve, pertanto,

risultare: $h_{pc} > \frac{h_g - h_{th}}{h_{el}} \sim 1$, essendo: $h_g \sim h_{el} + h_{th}$.

Il guadagno termico vale:

$$\frac{k_i h_{el} h_{pc} + k_i h_{th}}{k_i} = h_{el} h_{pc} + h_{th}.$$

Circa la valutazione economica dei sistemi, il **VAN** dell'investimento di un impianto a pompa di calore risulta:

$$VAN = QuT \frac{c_q}{t_{eq}} - QuT \frac{c_k}{h_{pc} t_{ek}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{qQ}{h_{pc}},$$

da cui: $c_q = \frac{c_k}{h_{pc}} \frac{t_{eq}}{t_{ek}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_{eq}}{uT h_{pc}},$

con **Q** potenza termica utile e **q** costo specifico di impianto riferito alla potenza elettrica installata.

Per riscaldamento di moduli abitativi di tipo civile o industriale, si ha:

$$Q = \frac{f_a S D T}{R_t}; \quad QuT = \frac{f_g S G G}{R_t}, \quad \text{ovvero: } uT = \frac{f_g G G}{f_a D T},$$

$$\text{da cui: } c_q = \frac{c_k}{h_{pc}} \frac{t_{eq}}{t_{ek}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_{eq} f_a D T}{f_g G G h_{pc}}$$

Nel caso di un impianto di cogenerazione in cui la potenza elettrica generata sia impiegata per guidare gruppi di pompe di calore, (di costo specifico q' riferito alla relativa potenza elettrica), il bene prodotto risulta unicamente potenza termica e il VAN dell'investimento vale:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= \frac{P h_{pc} u T c_q}{t_{eq}} + \frac{Q u T c_q}{t_{eq}} - \frac{G_c u T c_c}{t_{ec}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) (q + q') P = \\ &= P u T \left[h_{pc} + \frac{h_{th}}{h_{el}} \right] \frac{c_q}{t_{eq}} - \frac{P u T c_c}{k_i h_{el} t_{ec}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) (q + q') P, \end{aligned}$$

$$\text{da cui: } c_q = \frac{\frac{c_c}{k_i h_{el}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{(q + q') t_{eq}}{u T}}{h_{pc} + \frac{h_{th}}{h_{el}}},$$

$$\text{ovvero: } c_q = \frac{\frac{c_c}{k_i h_{el}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{(q + q') f_a D T t_{eq}}{f_g G G}}{h_{pc} + \frac{h_{th}}{h_{el}}}.$$

L'efficienza di una pompa di calore, (e quindi il costo dell'energia termica prodotta, funzione del coefficiente di effetto utile del sistema, ovvero delle temperature estreme del ciclo), risulta crescente al diminuire della temperatura di utilizzo della potenza termica e all'aumentare della temperatura della sorgente fredda.

E' pertanto vantaggioso l'impiego di scambiatori di calore a grande superficie e di fluidi a elevato coefficiente di scambio termico per ridurre i salti termici richiesti a parità di potenza termica scambiata, mentre al vaporizzatore è preferibile lo scambio termico con acqua che risulta generalmente a temperatura di alcuni gradi maggiore di quella dell'aria atmosferica. Il campo di più vantaggioso impiego dei sistemi a pompa di calore è quindi relativo al caso di bassi valori termodinamici dell'energia termica resa, (ovvero bassa temperatura), mentre per gli impianti a pompa di calore risultano indicati i sistemi di scambio a pannelli radianti o a ventilconvettori che riducono i salti termici intermedi. L'impiego di pompe di calore guidate da motori elettrici permette, infine, l'utilizzo di combustibili primari di minor

pregio, (olio combustibile, carbone), o più economici, (combustibili nucleari), rispetto ai combustibili pregiati, (gasolio, metano), richiesti nella generazione di potenza termica diretta all'utenza.

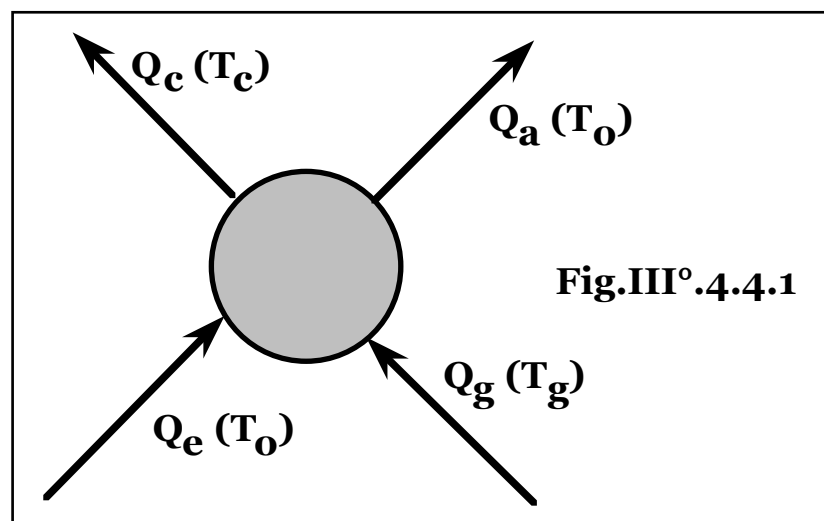
§ III° .4.4 – POMPE DI CALORE AD ASSORBIMENTO.

Qualora il ciclo frigorifero di riferimento sia ad assorbimento, si ottiene un impianto a pompa di calore ad assorbimento in cui il coefficiente di effetto utile, (h_{pa}), risulta pari al rapporto fra l'energia termica ceduta all'utenza e l'energia termica spesa al generatore.

Un ciclo a pompa di calore ad assorbimento è energeticamente conveniente se si ha: $h_{pa} > 1$, ovvero se il sistema appare un moltiplicatore dell'energia termica primaria in ingresso giustificandone l'impiego nel ciclo ad assorbimento rispetto a quello diretto all'utenza.

In caso di trasformazioni ideali, il coefficiente di effetto frigorifero del ciclo ad assorbimento, (h_{fa}), vale, (Fig.III° .2.9.1):

$$h_{fa} = \frac{Q_e}{Q_g} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_e}{T_o - T_e}$$



Nel ciclo a pompa di calore ad assorbimento, la potenza frigorifera viene prelevata alla temperatura ambiente, (T_o), mentre la potenza termica al condensatore è ceduta alla temperatura T_c richiesta all'utenza, (Fig.III° .4.4.1).

Dal bilancio energetico: $Q_c + Q_a = Q_e + Q_g$ e dalla condizione di reversibilità delle trasformazioni: $\frac{Q_c}{T_c} - \frac{Q_g}{T_g} + \frac{Q_a}{T_o} - \frac{Q_e}{T_o} = 0$, si ottiene:

$$h_{pa} = \frac{Q_c}{Q_g} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \left(1 + \frac{T_o}{T_c - T_o} \right),$$

e poichè il rapporto: $T_o/(T_c - T_o)$, rappresenta il coefficiente di effetto frigorifero del ciclo a compressione, (h_{fc}), operante fra le temperature

$$T_c \text{ e } T_o, \text{ si ha: } h_{pc} = 1 + h_{fc} = 1 + \frac{T_o}{T_c - T_o} = \frac{T_c}{T_c - T_o},$$

$$\text{da cui: } h_{pa} = \frac{T_g - T_o}{T_g} h_{pc},$$

a dimostrazione dell'equivalenza, in caso di trasformazioni ideali, dell'impiego diretto di energia termica primaria in un ciclo a pompa di calore ad assorbimento o della sua trasformazione in lavoro meccanico, con rendimento pari a: $(T_g - T_o)/T_g$, da utilizzare in un ciclo a pompa di calore a compressione, ovvero che la generazione isoentropica di calore si ottiene anche alimentando col calore primario un ciclo a pompa di calore ad assorbimento, ideale.

Per cicli reali, si ottiene: $Q_a \sim Q_c$ e quindi: $Q_c \sim Q_g$, da cui:

$$h_{pa} = \frac{Q_c}{Q_g} \sim 1.$$

Pertanto, a meno di considerazioni economiche sugli oneri di impianto, (necessariamente assai più gravosi per sistemi a pompa di calore ad assorbimento rispetto agli schemi di riscaldamento diretto), gli impianti a pompa di calore ad assorbimento non risultano moltiplicatori dell'energia termica primaria e non comportano, quindi, riduzioni dei costi di esercizio.

La logica impiantistica d'origine dello schema ad assorbimento proposto è, tuttavia, di tipo frigorifero in cui il calore di scarto risulta un sottoprodotto senza valore del ciclo e l'impianto è dimensionato in funzione dell'ottimizzazione del coefficiente di effetto frigorifero e quindi con minima temperatura della soluzione ricca in uscita dall'assorbitore.

In realtà, tuttavia, le temperature all'assorbitore sono tali da fornire la potenza termica Q_a a livelli termici paragonabili a quelli relativi alla sezione di condensazione e quindi come potenza utile da sommare

alla potenza termica Q_c . E' quindi possibile realizzare un unico circuito di generazione di potenza termica comprendente il condensatore e l'assorbitore e in tal caso si ha: $h_{pa} = \frac{Q_c + Q_a}{Q_g}$.

Il corrispondente ciclo termodinamico appare, tuttavia, modificato per aumento della temperatura all'assorbitore, ovvero del livello termico considerato come ambiente. Per trasformazioni ideali l'aumento della potenza termica disponibile, relativo al computo della potenza termica Q_a , è bilanciato dalla diminuzione di efficienza del ciclo dovuta all'aumento della temperatura della soluzione ricca in uscita dall'assorbitore con effetto globale nullo.

Risulta infatti, per temperatura all'assorbitore pari a T_o :

$$h_{pa} = \frac{Q_c}{Q_g} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o},$$

mentre per temperatura all'assorbitore pari a T_c :

$$h_{pa} = \frac{Q_c + Q_a}{Q_g} = 1 + \frac{Q_e}{Q_g} = 1 + h_{fa},$$

con:
$$h_{fa} = \frac{T_g - T_c}{T_g} \frac{T_o}{T_c - T_o},$$

da cui:
$$h_{pa} = \frac{Q_c + Q_a}{Q_g} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o}.$$

Il valore: $\frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o}$, risulta anche l'energia termica ottenibile

da un sistema di generazione isoentropico, formato cioè, da un ciclo motore o cogenerativo ideale e una pompa di calore a compressione ideale, che risulta quindi equivalente alla generazione isoentropica di calore tramite un ciclo a pompa di calore ad assorbimento ideale.

Negli schemi reali, tuttavia, (anche con eventuale utilizzo della potenza termica di raffreddamento della torre di rettifica), si ottengono valori di efficienza pari a: $1,1 < h_{pa} < 1,5$.

Il **VAN** dell'investimento di un impianto a pompa di calore ad assorbimento, riferendo gli oneri di impianto alla potenza termica, (Q_g), installata, risulta:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= Q_c u T \frac{c_q}{t_{eq}} - G_c u T \frac{c_c}{t_{ec}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q Q_c}{h_{pa}} = \\ &= Q_c u T \frac{c_q}{t_{eq}} - \frac{Q_c u T}{k_i h_g h_{pa}} \frac{c_c}{t_{ec}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q Q_c}{h_{pa}}, \end{aligned}$$

essendo: $G_c k_i h_g = Q_c / h_{pa}$, da cui il costo dell'energia termica

prodotta: $c_q = \frac{c_c}{k_i h_g h_{pa}} \frac{t_{eq}}{t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_{eq}}{u T h_{pa}}$.

ovvero: $c_q = \frac{c_c}{k_i h_g h_{pa}} \frac{t_{eq}}{t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_{eq} f_a D T}{f_g G G h_{pa}}$.

Qualora invece l'energia termica primaria non sia generata direttamente tramite combustibili, ma derivi come sottoprodotto di altre lavorazioni, o da sistemi a recupero, o da fonti rinnovabili, indicando con c_q^* il suo costo specifico di utilizzo, il **VAN** risulta:

$$\text{VAN} = Q_c u T \frac{c_q}{t_{eq}} - \frac{Q_c u T}{h_{pa}} \frac{c_q^*}{t_{eq}^*} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q Q_c}{h_{pa}},$$

da cui: $c_q = \frac{c_q^*}{h_{pa}} \frac{t_{eq}}{t_{eq}^*} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_{eq}}{u T h_{pa}}$,

ovvero: $c_q = \frac{c_q^*}{h_{pa}} \frac{t_{eq}}{t_{eq}^*} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q t_{eq} f_a D T}{f_g G G h_{pa}}$,

eventualmente coincidente col solo termine di impianto qualora la potenza termica primaria non possa essere altrimenti utilizzata e debba quindi essere dispersa, ($c_q^* = 0$).

§ III° 4.5 – RENDIMENTO ENERGETICO DEI CICLI TERMICI.

Nelle valutazioni energetiche relative ai cicli termici si considera abitualmente come energia specifica teoricamente disponibile da un combustibile, il suo potere calorifico inferiore o , (con opportune disposizioni di impianto), superiore. In realtà la combustione è un fenomeno altamente irreversibile, mentre il fenomeno ideale di riferimento risulta l'ossidazione reversibile del combustibile stesso, con generazione, per unità di massa di combustibile, di energia elettrica, (**E**), e di calore, (**q_o**), a temperatura, (**T₁**), superiore a quella ambiente, (**T_o**). L'energia meccanica ideale, (**L***), ottenibile per conversione dell'energia chimica dell'unità di massa di combustibile, vale quindi: $L^* = E + q_o(T_1 - T_o)/T_1$, cui può aggiungersi il lavoro

specifico, (L'), di espansione disponibile per differenza di pressione parziale fra i prodotti di reazione, (generalmente CO_2 e H_2O), e l'atmosfera. Il lavoro specifico massimo ottenibile, (L), vale quindi:

$L = E + q_0(T_1 - T_0)/T_1 + L'$, e risulta: $L \sim k_i$ per i comuni idrocarburi. Impiegando tale lavoro specifico massimo in un ciclo a pompa di calore, si ricava, quindi, la massima energia termica specifica, (q), ottenibile dall'energia chimica di un combustibile: $q = L h_{pc}$.

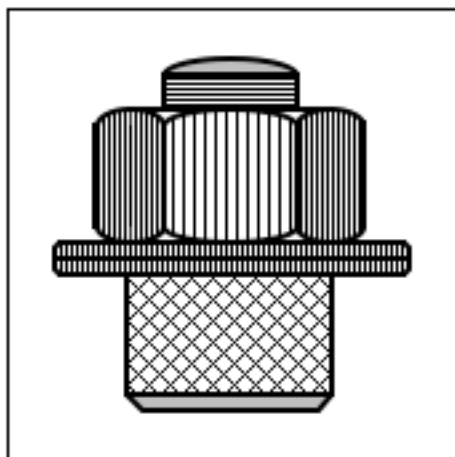
Il rendimento rispetto all'isoentropica, (h_i), di un sistema di produzione di energia termica, inteso come rapporto fra l'energia effettivamente ottenibile e quella relativa alla trasformazione, (o ciclo di trasformazioni), ideale, vale quindi:

$$h_i = \frac{k_i h_g}{L h_{pc}} \sim \frac{h_g}{h_{pc}} = h_g \frac{T_c - T_0}{T_c}$$

I valori numerici che si ottengono in pratica risultano assai limitati essendo un impianto di riscaldamento tradizionale generalmente un convertitore di energia elettrochimica potenziale in energia termica a temperatura prossima alla minima del sistema, con un primo aumento di entropia dovuta allo scambio di potenza termica

attraverso differenze finite di temperatura: $\frac{T_f - T_c}{T_f T_c}$, essendo T_f la temperatura di combustione, più quello, (Ds_c), dovuto alle irreversibilità della combustione e con perdita di lavoro specifico

teoricamente disponibile, (DL), pari quindi a: $DL = \left(\frac{T_f - T_c}{T_f T_c} + Ds_c \right) T_0$.



CAP.III° .5 – IMPIANTI DI POTENZA MECCANICA.

§ III° .5.1 – CICLI MOTORI.

Il fabbisogno di potenza meccanica è una costante nell'evoluzione storica dell'uomo che fino dagli albori della civiltà ha adoperato la propria forza muscolare e poi quella degli animali addomesticati per compiere lavoro.

In seguito, con l'avvento delle prime macchine semplici è iniziato lo sfruttamento delle fonti dirette di energia meccanica presenti in natura, (eolica, idraulica).

Poichè, tuttavia, tali fonti risultano aleatorie, non uniformemente distribuite e assai esigue nei confronti delle disponibilità di energia chimica presente nei combustibili, il vero sviluppo industriale è stato possibile solo quando, scoperte le leggi della termodinamica, si sono identificati i cicli a fluido per la conversione di energia termica in energia meccanica e/o elettrica, tornando in linea di principio, alle origini essendo gli organismi animali, dal punto di vista energetico, macchine termiche.

I cicli motori sono ottimizzati all'ottenimento dei massimi valori del rendimento globale di conversione e del lavoro specifico del fluido motore.

Il rendimento globale di conversione è il rapporto fra l'energia meccanica ottenuta e l'energia termica primaria sviluppata dalla reazione chimica di combustione di composti indicati quindi, come combustibili.

Il suo massimo valore corrisponde quindi al più efficiente utilizzo delle fonti primarie e quindi al minimo costo di esercizio dell'impianto.

Il lavoro specifico è il lavoro ottenibile dall'unità di massa di fluido motore circolante, per cui il suo massimo valore comporta in linea di principio, la massima economia di impianto, richiedendo la minima portata a parità di potenza meccanica richiesta.

In caso di conflitto delle due esigenze e a meno di particolari interessi di politica energetica, i sistemi sono ottimizzati al minimo valore del costo specifico globale dell'energia prodotta.

I cicli motori rivestono un'importanza basilare in tutto lo sviluppo tecnologico umano, ma mostrano purtroppo anche un risvolto negativo in termini di inquinamento e consumo di materie prime non rigenerabili.

Il loro studio è pertanto essenziale anche in ogni analisi di sviluppo basato sull'utilizzo di fonti rinnovabili a basso impatto ambientale e a tecniche di disinquinamento e riciclo di rifiuti e inquinanti da reimpiegare come materie prime.

Conversione di energia termica. Cicli motori a fluido.

La conversione convenzionale di energia termica si avvale dei cicli motore a fluido.

Poiché per il I° Principio della Termodinamica in ogni percorso ciclico l'energia globale scambiata con l'esterno, (calore e lavoro), deve essere nulla, ($Q + L = 0$), in ognuno di due tratti in cui questo sia arbitrariamente suddiviso, (percorsi **a** e **b**), si ottiene:

$$(Q_a + L_a) = (Q_b + L_b).$$

Scelti i due tratti tali che risulti: $Q_a > Q_b$, e quindi:

$L_b - L_a = Q_a - Q_b > 0$, si ottiene un lavoro netto utile pari a: $L_b - L_a$, a spese di un utilizzo di energia termica Q_a , (l'energia termica resa, Q_b , appare in genere a temperature che la rendono inutilizzabile ovvero a exergia bassa o nulla e quindi non compresa nel bilancio), e

quindi con rendimento: $\frac{L_b - L_a}{Q_a} = \frac{Q_a - Q_b}{Q_a} = 1 - \frac{Q_b}{Q_a}$.

Pertanto l'essenza di un **ciclo motore** a fluido, risulta una successione chiusa di trasformazioni termodinamiche di un fluido, ovvero ripetibili indefinitamente, in cui a spese di una cessione netta di energia termica, il bilancio di energia meccanica risulti positivo, ovvero in cui l'energia meccanica resa risulti maggiore dell'energia meccanica assorbita.

Ciclo di Carnot

Il ciclo di conversione termodinamicamente ottimale, prende il nome dallo scienziato francese che per primo ne formulò le caratteristiche, (Carnot).

E' composto, (**Fig.III°.5.1.1**), da una compressione isoentropica del fluido, (**12**), da una cessione isoterma di calore, (**23**), da una espansione isoentropica, (**34**), e dalla cessione isoterma del calore di scarto all'ambiente, (**41**).

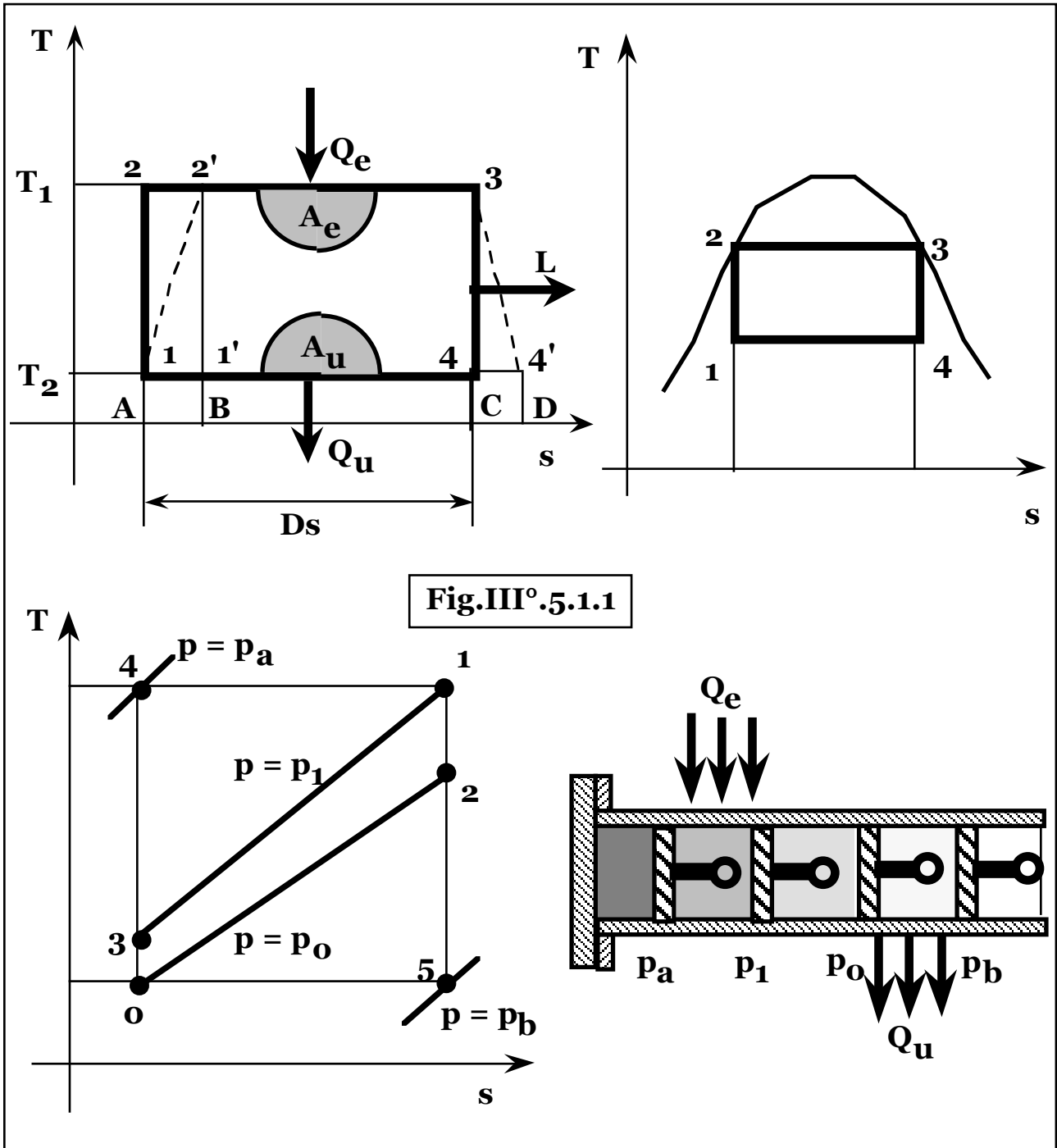
Su un diagramma **T - s**, appare quindi un rettangolo.

Dalla definizione di entropia: $ds = dQ/T$, si ha: $dQ = Tds$, per cui in ogni trasformazione l'area sottesa dalla curva rappresenta il calore scambiato: $Q = \int T(s)ds$.

Nel ciclo motore il calore ceduto al fluido a temperatura costante vale quindi: $Q_e = T_1Ds$, mentre quello ceduto all'ambiente: $Q_u = T_2Ds$, per cui essendo per il I° Principio della Termodinamica,

(conservazione dell'energia): $Q_e - Q_u = L$, si ottiene: $L = (T_1 - T_2)Ds$,
 da cui il rendimento di conversione:

$$h = L/Q_e = (T_1 - T_2)Ds/T_1 Ds = 1 - T_2/T_1.$$



Il risultato si ottiene direttamente anche dalla definizione del 1° Principio, ($L = Q_e - Q_u$), e dalla condizione di isoentropicità delle trasformazioni: $Q_e/T_1 - Q_u/T_2 = 0$, ovvero: $Q_u = Q_e T_2/T_1$, da cui:

$L = Q_e - Q_u = Q_e(1 - T_2/T_1)$, condizione coincidente con la conservazione dell'exergia: $Q_e(1 - T_2/T_1) = L + Q_u(1 - T_2/T_2) = L$.

Si conclude pertanto che le condizioni ottimali per un ciclo motore risultano la massima temperatura di picco e la minima temperatura di cessione del calore di scarto all'ambiente.

Scostandosi dalla massima temperatura di picco, infatti, diminuisce sia l'area del rettangolo rappresentativo del lavoro ottenuto, (**1234**), che quello rappresentativo del calore ceduto, (**A23C**), ma in frazione minore.

Indicando la diminuzione di area con A_e , il rendimento risulta:

$[(T_1 - T_2)Ds - A_e]/[T_1Ds - A_e]$, minore di: $1 - T_2/T_1$, " T_2 , A_e .

Ancora, scostandosi dalla minima temperatura del ciclo, (area A_u), diminuisce l'area del rettangolo rappresentativo del lavoro ottenuto e aumenta quello rappresentativo del calore ceduto, a parità di calore speso da cui una diminuzione di rendimento.

Circa le due isoentropiche, nella compressione, (**12**), uno spostamento verso destra, (**2'**, entropia crescente), comporta un lavoro generato pari a: $L = Q_e - Q_u = B2'3C - A14C$, ovvero una diminuzione rispetto al caso ideale pari a:

$[A23C - A14C] - [B2'3C - A14C] = A22'B$, mentre il calore da cedere si riduce della stessa quota, per cui si ha ancora diminuzione del rendimento globale di conversione.

Infine uno scostamento dalla isoentropica in espansione, a parità di calore ceduto, (**A23C**), aumenta la quota di calore di scarto della quantità **C44'D**, con conseguente pari diminuzione di lavoro ottenuto e quindi riduzione del rendimento di conversione.

Realizzazione di un ciclo motore di Carnot.

Un ciclo di conversione ideale, (Carnot), a vapore, (**Fig.III°5.1.1**), può essere realizzato, (a meno di impraticabilità pratica), con due isoterme a temperatura di vaporizzazione, (T_1), e di condensazione, (T_2), ed espansione, (**3 - 4**), e compressione, (**1 - 2**), isoentropiche, nel campo bifase.

Il lavoro netto, risulta dalla differenza fra quello erogato nell'espansione meno quello speso nella compressione, essendo nullo lo scambio di lavoro durante le trasformazioni isoterme, che sono isobare, ($L = \int vdp = 0$).

Un ciclo a gas di Carnot, (**Fig.III°5.1.1**), è composto da una

compressione isoentropica, (0 - 4), dalla pressione p_o , (temperatura T_o), alla pressione p_a , (T_1), una isoterma, (4 - 1), a T_1 , con assorbimento della potenza termica Q_e , una espansione isoentropica, (1 - 5), da p_1 alla minima pressione del sistema, (p_b), una cessione isoterma di potenza termica, (Q_u), a T_o .

Essendo: $T_4 = T_1$; $T_o = T_5$, i rapporti di compressione/espansione:

risultano identici: $\frac{p_a}{p_o} = \left(\frac{T_4}{T_o}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{p_1}{p_b} = \left(\frac{T_1}{T_5}\right)^{\frac{k}{k-1}}$, e pertanto il lavoro

di compressione:

$$L_c = \frac{k}{k-1} p_o v_o \left[\left(\frac{p_4}{p_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = c_p T_o \left[\left(\frac{p_4}{p_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = c_p T_o \left(\frac{T_4}{T_o} - 1 \right) =$$

$= c_p(T_4 - T_o)$, e quello di espansione:

$$L_e = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_5}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = c_p T_1 \left[\left(\frac{p_5}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = c_p T_1 \left[\frac{T_5}{T_1} - 1 \right] =$$

$= c_p(T_5 - T_1) = -c_p(T_4 - T_o)$, risultano, (a meno del segno), gli stessi, con risultante nulla.

In tal caso, tuttavia, durante le trasformazioni isoterme, si ha variazione di pressione e quindi scambio di lavoro.

Risultando le trasformazioni isoterme, isoentalpiche, ($dh = c_p dT$), nella fase di riscaldamento, si ha: $DH = Q_e + L_r = 0$, ovvero il lavoro reso, (in valore assoluto), vale:

$$L_r = Q_e = \int_4^1 v dp = p_4 v_4 \ln(p_a/p_1) = RT_1 \ln(p_a/p_1),$$

mentre nella fase di raffreddamento, ($DH = Q_u + L_f = 0$):

$$L_f = Q_u = \int_5^o v dp = p_5 v_5 \ln(p_o/p_b) = RT_o \ln(p_o/p_b), \text{ con lavoro}$$

netto: $L = Q_e - Q_u = R(T_1 - T_o) \ln(p_o/p_b) = R(T_1 - T_o) \ln(p_a/p_1)$,

essendo: $p_a/p_1 = p_o/p_b$, e rendimento:

$$h_c = \frac{Q_e - Q_u}{Q_e} = \frac{R(T_1 - T_0) \ln \frac{p_a}{p_1}}{RT_1 \ln \frac{p_a}{p_1}} = 1 - \frac{T_0}{T_1}.$$

Mantenendo il gas alla massima temperatura del ciclo durante l'espansione, rimane massimo il volume specifico e quindi massimo il lavoro erogato, mentre mantenendo alla minima temperatura del ciclo il gas durante la compressione, rimane minimo il volume specifico e quindi minimo il lavoro speso.

Nel diagramma $T - s$, il lavoro erogato appare anche come area compresa nel ciclo stesso: $L = Q_e - Q_u = (T_1 - T_0)Ds$.

Combinando la relazione: $\frac{T_3}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$, con: $T_3 = T_1 e^{\frac{Ds}{c_p}}$, si

ottiene: $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} e^{\frac{Ds}{c_p}}$, ed essendo: $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_a}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$, risulta:

$\left(\frac{p_a}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} e^{\frac{Ds}{c_p}}$, da cui: $Ds = R \ln \frac{p_a}{p_1}$, e quindi:

$$Q_e = L_r = T_1 Ds = RT_1 \ln \frac{p_a}{p_1}; \quad Q_u = L_f = T_0 Ds = RT_0 \ln \frac{p_a}{p_1};$$

$$L = L_r - L_f = Q_e - Q_u = (T_1 - T_0)Ds = R(T_1 - T_0) \ln(p_a/p_1).$$

$$h_c = 1 - \frac{T_0}{T_1}.$$

Conversione diretta di energia chimica.

Ogni reazione chimica comporta un riassetamento delle strutture atomiche che vi partecipano e qualora i composti risultanti mostrino una maggiore energia di legame rispetto a quelli di partenza, la differenza appare come energia cinetica disordinata distribuita fra tutte le molecole prodotte, (calore), che in parte può apparire in forma di lavoro.

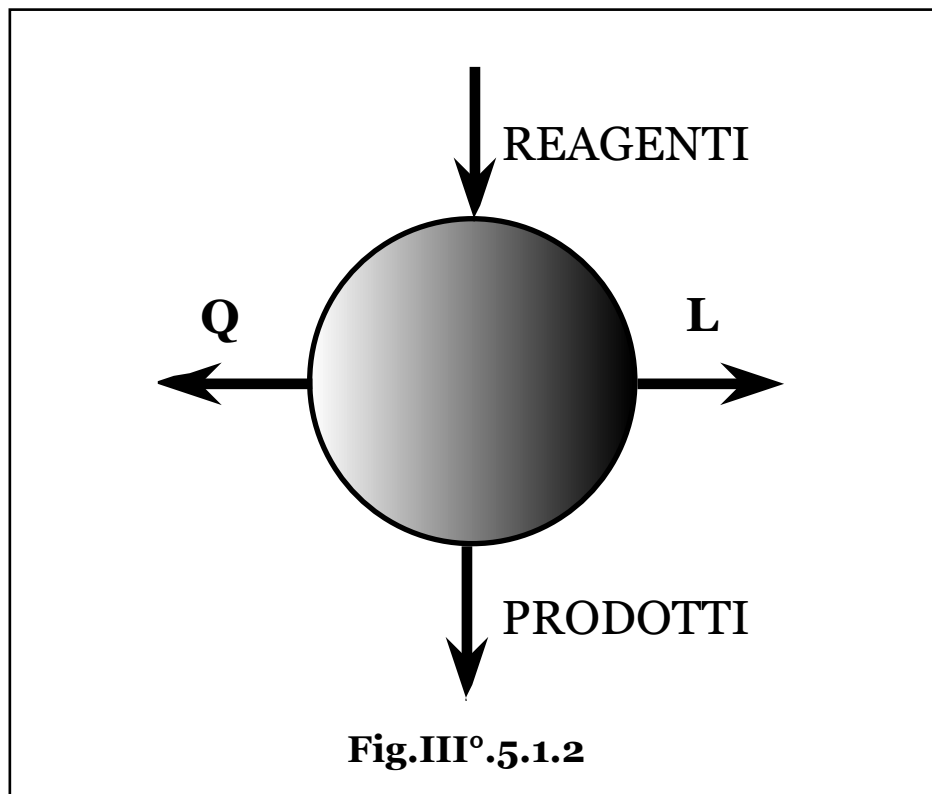
Un reattore che impieghi energia chimica, risulta un sistema nel quale due o più sostanze in ingresso, (reagenti), subiscono reazioni chimiche, (trasformandosi in prodotti in uscita), con liberazione, (o assorbimento), di energia termica, (Q), e lavoro meccanico, (L).

Il bilancio energetico globale risulta, (**Fig.III°.5.1.2**):

$H_1 = H_2 + Q + L$, con H_1 , H_2 entalpie di formazione dei reagenti e dei prodotti rispettivamente.

L'energia necessaria alla scissione della molecola di un composto nei suoi componenti elementari, coincide con l'energia che si libera nella formazione della molecola stessa per nascita di energie di legame, indicata come **entalpia di formazione**.

In una reazione chimica, pensando il fenomeno come una preventiva separazione dei reagenti e successiva combinazione nei prodotti, la scissione richiede l'entalpia di formazione dei reagenti, mentre la combinazione libera l'entalpia di formazione dei prodotti e pertanto il riarrangiamento libera o assorbe la differenza fra le energie di legame, ovvero delle entalpie di formazione come variazione globale delle energie di legame.



Si ottiene dunque: $H_1 - H_2 = DH = Q + L$.

In caso di trasformazioni ideali e di sistema a temperatura uniforme, (**T**), le trasformazioni con generazione di lavoro risultano isoentropiche, mentre il calore scambiato risulta:

$Q = T(S_1 - S_2) = T DS$, con S_1, S_2 , entropia globale dei reagenti e dei prodotti, rispettivamente.

Si ottiene quindi: $H_1 - H_2 = -TS_2 + TS_1 + L$,

da cui: $L = (H_1 - T S_1) - (H_2 - T S_2) = (DH - T DS)$, ovvero decrescente con la temperatura e con valore massimo relativo alle condizioni ambiente di riferimento, ($T = T_0$).

Tuttavia qualora la temperatura di esercizio risulti maggiore di quella minima disponibile, (ambiente): $T > T_0$, risulta ottenibile una ulteriore quota di energia meccanica utilizzando l'energia termica di scarto: TDS , in un ciclo motore ideale, ottenendo una quota di lavoro pari a: $T DS(1 - T_0/T)$, per un totale:

$L = (H_1 - TS_1) - (H_2 - TS_2) + TDS(1 - T_0/T) = (H_1 - T_0 S_1) - (H_2 - T_0 S_2)$ con massimo utilizzo delle potenzialità di conversione dell'energia chimica disponibile.

Il lavoro globale ottenuto dal sistema risulta di conseguenza indipendente dalla temperatura di esercizio e pari al suo valore massimo, mentre per reazioni reali, a meno di specifici livelli termici richiesti dai cicli, mediando fra le opposte esigenze di temperatura nella conversione chimica e nell'utilizzo della potenza termica di scarto, si ottiene un valore di temperatura di massimo lavoro globale.

Definita la grandezza exergia, (che essendo funzione di variabili di stato risulta pure una funzione di stato): $E = H - T_0 S$, si ottiene:

$L = E_1 - E_2 = DE$, con E_1, E_2 exergia globale dei reagenti e dei prodotti, rispettivamente.

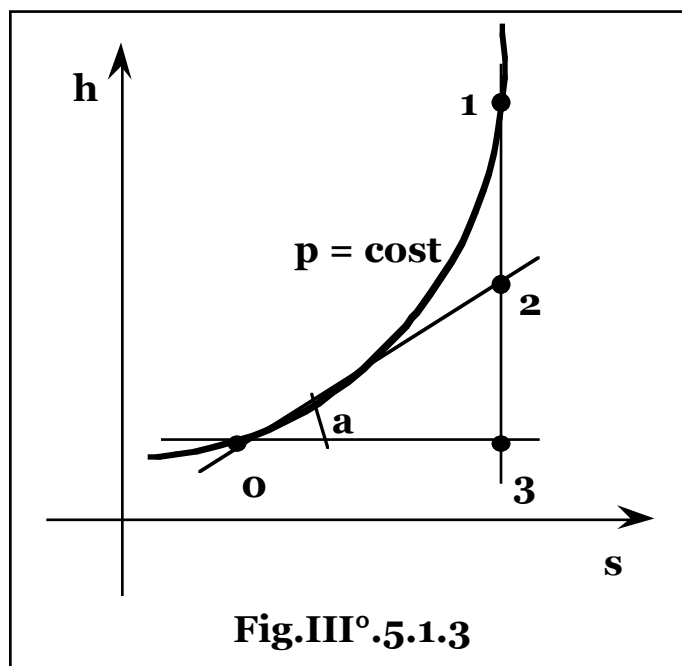
L'exergia assume, quindi, il significato fisico di frazione del contenuto energetico totale, (entalpia), di un fluido, convertibile in lavoro meccanico e la variazione di exergia corrisponde pertanto al massimo lavoro ottenibile dalla reazione chimica.

Su un diagramma $h - s$, (**Fig.III° 5.1.3**), per ogni generico stato fisico di un fluido, (1), si ha: (1 - 3) = ($h_1 - h_3$) = ($h_1 - h_0$);

$$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{p=\text{cost}} = \left(\frac{dQ}{ds}\right)_p = \left(\frac{Tds}{ds}\right)_p = T,$$

pertanto l'angolo di inclinazione, (a), della tangente, (0 - 2), alla isobara nel punto 0, vale: $a = \text{arctg} T_0$ e poichè risulta:

(0 - 3) = ($s_1 - s_0$), si ottiene: (2 - 3) = ($s_1 - s_0$) tga = ($s_1 - s_0$) T_0 .



Pertanto, per la valutazione grafica dell'exergia specifica di un fluido, (e), in un generico stato fisico, mandata la tangente alla isobara alla temperatura di riferimento, (T_0), il segmento intercettato sulla isoentropica: $s = s_1$, risulta: $(1-2) = (1-3) - (2-3) =$
 $= (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) = (h_1 - T_0 s_1) - (h_0 - T_0 s_0) = e_1 - e_0$.
 Il rendimento ideale di trasformazione, (h_i), risulta:

$$h_i = \frac{L}{DH_0} = \frac{DE}{DH_0} = \frac{(H_1 - H_2) - T_0(S_1 - S_2)}{DH_0} \approx 1 - \frac{T_0(S_1 - S_2)}{DH_0},$$

con: DH salto entalpico fra prodotti e reagenti nelle condizioni di reazione e DH_0 entalpia di riferimento per la reazione, ovvero entalpia di reazione relativa a reagenti allo stato puro e a pressione e temperatura di riferimento, (p_0, T_0).

Qualora si abbia $S_1 > S_2$, (emissione di calore all'esterno), il rendimento risulta: $h_i = 1 - \left| \frac{T_0(S_1 - S_2)}{DH_0} \right| = \frac{DE_0}{DH_0}$.

Qualora invece si abbia: $S_1 < S_2$, (la reazione richiede calore), si ottiene una variazione di exergia maggiore della corrispondente variazione di entalpia. Tuttavia poichè il calore necessario alla reazione deriva necessariamente, (a meno di sorgenti esterne da computarsi nel calcolo del rendimento), dall'entalpia disponibile all'interno della cella stessa, il rendimento risulta:

$$h_i = \frac{(DH - Q) + T_o |DS|}{DH_o} = 1, \text{ non essendovi cessione di calore all'esterno}$$

In tal caso il sistema, oltre all'energia chimica dei reagenti, è quindi in grado di convertire in lavoro utile energia termica assorbita dall'ambiente con rendimento ideale praticamente unitario:

$$h_i = \frac{DH + T_o |DS|}{DH_o + Q} = \frac{DH + T_o |DS|}{DH_o + T |DS|} = 1,$$

e maggiore dell'unità, relativamente alla sola energia chimica dei

reagenti: $h_i = \frac{DH + T_o |DS|}{DH_o}$.

Il risultato valido per la conversione chimica diretta, necessariamente deve coincidere con quello relativo a un ciclo a fluido motore ideale.

Tuttavia, affinché il ciclo risulti ideale, per l'utilizzo di tutto il potenziale elettrochimico disponibile, non devono essere presenti fenomeni non isoentropici, come l'eventuale trasferimento di energia termica dalla temperatura originaria di generazione a una inferiore di picco del ciclo a fluido, circostanza che in caso del ciclo termodinamico si ha solo se la temperatura di picco del ciclo coincide con quella di combustione.

Detta, pertanto, T_c la temperatura di combustione, il calore ceduto al ciclo, (Q_1), è pari a quello generato dalla reazione chimica di

combustione, ovvero: $Q_1 = DH = T_c DS$, da cui: $T_c = \frac{DH}{DS}$, mentre il calore ceduto all'ambiente, (Q_2), vale: $Q_2 = T_o DS$.

Il rendimento del ciclo motore ideale vale, pertanto:

$$h_c = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_c - T_o}{T_c} = 1 - \frac{T_o}{T_c} = 1 - \frac{T_o DS}{DH}$$

Nei cicli reali la temperatura di picco del fluido motore risulta limitata, oltre che dalla natura delle reazioni impiegate, da considerazioni di tecnologia dei materiali, mentre la temperatura di cessione del calore di scarto dipende, oltre che dal tipo di trasformazione dei fluidi, dalla minima temperatura degli agenti ambientali incaricati di smaltire il suddetto calore.

Per trasformazioni reali, quindi, il rendimento di conversione dei cicli motori è penalizzato, per motivi tecnologici, dalla minore temperatura

di picco del ciclo rispetto a quella teorica di combustione, (temperatura di fiamma a rapporto stechiometrico 2.190 K per metano e 2.400 K per idrogeno), mentre nel sistema teorico di conversione elettrochimica, non essendo richiesta una trasformazione intermedia di energia chimica in energia termica, non si hanno esigenze di alte temperature e anzi, il rendimento della sola sezione chimica diretta, risulta massimo per funzionamento a temperatura ambiente.

La conversione elettrochimica diretta reale inoltre, presenta minori irreversibilità dovute sia alla diminuzione della differenza dei potenziali elettrochimici dei reagenti e dei prodotti, (proporzionale all'aumento di entropia), che alla riduzione dei gradienti termici dovuta alla progressiva diminuzione dell'energia contenuta nei prodotti di reazione per sottrazione di energia elettrica nel corso della trasformazione.

L'exergia nominale è riferita a uno stato termodinamico standard, fissato dal valore standard di due, (regola delle fasi), funzioni di stato, (tipicamente pressione e temperatura).

In realtà nelle valutazioni energetiche per la determinazione dell'exergia di ogni elemento o composto, reagente e prodotto, la pressione da considerare è quella parziale, che dipende dalla presenza di altre sostanze e quindi in genere non coincide con quella totale e che, anche in caso di reazioni chimiche isobare, varia.

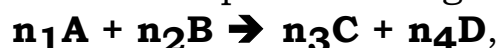
Riferendo le grandezze alla **kg mole** di sostanza, per trasformazioni isoterme si ha: $dL = de = dh - T_0 ds = vdp$, ovvero: $de = R_0 T_0 dp/p$, (l'exergia, come ogni altra funzione di stato, non varia se lo stato fisico resta immutato, ovvero per temperatura e pressione costanti).

Si ottiene quindi: $e = e_0 + \int_{p_0}^p R_0 T_0 dp/p = e_0 + R_0 T_0 \ln(p/p_0)$.

Rispetto all'exergia nominale, (e_0), riferita alla pressione standard, (p_0), pertanto, l'exergia specifica reale, (alla pressione parziale, p),

differisce della quantità: $\int_{p_0}^p R_0 T_0 dp/p = R_0 T_0 \ln(p/p_0)$.

Per una reazione chimica esprimibile in generale come:



fra prodotti gassosi, assimilabili per comportamento a gas perfetti, (pressioni proporzionali alle rispettive frazioni molari), l'exergia dei reagenti vale dunque:

$$E_R = n_1 \left(e_{oA} + R_o T_o \ln \frac{n_1}{n_1 + n_2} \right) + n_2 \left(e_{oB} + R_o T_o \ln \frac{n_2}{n_1 + n_2} \right),$$

mentre quella dei prodotti risulta:

$$E_P = n_3 \left(e_{oC} + R_o T_o \ln \frac{n_3}{n_3 + n_4} \right) + n_4 \left(e_{oD} + R_o T_o \ln \frac{n_4}{n_3 + n_4} \right).$$

Si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} DE &= E_R - E_P = (n_1 e_{oA} + n_2 e_{oB}) - (n_3 e_{oC} + n_4 e_{oD}) + \\ &= DE_{o,T} + R_o T_o \left[n_1 \ln \frac{n_1}{n_1 + n_2} + n_2 \ln \frac{n_2}{n_1 + n_2} - \right. \\ &\quad \left. - n_3 \ln \frac{n_3}{n_3 + n_4} - n_4 \ln \frac{n_4}{n_3 + n_4} \right] = \\ &= DE_{o,T} + R_o T_o \ln \left[\left(\frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^{n_1} \left(\frac{n_2}{n_1 + n_2} \right)^{n_2} \left(\frac{n_3 + n_4}{n_3} \right)^{n_3} \left(\frac{n_3 + n_4}{n_4} \right)^{n_4} \right] = \\ &= DE_{o,T} + R_o T_o \ln \left[\frac{n_1^{n_1} n_2^{n_2} (n_3 + n_4)^{(n_3 + n_4)}}{(n_1 + n_2)^{(n_1 + n_2)} n_3^{n_3} n_4^{n_4}} \right]. \end{aligned}$$

Il rendimento ideale per ossidazione di idrogeno e carbonio, (i costituenti principali di tutti i combustibili), risulta:

$H_2 + 1/2 O_2 \rightarrow H_2O$, ovvero: $n_1 = 1$; $n_2 = 1/2$; $n_3 = 1$; $n_4 = 0$, da cui:

$$h_i = \frac{DE_o + R_o T_o \ln 0,3849}{DH_o}.$$

Essendo: $DH_o = 286 \cdot 10^6$ J/kg mole; $DE_o = 228 \cdot 10^6$ J/kg mole,

$R_o = 8314,3$ J/kg mole/K, si ottiene, (assumendo: $DE_{o,T} \sim DE_o$):

$h_i = 78,89\%$, a fronte di un rendimento ideale di conversione, h_c ,

(Carnot), con temperatura di picco: $T = 873$ K, pari a: $h_c = 65,64\%$.

Per l'ossidazione del carbonio: $C + O_2 \rightarrow CO_2$, risulta:

$$n_1 = n_2 = n_3 = 1; n_4 = 0, \text{ da cui: } h_i = \frac{DE_o + R_o T \ln 0,25}{DH_o}.$$

Essendo: $DH_o \sim DE_o = 394 \cdot 10^6$ J/kg mole, ($DS \sim 0$), si ottiene,

(assumendo: $DE_{o,T} \sim DE_o$): $h_i = 99,12\%$, a fronte di un rendimento

ideale di conversione con temperatura di picco: $T = 1273$ K, pari a:

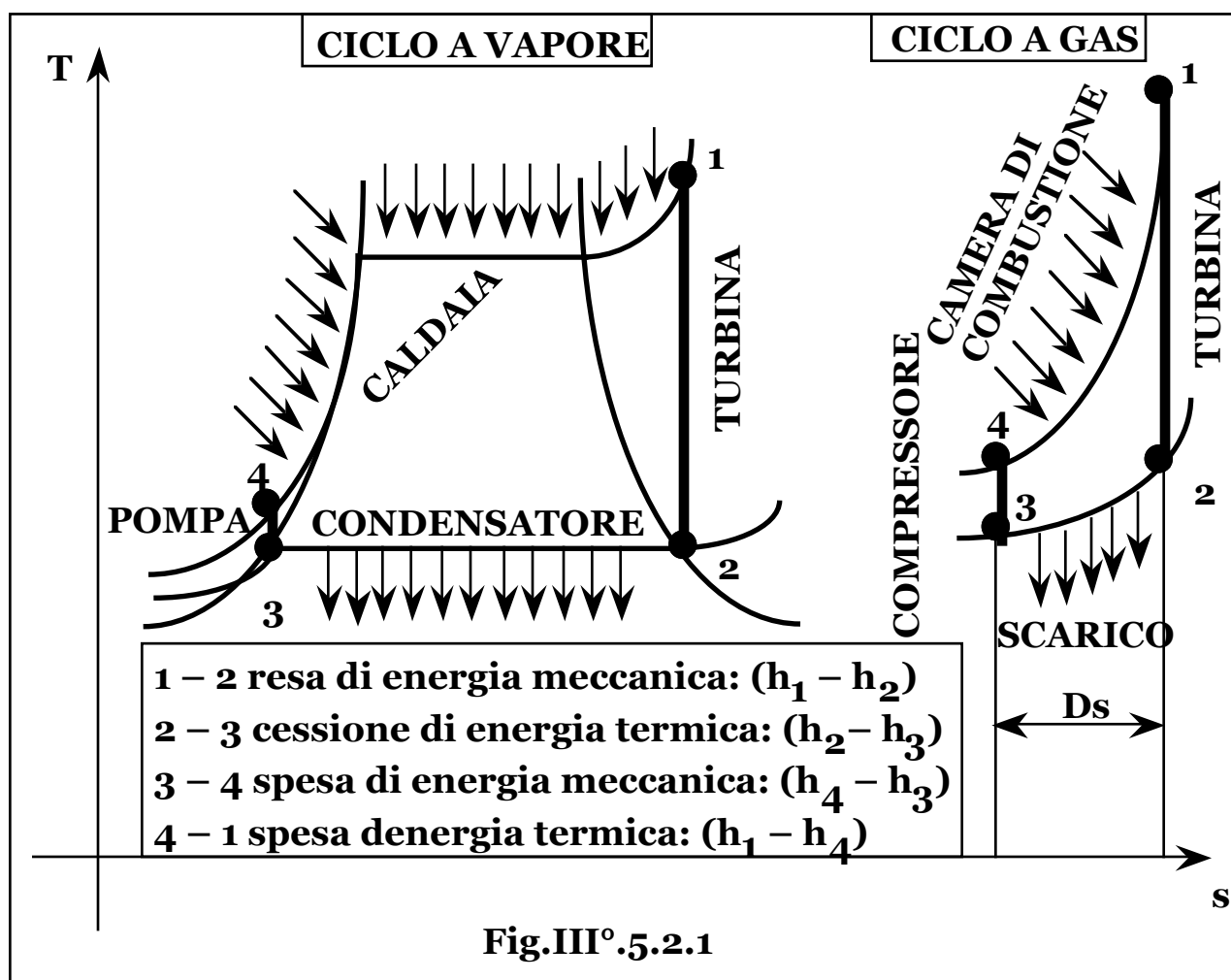
$h_c = 76,43\%$.

I rendimenti di conversione termodinamica risultano, cioè, penalizzati rispetto a quelli elettrochimici, (in cui viene utilizzato tutto il potenziale elettrochimico disponibile), ogniqualvolta la temperatura di picco del ciclo motore risulta minore di quella massima di combustione.

§ III° 5.2 – GENERAZIONE DI ENERGIA MECCANICA.

Il principio di base di ogni ciclo motore consiste nell'ottenere a spese di energia meccanica, (in macchine operatrici), e termica, (in scambiatori di calore), un fluido dotato di caratteristiche potenziali in grado di erogare energia meccanica espandendosi, (in macchine motrici).

Qualunque ciclo motore tuttavia, richiede anche una cessione di calore di scarto all'esterno, per cui il lavoro netto ottenuto, (erogato dal fluido meno quello ceduto al fluido), non è pari al calore speso, ma il ciclo risulta solo una parziale conversione dell'energia termica impiegata in energia meccanica, (**Fig.III° 5.2.1**).



Ogni ciclo motore consiste quindi in quattro trasformazioni di base:

- cessione di energia meccanica al fluido, (compressione);
- cessione di energia termica al fluido in caldaia, o camera di combustione;
- erogazione di energia meccanica da parte del fluido, (espansione in turbina o in manovellismi di spinta);
- emissione di energia termica di scarto dal fluido all'ambiente.

L'equazione energetica di una macchina motrice od operatrice, mostra che il lavoro ottenuto o speso, è proporzionale, (a meno dei rendimenti), al salto entalpico del fluido attraverso la macchina.

Pertanto per ottenere un ciclo motore, nella successione di trasformazioni termodinamiche, occorre che la fase di resa di energia meccanica, (espansione), comporti un salto entalpico maggiore di quello relativo alla fase di cessione di energia meccanica, (compressione).

Il fluido impiegato come motore può subire o meno cambiamenti di fase durante il ciclo di conversione.

Nel caso di cicli con cambiamento di fase, (**vapore**), essendo l'energia di compressione di un liquido, trascurabile rispetto a quella relativa a un aeriforme, il fluido viene fatto espandere in turbina allo stato di vapore, condensato cedendo il calore di scarto all'ambiente, quindi compresso nello stato liquido e infine riscaldato fino alla saturazione, vaporizzato e surriscaldato in caldaia, chiudendo il ciclo, (rinunciando a fluidi sufficientemente privi di sali e impurità, nelle antiche motrici il vapore a bassa pressione dopo l'espansione veniva espulso con prelievo di acqua di reintegro dall'esterno).

Pertanto un ciclo a vapore, pur con apparecchiature a rendimento limitato ed eventuale rilevante spesa di energia termica, (ovvero con basso rendimento globale di conversione), comporta sempre un bilancio positivo di energia meccanica resa, (da cui il contributo di energia meccanica spesa, valutato globalmente insieme alle altre apparecchiature di servizio, in termini di rendimento ausiliari), risultando per questo, il ciclo motore storicamente adottato per primo.

$$\frac{s-s_0}{c_p}$$

Per un **gas** lungo ogni isobara, si ha: $T(s) = T(s_0)e^{\frac{Ds}{c_p}}$, da cui:

$$T_1 = T_4 e^{\frac{Ds}{c_p}}; T_2 = T_3 e^{\frac{Ds}{c_p}}, \text{ da cui un salto entalpico:}$$

Ds

$(T_1 - T_2) = (T_4 - T_3)e^{c_p \frac{Ds}{R}}$, crescente con l'entropia del fluido, ovvero con il riscaldamento del fluido stesso e quindi con lavoro ottenibile nell'espansione, (calcolato in base alla trasformazione politropica):

$$L = \int_{p_1}^{p_2} v dp = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \left\{ \frac{nR}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \right\} T_1$$

o necessario nella compressione:

$$L = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \frac{n}{n-1} p_3 v_3 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \left\{ \frac{nR}{n-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \right\} T_3$$

crescenti con la temperatura.

Il ciclo a **gas** più semplice quindi, consiste in una compressione di gas alla minima temperatura disponibile, un riscaldamento in camera di combustione, una espansione in turbina e un raffreddamento in scambiatori di calore, (in caso di aria o altro gas a perdere, con espulsione diretta del gas dopo l'espansione e aspirazione di aria dall'esterno).

Per i cicli a gas nessuno dei contributi di scambio di energia meccanica essendo spesi od ottenuti su o da aeriformi, risulta trascurabile, richiedendo la valutazione del contributo netto.

L'energia meccanica netta, dal valore positivo per trasformazioni isoentropiche, al diminuire dei rendimenti delle macchine, diminuisce fino a valori che riducendo progressivamente il lavoro specifico ottenuto, (energia ottenuta per unità di massa di fluido motore), richiedono dimensioni crescenti per unità di potenza, rendendo antieconomiche le apparecchiature necessarie, (fino a non raggiungere il sostentamento), da cui il ritardo verificatosi storicamente rispetto agli schemi a vapore, finchè la tecnologia non ha reso disponibili apparecchiature a sufficiente efficienza.

§ III° .5.3 – IMPIANTI MOTORI A VAPORE. CICLO TERMODINAMICO.

Nei cicli a vapor d'acqua, lo smaltimento della potenza termica di scarto, (condensazione), avviene a temperatura costante e al minimo valore del sistema, compatibile con la temperatura del fluido di

refrigerazione, (generalmente acqua), ovvero nelle condizioni termodinamiche ottimali.

Lo stato fisico del vapore in uscita dal generatore e ingresso in turbina, è invece, fissato solo da limitazioni tecnologiche.

Poiché per l'influenza del lavoro di compressione della condensa, il massimo lavoro specifico corrisponde al massimo salto entalpico in turbina, per ottenerne alti valori in cicli a elevato rendimento, è necessario raggiungere pressioni nel generatore superiori al centinaio di bar, ($p_o = 160 \div 180 \text{ bar}$), con conseguente elevata sollecitazione di tutte le sezioni dell'impianto, mentre lo scambio termico avviene in corpi a superficie, ovvero attraverso pareti solide, per cui anche se le turbine risultano alimentate da un vapore non corrosivo, (acqua), le attuali temperature di picco, risultano non superiori a $800 \div 900 \text{ K}$ e non economicamente aumentabili, ovvero con una maturità tecnico-economica a livelli di rendimento globale di conversione su valori del $40 \div 42\%$, (con cicli ipercritici e numero di spillamenti fino a **12** e temperatura dell'acqua di alimento oltre i $300 \text{ }^\circ\text{C}$, si giunge a valori di circa il **50%**).

Per incrementare la temperatura media di cessione calore, viene inserita una sezione di **risurriscaldamento** del vapore, ovvero un ritorno in caldaia della portata di vapore dopo una espansione parziale in turbina, fino a riportarsi alle condizioni di picco.

Per innalzare la temperatura di inizio riscaldamento in caldaia viene inserita una sezione di **rigenerazione**, composta da uno o più scambiatori di calore che preriscaldano la condensa a spese del calore di condensazione di portate di vapore, spillate dopo una parziale espansione in turbina.

In caso di risurriscaldamento, il contemporaneo aumento della potenza meccanica generata e del consumo di combustibile, non permette una valutazione diretta della variazione del rendimento che può invece, essere riconosciuto come qualitativamente incrementato considerando che a parità di temperatura di cessione del calore di scarto, risulta incrementata la temperatura media di cessione di calore al fluido, mentre la rigenerazione, con contemporanea riduzione di potenza elettrica e del consumo di combustibile, comporta un aumento di rendimento in quanto nel ciclo globale si ha un aumento della temperatura media di cessione di calore al fluido di lavoro a parità di temperatura di cessione del calore di scarto.

Dal punto di vista energetico le condizioni ottimali di rigenerazione corrispondono al riscaldamento isoentropico dell'acqua di alimento fino alla temperatura di saturazione alla pressione p_o , (T_o), ottenibile,

(teoricamente), o tramite scambio termico col vapore in espansione in turbina, o sottraendo vapore anzichè potenza termica alla portata di vapore in espansione in turbina, in maniera continua a evitare irreversibilità nello scambio termico.

In pratica la sezione di rigenerazione è composta da un numero finito di scambiatori di calore rigenerativi che preriscaldano la condensa a spese del calore di condensazione di altrettante portate di vapore spillate dopo una parziale espansione in turbina.

Fissata la potenza utile \mathbf{P} e il ciclo termodinamico, (pressioni e temperature estreme del ciclo e numero, \mathbf{n} , di spillamenti di vapore con le relative pressioni \mathbf{p}_i e quindi temperature \mathbf{T}_i di condensazione, (**Fig.III.5.3.1**), si ottiene per il dimensionamento, un sistema di $(\mathbf{n}+1)$ equazioni nelle $(\mathbf{n}+1)$ portate incognite \mathbf{G} e \mathbf{g}_i , ($i = 1, 2, \dots \mathbf{n}$).

La potenza utile totale risulta, infatti:

$$\mathbf{P} = \left\{ \mathbf{G}[(\mathbf{h}_o - \mathbf{h}_o') + (\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_a)] - \sum_{i=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{g}_i(\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_a) \right\} \mathbf{h}_t,$$

avendo indicato con: $\mathbf{h}_t = \mathbf{h}_i \mathbf{h}_m \mathbf{h}_e \mathbf{h}_a$, il prodotto dei rendimenti: \mathbf{h}_i , (di espansione rispetto all'isoentropica), \mathbf{h}_m , (meccanico), \mathbf{h}_e , (elettrico), \mathbf{h}_a , (relativo agli ausiliari), mentre il bilancio energetico agli \mathbf{n} spillamenti risulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_i(\mathbf{h}_i' - \mathbf{c}_1 \mathbf{T}_i) + (\mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_2 + \dots + \mathbf{g}_{i-1}) \mathbf{c}_1 (\mathbf{T}_{i-1} - \mathbf{T}_i) = \\ = \mathbf{G} \mathbf{c}_1 [(\mathbf{T}_i - \mathbf{DT}_i) - (\mathbf{T}_{i+1} - \mathbf{DT}_{i+1})], \quad (i = 1, 2, \dots \mathbf{n}). \end{aligned}$$

Il valore dei salti \mathbf{DT}_i , in uscita dagli scambiatori di spillamento, dipende dell'efficienza degli scambiatori di rigenerazione.

In ogni i esimo spillamento il salto termico in entrata vale:

$(\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) + \mathbf{DT}_{i-1}$, mentre il salto termico in uscita, (\mathbf{DT}_i) , risulta quello in ingresso, meno il salto reale, pari a quello in ingresso per l'efficienza, $[\mathbf{i}_{s(i-1)}]$, del condensatore, ovvero:

$$\begin{aligned} \mathbf{DT}_i &= [(\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) + \mathbf{DT}_{i-1}] - [(\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) + \mathbf{DT}_{i-1}] \mathbf{i}_{s(i-1)} = \\ &= [(\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) + \mathbf{DT}_{i-1}] [1 - \mathbf{i}_{s(i-1)}] = \\ &= (\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) [1 - \mathbf{i}_{s(i-1)}] + \mathbf{DT}_{i-1} [1 - \mathbf{i}_{s(i-1)}], \end{aligned}$$

ovvero: $(\mathbf{T}_i - \mathbf{DT}_i) - (\mathbf{T}_{i-1} - \mathbf{DT}_{i-1}) = [(\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) + \mathbf{DT}_{i-1}] \mathbf{i}_{s(i-1)}$.

Nei bilanci agli scambiatori rigenerativi, quindi, la formula ricorrente:

$DT_i = [(T_i - T_{i-1}) + DT_{i-1}][1 - i_{s(i-1)}]$, a partire dal primo in cui risultando: $DT_1 = 0$, si ha: $DT_2 = (T_2 - T_1)(1 - i_{s1})$, permette il calcolo di tutti dei DT_i , per tutti gli stadi.

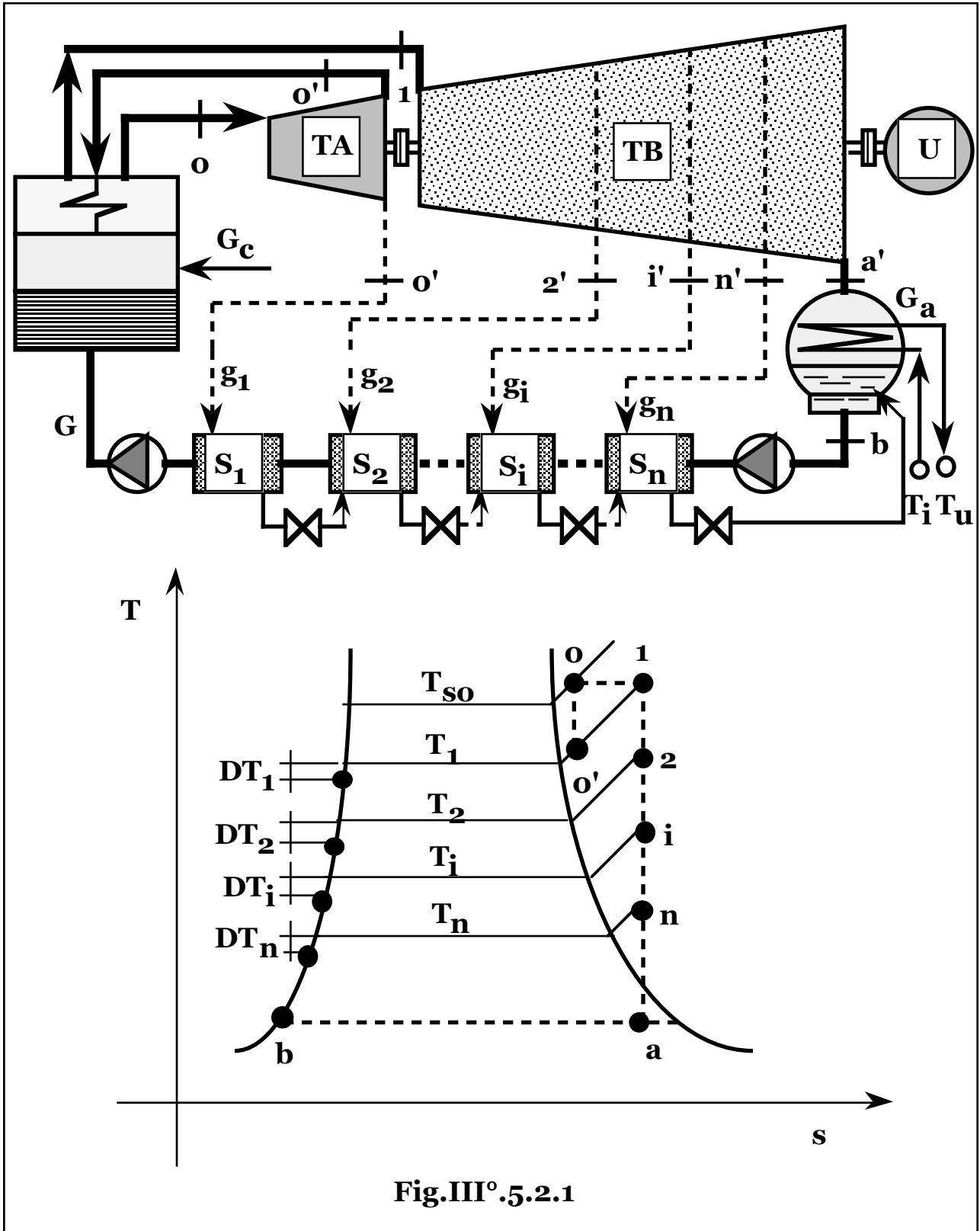


Fig.III° .5.2.1

Il grado di rigenerazione, (**R**), definito come il recupero reale rispetto a quello totale, vale, per: $\mathbf{DT}_i = \mathbf{0}$, (scambiatori rigenerativi a miscela):

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{c}_1(\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_a)}{\mathbf{c}_1(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a)} = \frac{\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_a}{\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a}.$$

In caso di salti termici costanti fra le temperature di condensazione di due spillamenti contigui, si ottiene: $(\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) = (\mathbf{1}/\mathbf{n})\mathbf{R}(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a)$, da cui per salti: \mathbf{DT}_i ed efficienze degli scambiatori: $\mathbf{i}_{s(i-1)}$, costanti, dalla relazione: $(\mathbf{T}_i - \mathbf{DT}) - (\mathbf{T}_{i-1} - \mathbf{DT}) = [(\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i-1}) + \mathbf{DT}] \mathbf{i}_s$,

si ottiene: $\mathbf{DT} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} (\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) \frac{\mathbf{1} - \mathbf{i}_s}{\mathbf{i}_s}$, (per indice che tende all'unità il

salto termico \mathbf{DT} tende a zero coerentemente con la superficie di scambio che tende a infinito, mentre per indice che tende a zero, con superficie nulla, tende a infinito, in quanto risulterebbe:

$$\mathbf{DT} = (\mathbf{1}/\mathbf{n})\mathbf{R}(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) + \mathbf{DT}.$$

Il salto termico logaritmico medio in funzione dell'efficienza per ogni condensatore di spillamento, essendo:

$\mathbf{R}/\mathbf{n}(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) + \mathbf{DT} = \mathbf{R}/\mathbf{n}(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a)\mathbf{1}/\mathbf{i}_s$, risulta quindi:

$$\mathbf{DT}_{lm} = \frac{\left[\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} (\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{i}_s} \right] - \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} (\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) \frac{\mathbf{1} - \mathbf{i}_s}{\mathbf{i}_s}}{\ln \frac{\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} (\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{i}_s}}{\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} (\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) \frac{\mathbf{1} - \mathbf{i}_s}{\mathbf{i}_s}}} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} (\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) \frac{\mathbf{1}}{\ln \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} - \mathbf{i}_s}}.$$

In ogni stadio di rigenerazione, al variare del grado di rigenerazione, (**R**), ovvero del numero di spillamenti, oltre al salto termico a disposizione, varia la potenza termica teorica unitaria di spillamento.

La potenza totale di rigenerazione risulta quella relativa alla rigenerazione totale: $\mathbf{Gc}_1(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a)$, per il relativo grado: $\mathbf{RGc}_1(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a)$, con potenza di spillamento: $(\mathbf{1}/\mathbf{n})\mathbf{RGc}_1(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a)$.

La relazione fra il parametro di dimensionamento, (superficie di scambio), ed efficienza, risulta quindi:

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}_t \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{DT}_{lm}} = \frac{\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} \mathbf{Gc}_1(\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a)}{\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{n}} (\mathbf{T}_{so} - \mathbf{T}_a) \frac{\mathbf{1}}{\ln \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} - \mathbf{i}_s}}} = \mathbf{Gc}_1 \mathbf{R}_t \ln \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} - \mathbf{i}_s},$$

ovvero: $i_s(S) = 1 - e^{-\frac{S}{Gc_1Rt}}$.

La portata di combustibile, (G_c), indicando con: k_i e h_g , il potere calorifico inferiore del combustibile e il rendimento del generatore di calore, risulta:

$$G_c = \frac{G[h_o - c_1(T_1 - DT_1)] + (G - g_1)(h_1 - h_o'')}{k_i h_g},$$

e la portata d'acqua al condensatore, (G_a), indicandone con: T_e e T_u , la temperatura di ingresso e uscita, rispettivamente:

$$G_a = \frac{\left(G - \sum_{i=1}^n g_i\right)(h_{a'} - h_b) + \sum_{i=1}^n g_i(c_1 T_n - h_b)}{c_1(T_u - T_e)} =$$

$$= \frac{G(h_{a'} - c_1 T_b) - \sum_{i=1}^n g_i(h_{a'} - c_1 T_n)}{c_1(T_u - T_e)}.$$

Il lavoro specifico del fluido motore, (L), e il rendimento globale del ciclo (h), risultano, quindi:

$$L = \frac{P}{G} = \left\{ [(h_o - h_o') + (h_1 - h_a)] - \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{G} (h_i - h_a) \right\} h_t;$$

$$h = \frac{P}{G_c k_i} = \frac{[(h_o - h_o') + (h_1 - h_a)] - \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{G} (h_i - h_a)}{[h_o - c_1(T_1 - DT_1)] + (1 - \frac{g_1}{G})(h_1 - h_o'')} h_t h_g.$$

Supposto costante il calore latente di condensazione, (r), al variare della pressione, fissato il numero di spillamenti, (n), il grado ottimo di rigenerazione vale: $R = n/(n + 1)$, da cui: $T_1 = T_a + (T_{so} - T_a) \frac{n}{n + 1}$,

mentre la distribuzione ottimale dei gradini entalpici di spillamento, (Dh_i), corrisponde alla suddivisione in uguali intervalli del salto

entalpico totale di rigenerazione: $Dh_i = \frac{c_1(T_1 - T_a)}{n} = \frac{c_1(T_{so} - T_a)}{n + 1}$.

Il numero ottimale di spillamenti, ($R = 1$), tende dunque all'infinito, ma con elevata pendenza ottenendosi circa il **90%** della rigenerazione per $n = 10$.

Tali valori non appaiono, quindi, vantaggiosamente superabili dal punto di vista economico.

L'incremento relativo di rendimento, (Dh/h_0) , risulta:

$$\frac{Dh}{h_0} = \frac{h - h_0}{h_0} = \frac{h}{h_0} - 1 = \frac{1}{2} R \frac{\left[\frac{c_1(T_{so} - T_a)}{r} \right]^2}{\frac{c_1(T_{so} - T_a)}{r} + 1} = kR = k \frac{n}{n+1},$$

con h_0 rendimento in assenza di rigenerazione.

Gli scambiatori a miscela risultano più ingombranti, pesanti e richiedono ognuno una pompa di estrazione. Si impiegano, quindi, scambiatori a superficie con, in genere, un solo scambiatore a miscela con funzione di degasatore per lo spurgo dei gas incondensabili.

In ogni scambiatore risulta pertanto, un salto termico, (DT_i) , fra la temperatura di condensazione della portata di spillamento e quella finale del liquido rigenerato, funzione dell'efficienza dello scambiatore, ovvero della superficie di scambio dello scambiatore stesso.

§ III°.5.4 – COSTO DELL'ENERGIA ELETTRICA PRODOTTA.

Il valore attuale netto dell'investimento risulta:

$$VAN(n) = PuT \frac{c_k}{t_{ek}} - PuT \frac{c_c}{h(n)k_i t_{ec}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) I(n), \text{ da cui per:}$$

$$t_{ek} \sim t_{ec}: c_k(n) = \frac{c_c}{h(n)k_i} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{I(n)t_{ek}}{PuT}, \text{ con rendimento:}$$

$h(n) = h_0 \left(k \frac{n}{n+1} + 1 \right)$, e costo impianto pari allo schema estraneo alla sezione di rigenerazione, (I_0) , e delle apparecchiature di spillamento, $[I_S(n)]$: $I(n) = I_0(n) + nI_S(n)$.

Al variare del numero di spillamenti varia il grado di rigenerazione ottimale e il rendimento globale dell'impianto e quindi a parità di potenza utile, la portata totale circolante e conseguentemente il costo dell'impianto estraneo alla sezione di rigenerazione.

Supposto che a parità di potenza utile, la portata totale circolante, $[G(n)]$, e conseguentemente la portata di acqua di refrigerazione, sia approssimabile come pari al valore della portata in assenza di

rigenerazione: $G_0 = \frac{P}{h_t[(h_0 - h_{0'}) + (h_1 - h_a)]}$, per il rapporto fra il

rendimento in assenza e presenza di rigenerazione, si ottiene:

$$G(n) = G_o \frac{h_o}{h(n)} = \frac{G_o}{\left(k \frac{n}{n+1} + 1\right)};$$

e supposto che il costo impianto estraneo alla sezione di rigenerazione, (I_o), sia proporzionale alle dimensioni e quindi alla

portata globale circolante: $I_o(n) = I_o \frac{h_o}{h(n)} = \frac{I_o}{\left(k \frac{n}{n+1} + 1\right)}$.

In ogni stadio di rigenerazione, al variare del grado di rigenerazione, ovvero del numero di spillamenti, varia la potenza termica teorica unitaria di spillamento e il salto termico a disposizione.

Per grado di rigenerazione ottimale: $R = n/(n+1)$, la potenza totale di rigenerazione risulta pari a quella relativa alla rigenerazione totale,

per il relativo grado: $Gc_1(T_{so} - T_a) \frac{n}{n+1}$, con potenza di spillamento:

$$Q_n = \frac{1}{n} Gc_1(T_{so} - T_a) \frac{n}{n+1} = \frac{Gc_1(T_{so} - T_a)}{n+1}.$$

Essendo i salti parziali ai condensatori: $T_i - T_{i-1} = \frac{T_{so} - T_a}{n+1}$, si ha,

per: $DT_i = \text{costante}$: $DT = \frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1 - i_s}{i_s}$.

Il salto iniziale vale dunque:

$$\frac{T_{so} - T_a}{n+1} + \frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1 - i_s}{i_s} = \frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1}{i_s},$$

e quindi il salto termico logaritmico medio in funzione dell'efficienza per un condensatore, risulta:

$$DT_{lm} = \frac{\left(\frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1}{i_s}\right) - \left(\frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1 - i_s}{i_s}\right)}{\ln \frac{\frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1}{i_s}}{\frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1 - i_s}{i_s}}} = \frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1}{\ln \frac{1}{1 - i_s}}.$$

Il rapporto potenza di spillamento/salto termico logaritmico medio:

$$\frac{Q_n(n)}{DT_{lm}(n)} = G(n)c_1 \ln \frac{1}{1 - i_s},$$

risulta, quindi, indipendente dal grado di rigenerazione, a meno della dipendenza della portata globale, [$G(n)$].

Si ottiene quindi:

$$S_n = \frac{R_t Q_n}{DT_{lm}} = \frac{R_t \frac{G(n)c_1(T_{so} - T_a)}{n+1}}{\frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{1}{\ln \frac{1}{1-i_s}}} = R_t G(n)c_1 \ln \frac{1}{1-i_s} = R_t G_o c_1 \frac{h_o}{h(n)} \ln \frac{1}{1-i_s}$$

da cui: $I_s(n) = bS_n = b \frac{R_t c_1 G_o}{\left(k \frac{n}{n+1} + 1\right)} \ln \frac{1}{1-i_s}$.

Si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} c_k(n) &= \frac{c_c}{h(n)k_i} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{[I_o(n) + nI_s(n)]t_{ek}}{PuT} = \\ &= \left[\frac{c_c}{h_o k_i} + \frac{\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) I_{otek}}{PuT} \right] \frac{1}{\left(k \frac{n}{n+1} + 1\right)} + \\ &+ \frac{\left[bR_t c_1 \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) G_{otek} \ln \frac{1}{1-i_s} \right]}{PuT} \frac{n}{\left(k \frac{n}{n+1} + 1\right)}, \end{aligned}$$

ottimizzabile, in generale, dall'analisi numerica della funzione per valori interi della variabile, o analiticamente con valore ottimo economico del numero di spillamenti, radice delle relazioni:

$dVAN(n)/dn = 0$, ovvero:

$$\begin{aligned} \frac{dc_k(n)}{dn} &= - \left[\frac{c_c}{h_o k_i} + \frac{\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) I_{otek}}{PuT} \right] \frac{k}{[(k+1)n+1]^2} + \\ &+ \frac{bR_t c_1 \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) G_{otek} \ln \frac{1}{1-i_s}}{PuT} \frac{(k+1)n^2 + 2(k+1)n + 1}{[(k+1)n+1]^2} = 0, \end{aligned}$$

con equazione risolvente:

$$(k+1)n^2 + 2(k+1)n + 1 = \frac{\frac{c_c P_u T}{h_o k_i} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) I_{otek}}{\frac{b R_t c_l}{k} \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) G_{otek} \ln \frac{1}{1-i_s}} = \text{costante},$$

da cui: $n_{ec} = -1 \pm \sqrt{\frac{k + \text{costante}}{k+1}}$, che presenta la sola radice:

$$n_{ec} = \sqrt{\frac{k + \text{costante}}{k+1}} - 1, \text{ positiva per: } \text{costante} > 1, \text{ ovvero:}$$

$$n_{ec} = \sqrt{\frac{k \left[\frac{P_u T c_c}{h_o k_i} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) I_{otek} \right]}{b(k+1) R_t c_l \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) G_{otek} \ln \frac{1}{1-i_s}}} - 1.$$

Per salti DT_i , trascurabili il salto termico logaritmico medio risulta:

$$DT_{lm} = \frac{\frac{T_{so} - T_a}{n+1} - \frac{T_{so} - T_a}{n+1} (1-i_s)}{\frac{T_{so} - T_a}{\ln \frac{n+1}{\frac{T_{so} - T_a}{n+1} (1-i_s)}}} = \frac{T_{so} - T_a}{n+1} \frac{i_s}{\ln \frac{1}{1-i_s}},$$

e si ottengono quindi i medesimi risultati per sostituzione del parametro salto termico logaritmico medio.

Per una soluzione di prima approssimazione, (supposto noto a priori il numero approssimativo di spillamenti), considerando costanti i costi: I_o e I_s , si ottiene:

$$VAN(n) = P_u T \frac{c_k}{t_{ek}} - P_u T \frac{c_c}{h(n) k_i t_{ec}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) (I_o + n I_s);$$

$$c_k(n) = \frac{c_c}{h_o \left(k \frac{n}{n+1} + 1\right) k_i} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{(I_o + n I_s) t_{ek}}{P_u T}.$$

Posto: $dVAN(n)/dn = 0$, ovvero: $dc_k(n)/dn = 0$, (o dall'analisi numerica delle funzioni per valori interi della variabile), si ottiene, pertanto, il valore ottimo economico del numero di spillamenti, (n_{ec}):

$$n_{ec} = \frac{\sqrt{\frac{kPuTc_c}{\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)I_s h_o k_i t_{ek}}} - 1}{k + 1},$$

con diminuzione del numero economico di spillamenti in quanto non comprensiva del vantaggio economico sui costi impianto: $I(n)$, $I_s(n)$.

La condizione limite di convenienza economica al ciclo a spillamenti di

vapore, ($n_{ec} \geq 1$), risulta: $I_s \leq \frac{k}{(k + 2)^2} \frac{PuTc_c}{\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)h_o k_i t_{ek}}$.

Il costo capitale economico, (I_{ec}), il rendimento di ottimizzazione economica, (h_{ec}), e il costo specifico minimo dell'energia prodotta, risultano, quindi:

$$I_{ec} = I_o + n_{ec}I_s = I_o + \frac{\sqrt{\frac{kPuTc_c I_s}{\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)h_o k_i t_{ek}}} - I_s}{k + 1};$$

$$h_{ec} = h(n_{ec}) = h_o \frac{k + 1}{1 + \sqrt{\frac{k\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)I_s h_o k_i t_{ek}}{PuTc_c}}};$$

$$c_{kec} = c_k(n_{ec}) = \frac{c_c}{k_i h_o (k + 1)} + \frac{2\sqrt{\frac{kc_c\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)I_s t_{ek}}{h_o k_i PuT}}}{k + 1} + \frac{\left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right)(I_o - I_s)t_{ek}}{PuT(k + 1)}.$$

Per cicli a vapore di grande potenza, l'ottimizzazione è praticamente definitiva con rigenerazione a **6 ÷ 8** spillamenti, (a superficie tranne uno a miscela con funzioni di degasatore), e uno stadio di risurriscaldamento del vapore, dopo il primo spillamento, ancora fino alla temperatura di picco.

A ottimizzazione economica effettuata, risultando noto il valore del numero di spillamenti previsto per gli impianti di potenza, il costo globale di investimento può essere espresso con la relazione: $I = qP$, per ogni taglia di impianto.

Il costo specifico dell'energia prodotta risulta, quindi:

$$c_k = \frac{c_c}{k_j h} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_{ek}}{uT}$$

§ III° .5.5 – IMPIANTI MOTORI A GAS.

Gli impianti motori a gas raggiungono minori rendimenti globali di conversione, (e quindi maggiori oneri di esercizio), rispetto agli impianti a vapore, ma minori oneri di investimento, che li rende economicamente vantaggiosi ai bassi fattori di carico.

In schemi che prevedono l'introduzione di una sezione di recupero di parte della potenza termica contenuta nei fumi allo scarico dalla turbina per preriscaldare l'aria compressa prima dell'ingresso in camera di combustione, si ottengono maggiori rendimenti e quindi minori oneri di esercizio, mentre il costo impianto è gravato dagli oneri di installazione e manutenzione del sistema di recupero.

Impianti di turbina a gas senza recupero. Ciclo termodinamico.

Per cicli a gas il lavoro di espansione e di compressione essendo entrambi relativi ad aereiformi, risultano termini paragonabili per cui la potenza netta non risulta proporzionale al salto entalpico in turbina, ma può presentare massimi funzionali al variare dei parametri del ciclo.

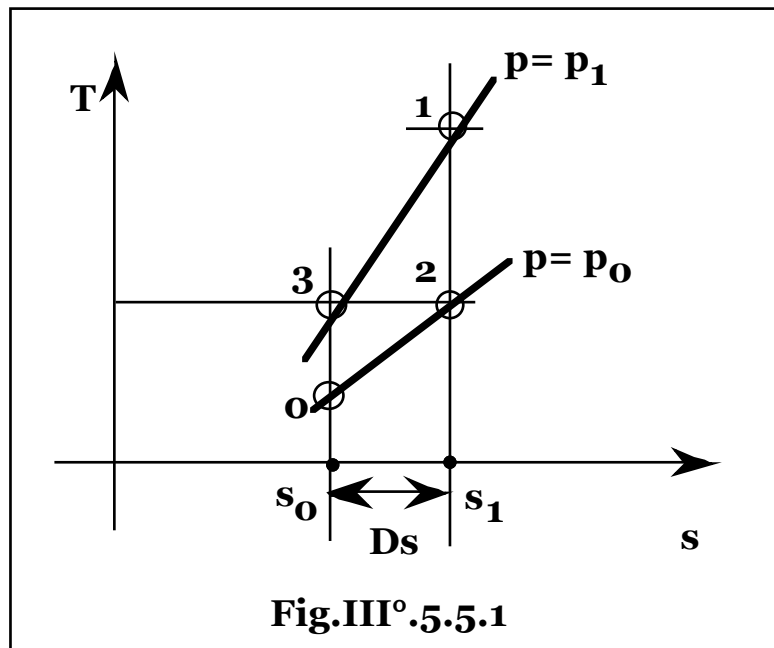
Indicando con t il rapporto, (costante), delle temperature lungo una isoentropica e il corrispondente rapporto di pressioni, (**Fig.III° .5.5.1**):

$$t = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_3}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \text{ dalle equazioni delle isobare nel piano } T - s:$$

$$T_1 = T_3 e^{\frac{D_s}{c_p}}; T_2 = T_0 e^{\frac{D_s}{c_p}}, \text{ (supponendo un valore costante del calore}$$

specifico al variare della pressione), risulta: $(T_1 - T_2) = (T_3 - T_0) e^{\frac{D_s}{c_p}}$, ovvero che il salto termico lungo le isoentropiche è esponenzialmente

crescente all'aumentare dell'entropia e poichè per i fluidi monofase è applicabile la relazione entalpica: $dh = c_p dT$, lo stesso vale per il salto entalpico, da cui la possibilità di realizzare cicli motori: **1 - 2 - 0 - 3**, risultando l'energia ceduta nell'espansione, (**1-2**), superiore del fattore: $\exp(Ds/c_p)$, rispetto a quella richiesta per la compressione, (**0 - 3**), a meno dei rendimenti.



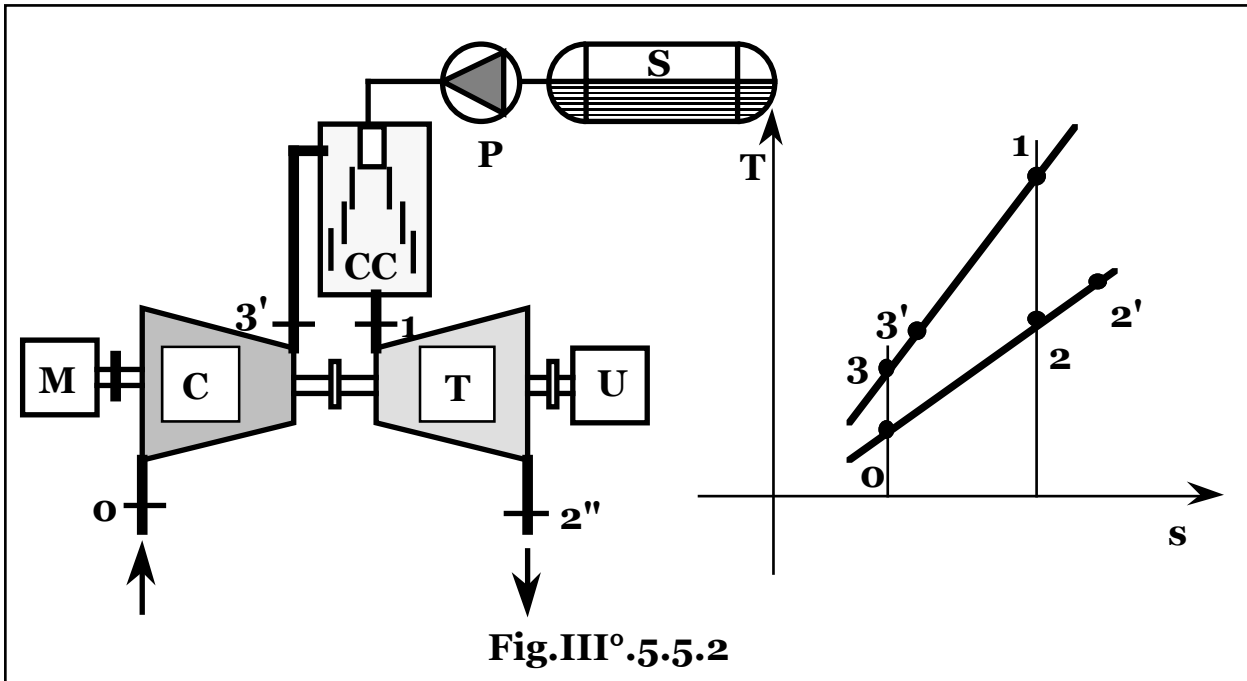
Per cicli motori a gas identificata la temperatura e pressione ambiente, (di aspirazione), risulta fissato il punto **0**, (T_0 , p_0 , s_0), mentre per limitazioni tecnologiche risulta fissata la temperatura massima del ciclo, (T_1).

L'unica variabile, in funzione della quale valutare le prestazioni del ciclo, risulta quindi la pressione massima, ovvero il rapporto:

$$t = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_3}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} .$$

Tale rapporto risulta variabile fra: $1 \leq t \leq T_1/T_0$, ovvero fra il ciclo limite degenerare a pressioni sovrapposte, ($p_0 = p_1$), e il ciclo limite degenerare con espansione e compressione sovrapposte, ($T_3 = T_1$; $Ds = 0$), con rapporto di pressioni massimo:

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$



Per un ciclo motore reale, (Fig.III° .5.5.2), il lavoro specifico di espansione vale: $c_p(T_1 - T_2)h_{ie}h_{me}$, avendo indicato con:

$$h_{ie} = \frac{c_p(T_1 - T_2')}{c_p(T_1 - T_2)} = \frac{T_1 - T_2'}{T_1 - T_2}$$

e h_{me} i rendimenti rispetto all'isoentropica e meccanico di espansione, mentre il lavoro specifico di compressione vale:

$$c_p(T_3 - T_0)/h_{ic}h_{mc}, \text{ con: } h_{ic} = \frac{c_p(T_3 - T_0)}{c_p(T_3' - T_0)} = \frac{T_3 - T_0}{T_3' - T_0} \text{ e } h_{mc}$$

rendimenti isoentropico e meccanico di compressione.

Il lavoro netto, (L), risulta, quindi:

$$\begin{aligned} L &= c_p(T_1 - T_2)h_{ie}h_{me} - c_p(T_3 - T_0)/h_{ic}h_{mc} = \\ &= c_p T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) h_{ie} h_{me} - c_p T_0 \frac{\left(\frac{T_3}{T_0} - 1 \right)}{h_{ic} h_{mc}} = c_p T_1 \left(1 - \frac{1}{t} \right) h_{ie} h_{me} - c_p T_0 \frac{(t-1)}{h_{ic} h_{mc}} = \end{aligned}$$

$$= c_p(t-1) \left[\frac{T_1}{t} h_{ie} h_{me} - \frac{T_o}{h_{ic} h_{mc}} \right].$$

La potenza termica spesa nella camera di combustione, (q), vale:

$q = c_p(T_1 - T_3)/h_b$, con: h_b rendimento della camera di combustione. Essendo: $h_{ic} = (T_3 - T_o)/(T_3' - T_o)$, si ottiene:

$$T_3' = T_o + (T_3 - T_o)/h_{ic},$$

e quindi: $q = \frac{c_p}{h_b} \left[(T_1 - T_o) - \frac{T_3 - T_o}{h_{ic}} \right] = \frac{c_p T_o}{h_b} \left[\left(\frac{T_1}{T_o} - 1 \right) - \frac{t-1}{h_{ic}} \right].$

Il rendimento globale del ciclo, (h), risulta quindi:

$$h(t) = \frac{L}{q} = h_b \frac{\frac{T_1}{T_o} h_{ie} h_{me} - \frac{t-1}{h_{ic} h_{mc}} - \frac{T_1}{T_o} \frac{h_{ie} h_{me}}{t}}{\left(\frac{T_1}{T_o} - 1 \right) - \frac{t-1}{h_{ic}}}$$

In caso ideale, ($h_b = h_{ie} = h_{me} = h_{ic} = h_{mc} = 1$), si ha:

$$L = c_p(t-1) \left(\frac{T_1}{t} - T_o \right); \quad q = c_p(T_1 - T_o t); \quad h(t) = \frac{(t-1) \left(\frac{T_1}{t} - T_o \right)}{T_1 - T_o t}.$$

Nel campo dei valori significativi del rapporto t , ($1 < t < T_1/T_o$), il lavoro si annulla per: $t = 1$, (ciclo degenerare a pressioni coincidenti), e per: $t = (T_1/T_o)$, ovvero qualora il lavoro di compressione eguagli quello di espansione, (ciclo degenerare con espansione e compressione coincidenti: $D_s = 0$, $q = 0$).

Fra i due zeri si ha un solo estremante che posto: $dL(t)/dt = 0$,

risulta: $t(L_{max}) = \sqrt{\frac{T_1}{T_o}}$, cui corrisponde un lavoro specifico massimo:

$$L_{max} = c_p \left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_o} \right)^2 \quad \text{e un rendimento: } h(L_{max}) = \frac{\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_o} \right)^2}{T_1 - \sqrt{T_1 T_o}}.$$

E' immediato verificare che la condizione di massimo lavoro coincide con la: $T_3 = T_2$. Le temperature di fine compressione ed espansione risultano infatti la media geometrica degli estremi:

$$T_3 = T_o t = T_o \sqrt{\frac{T_1}{T_o}} = T_2 = \frac{T_1}{t} = \frac{T_1}{\sqrt{\frac{T_1}{T_o}}} = \sqrt{T_1 T_o}.$$

Il ciclo, (fissate le temperature estreme T_0 e T_1), può essere descritto anche in funzione del salto entropico Ds .

In tal caso il lavoro risulta:

$$L(Ds) = c_p \left(T_1 - T_0 e^{\frac{Ds}{c_p}} \right) - c_p \left(T_1 e^{-\frac{Ds}{c_p}} - T_0 \right),$$

nullo per: $Ds = 0$, (ciclo degenerare con espansione e compressione coincidenti), e per isobare coincidenti essendo in tali condizioni:

Ds

$$T_1 = T_0 e^{c_p}, \text{ da cui: } Ds = c_p \ln \frac{T_1}{T_0}, \text{ e quindi: } L(Ds) = 0.$$

Fra i due zeri il lavoro specifico presenta un solo estremante di massimo che posto: $dL(Ds)/dDs = 0$, si ottiene per:

$$Ds(L_{\max}) = c_p \ln \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}$$

$$\text{e si ha: } T_3 = T_1 e^{-\frac{1}{c_p} c_p \ln \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}} = T_2 = T_0 e^{\frac{1}{c_p} c_p \ln \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}} = \sqrt{T_1 T_0}.$$

$$\text{Il rendimento globale di conversione: } h(t) = \frac{\frac{T_1}{T_0} - (t-1) - \frac{T_1}{T_0 t}}{\frac{T_1}{T_0} - t}, \text{ si}$$

annulla per $t = 1$, ($l = 0$; $q \neq 0$), mentre essendo la sua derivata pari a: $dh(t)/dt = 1/t^2$, la funzione risulta monotona crescente, ovvero massima per: $t = T_1/T_0$, nel qual caso tende a zero sia il lavoro

specifico che l'energia termica spesa e si ha: $\lim_{t \rightarrow T_1/T_0} h(t) = 1 - \frac{T_0}{T_1}$,

essendo il ciclo degenerare tendente a quello di Carnot.

Si conclude che al variare del parametro t fra gli estremi: $1 < t < T_1/T_0$ mentre il lavoro passa fra due zeri e un massimo, il rendimento cresce da zero al valore di Carnot.

In caso reale, (fra i valori significativi del rapporto t , ($1 < t < T_1/T_0$), il lavoro si annulla ancora per: $t = 1$, (pressioni coincidenti), e quando il lavoro di compressione eguaglia quello di espansione:

$$t = (T_1/T_0) h_{ie} h_{me} h_{ic} h_{mc}.$$

Fra i due zeri si ha ancora un solo estremante che posto: $dL(t)/dt = 0$, risulta: $t(L_{\max}) = \sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}}$.

Il lavoro specifico massimo risulta:

$$L_{\max} = c_p \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{ie} h_{me}} - \sqrt{\frac{1}{h_{ic} h_{mc}}} \right)^2.$$

In tali condizioni di massimo lavoro specifico si ottiene:

$$T_2 = \frac{\sqrt{T_1 T_0}}{\sqrt{h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}}}; \quad T_3 = \sqrt{T_1 T_0} \sqrt{h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}},$$

ovvero: $T_2 = \frac{T_3}{h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}}$, con quindi diminuzione del rapporto di pressioni del ciclo.

Il rendimento in condizioni di massimo lavoro specifico, risulta:

$$h(L_{\max}) = h_b \frac{\left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{ie} h_{me}} - \sqrt{\frac{1}{h_{ic} h_{mc}}} \right)^2}{\frac{T_1}{T_0} - \sqrt{\frac{T_1}{T_0} \frac{h_{ie} h_{me} h_{mc}}{h_{ic}}} + \left(\frac{1}{h_{ic}} - 1 \right)}.$$

La potenza termica si annulla per: $t = 1 + h_{ic} \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right)$, valore privo di significato fisico in quanto posto oltre il valore di annullamento del lavoro, in cui cioè la temperatura di fine compressione equaglia quella massima del ciclo: $T_{3'} = T_1$.

Per: $t = (T_1/T_0) h_{ie} h_{me} h_{ic} h_{mc}$, ($l = 0$), infatti è immediato verificare che la potenza termica ha segno positivo.

Circa il rendimento, quindi, al crescere del rapporto t , si giunge alla condizione di lavoro nullo, prima dell'annullamento della potenza termica ceduta, per cui il rendimento presenta due zeri, fra i quali posto: $dh(t)/dt = 0$, si ottiene il valore $t(h_{\max})$, di massimo rendimento complessivo.

L'equazione risolvente per il parametro t , risulta:

$$t^2 \left[\frac{1}{h_{ic} h_{mc} h_{ie} h_{me}} \left(\frac{T_0}{T_1} - 1 \right) + \frac{1}{h_{ic}} \right] - \frac{2}{h_{ic}} t + \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \frac{1}{h_{ic}} \right) = 0,$$

che in pratica porge valori prossimi a quelli di massimo lavoro specifico.

Quantitativamente per valori: $T_1 = 1200 \text{ K}$; $T_0 = 300 \text{ K}$;

$h_{ic} = h_{ie} = 0,85$; $h_{mc} = h_{me} = 0,95$; $h_b = 0,9$, l'intervallo di valori significativi dei parametri: $1 < t < (T_1/T_0)h_{ie}h_{me}h_{ic}h_{mc}$, risulta:
 $1 < t < 2,6$, da cui: $1 < p_1/p_0 = 27$, con $t(L_{max}) = 1,615$, ($T_2 = 743$ K; $p_1/p_0 = 5,2$); $h(L_{max}) = 0,1852$, mentre ottimizzando il rendimento, si ottiene: $t(h_{max}) = 1,81$, ($T_2 = 662$ K; $p_1/p_0 = 7,7$);
 $h_{max} = 0,2161$.

Per: $T_1 = 1500$ K; $T_0 = 300$ K, l'intervallo di valori significativi dei parametri: $1 < t < (T_1/T_0)h_{ie}h_{me}h_{ic}h_{mc}$, risulta:
 $1 < t < 3,26$, da cui: $1 < p_1/p_0 = 58$, con: $t(L_{max}) = 1,8$, ($T_2 = 830$ K; $p_1/p_0 = 7,63$); $h(L_{max}) = 0,237$, mentre ottimizzando il rendimento, si ottiene: $t(h_{max}) = 2,1$, ($T_2 = 713$ K; $p_1/p_0 = 12,93$);
 $h_{max} = 0,25$.

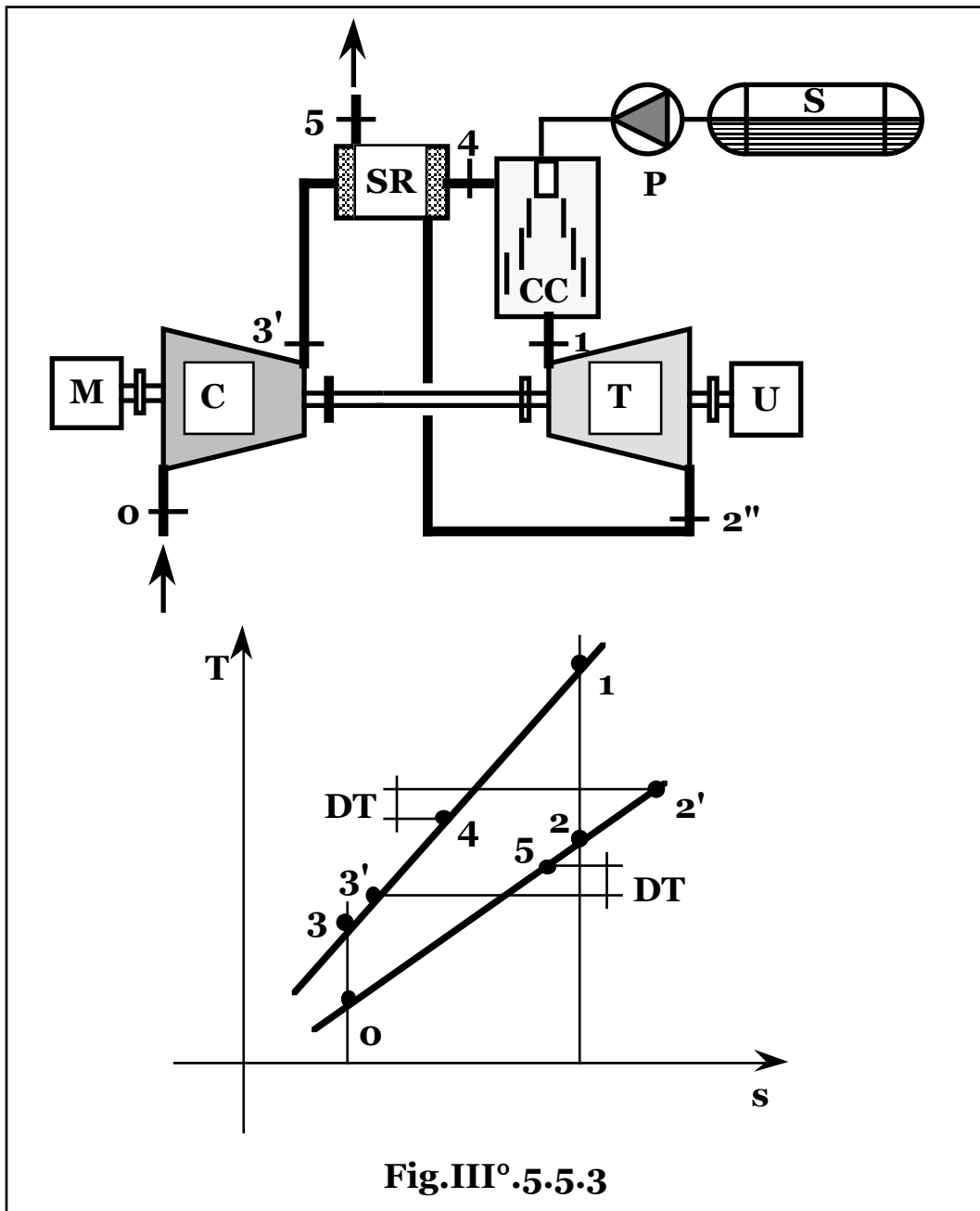
Si ottengono, cioè, rapporti di pressione di ottimizzazione almeno un ordine di grandezza inferiori rispetto ai cicli a vapore, nei quali sono ai limiti tecnico-economici di impiego, per cui risultando le apparecchiature meno sollecitate, è possibile realizzare cicli a temperature di picco più elevate.

Impianti di turbina a gas con recupero.

Qualora risulti $T_3' \leq T_2'$, è possibile inserire uno scambiatore di recupero di parte della potenza termica contenuta nei gas di scarico della turbina, altrimenti ceduta all'esterno, per preriscaldare il gas compresso, con risparmio di potenza termica primaria e aumento del rendimento di conversione del ciclo, (Fig.III° 5.5.3).

Essendo: $T_3' = T_0 + (T_3 - T_0)/h_{ic}$; $T_2' = T_1 - (T_1 - T_2)h_{ie}$, la

condizione risulta: $\frac{t}{h_{ic}} - \frac{T_1}{T_0}(1 - h_{it}) - \left(\frac{1}{h_{ic}} - 1\right) - \frac{T_1}{T_0} \frac{h_{it}}{t} \leq 0$.



La funzione risulta monotona crescente con t e verificata per t maggiore della soluzione dell'eguaglianza che come intersezione di una retta a pendenza positiva con un'iperbole equilatera, ammette una e una sola soluzione per t positivo e dotata di senso fisico, ($t > 1$), essendo la funzione, (crescente con t), verificata per: $t = 1$:

$$1 - T_1/T_0 < 0.$$

L'introduzione dello scambiatore di calore di recupero comporta unicamente un minore potenza termica spesa per cui il lavoro ottenuto risulta comunque: $L = c_p(t - 1) \left(\frac{T_1}{t} h_{ie} h_{me} - \frac{T_o}{h_{ic} h_{mc}} \right)$,

mentre la potenza termica spesa, vale: $q = c_p(T_1 - T_4)/h_b$.

Indicando con: $i_s = c_p(T_4 - T_3')/c_p(T_2' - T_3') = (T_4 - T_3')/(T_2' - T_3')$, l'indice dello scambiatore di recupero, (rapporto fra l'energia termica specifica effettivamente scambiata e la massima teoricamente recuperabile), si ottiene:

$$T_4 = T_3' + (T_2' - T_3')i_s = T_3'(1 - i_s) + T_2' i_s,$$

da cui essendo: $T_3' = T_o + (T_3 - T_o)/h_{ic}$; $T_2' = T_1 - (T_1 - T_2)h_{ie}$,

risulta: $T_4 = \left(T_o + \frac{T_3 - T_o}{h_{ic}} \right) (1 - i_s) + [T_1 - (T_1 - T_2)h_{ie}] i_s =$

$$= T_o \left(1 + \frac{t - 1}{h_{ic}} \right) (1 - i_s) + T_1 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{t} \right) h_{ie} \right] i_s;$$

$$q(t, i_s) = \frac{c_p}{h_b} \left\{ T_1 - T_o \left(1 + \frac{t - 1}{h_{ic}} \right) (1 - i_s) - T_1 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{t} \right) h_{ie} \right] i_s \right\};$$

$$h(t, i_s) = h_b \frac{T_1 \left(1 - \frac{1}{t} \right) h_{ie} h_{me} - T_o \frac{(t - 1)}{h_{ic} h_{mc}}}{T_1 - T_o \left(1 + \frac{t - 1}{h_{ic}} \right) (1 - i_s) - T_1 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{t} \right) h_{ie} \right] i_s}.$$

Per valori tecnicamente accettabili dei parametri, il valore di annullamento della potenza termica ceduta, (e conseguente rendimento tendente all'infinito), risulta ancora superiore a quello limite di potenza meccanica netta positiva e quindi privo di significato.

La potenza termica spesa e quindi il rendimento globale dell'impianto risultano variabili con i parametri t e l'efficienza dello scambiatore di recupero, i_s : $q = q(t, i_s)$; $h = L/q = h(t, i_s)$, per cui i valori ottimali dei parametri t e i_s , ovvero di massimo rendimento globale,

nominalmente radici del sistema:
$$\begin{cases} \frac{\delta h(t, i_s)}{\delta t} = 0 \\ \frac{\delta h(t, i_s)}{\delta i_s} = 0 \end{cases}.$$

si riducono in pratica all'ottimizzazione limitata al solo parametro t , come radice dell'equazione: $dh(t)/dt = 0, \forall i_s$, in quanto il valore

ottimale dell'efficienza dello scambiatore di recupero è il massimo realizzabile e in teoria unitario, (ovvero superficie di scambio illimitata), risultando il rendimento monotono crescente con la superficie di scambio.

In caso ideale il limite di possibilità di recupero, ($T_3 = T_2$), coincide

con la condizione di massimo lavoro senza recupero: $t(L_{\max}) = \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}$.

I due schemi pertanto coincidono per: $t \geq \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}$, mentre al di sotto di

tale valore, per recupero totale, ($i_s = 1$), si ha: $h(t) = \left(1 - \frac{T_0}{T_1} t\right)$, per

rendimenti parziali unitari; $h(t) = h_b \left(h_{me} - \frac{T_0}{T_1} \frac{t}{h_{ic} h_{ie} h_{mc}} \right)$, per

rendimenti reali, (< 1),

ovvero rendimento comunque decrescente all'aumentare del rapporto t per riduzione del salto termico di recupero e quindi massimo per:

$t = 1$, nel qual caso, (efficienza di recupero unitaria: $i_s = 1$ e pressioni coincidenti: $t = 1$), il ciclo, posti tutti i rendimenti isoentropici e meccanici unitari, ($h_b = h_{ic} = h_{ie} = h_{me} = h_{mc} = 1$), diviene di Carnot e infatti quello globale di conversione risulta appunto: $h = 1 - T_0/T_1$.

In tutto il campo di variabilità del rapporto t nel caso ideale si ha

quindi che nell'intervallo: $\frac{T_1}{T_0} \geq t \geq \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}$, risulta possibile solo il ciclo

senza recupero con rendimento decrescente dal valore di Carnot al limite superiore e viceversa con lavoro massimo al limite inferiore.

Nel restante intervallo: $\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \geq t \geq 1$, si ha invece possibilità di ciclo

con recupero con lavoro massimo al limite superiore e rendimento pari a quello di Carnot al limite inferiore e decrescente al crescere del rapporto t .

In caso reale i risultati sono quantitativamente alterati, rimanendo tuttavia qualitativamente valido il principio che per qualunque valore realizzabile dell'efficienza dello scambiatore, ($i_s < 1$), all'aumentare di t divenendo il recupero comunque sempre meno apprezzabile, (fino ad essere impossibile per $T_3' \geq T_2'$), il rapporto di temperatura, (e quindi di pressione), di ottimizzazione risulta inferiore a quello

relativo all'assenza di recupero e decrescente all'aumentare dell'efficienza i_s , con ulteriore possibilità di aumento della temperatura di picco del ciclo.

Quantitativamente per valori:

$i_s = 0,8$; $T_1 = 1200 \text{ K}$; $T_0 = 300 \text{ K}$; $h_i = 0,8$; $h_m = 0,95$; $h_b = 0,9$

si ottiene: $t_{\max} = 1,36$, ($T_2 = 882 \text{ K}$); $h(t_{\max}) = 0,25$; $p_1/p_0 = 2,88$

mentre per: $T_1 = 1500 \text{ K}$; $T_0 = 300 \text{ K}$; $h_i = 0,85$; $h_m = 0,95$; $h_b = 0,9$

si ottiene: $t_{\max} = 1,47$, ($T_2 = 1.020 \text{ K}$); $h(t_{\max}) = 0,326$; $p_1/p_0 = 3,76$.

Limite di efficienza degli impianti di turbina a gas.

In camera di combustione, valori della temperatura finale dei fumi, tecnologicamente ammissibili, escludono il rapporto stechiometrico fra aria e combustibile, ma richiedono un sensibile eccesso di aria.

Pertanto dopo qualunque parziale espansione in turbina, i fumi contengono tenori di ossigeno sufficienti a una postcombustione in una seconda camera con successiva seconda espansione finale in una seconda turbina, ed eventualmente successive.

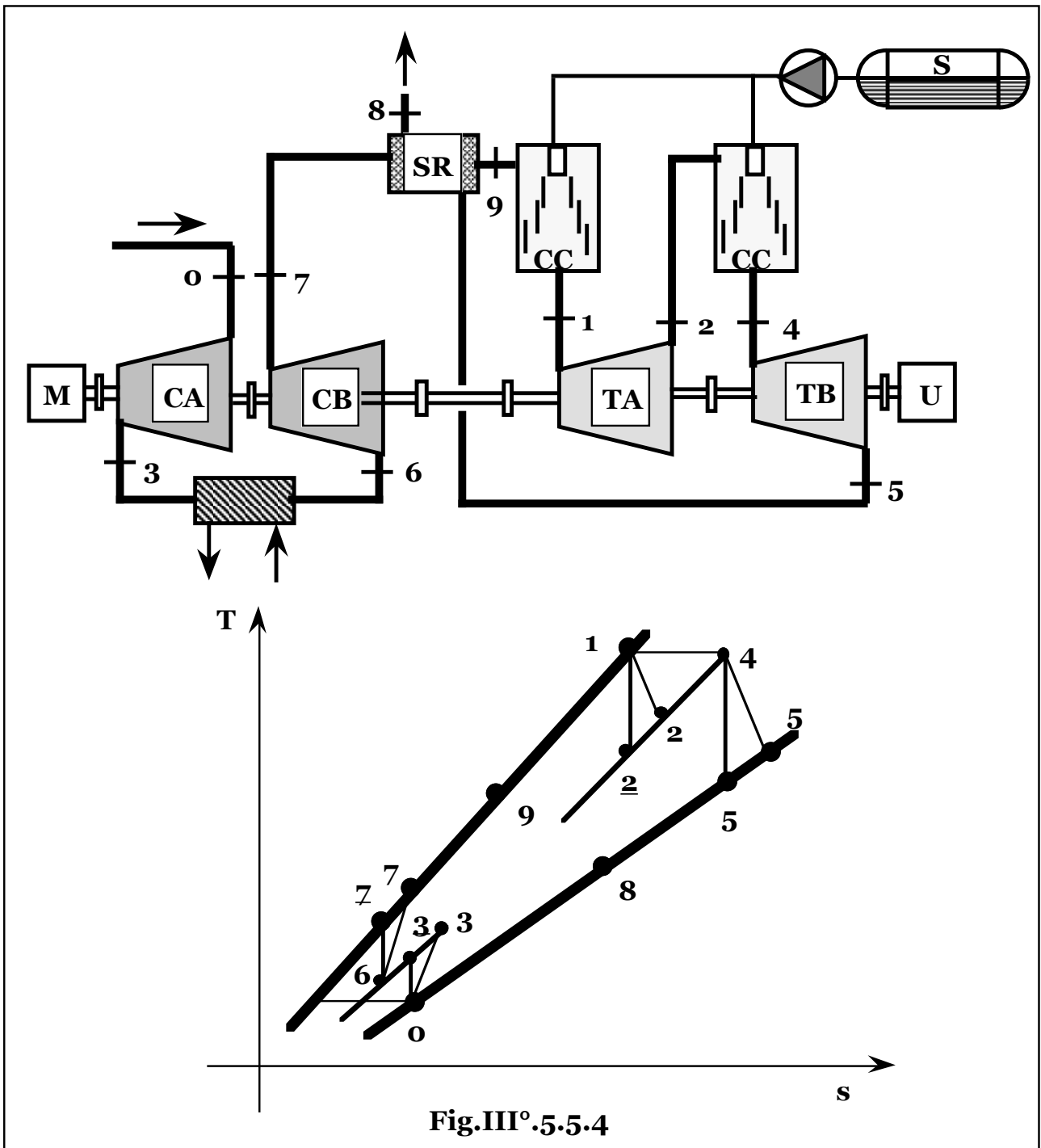
In tal caso, (**Fig.III°5.5.4**), aumenta la temperatura media di cessione del calore al fluido a tutto vantaggio del rendimento di conversione.

Tuttavia aumenta anche la temperatura di fine espansione, ovvero di scarico e pertanto la soluzione appare teoricamente vantaggiosa solo in cicli a recupero.

In fase di compressione, lo schema bistadio, (ed eventualmente plurimo), con refrigerazione intermedia dell'aria, riduce il lavoro speso, ancora a vantaggio del rendimento globale di conversione.

Tuttavia riducendosi la temperatura di fine compressione, aumenta la potenza termica da cedere in camera di combustione e quindi lo schema appare ancora teoricamente vantaggioso solo in cicli a recupero.

Indicando con **P_{ic}** e **P_{ie}**, le pressioni intermedie di compressione ed espansione, rispettivamente, il lavoro di compressione, risulta:



$$L_c = \frac{c_p(T_3 - T_0)}{h_{ic}h_{mc}} + \frac{c_p(T_7 - T_6)}{h_{ic}h_{mc}} = \frac{c_p}{h_{ic}h_{mc}} \left[T_0 \left(\frac{T_3}{T_0} - 1 \right) + T_6 \left(\frac{T_7}{T_6} - 1 \right) \right] =$$

$$= \frac{c_p}{h_{ic}h_{mc}} \left\{ T_0 \left[\left(\frac{p_{1c}}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + T_6 \left[\left(\frac{p_1}{p_{1c}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \right\},$$

con T_6 , esplicitabile dalle relazioni: $h_{ic} = \frac{T_3 - T_0}{T_3 - T_0}$; $i_{sc} = \frac{T_3 - T_6}{T_3 - T_0}$:

$$T_6 = T_0 + \frac{T_3 - T_0}{h_{ic}} (1 - i_{sc}).$$

Posto: $dL_c/dp_{ic} = 0$, si ottiene la condizione di minimo lavoro di compressione per pressione intermedia media geometrica fra i valori estremi: $p_{ic} = \sqrt{p_1 p_0}$.

$$\text{Essendo: } \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_{ic}}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left(\frac{p_1}{p_{ic}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = t, \text{ con: } \frac{p_{ic}}{p_0} = \frac{p_1}{p_{ic}},$$

$$\text{si ottiene: } \left(\frac{p_{ic}}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_{ic}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \sqrt{t}, \text{ da cui:}$$

$$T_3 = T_0 \left(1 + \frac{\sqrt{t} - 1}{h_{ic}}\right); \quad T_6 = T_0 \left[1 + \frac{1 - i_{sc}}{h_{ic}} (\sqrt{t} - 1)\right];$$

$$L_c(t) = \frac{c_p T_0 (\sqrt{t} - 1)}{h_{ic} h_{mc}} \left\{ 2 + \frac{(1 - i_{sc}) (\sqrt{t} - 1)}{h_{ic}} \right\}.$$

Il lavoro reso in espansione, risulta:

$$L_e = c_p (T_1 - T_2) h_{ie} h_{me} + c_p (T_4 - T_5) h_{ie} h_{me} =$$

$$= c_p h_{ie} h_{me} \left[T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) + T_4 \left(1 - \frac{T_5}{T_4}\right) \right] =$$

$$= c_p h_{ie} h_{me} \left\{ T_1 \left[1 - \left(\frac{p_{ie}}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + T_4 \left[1 - \left(\frac{p_0}{p_{ie}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \right\}.$$

Posto: $dL_e/dp_{ie} = 0$, si ottiene la condizione di massimo lavoro di espansione ancora per pressione intermedia media geometrica fra i valori estremi: $p_{ie} = \sqrt{p_1 p_0} = p_{ic}$.

$$\text{Essendo: } \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_{ie}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left(\frac{p_{ie}}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = t, \text{ con: } \frac{p_1}{p_{ie}} = \frac{p_{ie}}{p_0},$$

si ottiene: $\left(\frac{P_1}{P_{ie}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{P_{ie}}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \sqrt{t}$, da cui:

$$L_e(t) = 2c_p h_{ie} h_{me} T_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}}\right).$$

Il lavoro netto: $L = L_e(t) - L_c(t)$, risulta quindi:

$$L(t) = c_p (\sqrt{t} - 1) \left\{ \frac{2h_{ie} h_{me} T_1}{\sqrt{t}} - \frac{T_o}{h_{ic} h_{mc}} \left[2 + \frac{(1 - i_{sc})}{h_{ic}} (\sqrt{t} - 1) \right] \right\}.$$

Posto: $dL(t)/dt = 0$, si ottiene:

$$\frac{dL(t)}{dt} = c_p h_{ie} h_{me} T_1 t^{-\frac{3}{2}} - \frac{c_p T_o}{h_{ic} h_{mc}} \frac{1}{\sqrt{t}} - \frac{c_p T_o}{h_{ic}^2 h_{mc}} (1 - i_{sc}) \frac{\sqrt{t} - 1}{\sqrt{t}} = 0,$$

$$\text{ovvero: } t^{3/2} + \left(\frac{h_{ic}}{1 - i_{sc}} - 1\right)t = \frac{T_1 h_{ie} h_{me} h_{ic}^2 h_{mc}}{T_o (1 - i_{sc})}.$$

Per valori: $T_1 = 1200 \text{ K}$; $T_o = 300 \text{ K}$; $h_{ic} = h_{ie} = 0,85$;

$h_{mc} = h_{me} = 0,95$; $i_{sc} = 0,8$, si ottiene: $t(L_{max}) = 2,322$, ovvero:

$$\left(\frac{P_1}{P_o}\right) = t^{\left(\frac{k}{k-1}\right)} = 18,12; \quad \left(\frac{P_{ic}}{P_o}\right) = \left(\frac{P_1}{P_{ic}}\right) = \left(\frac{P_1}{P_{ie}}\right) = \left(\frac{P_{ie}}{P_o}\right) = 4,2571.$$

Il lavoro specifico netto massimo, risulta: $L_e - L_c = 252.994,36 \text{ J/kg}$, da cui una portata minima: $G = 3,9527 \text{ kg/s}$, di fumi/MW di potenza.

Impiegando scambiatori di calore controcorrente a correnti parallele, per efficienze di 0,8, ($R \approx 0,02 \text{ m}^2\text{K/W}$), la superficie di scambio

risulta: $S = G c_p R_t \frac{1}{\frac{1}{i_s} - 1} = 316,2126 \text{ m}^2/\text{MW}$.

Il calore da cedere in camera di combustione, risulta:

$$q(t) = \frac{c_p}{h_b} \left[(T_1 - T_9) + (T_1 - T_2) \right] = \frac{c_p}{h_b} \left(T_1 + T_1 \left[h_{ie} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) \right] - T_9 \right),$$

essendo: $T_2 = T_1 \left[1 - h_{ie} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) \right]$, e T_9 , esplicitabile dalle relazioni:

$$h_{ic} = \frac{T_7 - T_6}{T_7 - T_6}; \quad h_{ie} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_5}; \quad i_{se} = \frac{T_9 - T_7}{T_5 - T_7}, \text{ ovvero:}$$

$$T_9 = T_0 \left[1 + \left(\frac{\sqrt{t} - 1}{h_{ic}} \right) (2 - i_{sc}) + (1 - i_{sc}) \frac{(\sqrt{t} - 1)^2}{h_{ic}^2} \right] (1 - i_{se}) +$$

$$+ i_{se} T_1 \left[1 - h_{ie} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) \right], \text{ da cui:}$$

$$q(t) = \frac{c_p T_1}{h_b} \left[1 + h_{ie} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) \right] - \frac{c_p T_0 (1 - i_{se})}{h_b} \left[1 + \frac{(\sqrt{t} - 1)}{h_{ic}} (2 - i_{sc}) + (1 - i_{sc}) \frac{(\sqrt{t} - 1)^2}{h_{ic}^2} \right] -$$

$$- \frac{c_p i_{se} T_1}{h_b} \left[1 - h_{ie} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) \right].$$

Il rendimento del ciclo: $h(t) = \frac{L_e(t) - L_c(t)}{q(t)}$, risulta, quindi, dipendente della variabile t , in funzione della quale è ottimizzabile.

Per: $i_{se} = 0,8$; $h_b = 0,9$, i massimi valori di rendimento si ottengono per ridotti rapporti di compressione rispetto a quelli di massimo lavoro specifico, [$h(L_{max}) = 29,87\%$], ma superiori rispetto agli schemi a recupero a singolo stadio di compressione ed espansione, con: $h_{max} = 33,75\%$, per: $p_1/p_0 = 6,25$;

$$\left(\frac{p_{ic}}{p_0} \right) = \left(\frac{p_1}{p_{ic}} \right) = \left(\frac{p_1}{p_{ie}} \right) = \left(\frac{p_{ie}}{p_0} \right) = 2,5, \quad (t = 1,7),$$

con: $L(h_{max}) = 218.290,47$ J/kg.

La portata risulta: $G = 4,5811$ kg/s, di fumi/MW di potenza, che per efficienze di 0,8, ($R \approx 0,02$ m²K/W), richiede una superficie di scambio: $S = G c_p R_t \frac{1}{\frac{1}{i_s} - 1} = 366,488$ m²/MW.

In caso ideale, (rendimenti ed efficienze unitari), e di pressione intermedia pari alla media geometrica, il lavoro specifico vale:

$$L(t) = L_e - L_c = 2c_p T_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) - 2c_p T_0 (\sqrt{t} - 1) = 2c_p (\sqrt{t} - 1) \left(\frac{T_1}{\sqrt{t}} - T_0 \right),$$

ed essendo: $dL(t)/dt > 0$, $\forall t < T_1/T_0$, il lavoro netto, (monotono crescente), varia da zero al valore massimo: $L(t) = 2c_p(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_0})^2$, al variare di t da 1 a T_1/T_0 .

Il calore ceduto risulta:

$$q(t) = c_p(T_1 - T_5) + c_p(T_4 - T_2) = T_1 \left(1 - \frac{T_5}{T_1}\right) + T_4 \left(1 - \frac{T_2}{T_4}\right) =$$

$$= 2c_p T_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}}\right), \text{ da cui il rendimento:}$$

$$h(t) = \frac{(\sqrt{t} - 1) \left(\frac{T_1}{\sqrt{t}} - T_0\right)}{T_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}}\right)} = 1 - \frac{T_0}{T_1} \sqrt{t}.$$

Essendo: $dh(t)/dt < 0$, $\forall t$, il rendimento, (monotono decrescente), varia dal valore massimo, (Carnot), per: $t = 1$, al valore minimo:

$$h = 1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_1}}, \text{ per: } t = T_1/T_0.$$

La modifica di ciclo comporta comunque un aumento di rendimento, risultando la differenza fra i rendimenti con e senza risurriscaldamento e compressione frazionata interrefrigerata:

$$\frac{T_0}{T_1} \sqrt{t}(\sqrt{t} - 1) > 0, \forall t > 1.$$

Qualora sia richiesto di separare le due turbine con diverse velocità angolari ottimali, (maggiori per il gruppo di compressione rispetto ai generatori elettrici), con potenza generata dalla prima espansione per la guida del gruppo di compressione, è possibile variare la pressione intermedia di espansione, eguagliando il lavoro di prima espansione al lavoro totale di compressione:

$$c_p h_{ic} h_{mc} T_1 \left[1 - \left(\frac{p_{ie}}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \frac{c_p T_0}{h_{ic} h_{mc}} (\sqrt{t} - 1) \left\{ 2 + (1 - i_{sc}) \frac{\sqrt{t} - 1}{h_{ic}} \right\},$$

$$\text{da cui: } p_{ie} = p_1 \left\{ 1 - \frac{T_0}{T_1} \frac{(\sqrt{t} - 1)}{h_{ic} h_{mc} h_{ic} h_{mc}} \left[2 + (1 - i_{sc}) \frac{\sqrt{t} - 1}{h_{ic}} \right] \right\}^{\frac{k}{k-1}},$$

rinunciando a massimizzare la potenza resa, ovvero intervenire sul rapporto t , lasciando le condizioni di pressione intermedia media geometrica, ponendo: $c_p T_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t}}\right) = 2c_p T_0 (\sqrt{t} - 1)$, da cui: $t = \left(\frac{T_1}{2T_0}\right)^2$ senza più gradi di libertà di ottimizzazione.

Al limite di risurriscaldamenti continui in espansione e refrigerazione continua in fase di compressione, (ciclo ideale), entrambe le trasformazioni tendono all'isoterma a temperatura T_1 , T_0 , rispettivamente, mentre con scambiatore di recupero a efficienza unitaria, la temperatura di scarico dei fumi coincide con quella di ingresso in camera di combustione, ovvero senza necessità di ulteriori riscaldamenti.

Si ottiene, quindi, un altro schema di ciclo di Carnot a gas, con rendimento:

$$h = 1 - \frac{Q_e}{Q_u} = 1 - \frac{L_c}{L_e} = 1 - \frac{p_0 v_0 \ln \frac{p_1}{p_0}}{p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_0}} = 1 - \frac{RT_0}{RT_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1} = h_c.$$

§ III° .5.6 – COSTO DELL'ENERGIA PRODOTTA.

Il valore attuale netto dell'investimento risulta:

$$VAN = \frac{PuTc_k}{t_{ek}} - \frac{PuTc_c}{h k_i t_{ec}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) I, \text{ da cui per: } t_{ek} \sim t_{ec}: \\ c_k = \frac{c_c}{k_i h} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{I t_{ek}}{PuT}.$$

Impianti di turbina a gas senza recupero.

Supponendo il costo di investimento proporzionale alle dimensioni e quindi alla portata di fluido circolante: $I = q_0 G = q_0 \frac{P}{L(t)}$, si ottiene:

$$c_k = \frac{c_c}{h(t)k_i} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}}\right) \frac{q_0 t_{ek}}{uTL(t)}.$$

La funzione tende a infinito per gli zeri delle funzioni: $h(t)$ e $L(t)$, ovvero: $t = 1$ e $t = \frac{T_1}{T_0} h_{ie} h_{me} h_{ic} h_{mc}$, presentando un solo minimo,

all'interno di tale intervallo di valori significativi.

Per gli usuali valori delle grandezze caratteristiche, le condizioni di massimo lavoro specifico, (ovvero minimo costo impianto), e massimo rendimento, (ovvero minimo costo di esercizio), sono sensibilmente

prossime: $t(L_{\max}) \sim t(h_{\max}) \sim \sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{ic} h_{me} h_{ic} h_{mc}}$,

per cui in condizioni di ottimizzazione risulta:

$$L = \frac{c_p T_0}{h_{ic} h_{mc}} \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} - 1 \right)^2;$$

$$q = \frac{c_p T_0}{h_b} \left[\left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) - \frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} - 1}{h_{ic}} \right];$$

$$h = \frac{L}{q} = \frac{\frac{1}{h_{ic} h_{mc}} \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} - 1 \right)^2}{\frac{1}{h_b} \left[\left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) - \frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} - 1}{h_{ic}} \right]}$$

$$c_k = c_c h_b h_{ic} h_{mc} \frac{\left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) - \frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} - 1}{h_{ic}}}{k_i \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} - 1 \right)^2} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q_{otek}}{uT} \frac{h_{ic} h_{mc}}{c_p T_0 \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} - 1 \right)^2}.$$

Impianti di turbina a gas con recupero.

Il costo di investimento è esprimibile come somma dell'impianto senza recupero, (I_0), e del sistema di recupero stesso, (I_r):

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_r, \text{ con: } \mathbf{I} = \mathbf{q}_0 \mathbf{G} = \mathbf{q}_0 \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{L}(t)}; \quad \mathbf{I}_r = \mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}.$$

Si ottiene, quindi:

$$\mathbf{VAN}(t, \mathbf{S}) = \frac{\mathbf{PuTc}_k}{t_{ek}} - \frac{\mathbf{PuTc}_c}{\mathbf{h}(t, \mathbf{S})k_i t_{ec}} - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \left[\mathbf{q}_0 \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{L}(t)} + (\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}) \right],$$

$$\text{da cui: } \mathbf{c}_k(t, \mathbf{S}) = \frac{\mathbf{c}_c}{\mathbf{h}(t, \mathbf{S})k_i} + \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{t_{em}} \right) \frac{\mathbf{q}_0 t_{ek}}{\mathbf{uTL}(t)} + (\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}) \frac{t_{ek}}{\mathbf{PuT}},$$

risultando in questo caso, la potenza termica di recupero, (e quindi il rendimento del sistema), funzione, del rapporto \mathbf{t} e dell'efficienza, (\mathbf{i}_s):

$\mathbf{h} = \mathbf{h}(t, \mathbf{i}_s)$, con \mathbf{i}_s funzione della superficie dello scambiatore, \mathbf{S} , e della portata: $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_s(\mathbf{G}, \mathbf{S})$, con: $\mathbf{G} = \mathbf{P}/\mathbf{L}(t)$, da cui: $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_s(t, \mathbf{S})$, e quindi: $\mathbf{h} = \mathbf{h}(t, \mathbf{i}_s) = \mathbf{h}(t, \mathbf{S})$.

Poiché la potenza installata e il fattore di carico, (e quindi l'utile prodotto), non risultano variabili di ottimizzazione, i valori ottimali dei parametri \mathbf{t} ed \mathbf{S} , si ottengono indifferentemente come radici dei

$$\text{sistemi: } \begin{cases} \frac{\delta \mathbf{VAN}(t, \mathbf{S})}{\delta t} = 0 \\ \frac{\delta \mathbf{VAN}(t, \mathbf{S})}{\delta \mathbf{S}} = 0 \end{cases}, \text{ ovvero: } \begin{cases} \frac{\delta \mathbf{c}_k(t, \mathbf{S})}{\delta t} = 0 \\ \frac{\delta \mathbf{c}_k(t, \mathbf{S})}{\delta \mathbf{S}} = 0 \end{cases},$$

o dall'analisi numerica delle funzioni:

$$\mathbf{VAN} = \mathbf{VAN}(t, \mathbf{S}), \text{ ovvero: } \mathbf{c}_k = \mathbf{c}_k(t, \mathbf{S}).$$

Il procedimento può essere scisso nelle due variabili considerando separatamente la superficie di scambio, (o efficienza), dello scambiatore di recupero come investimento relativo al risparmio conseguente alla sua installazione:

$$\begin{aligned} \mathbf{VAN}(\mathbf{S}) &= \frac{\mathbf{Gc}_p(\mathbf{T}_4 - \mathbf{T}_3')\mathbf{uTc}_c}{k_i h_g t_{ec}} - (\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}) = \frac{\mathbf{Gc}_p \mathbf{uTc}_c}{k_i h_g t_{ec}} (\mathbf{T}_2' - \mathbf{T}_3') \mathbf{i}_s(\mathbf{S}) - (\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}) = \\ &= \frac{\mathbf{Gc}_p \mathbf{uTc}_c}{k_i h_g t_{ec}} \frac{(\mathbf{T}_2' - \mathbf{T}_3')}{1 + \frac{\mathbf{Gc}_p \mathbf{R}_t}{\mathbf{S}}} - (\mathbf{b}_0 + \mathbf{bS}), \end{aligned}$$

avendo considerato lo scambiatore come un'apparecchiatura in controcorrente a pendenze parallele di superficie \mathbf{S} fra le medesime portate, (\mathbf{G}), di fluido a pari calore specifico:

$$\mathbf{i}_s(\mathbf{S}) = \frac{\mathbf{c}_p(\mathbf{T}_4 - \mathbf{T}_3')}{\mathbf{c}_p(\mathbf{T}_2' - \mathbf{T}_3')} = \frac{\mathbf{T}_4 - \mathbf{T}_3'}{\mathbf{T}_2' - \mathbf{T}_3'} = \frac{1}{1 + \frac{\mathbf{Gc}_p \mathbf{R}_t}{\mathbf{S}}}.$$

Essendo la portata: $\mathbf{G} = \mathbf{P}/\mathbf{L}(t)$, indipendente dalla superficie in quanto il lavoro specifico non varia col recupero, il **VAN** risulta dipendente dalla sola variabile **S**, e pertanto l'equazione di ottimizzazione: $\frac{d\mathbf{VAN}(\mathbf{S})}{d\mathbf{S}} = \mathbf{0}$, porge:

$$S_{ec} = Gc_p R_t \left(\sqrt{\frac{(T_2' - T_3')uTc_c}{R_t k_i h g t_{ec} b}} - 1 \right) = Gc_p R_t \left\{ \sqrt{\frac{\left[(T_1 - T_0) - (t-1) \left(T_1 \frac{h_{ie}}{t} + \frac{T_0}{h_{ic}} \right) \right] uTc_c}{R_t k_i h g t_{ec} b}} - 1 \right\} =$$

$$= \frac{P}{L(t)} c_p R_t \left\{ \sqrt{\frac{\left[(T_1 - T_0) - (t-1) \left(T_1 \frac{h_{ie}}{t} + \frac{T_0}{h_{ic}} \right) \right] uTc_c}{R_t k_i h g t_{ec} b}} - 1 \right\},$$

ovvero: $(i_s)_{ec} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{\left[(T_1 - T_0) - (t-1) \left(T_1 \frac{h_{ie}}{t} + \frac{T_0}{h_{ic}} \right) \right] uTc_c}{R_t k_i h g t_{ec} b}} - 1}}}$.

Per tali valori la funzione **VAN**:

$$\mathbf{VAN}(t) = \frac{\mathbf{P}u\mathbf{T}c_k}{t_{ek}} - \frac{\mathbf{P}u\mathbf{T}c_c}{h(t, i_{sec})k_i t_{ec}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \left[q_0 \frac{\mathbf{P}}{L(t)} + (b_0 + bS_{ec}) \right]$$

presenta un solo massimo di ottimizzazione del restante parametro **t**, radice della relazione: $d\mathbf{VAN}(t)/dt = \mathbf{0}$.

La funzione, infatti, contiene un termine di esercizio, (negativo), inversamente proporzionale al rendimento e due termini di impianto, (negativi), entrambi inversamente proporzionali al lavoro specifico e pertanto tende a meno infinito per i rispettivi zeri: $t = 1$ e

$t = \frac{T_1}{T_0} h_{ie} h_{me} h_{ic} h_{mc}$, presentando un solo massimo, (il cui segno ne identifica le condizioni di massimo utile ovvero minima perdita), all'interno di tale intervallo di valori significativi.

La funzione $\mathbf{h}(\mathbf{t})$, a ottimizzazione dello scambiatore effettuata, differisce dalla relazione valida per lo schema senza recupero solo per termini costanti, e parimenti, quindi, presenta un solo massimo.

Infine la funzione $\mathbf{c}_k(\mathbf{t})$, presenta un solo minimo relativo alle condizioni di massimo rendimento, (minimo costo di esercizio), e minimo lavoro specifico, (minimo costo impianto), assai prossime fra loro.

§ III° .5.7 – LIMITE DI CONVENIENZA ECONOMICA AL RECUPERO.

Indicando con i pedici \mathbf{o} ed \mathbf{r} le grandezze riferite agli schemi, (ottimizzati), senza e con recupero, la condizione di convenienza al recupero, ($\mathbf{c}_{kr} < \mathbf{c}_{ko}$), risulta:

$$\frac{\mathbf{c}_c}{\mathbf{k}_i} \left(\frac{1}{\mathbf{h}_o} - \frac{1}{\mathbf{h}_r} \right) - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{t}_{em}} \right) \frac{\mathbf{q}_o \mathbf{t}_{ek}}{\mathbf{uT}} \left(\frac{1}{\mathbf{L}_r} - \frac{1}{\mathbf{L}_o} \right) > (\mathbf{b}_o + \mathbf{bS}) \frac{\mathbf{t}_{ek}}{\mathbf{PuT}},$$

ovvero risparmio sui costi specifici di esercizio: $\frac{\mathbf{c}_c}{\mathbf{k}_i} \left(\frac{1}{\mathbf{h}_o} - \frac{1}{\mathbf{h}_r} \right)$,

diminuito del prevedibile incremento di costo specifico di impianto, (i salti di pressione e quindi i valori del lavoro specifico tendono a

diminuire col recupero): $\left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{t}_{em}} \right) \frac{\mathbf{q}_o \mathbf{t}_{ek}}{\mathbf{uT}} \left(\frac{1}{\mathbf{L}_r} - \frac{1}{\mathbf{L}_o} \right)$, risulti maggiore

del costo specifico di impianto relativo all'installazione dello

scambiatore di recupero: $(\mathbf{b}_o + \mathbf{bS}) \frac{\mathbf{t}_{ek}}{\mathbf{PuT}}$.

La medesima condizione globale si ottiene valutando il risparmio sui costi totali attualizzati, ($\mathbf{C}_{Ao} - \mathbf{C}_{Ar}$):

$$\mathbf{C}_{Ao} - \mathbf{C}_{Ar} = \mathbf{PuT} \frac{\mathbf{c}_c}{\mathbf{k}_i \mathbf{t}_{ek}} \left(\frac{1}{\mathbf{h}_o} - \frac{1}{\mathbf{h}_r} \right) - \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{t}_{em}} \right) \left[\mathbf{q}_o \mathbf{P} \left(\frac{1}{\mathbf{L}_r} - \frac{1}{\mathbf{L}_o} \right) + (\mathbf{b}_o + \mathbf{bS}) \right]$$

A ottimizzazione economica effettuata, fissate le caratteristiche dell'impianto e le dimensioni dell'eventuale sezione di recupero, il costo globale di investimento può essere espresso con la relazione:

$\mathbf{I} = \mathbf{qP}$, per ogni tipo e taglia di impianto.

Il costo specifico dell'energia prodotta risulta, quindi:

$$\mathbf{c}_k = \frac{\mathbf{c}_c}{\mathbf{k}_i \mathbf{h}} + \left(\mathbf{f}_r + \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{t}_{em}} \right) \frac{\mathbf{q} \mathbf{t}_{ek}}{\mathbf{uT}}.$$

§ III° .5.8 – IMPIANTI MISTI GAS-VAPORE.

In ottemperanza al ciclo ottimo di riferimento, (Carnot), le migliori condizioni termodinamiche per la conversione di energia termica in energia meccanica, (o elettrica), si ottengono quando il fluido motore riceve la potenza termica primaria alla massima temperatura, (in pratica quella tecnologicamente ed economicamente realizzabile), e cede la potenza termica di scarto alla minima temperatura, (in pratica compatibile con quella della sorgente fredda), del sistema.

Per gli impianti motori a gas, i massimi valori di rendimento globale di conversione, si ottengono per valori del rapporto di compressione:

$$\frac{P_1}{P_2} \sim \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc}} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{T_1}{T_0} h_{it} h_{mt} h_{ic} h_{mc} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}}$$

non troppo elevati, (**10 ÷ 15**), con conseguente limitata sollecitazione di tutte le sezioni dell'impianto, mentre la camera di combustione risulta uno scambiatore a miscela, privo quindi, di pareti intermedie per cui pure tenuto conto dei problemi di corrosione della prime schiere di palette delle turbine alimentate da gas di scarico, sono ottenibili rilevanti temperature di picco, in costante aumento con i progressi tecnologici.

La potenza termica di scarto invece viene ceduta all'ambiente esterno a temperatura piuttosto elevata anche con l'installazione di scambiatori di recupero, per cui il rendimento globale di conversione ne risulta conseguentemente penalizzato.

Negli impianti a vapore, al contrario, per l'ottenimento di cicli a elevato rendimento, è necessario raggiungere pressioni nel generatore superiori al centinaio di bar, con conseguente elevata sollecitazione di tutte le sezioni dell'impianto, mentre lo scambio termico avviene in corpi a superficie, per cui anche se le turbine risultano alimentate da un vapore non corrosivo, (acqua), le attuali temperature di picco, risultano nettamente inferiori a quelle relative ai cicli a gas e non appaiono economicamente aumentabili, per cui i relativi cicli, per grandi potenze, sembrano giunti a una ottimizzazione praticamente definitiva, (rigenerazione a **6 ÷ 8** spillamenti, uno stadio di risurriscaldamento), ovvero una maturità tecnico-economica a livelli di rendimento globale di conversione su valori di soglia del **40 ÷ 42%**, (con cicli ipercritici e numero di spillamenti fino a **12** e temperatura dell'acqua di alimento oltre i **300 °C**, si giunge a valori di circa il **50%**).

Lo smaltimento della potenza termica di scarto, (condensazione), invece, avviene a temperatura costante e alla minima temperatura del sistema, ovvero nelle migliori condizioni termodinamiche.

Un sistema misto gas-vapore, in cui la potenza termica di scarto di un impianto motore a gas alimenta la caldaia a recupero della sezione a vapore, (**Fig.III.5.8.1**), realizza pertanto, le migliori condizioni termodinamiche ricevendo la potenza termica primaria fino alle massime temperature ammissibili per gli impianti a gas e cedendo la

potenza termica di scarto a temperatura costante e ai valori minimi relativi agli impianti a vapore.

I gas di scarico lasciano il generatore di vapore alle minime temperature compatibili con i fenomeni corrosivi dei condotti di uscita ai camini, ai medesimi livelli relativi agli schemi a vapore, (**95÷110 °C**)

§ III° .5.9 – PRESTAZIONI DEGLI IMPIANTI MISTI GAS-VAPORE.

Per portata unitaria nella sezione a gas, la potenza meccanica e termica specifiche, (L_g e Q), risultano, (**Fig.III.5.8.1**):

$$L_g = c_p(t - 1) \left(\frac{T_1 h_{it} h_{mt}}{t} - \frac{T_o}{h_{ic} h_{mc}} \right); \quad Q = \frac{c_p}{h_b} \left[T_1 - T_o \left(1 + \frac{t - 1}{h_{ic}} \right) \right],$$

mentre nella sezione a vapore, (senza rigenerazione, risurriscaldamenti e a pressione singola nel generatore), indicando con G la portata di vapore generata dalla portata unitaria nella sezione a gas, la potenza meccanica, (L_v), vale:

$$L_v = G(h_4 - h_5) h_i h_m h_e h_a.$$

Il bilancio energetico al generatore di vapore, risulta:

$$G = \frac{c_p(T_2 - T_7)}{h_4 - h_6}; \quad L_v = \frac{c_p(T_2 - T_7)}{h_4 - h_6} (h_4 - h_5) h_i h_m h_e h_a.$$

La potenza specifica totale, (L), e il rendimento globale di conversione dell'impianto misto, (h), risultano, quindi:

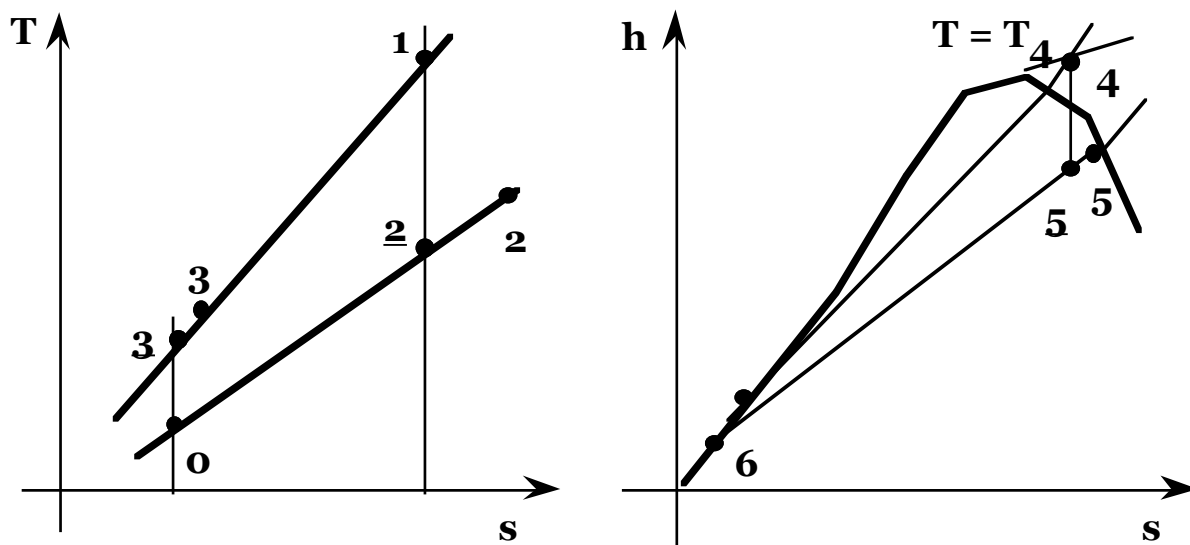
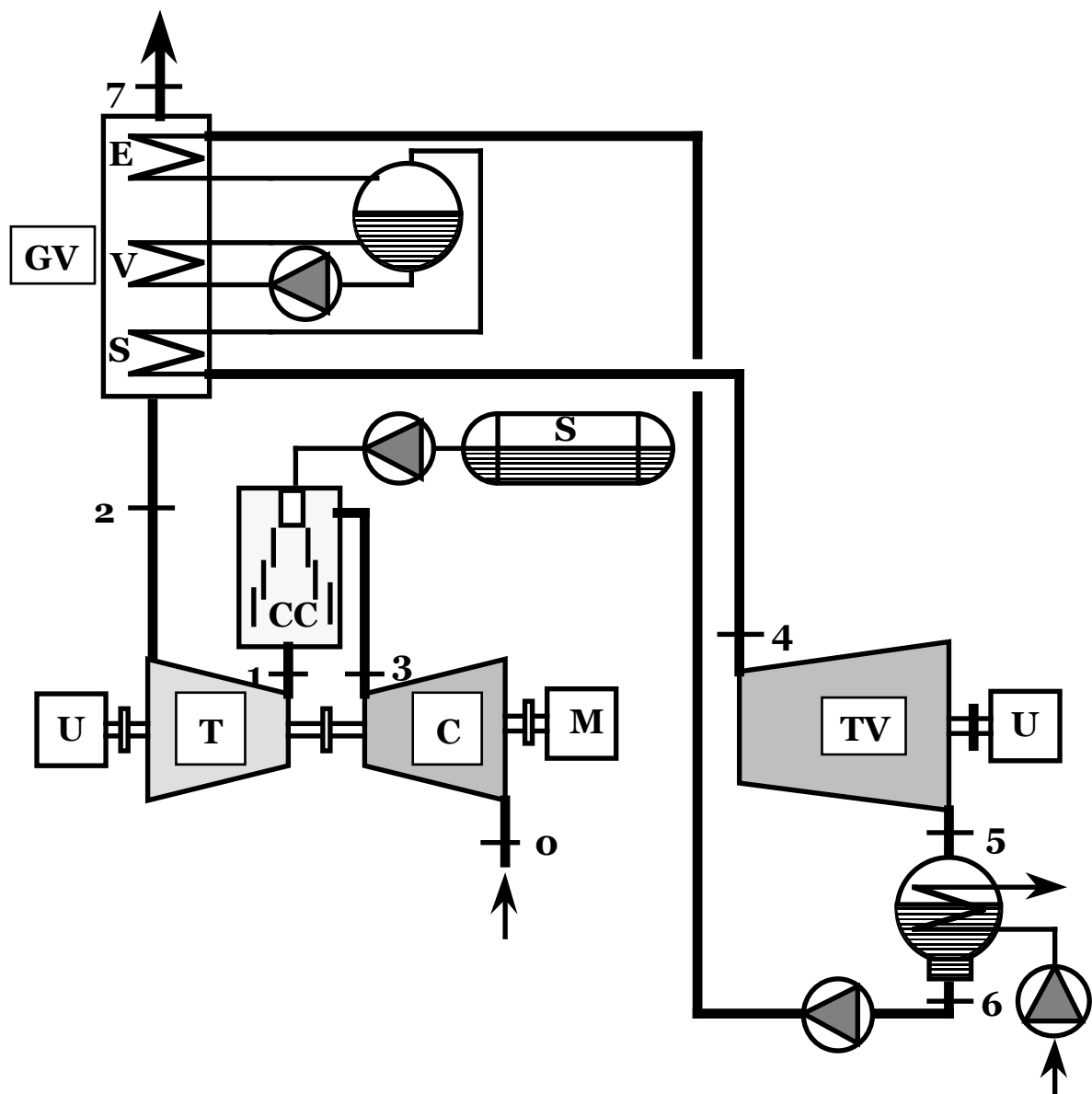


Fig.III° 5.8.1

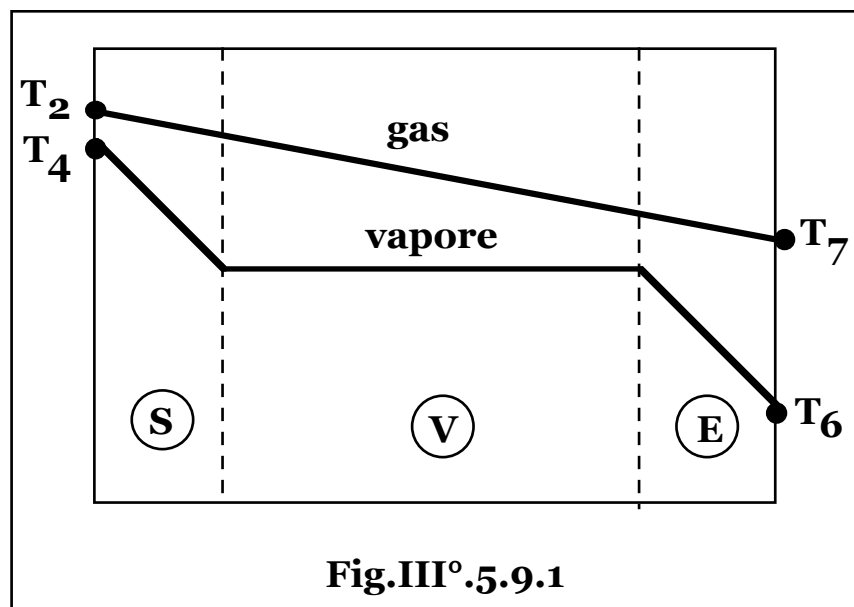
$$L = L_g + L_v = c_p(t-1) \left(\frac{T_1 h_i h_{mt}}{t} - \frac{T_o}{h_i h_{mc}} \right) + \frac{c_p(T_2 - T_7)}{h_4 - h_6} (h_4 - h_5) h_i h_m h_e h_a;$$

$$h = \frac{L_g + L_v}{Q} = \frac{(t-1) \left(\frac{T_1 h_i h_{mt}}{t} - \frac{T_o}{h_i h_{mc}} \right) + \frac{T_2 - T_7}{h_4 - h_6} (h_4 - h_5) h_i h_m h_e h_a}{\frac{1}{h_b} \left[T_1 - T_o \left(1 + \frac{t-1}{h_{ic}} \right) \right]}$$

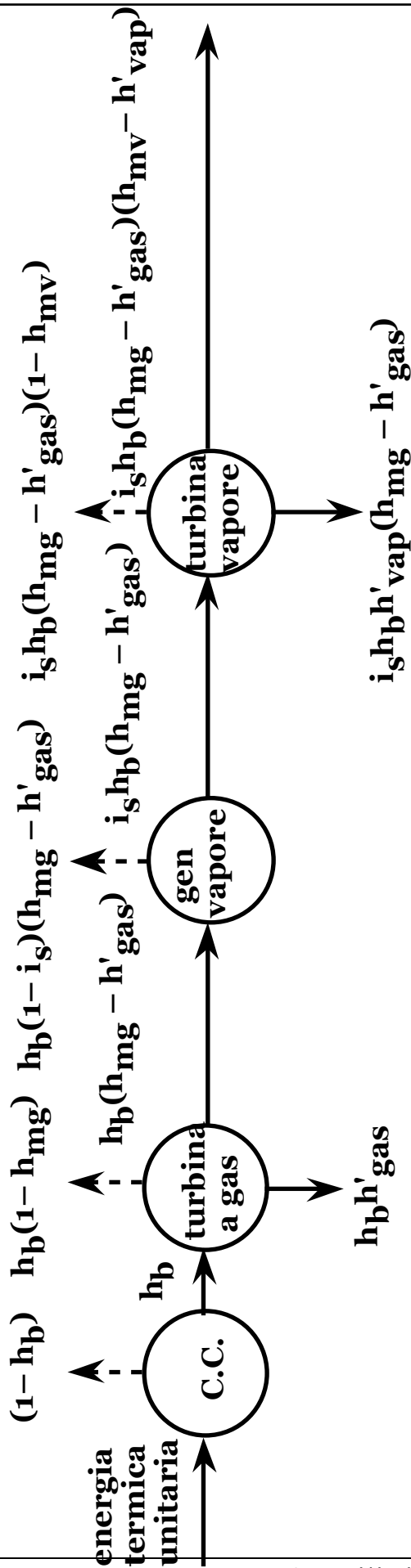
Fissate le temperature estreme del ciclo a gas, (T_o e T_1), la pressione di aspirazione della sezione di compressione e la temperatura di condensazione della sezione a vapore, risultano noti gli stati fisici **0**, **6** e, (in funzione del parametro t), **1**.

Imposto il titolo in uscita dalla turbina a vapore, risulta determinato lo stato fisico **5**.

Dall'analisi del diagramma $T - Q$ del generatore di vapore, (**Fig.III.5.9.1**), essendo: $T_2 = T_1/t = T_2(t)$, si determinano le temperature: $T_7 = T_7(t)$; $T_4 = T_4(t)$.



Noto il rendimento rispetto all'isoentropica di espansione del vapore, (h_j), si determinano, infine, gli stati fisici **4** e **5**.



$$h = h_b h'_{gas} + i_s h_b(h_{mg} - h'_{gas}) = h_{gas} + i_s(h_b h_{mg} - h_{gas}) h_{vap} / h_g$$

- h_b rendimento della camera di combustione;
 - h_{mg}, h_{mv} rendimenti meccanico-auxiliari-elettrico dei gruppi gas e vapore;
 - h'_{gas}, h'_{vap} rendimenti globali di conversione, (gas e vapore), a meno dei rendimenti dei generatori, (h_b, h_g);
 - i_s efficienza dello scambiatore-generatore di vapore;
 - h_{gas}, h_{vap} rendimenti globali di conversione delle sezioni gas e vapore:
- $$h_{gas} = h_b h'_{gas} \quad h_{vap} = h_g h'_{vap}$$

Fig.III° .5.9.2

Pertanto potenza specifica totale, (L), e il rendimento globale di conversione dell'impianto misto, (h), risultano dipendenti dal solo parametro t , in funzione del quale possono, quindi, essere ottimizzati, nel rispetto delle condizioni di effettivo scambio termico al generatore e nel campo di validità dei valori di rendimento parziali assunti per le singole trasformazioni, ovvero compatibile con un efficiente funzionamento dei cicli parziali stessi.

Il rendimento globale di conversione di un sistema misto gas-vapore, può esprimersi, in generale, con la relazione, (**Fig.III.5.9.2**):

$$h = h_{\text{gas}} + i_s(h_b h_{\text{mg}} - h_{\text{gas}})(h_{\text{vap}}/h_g).$$

Negli impianti misti, la rigenerazione nella sezione a vapore, ne aumenta il rendimento, (h_{vap}), ma diminuisce l'efficienza, (i_s), del generatore di vapore per aumento della temperatura di ingresso dell'acqua di alimento. Indicando con i pedici r e o le grandezze relative alla presenza o assenza della sezione di rigenerazione, con f_p il coefficiente di riduzione di potenza in turbina a vapore per diminuzione di portata, ($f_p < 1$), e con Q_{max} la potenza termica massima cedibile dal gas, si ha:

$$(h_{\text{vap}})_o = \frac{L_v}{(i_s)_o Q_{\text{max}}}; \quad (h_{\text{vap}})_r = \frac{f_p L_v}{(i_s)_r Q_{\text{max}}}.$$

Si ottiene, quindi:

$$\frac{(h_{\text{vap}})_r (i_s)_r - (h_{\text{vap}})_o (i_s)_o}{(h_{\text{vap}})_o (i_s)_o} = \frac{D(h_{\text{vap}} i_s)}{(h_{\text{vap}})_o (i_s)_o} = f_p - 1 < 0.$$

Pertanto, poichè nell'espressione del rendimento globale del sistema, il termine variabile con la rigenerazione è $h_{\text{vap}} i_s$, la rigenerazione stessa risulta energeticamente dannosa per cui la sua adozione è limitata ai casi in cui è richiesto un aumento della temperatura dei gas di scarico altrimenti al di sotto del limite di rugiada, o vi sia necessità di uno scambiatore a miscela con funzione di degasatore.

Un'opportuna sezione di risurriscaldamento del vapore può combinare cicli misti altrimenti incompatibili per i ridotti titoli di vapore allo scarico della turbina e permettere maggiori pressioni nella sezione a vapore con aumento del corrispondente rendimento.

L'analisi del parametro $h_{\text{vap}} i_s$, in funzione del risurriscaldamento, (anche in questo caso l'efficienza dello scambiatore diminuisce), mostra l'esistenza di una pressione ottimale di risurriscaldamento che, tramite il parametro $h_{\text{vap}} i_s$ stesso, massimizza il rendimento globale, ma di quantità praticamente trascurabili. Rispetto ai sistemi a vapore di grande taglia ed elevata complicazione impiantistica, (e

conseguente elevato onere economico), i cicli misti mostrano, quindi, le migliori prestazioni con schemi semplici privi di rigenerazione e risurriscaldamento e quindi, (tenuto anche conto dei minori oneri di installazione specifici degli impianti a gas rispetto a quelli a vapore), con minori costi globali di investimento anche a taglie ridotte.

Anche la potenza termica smaltita al condensatore, (e quindi le dimensioni e i costi della relativa sezione), è ridotta rispetto agli schemi a solo vapore, mentre pure ridotti risultano i tempi di costruzione e avviamento dell'impianto, (2,5 ÷ 3 anni a fronte dei 10 ÷ 12 richiesti per la realizzazione di una centrale nucleare e i 4 ÷ 5 per una centrale a vapore), con conseguenti minori oneri per interessi finanziari.

Negli impianti misti gas-vapore possono essere previste alcune aggiunte, o apparecchiature ausiliarie allo scopo di ottenere maggiori potenze e/o rendimenti.

La potenza di compressione della sezione a gas, è evidentemente decrescente con la temperatura dell'aria ambiente di combustione aspirata. Per diminuirne artificialmente il valore è possibile intervenire aumentandone l'umidità, (fino a ragionevoli valori dell'ordine dell'85% a meno di sistemi più onerosi), tramite immissione di acqua in minute gocce. L'effetto globale è tanto più sensibile quanto maggiore è la temperatura e quanto minore è l'umidità dell'aria e in pratica il risparmio di potenza, (e quindi l'aumento di potenza netta del gruppo a gas), inizia ad essere apprezzabile a temperature di 15°C al di sotto delle quali prevale l'aumento delle perdite di carico in aspirazione, (con incidenza dell'ordine del 2% della potenza netta), e il rendimento ad aumentare a partire da temperature di circa 25°C, in quanto con tali dispositivi vengono prodotti fumi più freddi e più umidi con penalizzazione delle caratteristiche termodinamiche del vapore prodotto nella caldaia a recupero e quindi della potenza prodotta dalla relativa sezione.

L'acqua può essere inserita anche con sistemi atomizzatori rendendo trascurabile l'aumento delle perdite di carico in aspirazione.

In ogni caso si ha un intervallo di temperature dell'aria in aspirazione nel quale si ottiene un aumento della potenza dell'impianto, ma penalizzazione in termini di efficienza.

Può essere prevista anche una sezione di postcombustione dei gas di scarico della turbina a gas, di tipo discontinuo per compensare le variazioni di potenza con la temperatura dell'aria aspirata o variazioni di richiesta, ovvero di regime per aumentare la potenza netta del gruppo anche se generalmente a scapito del rendimento globale di conversione.

Nel caso di sistemi cogenerativi, infine, la postcombustione permette un'ampia flessibilità di generazione combinata.

La tecnologia delle turbine a gas ha recentemente subito una notevole evoluzione passando dai modelli con raffreddamento delle palette ad aria, (temperature di picco di **1.300 °C**), di crescente sofisticazione fino ai limiti, (**~1.500°C**), oltre i quali l'aumento dell'aria di refrigerazione porterebbe a una diminuzione del rendimento del sistema, a turbine pluristadio con ugelli e palette del rotore realizzate con superleghe microfuse a base di nichel e cobalto, con refrigerazione dei primi stadi a vapore, (utilmente impiegato per risurriscaldare parte della portata del ciclo a vapore), e i successivi ad aria, (l'ultimo stadio non richiede generalmente raffreddamento). Corrispondentemente il rendimento dei cicli a gas dall'attuale **33 ÷ 35%** si sta portando a ridosso di quello dei cicli a vapore, (**40%**), e di conseguenza il rendimento dei cicli combinati dal **40 ÷ 45%** degli anni passati è attualmente intorno al **50 ÷ 55%** con prospettiva di raggiungere il **60%** a breve termine.

Tali schemi sono realizzati con turbine a gas pluristadio e ciclo a recupero a più livelli di pressione con vapore in uscita dalla sezione di alta che rientra nella caldaia a recupero per risurriscaldarsi.

I cicli misti richiedono, tuttavia, l'impiego di combustibili, (gasolio, metano), più pregiati di quelli utilizzabili dai sistemi a caldaia-turbina, (olio, carbone), o i prodotti della gassificazione di idrocarburi pesanti come residui di raffinazione.

Pertanto rispetto ai cicli semplici a vapore, gli oneri di esercizio dei cicli misti, ridotti per i maggiori valori di rendimento di conversione, risultano aggravati dal maggiore costo specifico del combustibile, per cui la valutazione economica comparativa dei costi specifici globali dell'energia prodotta, non è univocamente definibile se non nell'ambito del particolare andamento del prezzo dei combustibili.

Circa l'impatto ambientale, infine, dati i combustibili puliti impiegati, le emissioni di ossidi di zolfo sono praticamente nulle, mentre date le temperature di picco la formazione degli ossidi di azoto, (esponenziale con la temperatura di fiamma), e di **CO** riveste particolare rilevanza e ha richiesto appropriate tecniche progettuali fino a ottenere camere di combustione con emissioni non superiori a 50 mg/Nm^3 .

Nettamente ridotte, invece, risultano le emissioni di **CO₂**, sia per l'impiego di gas naturale, (con emissione pari al 75% di quella relativa all'impiego di olio combustibile e inferiore al 50% rispetto al carbone a parità di energia termica generata), che per l'aumento di rendimento di conversione, con valori complessivi dell'ordine di $300\div 350 \text{ gr/kWh}$,

ovvero pari al 30% rispetto alle centrali a carbone e al 50% rispetto alle centrali a olio combustibile.

§ III° 5.10 – IMPIANTI MISTI PER LA COPERTURA DI CARICHI VARIABILI. RIPOTENZIAMENTO DELLE CENTRALI.

La potenza elettrica richiesta sulla rete nazionale, (o di aree di sufficienti dimensioni), risulta variabile presentando picchi e depressioni ad andamento periodico, generalmente giornaliero, non significativamente variabile in funzione del periodo dell'anno.

Poichè l'energia elettrica è sensibilmente pari a quella consumata non potendosi accumulare se non in impianti di pompaggio con considerevole aggravio di costi, il fabbisogno viene coperto da impianti di base a funzionamento continuo per la richiesta costante e da impianti di punta per i picchi di consumo.

Gli impianti a funzionamento continuo e regime di potenza pressochè costante impiegati per la richiesta di base, risultano, quindi, le centrali termoelettriche a vapore, (a combustibile chimico o nucleare), che a fronte di maggiori oneri di investimento, permettono minori costi globali dell'energia prodotta per l'elevato rendimento di conversione, mentre per le richieste di punta sono preferibili gli impianti a gas per la maggiore rapidità di avviamento, facilità di intervento e manutenzione, più semplice modulazione dal punto di vista tecnico e, dal punto di vista economico, per i minori costi di investimento che, ai bassi fattori di carico, assumono maggior rilievo rispetto ai costi di esercizio, (superiori per i minori rendimenti di conversione), nell'economia globale di produzione.

Un impianto misto gas-vapore nel quale ai bassi regimi di potenza è in funzione la sola sezione a vapore, mentre la sezione a gas viene avviata solo per la copertura dei carichi di punta, risulta un accoppiamento che non riduce il rendimento globale di conversione a qualunque livello di potenza, (altrimenti mediato fra quello dell'impianto a vapore e a gas, rispettivamente), mantenendo tutti i vantaggi relativi alle economie di investimento.

A una media centrale termoelettrica con ciclo a rigenerazione con sette spillamenti di vapore su scambiatori a superficie più uno al degasatore e con uno stadio di risurriscaldamento del vapore, (**Fig.III.5.10.1**), è possibile accoppiare uno stadio a gas semplice, (**Fig.III.5.10.2**), la cui potenza termica di scarto alimenta alcuni degli spillamenti di rigenerazione, (nello schema i quattro ad alta temperatura).

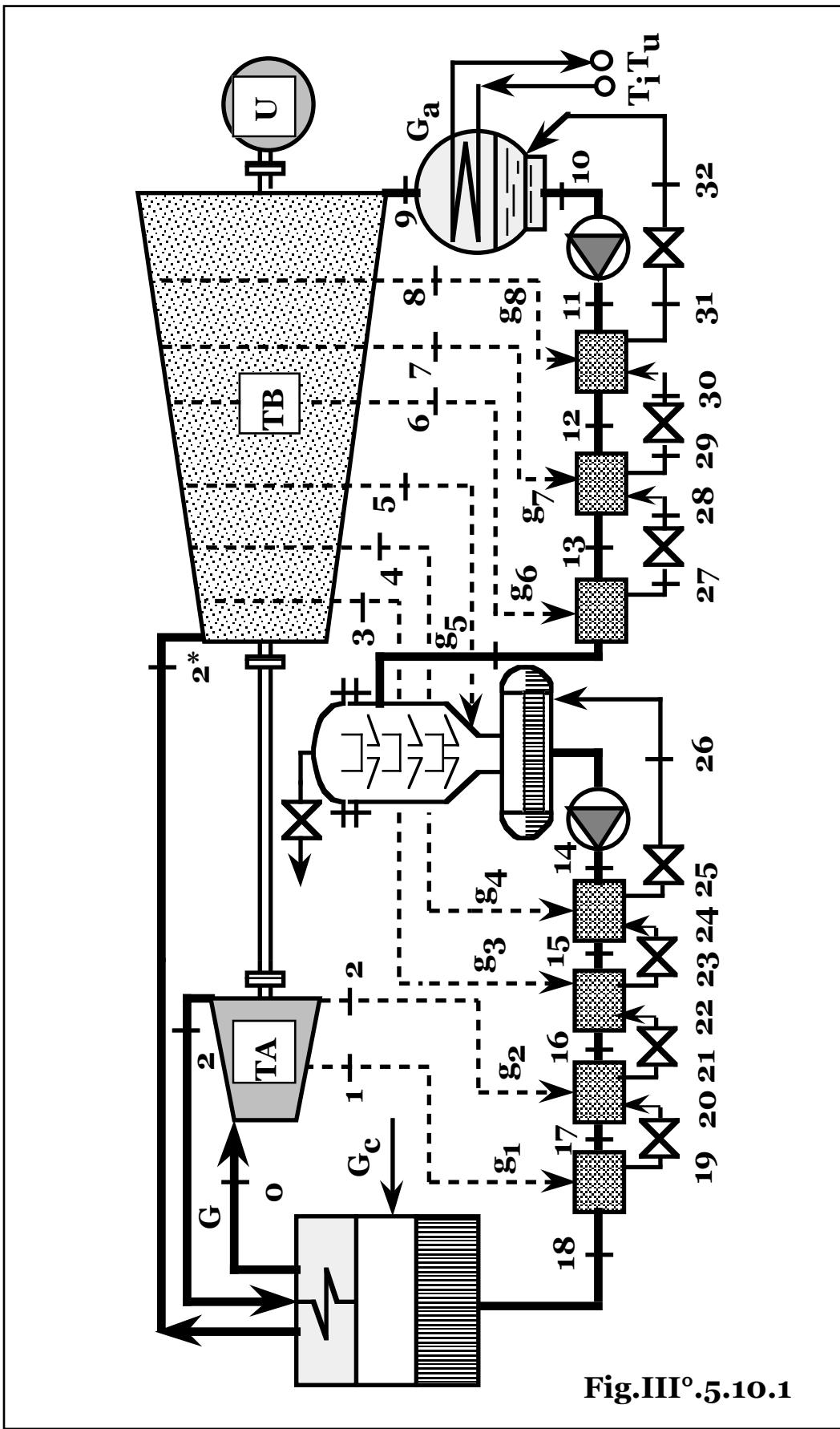
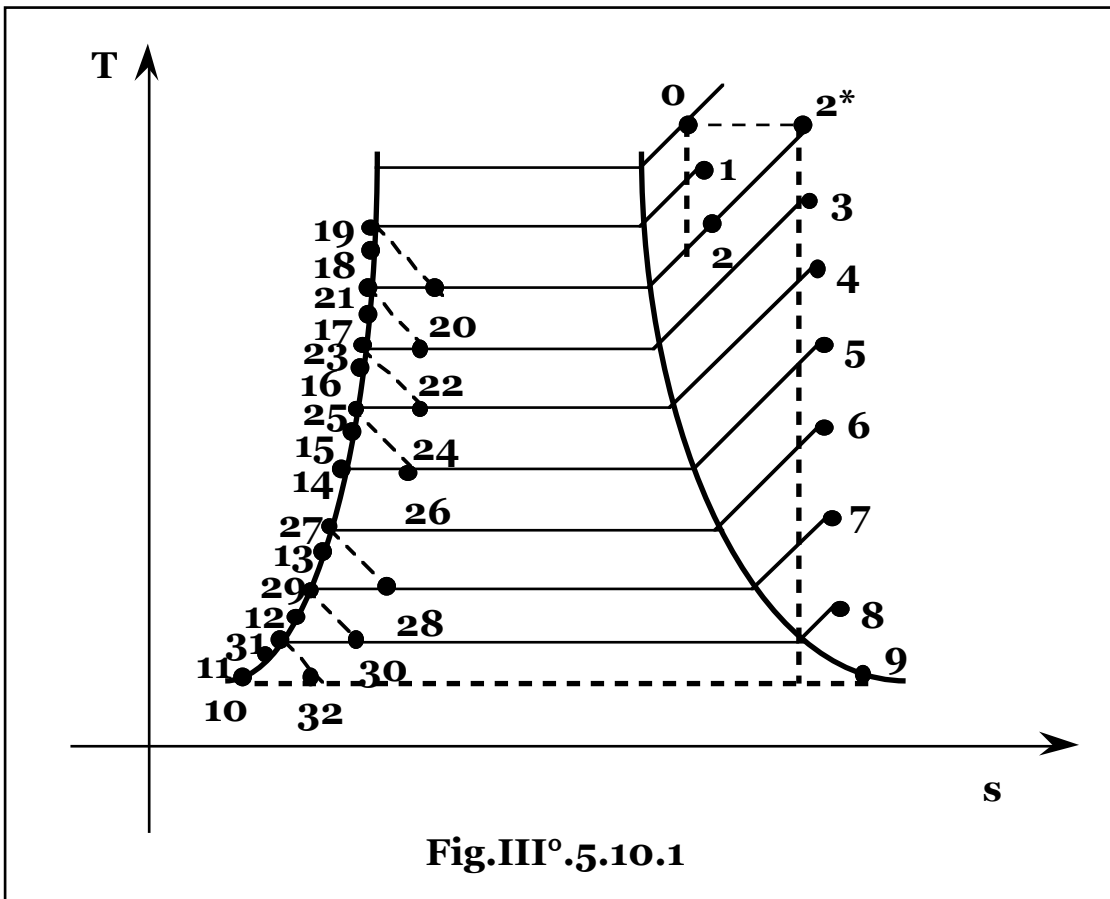
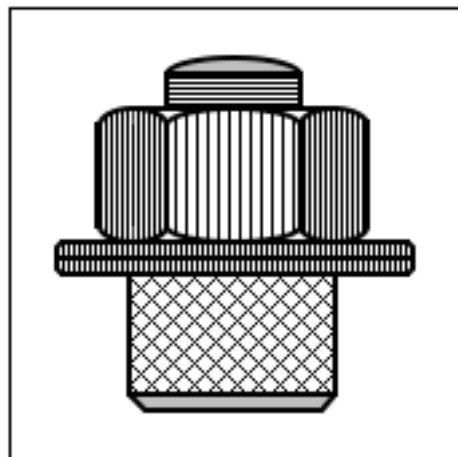


Fig. III° 5.10.1



L'analisi numerica dei cicli proposti mostra un aumento del rendimento globale all'avvio della sezione a gas nei periodi di punta a dimostrazione della validità economica del sistema che si presenta, inoltre, come valida alternativa all'installazione di nuove centrali di punta potendo essere realizzata come impianto di testa di sistemi già in esercizio, con modifiche di lieve entità.



CAP.III°.6 – IMPIANTI DI COGENERAZIONE DI POTENZA MECCANICA E TERMICA.

§ III° .6.1 – LA COGENERAZIONE.

Il II° Principio della Termodinamica afferma l'impossibilità di convertire integralmente energia termica in lavoro meccanico e pertanto in ogni processo di generazione di energia meccanica viene contemporaneamente prodotta anche potenza termica, (di scarto).

Ogni impianto motore è dunque a rigore un impianto di cogenerazione di potenza meccanica e termica.

In alcuni tipi di impianto per l'ottenimento dei massimi rendimenti di conversione, la potenza termica viene prodotta a livelli di temperatura che non la rendono utilizzabile e in ogni ciclo motore viene comunque dispersa nell'ambiente.

Si intende, quindi, con impianto di cogenerazione, un ciclo motore in grado di cedere la potenza termica residua a livelli di temperatura utili e predisposto per il suo impiego.

Pertanto da ogni impianto motore modificato con l'inserzione di una sezione di utilizzo della potenza termica con, eventualmente, variazioni del ciclo termodinamico atte a portare la temperatura di cessione della potenza termica ai livelli richiesti dalle utenze, si ottiene un sistema di cogenerazione.

Viceversa con aggiunta di una sezione di generazione di potenza meccanica a monte, ogni impianto termico può essere trasformato in un impianto di cogenerazione.

L'approccio cogenerativo risulta decisamente conservativo nei confronti della produzione energetica. Infatti, l'impropria dizione "consumo di energia", (che non si consuma essendo, a meno di fenomeni relativistici, una costante della fisica), indica in realtà la degradazione dell'energia da forme più utilizzabili a forme sempre meno pregiate, fino alla destinazione ultima di qualunque forma energetica, (calore alla temperatura minima del sistema), completamente inutilizzabile. Pertanto utilizzare energia termica a temperatura prossima alla minima del sistema in utenze termiche, (pure con rendimenti energetici teoricamente unitari, in assenza di perdite), significa degradare inutilmente l'energia chimica, (o nucleare), dei combustibili, rinunciando a impieghi di maggior pregio possibili ai livelli termici di produzione dell'energia termica stessa.

Si distingue, quindi, un rendimento nominale **energetico** o secondo il I° Principio, che tiene conto unicamente delle perdite, ovvero della frazione di energia disponibile, utilmente impiegata, assegnando un

identico valore qualitativo a ogni forma di energia, da uno, secondo il II° Principio, che tiene conto del valore termodinamico dell'energia valutandone la degradazione, (**rendimento exergetico**), pari al rapporto fra l'exergia presente prima e dopo una qualunque trasformazione o ciclo di trasformazioni.

§ III°.6.2 – EXERGIA E ANERGIA.

In una qualunque trasformazione con scambio di lavoro, (**L**), e calore, (**q**), da condizioni di riferimento, (**h₀**, **T₀**, **s₀**), per la conservazione dell'energia, si ha: **h₀ + q + L = h**, con, in caso di trasformazione isoterma: **q = T₀(s - s₀)**, da cui: **L ≡ e = (h - h₀) - T₀(s - s₀)**,

essendo, infatti, l'exergia specifica di un fluido, (**e**), la *capacità di lavoro dell'unità di massa del fluido*, ovvero la frazione del suo contenuto energetico trasformabile in lavoro meccanico.

Pertanto in una qualunque apparecchiatura meccanica la perdita specifica di lavoro per unità di massa di fluido che la attraversa, (**DL**), vale: **DL = (e₁ - e₂) - L**, essendo **L** il lavoro utile erogato all'esterno.

La *capacità di lavoro dell'unità di energia termica* alla temperatura **T**, per il Teorema di Carnot, vale: **e_q = (1 - T₀/T)**, che risulta quindi, l'exergia specifica dell'energia termica, (**e_q**), alla temperatura **T**, e pertanto la perdita specifica di capacità di lavoro per unità di energia termica scambiata in una qualunque apparecchiatura termica, (**De_q**), vale: **De_q = e_{q1} - e_{q2}**.

Essendo l'exergia la frazione di energia convertibile in qualsiasi altra forma, la rimanente frazione, non convertibile, si indica come anergia: una qualunque forma di energia è, pertanto, la somma di exergia e anergia.

L'energia meccanica ed elettrica risultano quindi, exergie pure, mentre per l'energia potenziale specifica di un fluido si ha:

$$\mathbf{exergia} = (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) - \mathbf{T}_0(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0);$$

$$\mathbf{anergia} = \mathbf{T}_0(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0);$$

$$\mathbf{energia} = \mathbf{exergia} + \mathbf{anergia} = (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0).$$

Analogamente per l'unità di energia termica, si ha:

$$\mathbf{exergia} = (1 - \mathbf{T}_0/\mathbf{T});$$

$$\mathbf{anergia} = \mathbf{T}_0/\mathbf{T}.$$

§ III°.6.3 – RENDIMENTO EXERGETICO.

Per un sistema che scambi massa con l'esterno attraverso n_e portate in ingresso (G_{ei}), e n_u portate in uscita, (G_{ui}), a exergia e_{ei} e e_{ui} , rispettivamente, calore tramite trasmissione di m_e potenze termiche in ingresso, (Q_{ej}), a temperatura T_{ej} e m_u potenze termiche in uscita, (Q_{uj}), a temperatura T_{uj} e lavoro tramite la potenza meccanica P_e in ingresso e P_u in uscita, l'exergia totale entrante, (E_e), vale:

$$E_e = \sum_{i=1}^{n_e} G_{ei} e_{ei} + \sum_{j=1}^{m_e} Q_{ej} e_{qej} + P_e =$$

$$= \sum_{i=1}^{n_e} G_{ei} [(h_{ei} - h_o) - T_o(s_{ei} - s_o)] + \sum_{j=1}^{m_e} Q_{ej} \left(1 - \frac{T_o}{T_{ej}}\right) + P_e,$$

mentre l'exergia totale uscente, (E_u), risulta:

$$E_u = \sum_{i=1}^{n_u} G_{ui} e_{ui} + \sum_{j=1}^{m_u} Q_{uj} e_{quj} + P_u =$$

$$= \sum_{i=1}^{n_u} G_{ui} [(h_{ui} - h_o) - T_o(s_{ui} - s_o)] + \sum_{j=1}^{m_u} Q_{uj} \left(1 - \frac{T_o}{T_{uj}}\right) + P_u.$$

In condizioni ideali si ha: $E_u = E_e$ e la potenza netta estraibile: $P_u - P_e$, risulta massima, mentre in caso di trasformazioni reali si ha degrado di exergia in anergia, (con somma costante pari all'energia totale): $E_u < E_e$ e perdita exergetica DP , pari a: $DP = E_e - E_u$.

Si definisce rendimento exergetico del sistema, (h_e), il rapporto:

$$h_e = \frac{\text{exergia totale in uscita}}{\text{exergia totale in entrata}} = \frac{E_u}{E_e},$$

considerando exergia in uscita solo quella utilizzabile, (o utilizzata), in quanto la rimanente, pure diversa da zero, finisce col degradare in anergia e pertanto non dà contributo al rendimento exergetico.

Un ciclo motore di Carnot ha rendimento exergetico unitario, mentre

un impianto motore reale ha rendimento exergetico: $h_e = \frac{h}{1 - \frac{T_o}{T_g}}$.

Un impianto termico a temperatura di utilizzo T_u , ha rendimento energetico, (h_t): $h_t = h_g$, (o $h_e = h_g h_d$ con h_d rendimento relativo alle perdite per dispersioni di tutte le apparecchiature e circuiti del sistema, se non inglobate nel rendimento di generazione h_g), mentre il rendimento exergetico risulta:

$$h_e = h_g \frac{1 - \frac{T_o}{T_u}}{1 - \frac{T_o}{T_g}},$$

per produzione di potenza termica a un solo livello di temperatura e:

$$h_e = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \left(1 - \frac{T_o}{T_{ui}}\right)}{G_c k_i \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)},$$

in caso di produzione di n potenze termiche, (Q_i), a n diversi livelli di temperatura, (T_{ui}).

Per impianti di cogenerazione, (o a energia totale), il rendimento energetico, (h_t), non tenendo conto del valore termodinamico dell'energia, è definito come:

$$h_t = \frac{\text{potenza elettrica e termica in uscita}}{\text{potenza termica primaria}} = \frac{P + Q}{G_c k_i} = \frac{P}{G_c k_i} \left(1 + \frac{Q}{P}\right),$$

ovvero, in funzione del rendimento globale elettrico: $h_{el} = P/G_c k_i$ e termico: $h_{th} = Q/G_c k_i$: $h_t = h_{el} + h_{th}$ e quindi per trasformazioni ideali e assenza di perdite dissipative di tipo meccanico, elettrico, termico e relative agli ausiliari, ($h_g = h_m = h_a = h_e = 1$), risulta unitario.

Il rendimento exergetico, per produzione di potenza termica a un solo livello di temperatura, risulta:

$$h_e = \frac{P + Q \left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{G_c k_i \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)} = \frac{h_{el} + h_{th} \left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{\left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)},$$

mentre in caso di produzione di n potenze termiche, (Q_i) , a n diversi

$$\text{livelli di temperatura, } (T_{ui}): h_e = \frac{P + \sum_{i=1}^n Q_i \left(1 - \frac{T_o}{T_{ui}}\right)}{G_c k_i \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)}.$$

In campo frigorifero, l'exergia specifica dell'energia frigorifera asportata: $e_q = (1 - T_o/T_u)$, essendo: $T_u < T_o$, risulta negativa, ovvero sottraendo energia termica a una sorgente fredda gli si cede exergia, corrispondente al lavoro ottenibile dal ciclo motore ideale operante fra le temperature T_o e T_u e che restituisca alla sorgente a T_u l'unità di energia termica.

Infatti, poichè nel ciclo motore di Carnot operante fra le temperature T_o e T_u , il rapporto fra il lavoro ottenuto e l'energia termica ceduta alla sorgente fredda, vale: $(T_o/T_u - 1)$, pari al valore dell'exergia generata dal trasferimento di un'unità di energia termica da una sorgente a temperatura T_u a una a T_o .

Indicando con Q e P , la potenza frigorifera resa e la potenza meccanica spesa, rispettivamente, il rendimento exergetico del ciclo

$$\text{frigorifero, vale: } h_e = \frac{Q \left(\frac{T_o}{T_u} - 1\right)}{P} = \text{COP} \left(\frac{T_o}{T_u} - 1\right), \text{ che nel caso ideale}$$

$$\text{risulta correttamente: } h_e = \frac{T_u}{T_o - T_u} \left(\frac{T_o}{T_u} - 1\right) = 1.$$

In caso di generazione di n potenze frigorifere, (Q_i) , a n diversi livelli

$$\text{di temperatura, } (T_{ui}), \text{ si ha: } \text{COP} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{P}; \quad h_e = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \left(\frac{T_o}{T_{ui}} - 1\right)}{P}.$$

Per uno scambiatore di calore alimentato dalle portate G_1 e G_2 di fluido con entalpie h_{e1} , h_{e2} e h_{u1} , h_{u2} , in ingresso e uscita rispettivamente, mentre il rendimento energetico risulta, a meno delle perdite alle pareti, unitario, il rendimento exergetico vale:

$$h_e = \frac{G_1[(h_{u1} - h_o) - T_o(s_{u1} - s_o)] + G_2[(h_{u2} - h_o) - T_o(s_{u2} - s_o)]}{G_1[(h_{e1} - h_o) - T_o(s_{e1} - s_o)] + G_2[(h_{e2} - h_o) - T_o(s_{e2} - s_o)]} =$$

$$= \frac{[(h_{u1} - h_o) - T_o(s_{u1} - s_o)] + \frac{h_{e1} - h_{u1}}{h_{u2} - h_{e2}} [(h_{u2} - h_o) - T_o(s_{u2} - s_o)]}{[(h_{e1} - h_o) - T_o(s_{e1} - s_o)] + \frac{h_{e1} - h_{u1}}{h_{u2} - h_{e2}} [(h_{e2} - h_o) - T_o(s_{e2} - s_o)]},$$

essendo: $G_1(h_{e1} - h_{u1}) = G_2(h_{u2} - h_{e2})$, ovvero: $\frac{G_2}{G_1} = \frac{h_{e1} - h_{u1}}{h_{u2} - h_{e2}}$,

che risulta unitario solo nel caso di trasmissione di calore attraverso salti di temperatura infinitesimi con superficie di scambio infinita, (entrambi i fluidi bifase a temperature coincidenti e scambiatori di calore in controcorrente a rette di scambio coincidenti).

§ III° .6.4 – IMPIANTI DI COGENERAZIONE.

Impianti di cogenerazione a combustione interna.

I motori a combustione interna presentano un rapporto costante fra la potenza meccanica e termica resa, (generalmente dissipata al radiatore senza alcun utilizzo per preriscaldare l'aria di alimento o il combustibile), a seconda del ciclo termodinamico di funzionamento.

Pertanto in campo cogenerativo, (**Fig.III° .6.4.1**), scelto il tipo di motore, (diesel veloce, a media velocità, lento, a carburazione), risulta fissato il rapporto fra le potenze meccanica e termica utili e la temperatura di cessione della potenza termica.

La potenza meccanica, (**P**), risulta: $P = (2/T)p_{mi} S c n z h_m h_a h_e$,

con: **T** numero di tempi del ciclo;
P_{mi} pressione media indicata;
S, c sezione e corsa dei pistoni;
n numero di giri;
z numero di cilindri;

h_m, h_a, h_e rendimento meccanico, relativo agli ausiliari ed elettrico,

mentre la potenza termica, (**Q**), vale:

$$Q = [G_v(h_o - c_1 T_e) + G_a c_1 (T_2 - T_1)] h_d,$$

con: **h_d**, rendimento di dispersione termica e **T_o**, (e quindi **h_o**), **T₂**, dipendenti dall'efficienza degli scambiatori di calore.

Per i sistemi a combustione interna, si ha:

$$(P/G_c k_i) = 0,25 \div 0,4; \quad (Q_a/G_c k_i) = 0,25 \div 0,35;$$

$(Q_b/G_c k_i) = 0,2 \div 0,4$, da cui: $h_t \sim 0,8 \div 0,9$, con perdite nei fumi al camino, per incombusti, dissipazioni negli scambiatori, irraggiamento verso l'esterno e a quelle meccaniche ed elettriche.

Il rendimento exergetico risulta pari a: $h_e \sim 0,6 \div 0,7$.

Il rapporto Q/P , (indicativamente circa: $Q/P \sim 1$), può essere aumentato inserendo a valle della macchina una sezione di postcombustione dei fumi di scarico dato il normale eccesso d'aria della miscela combustibile.

Impianti di cogenerazione di turbina a gas.

La potenza termica dei fumi di scarico di un impianto di turbina a gas, (dissipata all'esterno a meno di cicli a recupero), può alimentare una caldaia a recupero, (**Fig.III° .6.4.2**), in grado di utilizzarla fino ai limiti imposti da esigenze di minima temperatura al camino, ($\sim 80\%$).

La potenza meccanica, (P), vale:

$$P = G_{cp}(T_1 - T_2)h_{it}h_{mt}h_a h_e - G_{cp} \frac{T_3 - T_0}{h_{ic}h_{mc}h_e},$$

con h_{it} , h_{mt} e h_{ic} , h_{mc} rendimenti rispetto all'isoentropica e meccanico della turbina e del compressore, rispettivamente, mentre la potenza termica, (Q), risulta: $G_v(h_u - c_1 T_e) = G_{cp}(T_2' - T_4)h_d$, con T_u , (e quindi h_u), T_e , dipendenti dall'efficienza degli scambiatori di calore.

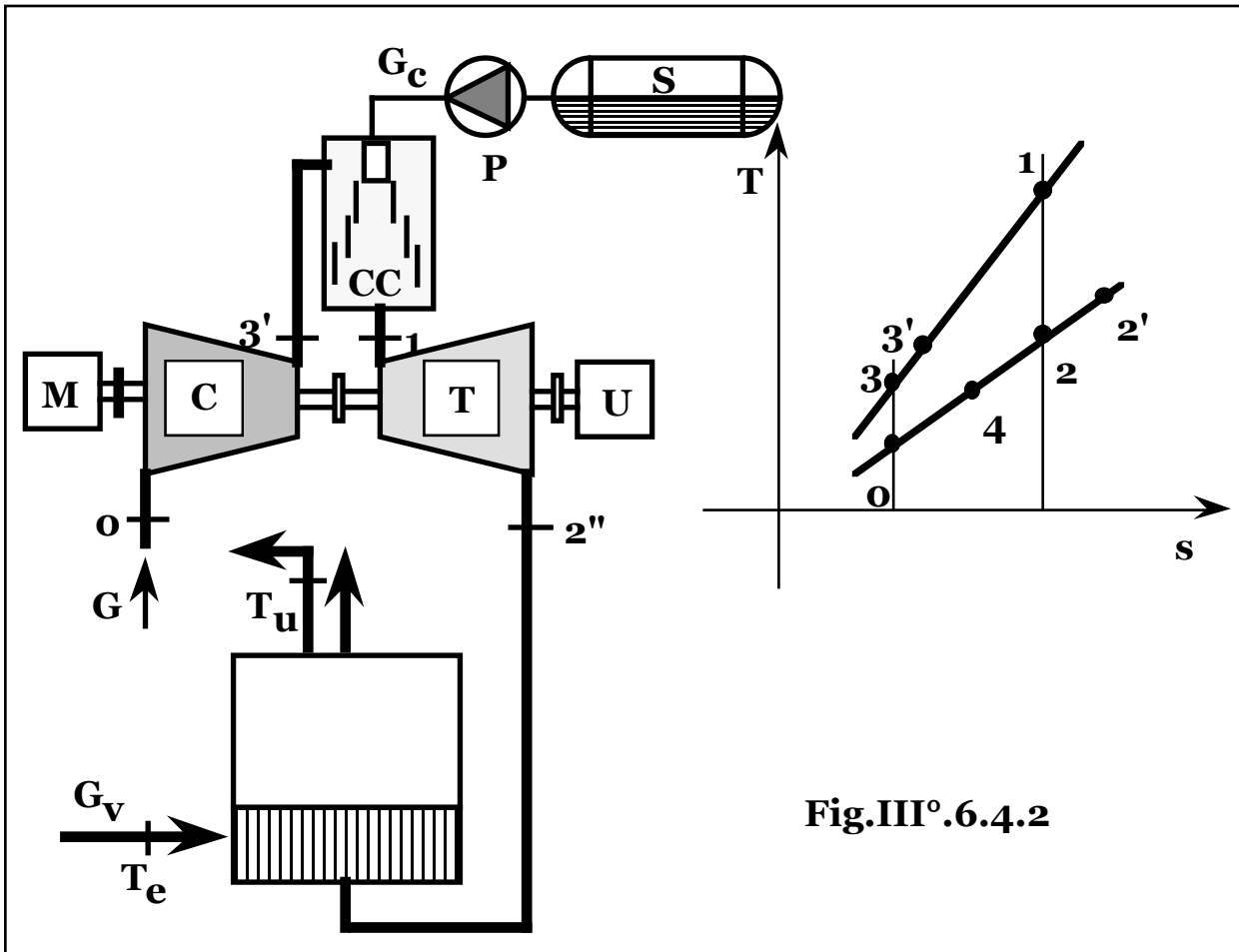
La portata di combustibile, (G_c), risulta infine:

$$G_c = \frac{G_{cp}}{k_i h_b} \left[(T_1 - T_0) - \frac{T_3 - T_0}{h_{ic}} \right],$$

con h_b rendimento della camera di combustione, da cui il rendimento globale di conversione, (h_t):

$$h_t = \frac{(T_1 - T_2)h_{it}h_{mt}h_a h_e - \frac{T_3 - T_0}{h_{ic}h_{mc}h_e} + h_d(T_2' - T_4)}{\frac{1}{h_b} \left[(T_1 - T_0) - \frac{T_3 - T_0}{h_{ic}} \right]} =$$

$$= \frac{(T_1 - T_2)h_{it}h_{mt}h_a h_e - \frac{T_3 - T_0}{h_{ic}h_{mc}h_e} + h_{dis} \left[(T_1 - T_0) - h_{ie}(T_1 - T_2) - \frac{(T_3 - T_0)}{h_{ic}} \right]}{\frac{1}{h_b} \left[(T_1 - T_0) - \frac{T_3 - T_0}{h_{ic}} \right]}$$



La temperatura di scarico è di circa **400 ÷ 500 °C**, mentre il rapporto **Q/P** è pari a circa: **Q/P ~ 2**.

Con rendimenti di conversione pari a: **(P/G_ck_i) = 0,25 ÷ 0,3**, si ottiene: **h_t ~ 0,75 ÷ 0,9**; **h_e ~ 0,6 ÷ 0,7**.

Il rendimento di conversione diminuisce bruscamente allontanandosi dal rapporto di pressioni ottimale, e pertanto, la potenza termica non appare economicamente modulabile per variazione della pressione allo scarico.

Tuttavia poichè la riduzione di rendimento cala all'aumentare del rapporto di pressioni, (il cui valore ottimale risulta crescente con la temperatura di picco), gli impianti di cogenerazione di turbina a gas

risultano di crescente interesse con i progressi tecnologici relativi ai parametri termodinamici dei cicli.

Anche nei sistemi di cogenerazione a gas, l'eccesso d'aria della miscela combustibile permette di aumentare il rapporto **Q/P**, inserendo a valle della turbina una sezione di postcombustione dei fumi di scarico.

Nei cicli a compressione frazionata e interrefrigerata, oltre a un aumento del rendimento di conversione, si rende disponibile un'ulteriore recupero di potenza termica a bassa temperatura.

Lo scambio termico nelle caldaie a recupero avviene fra fluidi a diverso andamento della temperatura in funzione della potenza termica scambiata e pertanto ne risulta generalmente l'impossibilità di sfruttare tutto il salto termico disponibile dei gas di scarico a meno di cicli a recupero a più pressioni.

Gli impianti di cogenerazione di turbina a gas, (e a combustione interna), richiedono, normalmente, l'impiego di combustibili pregiati essendo i fumi di combustione direttamente utilizzati in parti meccaniche in movimento e quindi fortemente sollecitate.

Con impianti di turbina a gas a ciclo chiuso, è possibile l'uso di qualunque combustibile e l'impiego di gas motori inerti con minori danneggiamenti per corrosione, mentre la possibilità di pressurizzare il circuito a parità di rapporto di pressioni, permette minori dimensioni del sistema.

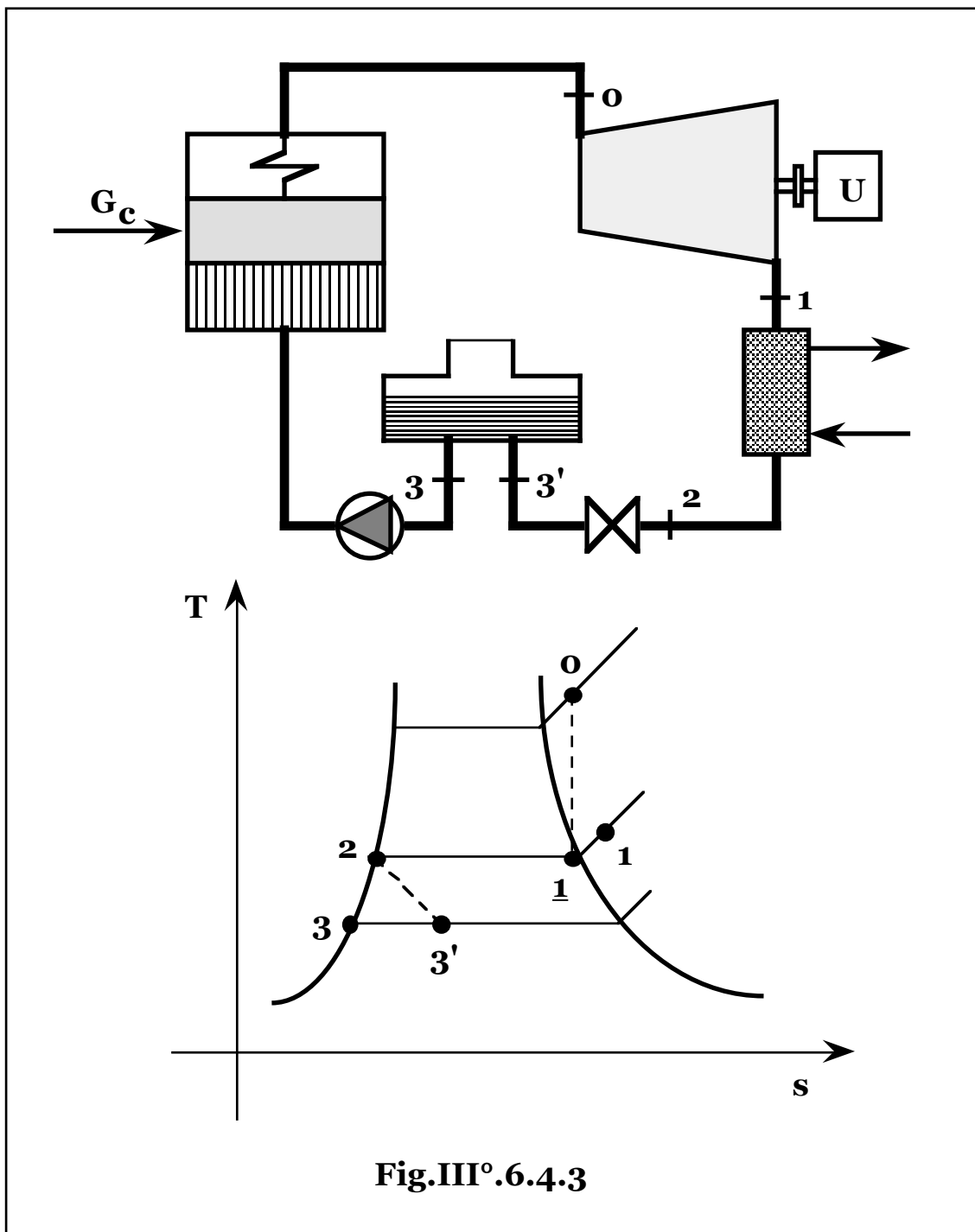
Tuttavia, la sostituzione della camera di combustione con scambiatori di calore ceramici ad alta temperatura e pressione, rende antieconomico l'impianto.

Impianti di cogenerazione di turbina a vapore.

Gli impianti di cogenerazione di turbina a vapore utilizzano la potenza termica di scarto del ciclo motore in scambiatori a condensazione e si differenziano in *impianti a contropressione* qualora tutta la portata di vapore che attraversa la turbina ceda la potenza termica di condensazione agli utilizzatori, (con eventuale aggiunta di parte della portata deviata dalla caldaia verso l'utenza previa laminazione), e in *impianti a recupero* qualora ne sia utilizzata per condensazione a temperatura utile solo una parte, mentre le restante giunga alle usuali sottopressioni dei cicli motori in un condensatore freddo.

Rispetto agli impianti di sola potenza meccanica il ciclo termodinamico risulta comunque semplificato per l'assenza di risurriscaldamento non essendovi pericoli di titoli di vapore troppo bassi negli ultimi stadi di espansione in turbina a causa della minore

pressione del generatore e degli elevati valori della pressione allo scarico, mentre il sistema rigenerativo, ove presente, è generalmente limitato a un solo stadio di preriscaldamento.



Le grandezze caratteristiche dell'impianto, (**Fig.III°.6.4.3**), risultano:
 $P = G(h_0 - h_1)h_m h_a h_e = G(h_0 - h_1)h_i h_m h_a h_e$;

$$Q = G(h_1 - h_2)h_d;$$

$$G_c = \frac{G(h_0 - h_3)}{k_i h_g};$$

$$h_t = h_g \frac{(h_0 - h_1)h_m h_a h_e + (h_1 - h_2)h_d}{h_0 - h_3},$$

mentre in caso di presenza di uno stadio di rigenerazione a uno spillamento, (Fig.III° 6.4.4), si ha:

$$P = [G(h_0 - h_1) + (G - g)(h_1 - h_2)]h_m h_a h_e =$$

$$= [G(h_0 - h_2) - g(h_1 - h_2)]h_m h_a h_e;$$

$$Q = [(G - g)(h_2 - h_3) + g(h_6 - h_3)]h_d =$$

$$= [G(h_2 - h_3) - g(h_2 - h_6)]h_d;$$

$$G_c = \frac{G(h_0 - h_5)}{k_i h_g};$$

$$h_t = h_g \frac{(h_0 - h_2)h_m h_a h_e + (h_2 - h_3)h_d}{h_0 - h_5} -$$

$$-h_g \frac{g}{G} \frac{(h_1 - h_2)h_m h_a h_e + (h_2 - h_6)h_d}{h_0 - h_5},$$

$$\text{con: } \frac{g}{G} = \frac{h_5 - h_4}{h_1 - h_6}.$$

In funzione della potenza meccanica le condizioni tipiche di ammissione del vapore in turbina risultano:

$$P < 5 \text{ MW} \quad p = 40 \text{ bar}; \quad T = 450 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$5 < P < 15 \text{ MW} \quad p = 80 \text{ bar}; \quad T = 500 \text{ }^\circ\text{C};$$

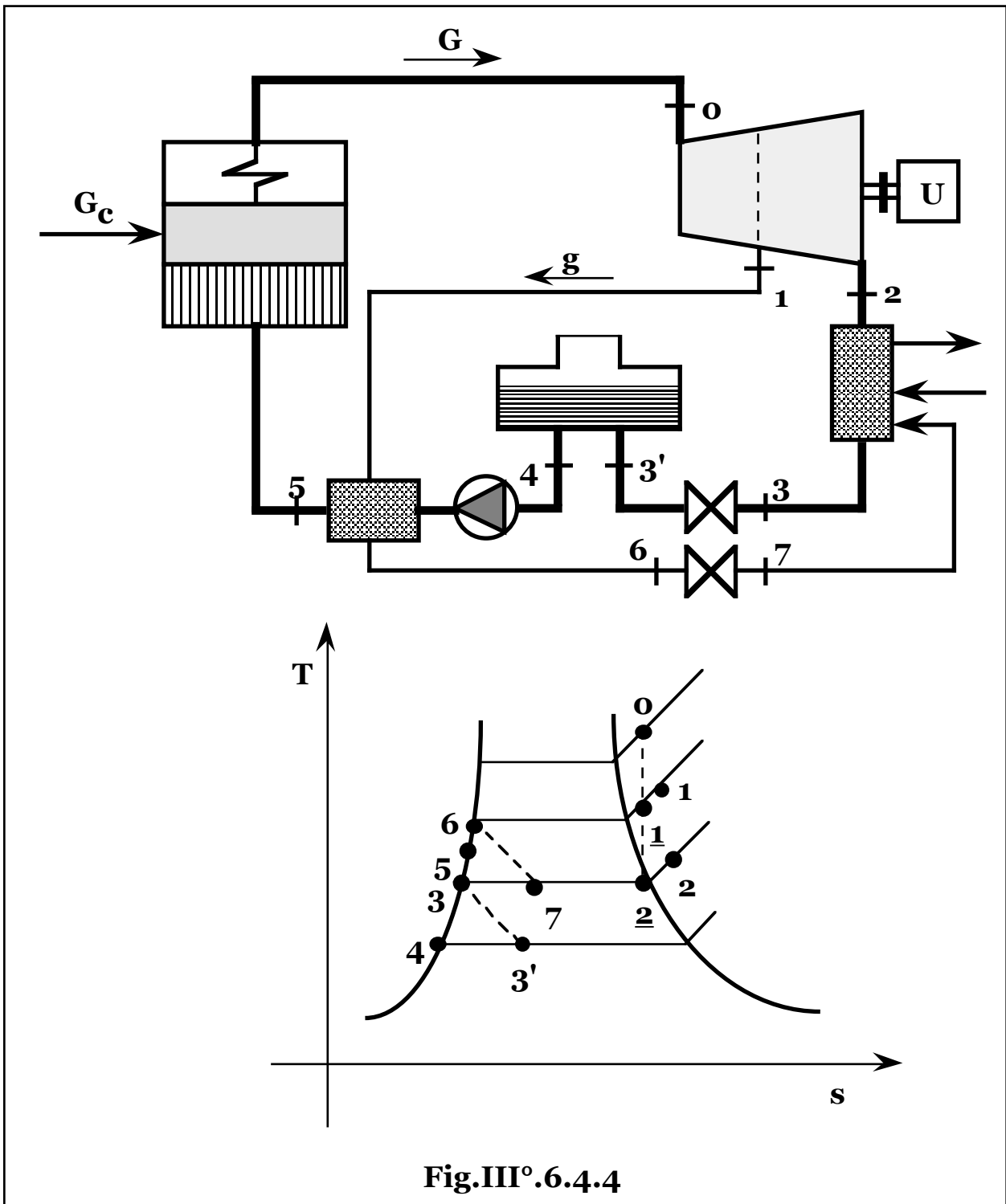
$$P > 15 \text{ MW} \quad p = 110 \text{ bar}; \quad T = 530 \text{ }^\circ\text{C},$$

mentre il rendimento elettrico risulta: $h_e \sim 0,2 \div 0,25$.

Il rapporto Q/P , risulta pari a circa: $Q/P \sim 3$, da cui:

$$h_t \sim 0,8 \div 0,9; \quad h_e \sim 0,55 \div 0,65.$$

Gli impianti di cogenerazione a vapore, possono utilizzare qualunque combustibile, (chimico o nucleare), e cedono la potenza termica in maniera ottimale per l'utenza, (temperatura costante), e per l'economia delle superficie di scambio, (fluido bifase a elevato coefficiente di convezione).

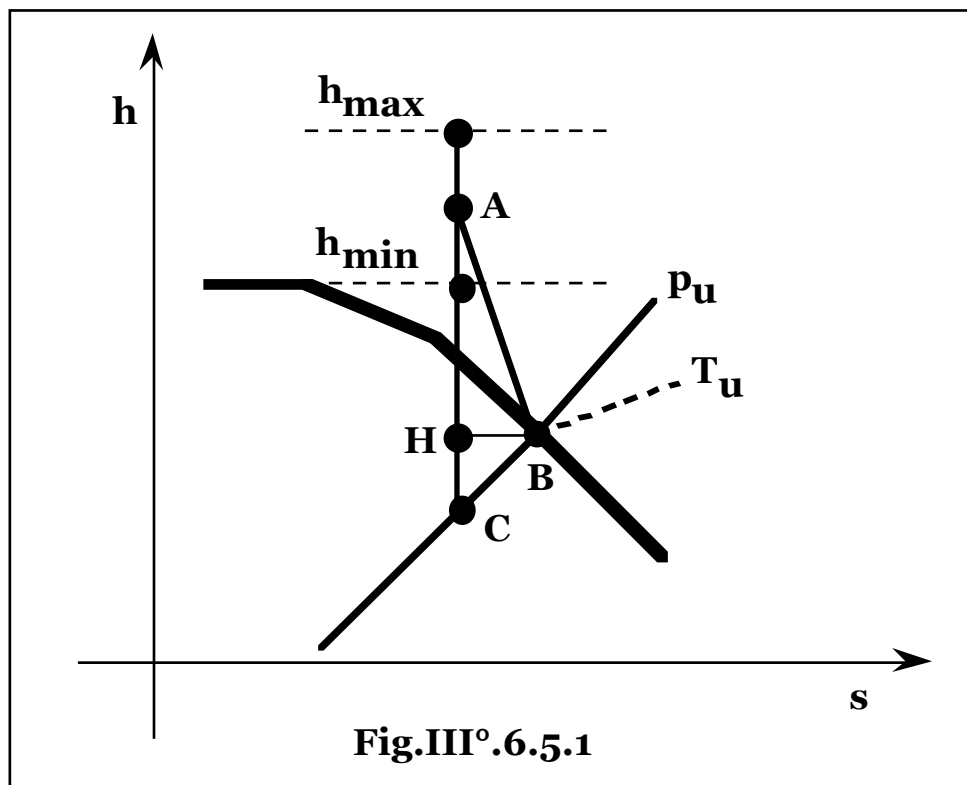


§ III° 6.5 - DIMENSIONAMENTO DEGLI IMPIANTI DI COGENERAZIONE A VAPORE.

Negli impianti di cogenerazione a **combustione interna** o di **turbina a gas**, risulta fissato il valore della temperatura di erogazione e il rapporto fra le potenze meccanica e termica.

In sede di dimensionamento occorre pertanto bilanciare le richieste delle utenze con le caratteristiche dei gruppi di cogenerazione stessi. Gli impianti di cogenerazione a **vapore** sono in grado, invece, di soddisfare le richieste dell'utenza in un ampio intervallo di valori sia per la temperatura di utilizzo che per il rapporto fra le potenze meccanica e termica, essendo possibile variare in sede di progetto e in maniera indipendente, la pressione di condensazione del vapore, (e quindi la temperatura di utilizzo), e il salto entalpico in turbina, (e quindi la potenza meccanica), senza che il rendimento del ciclo subisca variazioni di rilievo.

Nota la temperatura di utilizzo, (T_u), e quindi la pressione di condensazione, (p_u), risulta fissato lo stato fisico, (**B**), del vapore in uscita dalla turbina e in ingresso agli utilizzatori, (**Fig.III°.6.5.1**).



Tracciata una generica isoentropica **AC**, per un espansione reale da un suo punto **A** fino allo stato fisico **B**, si ha: $h_i = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$, da cui:

$$\frac{1}{h_i} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AH}} = 1 + \frac{\overline{HC}}{\overline{AH}}, \text{ e quindi: } \overline{AH} = \overline{HC} \frac{h_i}{1 - h_i}.$$

Pertanto, tracciata l'isoentalpica per **B**, (**BH**), e la generica isoentropica **AC**, si determinano i punti **H** e **C** e quindi il segmento **HC**.

La relazione: $\overline{AH} = \overline{HC} \frac{h_i}{1 - h_i}$, individua il punto **A** con la retta **AB**,

che risulta il luogo degli stati fisici di ingresso del vapore in turbina che con rendimento interno pari a h_i , comportano allo scarico vapore nello stato fisico **B**.

Dalle relazioni: $Q = G(h_B - h_o)h_d$; $P = G(h_x - h_B)h_m h_a h_e$, si ricava, quindi, il valore delle grandezze: **G** e h_x .

Il punto rappresentativo dello stato fisico di ingresso del vapore in turbina si ricava, pertanto, dall'intersezione delle rette **AB** e $h = h_x$.

Negli impianti reali il rapporto **P/Q** assume valori estremamente variabili con il tempo e il tipo di utenza. Fissati sulla retta **AB**, i livelli entalpici, (h_{min} e h_{max}), relativi alla massima e minima pressione e temperatura compatibili con esigenze tecnologiche e rendimenti meccanici accettabili rispettivamente, occorre verificare che si abbia:

$$h_{min} < h_x < h_{max}.$$

Impianto a contropressione semplice.

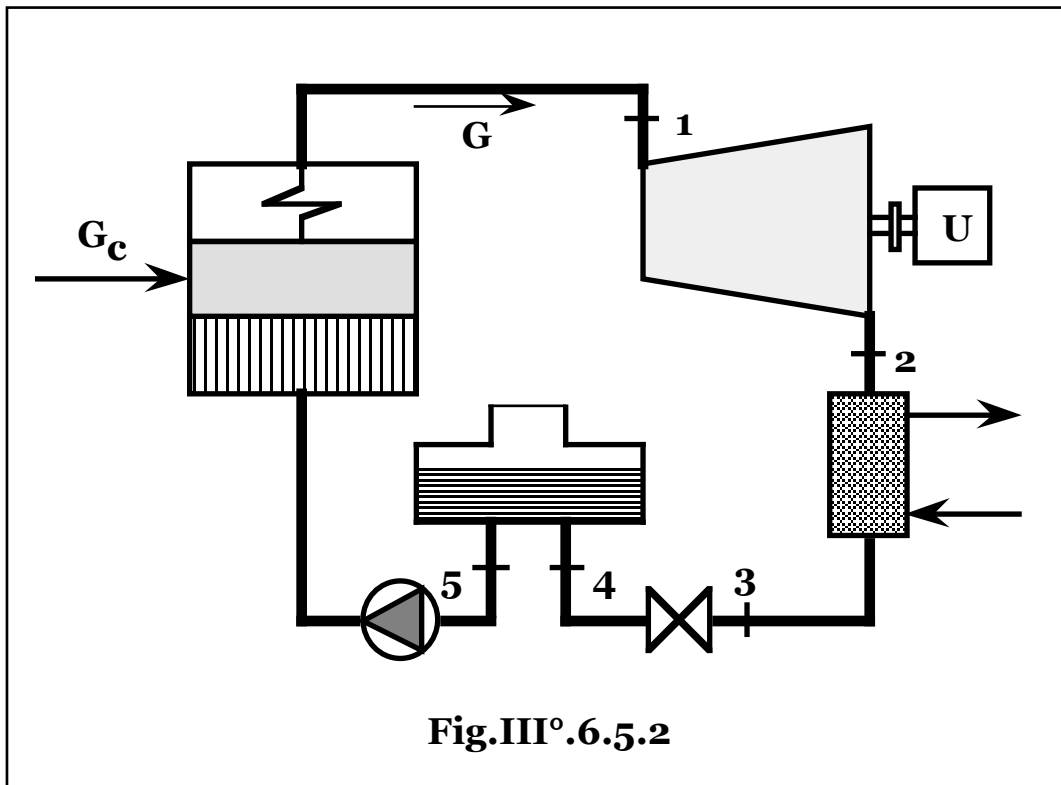
In tal caso essendo: $Q = G(h_2 - h_3)h_d$; $P = G(h_1 - h_2)h_m h_a h_e$, la relazione: $h_{min} < h_1 < h_{max}$, risulta, (Fig.III°.6.5.2):

$$\left(\frac{P}{Q}\right)_{min} = \frac{(h_{1min} - h_2)h_m h_a h_e}{(h_2 - h_3)h_d} < \left(\frac{P}{Q}\right) < \frac{(h_{1max} - h_2)h_m h_a h_e}{(h_2 - h_3)h_d} = \left(\frac{P}{Q}\right)_{max}$$

Il consumo di combustibile risulta: $G_c = \frac{G(h_1 - h_5)}{k_i h_g}$, da cui:

$$h_{el} = \frac{P}{G_c k_i} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_5} h_m h_a h_e h_g; \quad h_{th} = \frac{Q}{G_c k_i} = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_5} h_d h_g;$$

$$h_t = \frac{P + Q}{G_c k_i} = h_{el} + h_{th} = h_g \frac{(h_1 - h_2)h_m h_a h_e + (h_2 - h_3)h_d}{h_1 - h_5}.$$



Impianto a contropressione con desurriscaldatore.

Se risulta: $h_1 < h_{min}$, ovvero: $(P/Q) < (P/Q)_{min}$, fissato il punto 1, ottimale per la taglia dell'impianto, si inserisce un corpo desurriscaldatore, (D), alimentato dalle portate G_1 e G_2 , deviate dal generatore e dalla linea di alimento, rispettivamente, all'utenza, nello stato fisico 2, (Fig.III°.6.5.3).

Si ha, quindi: $Q = (G + G_1 + G_2)(h_2 - h_3)h_d$; $P = G(h_1 - h_2)h_m h_a h_e$, mentre dal bilancio al desurriscaldatore si ottiene:

$$G_2 h'_5 + G_1 h'_1 = (G_1 + G_2) h_2,$$

da cui si ricava il valore delle portate: G , G_1 e G_2 :

$$G = \frac{P}{(h_1 - h_2)h_m h_a h_e};$$

$$G_1 = \left[\frac{Q}{(h_2 - h_3)h_d} - \frac{P}{(h_1 - h_2)h_m h_a h_e} \right] \frac{h_2 - h_5}{h_1 - h_5};$$

$$G_2 = \left[\frac{Q}{(h_2 - h_3)h_d} - \frac{P}{(h_1 - h_2)h_m h_a h_e} \right] \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_5}.$$

Essendo la portata di combustibile:

$$G_c = (G + G_1) \frac{(h_1 - h_5)}{k_i h_g} =$$

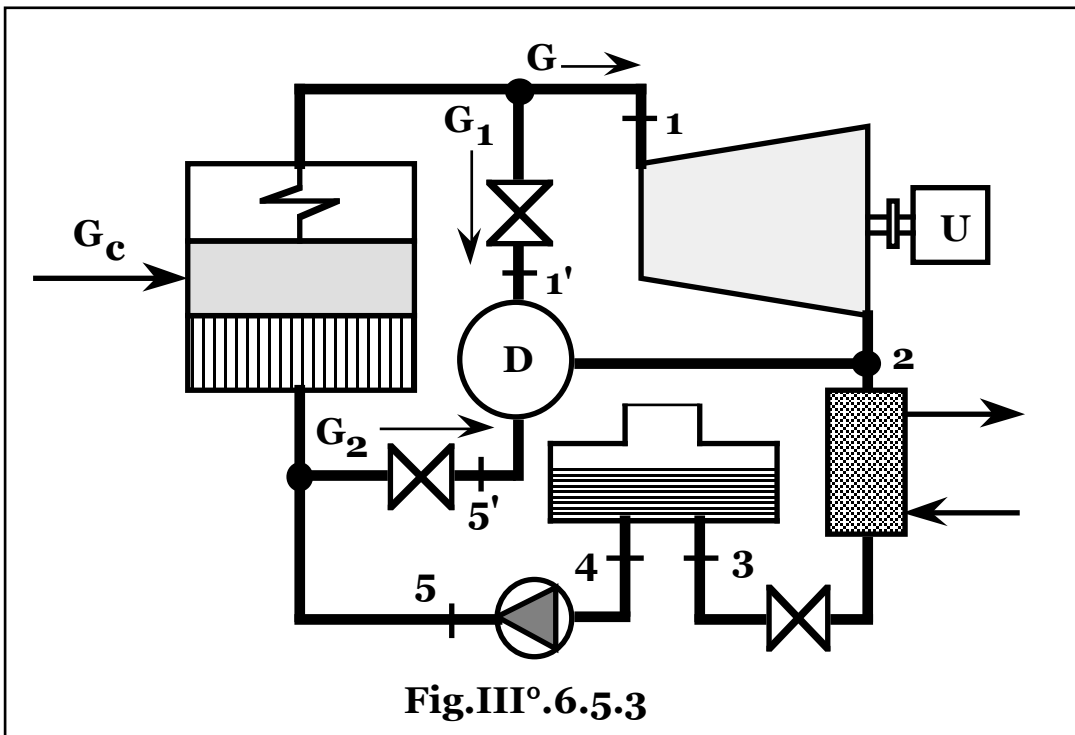
$$= \left[\frac{Q}{(h_2 - h_3)h_d} + \frac{P}{(h_1 - h_5)h_m h_a h_e} \right] \frac{(h_1 - h_5)}{k_i h_g} =$$

$$= \frac{Q}{k_i h_g} \frac{(h_1 - h_5)}{(h_2 - h_3)h_d} + \frac{P}{k_i h_g h_m h_a h_e},$$

si ottiene:

$$h_{el} = \frac{P}{G_c k_i} = \frac{h_g}{\frac{Q}{P} \frac{(h_1 - h_5)}{(h_2 - h_3)h_d} + \frac{1}{h_m h_a h_e}};$$

$$h_{th} = \frac{Q}{G_c k_i} = \frac{h_g}{\frac{(h_1 - h_5)}{(h_2 - h_3)h_d} + \frac{P}{Q} \frac{1}{h_m h_a h_e}}.$$



Impianto a recupero.

Se risulta: $h_1 > h_{max}$, ovvero: $(P/Q) > (P/Q)_{max}$, fissato il punto 1, ottimale per la taglia dell'impianto, per aumentare il rapporto P/Q , parte della portata, (G_1), segue il ciclo a contropressione,

(Fig.III°.6.5.4), mentre la rimanente, $(G - G_1)$, si espande fino alle usuali pressioni dei cicli motori, (ciclo a recupero).

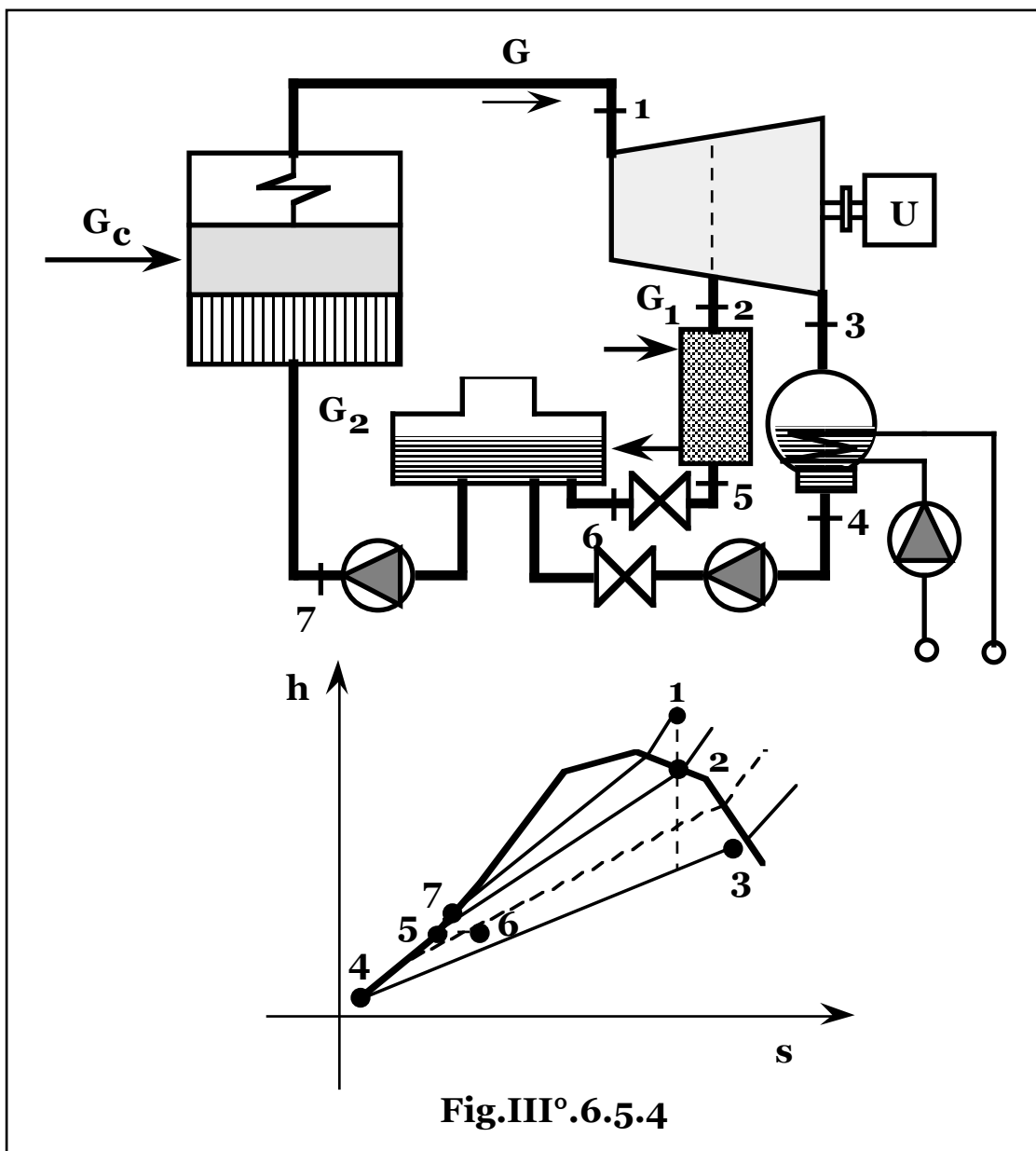
Si ha, quindi: $Q = G_1(h_2 - h_5)h_d$;

$$P = [G(h_1 - h_2) + (G - G_1)(h_2 - h_3)]h_m h_a h_e =$$

$$= [G(h_1 - h_3) - G_1(h_2 - h_3)]h_m h_a h_e,$$

da cui: $G_1 = \frac{Q}{(h_2 - h_5)h_d}$;

$$G = \frac{P}{(h_1 - h_3)h_m h_a h_e} + \frac{Q}{h_d} \frac{(h_2 - h_3)}{(h_2 - h_5)(h_1 - h_3)}.$$



Essendo la portata di combustibile: $G_c = G \frac{h_1 - h_7}{k_i h_g}$, si ottiene:

$$h_{el} = \frac{P}{G_c k_i} = h_g \frac{\frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_7}}{\frac{1}{h_m h_a h_e} + \frac{Q}{P h_d (h_2 - h_5)}};$$

$$h_{th} = \frac{Q}{G_c k_i} = h_g \frac{\frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_7}}{\frac{P}{Q h_m h_a h_e} + \frac{h_2 - h_3}{h_d (h_2 - h_5)}}.$$

Il desurriscaldatore è comunque presente in ogni schema di impianto come linea di derivazione della portata di vapore all'utenza termica durante eventuali arresti della turbina per manutenzione, mentre è comunque prevista una portata di derivazione anche a regime, (~10%), per esigenze di regolazione.

Con le diverse tipologie di schema gli impianti di cogenerazione a vapore risultano, quindi, in grado di soddisfare utenze per qualunque valore del rapporto P/Q , costante o variabile.

§ III°.6.6 – COSTO DELL'ENERGIA ELETTRICA AUTOPRODOTTA.

La potenza termica richiesta da qualsivoglia utenza, deve in ogni caso essere generata sul luogo in forma privata non essendone disponibile, (a meno di sistemi di teleriscaldamento), l'acquisto, mentre a meno di particolari dislocazioni geografiche è disponibile l'approvvigionamento di energia elettrica attraverso una rete centralizzata di produzione e distribuzione.

Risulta pertanto possibile l'installazione di un impianto termico con acquisto dell'energia elettrica, o la scelta di autoproduzione cogenerativa.

Il bilancio energetico globale di un impianto di cogenerazione in funzione dei rendimenti parziali delle trasformazioni, risulta:

$$G_c k_i = \frac{P}{h_g h_m h_a h_e} + \frac{Q}{h_g h_d},$$

da cui:

$$h_{ec} = \frac{R + \left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{\left(\frac{R}{h_g h_m h_a h_e} + \frac{1}{h_g h_d}\right) \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)},$$

con: $R = P/Q$, mentre il rendimento exergetico di insieme relativo alla generazione separata di potenza elettrica in centrale e termica in forma privata risulta:

$$h_{eo} = \frac{P + Q \left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{\left(\frac{P}{h} + \frac{Q}{h_g h_d}\right) \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)} = \frac{R + \left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{\left(\frac{R}{h} + \frac{1}{h_g h_d}\right) \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)}.$$

Il rendimento h_g , risulta la frazione di potenza termica teoricamente generabile o disponibile, ceduta utilmente all'impianto, al netto quindi, delle perdite per imperfetta combustione, non completa coibentazione dei corpi generatori, irraggiamento e calore contenuto nei fumi in uscita dal generatore di vapore, (impianti a vapore), o dai recuperatori, (impianti a gas o a combustione interna).

Per trasformazioni ideali, si ottiene:

$$h_{ec} = \frac{R + \left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{(R + 1) \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)} = 1, \text{ essendo: } R = \frac{P}{Q} = \frac{G_c k_i \left(1 - \frac{T_u}{T_g}\right)}{G_c k_i \frac{T_u}{T_g}} = \frac{T_g}{T_u} - 1$$

$$h_{eo} = \frac{R + \left(1 - \frac{T_o}{T_u}\right)}{\left(\frac{R}{h_c} + 1\right) \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)}, \text{ con } h_c \text{ rendimento di Carnot fra le}$$

temperature T_g e T_u , con un incremento frazionario:

$$\frac{h_{ec} - h_{eo}}{h_{eo}} = \frac{\left(\frac{R}{h_c} + 1\right) \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)}{(R + 1) \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right)} - 1 = \frac{R \left(\frac{1}{h_c} - 1\right)}{(R + 1)} > 0, \forall h_c < 1, \text{ crescente}$$

da a zero, per $R = 0$, (per solo impianto termico i due schemi ideali

coincidono), al valore: $\frac{1 - h_c}{h_c}$, per $R \rightarrow \infty$, (dal valore unitario del ciclo cogenerativo, il solo ciclo motore comporta la perdita della frazione di calore di scarto: $1 - h_c$), (il ciclo relativo alla produzione separata è penalizzato dal rendimento di conversione del ciclo motore).

Il rendimento exergetico relativo alla cogenerazione risulta, pertanto, nettamente superiore rispetto a quello relativo alla produzione separata penalizzato dal rendimento di conversione del ciclo motore, per cui la scelta cogenerativa appare comunque energeticamente conveniente.

Nella valutazione economica per la determinazione dei costi di n elementi prodotti da un singolo impianto, occorre valutare i bilanci di n diversi schemi di impianto che producano almeno uno degli n elementi.

Il **VAN** del solo investimento cogenerativo risulta infatti indeterminato nei costi specifici c_k e c_q , essendo:

$$\mathbf{VAN} = \frac{\mathbf{PuTc_k}}{t_{ek}} + \frac{\mathbf{QuTc_q}}{t_{eq}} - \frac{\mathbf{G_cuTc_c}}{t_{ec}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \mathbf{I_c},$$

con $\mathbf{I_c}$ il costo di investimento dell'impianto.

L'analisi del ciclo termodinamico porge per i rendimenti parziali:

$$\mathbf{h_{el}} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{G_c k_i}}, \text{ (elettrico), } \mathbf{h_{th}} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{G_c k_i}}, \text{ (termico), la relazione:}$$

$$\mathbf{h_{th}} = \mathbf{h_d} \left(\mathbf{h_g} - \frac{\mathbf{h_{el}}}{\mathbf{h_m h_a h_e}} \right), \text{ con: } \mathbf{R} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{Q}} = \frac{\mathbf{h_{el}}}{\mathbf{h_{th}}}; \mathbf{Q} = \left(\frac{\mathbf{h_{th}}}{\mathbf{h_{el}}} \right) \mathbf{P}.$$

Il rendimento termico cioè, ($\mathbf{h_{th}}$), risulta pari a quello del generatore di energia termica primaria, ($\mathbf{h_g}$), diminuito della quota relativa alla conversione in energia meccanica, ($\mathbf{h_{el}}$), corretta per le perdite non utilizzabili come energia termica, ($\mathbf{h_m, h_a, h_e}$), il tutto moltiplicato per il rendimento di dispersione, ($\mathbf{h_d}$).

Si ottiene quindi:

$$\mathbf{VAN} = \mathbf{PuT} \left(\frac{\mathbf{c_k}}{t_{ek}} + \frac{\mathbf{h_{th}}}{\mathbf{h_{el}}} \frac{\mathbf{c_q}}{t_{eq}} - \frac{\mathbf{c_c}}{\mathbf{k_i h_{el} t_{ec}}} \right) - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \mathbf{I_c}.$$

Tenuto conto che in assenza di impianto di cogenerazione la potenza termica va comunque autoprodotta, il **VAN** del relativo impianto risulta:

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= \frac{\text{QuT}c_q}{t_{eq}} - \frac{\text{G}'_c u \text{T}c'_c}{t_{ec}} - \left(f'_r + \frac{a'}{t'_{em}} \right) I_o = \\ &= \text{QuT} \left(\frac{c_q}{t_{eq}} - \frac{c'_c}{k'_i h'_{th} t'_{ec}} \right) - \left(f'_r + \frac{a'}{t'_{em}} \right) I_o, \end{aligned}$$

essendo: $\text{G}'_c k'_i = \frac{Q}{h'_g h'_d}$, ovvero: $h'_{th} = \frac{Q}{\text{G}'_c k'_i} = h'_g h'_d$ e I_o il costo di investimento dell'impianto termico.

Il sistema delle due relazioni porge, quindi:

$$\begin{aligned} c_q &= \frac{c'_c}{k'_i h'_{th}} \frac{t_{eq}}{t'_{ec}} + \left(f'_r + \frac{a'}{t'_{em}} \right) \frac{I_o t_{eq}}{\text{QuT}}; \\ c_k &= \frac{c_c}{k_i h_{el}} \frac{t_{ek}}{t_{ec}} - \frac{h_{th}}{h_{el}} \frac{c'_c}{k'_i h'_{th}} \frac{t_{ek}}{t'_{ec}} + \\ &+ \left[\left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) I_c - \left(f'_r + \frac{a'}{t'_{em}} \right) I_o \right] \frac{t_{ek}}{\text{PuT}}. \end{aligned}$$

Nel caso i due impianti utilizzino lo stesso combustibile, ($c_c = c'_c$; $k_i = k'_i$; $t_{ec} = t'_{ec} \approx t_{eq} \approx t_{ek} = t_e$), e si possa ritenere:

$h_g = h'_g$; $h_d = h'_d$; $a = a'$; $t_{em} = t'_{em}$, $f_r = f'_r$, si ottiene:

$$\begin{aligned} c_q &= \frac{c_c}{k_i h_g h_d} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{I_o t_e}{\text{QuT}}; \\ c_k &= \frac{c_c}{k_i} \left(\frac{1}{h_{el}} - \frac{h_{th}}{h_{el} h_g h_d} \right) + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{(I_c - I_o) t_e}{\text{PuT}} = \\ &= \frac{c_c}{k_i h_g h_m h_a h_e} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{(I_c - I_o) t_e}{\text{PuT}}. \end{aligned}$$

A meno dei rendimenti meccanico, ausiliari e delle macchine elettriche, (comunque assai elevati), il costo di esercizio dell'energia elettrica prodotta in cogenerazione dipende quindi, solo dal rendimento del generatore di potenza termica primaria, (h_g), essendo l'energia termica di scarto del relativo ciclo termodinamico di conversione, utilmente impiegata, mentre sul costo impianto incide la sola parte eccedente, ($I_c - I_o$), il sistema termico, comunque richiesto.

Definito un costo specifico di investimento q , (proporzionale alla potenza elettrica netta), di una centrale di potenza di rendimento globale netto di conversione h_{el} , l'analogo costo specifico di impianto, riferito alla potenza termica, vale: $q h_{el} / h_g h_d$.

Indicando con z , ($z < 1$), il coefficiente riduttivo dei costi per assenza della sezione di generazione meccanica/elettrica ed economia di impianto relativa alla riduzione delle caratteristiche potenziali, (pressione e temperatura), richieste per il fluido di lavoro, il costo specifico di investimento, (riferito alla potenza termica netta), di un impianto termico delle dimensioni di una centrale termoelettrica, vale: $qzh_{el}/h_g h_d$, per cui il costo dell'energia termica prodotta da una centrale di potenza, (termica), risulta:

$$c_q = \frac{c_c}{k_i h_g h_d} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qzh_{el} t_e}{h_g h_d u T}$$

Per un impianto di cogenerazione riferendo l'intero costo specifico di investimento alla potenza elettrica installata, il VAN dell'investimento risulta:

$$\begin{aligned} VAN &= \frac{PuTc_k}{t_{ek}} + \frac{QuTc_q}{t_{eq}} - \frac{G_c u T c_c}{t_{ec}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) qP = \\ &= \frac{PuTc_k}{t_{ek}} + \frac{h_{th}}{h_{el}} \frac{PuT}{t_{eq}} \left[\frac{c_c}{k_i h_g h_d} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qzh_{el} t_e}{h_g h_d u T} \right] - \\ &\quad - \frac{PuTc_c}{k_i h_{el} t_{ec}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) qP, \end{aligned}$$

da cui:
$$c_k = \frac{c_c}{k_i h_g h_m h_a h_e} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \left(1 - z \frac{h_{th}}{h_g h_d} \right) \frac{q t_e}{u T},$$

come si ottiene anche direttamente essendo:

$$I_c - I_o = qP - \frac{qzh_{el}}{h_g h_d} Q = qP - \frac{qzh_{el}}{h_g h_d} \frac{h_{th}}{h_{el}} P = qP \left(1 - z \frac{h_{th}}{h_g h_d} \right).$$

Il risultato è immediatamente interpretabile come diminuzione della quota capitale del fattore: $(1 - z)$, tenuto conto della riduzione della potenza termica disponibile nello schema cogenerativo, rispetto a quella relativa alla sola produzione di energia termica, (h_{th}/h_g) .

Infatti a parità di potenza termica primaria, in caso di cogenerazione si ottiene una potenza termica: $Q = G_c k_i h_{th}$, mentre in caso di solo impianto termico si ha: $Q = G_c k_i h_g h_d$, con rapporto pari a: $h_{th}/h_g h_d$.

Supponendo di suddividere il costo impianto nelle quote relative alla sezione termica e meccanica con contributi proporzionali alle dimensioni delle relative apparecchiature, il costo specifico relativo al solo impianto termico, (q_o), nel caso cogenerativo risulta aumentato

del rapporto: $h_g h_d / h_{th}$, risultando ridotta di tale rapporto la potenza termica nel sistema cogenerativo rispetto a quello termico a parità di potenza termica primaria e quindi di dimensioni delle relative apparecchiature. Si ottiene, cioè:

$I_o = q_o Q$; $I_c = q_o (h_g h_d / h_{th}) Q + qP = q_o (h_g h_d / h_{el}) P + qP$, da cui:

$$\begin{aligned} I_c - I_o &= q_o \frac{h_g h_d}{h_{th}} Q + qP - q_o Q = q_o \frac{h_g h_d}{h_{el}} P + qP - q_o \frac{h_{th}}{h_{el}} P = \\ &= q_o \left(\frac{h_g h_d}{h_{el}} - \frac{h_{th}}{h_{el}} \right) P + qP = \left(q_o \frac{h_d}{h_m h_a h_e} + q \right) P \approx (q_o + q) P. \end{aligned}$$

Risulta quindi:

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{c_c}{k_i h_g h_m h_a h_e} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{(q_o + q) t_e}{uT} = \\ &= \frac{c_c}{k_i h_g h_m h_a h_e} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q_o t_e}{uT} + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_e}{uT} \approx \\ &\approx c_q + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_e}{uT}. \end{aligned}$$

Infatti a partire da un impianto termico di potenza: $Q = G_c k_i h_g h_d$, l'intervento cogenerativo di costo impianto: $qP = q G_c k_i h_{el}$, comporta un utile attualizzato relativo alla produzione di energia elettrica pari a: $\frac{G_c k_i h_{el} u T c_k}{t_{ek}} = \frac{P u T c_k}{t_{ek}}$, a fronte di un minore utile attualizzato

relativo alla produzione di energia termica pari a:

$$\begin{aligned} \frac{G_c k_i h_g h_d u T c_q}{t_{eq}} - \frac{G_c k_i h_{th} u T c_q}{t_{eq}} &= \frac{G_c k_i u T c_q}{t_{eq}} (h_g h_d - h_{th}) = \\ &= \frac{G_c k_i u T c_q}{t_{eq}} \frac{h_d h_{el}}{h_m h_a h_e} \approx \frac{G_c k_i h_{el} u T c_q}{t_{eq}} = \frac{P u T c_q}{t_{eq}}, \quad (\text{a meno dei} \end{aligned}$$

rendimenti: h_d, h_m, h_a, h_e , cioè, per la natura stessa del sistema cogenerativo la minore produzione di energia termica è pari alla generazione di potenza elettrica)

Pertanto il **VAN** dell'investimento pensato come un utile dato dalla generazione di energia elettrica meno la riduzione di generazione di potenza termica, a fronte di un maggiore investimento per la sezione meccanica/elettrica, può dunque essere espresso come:

$$VAN = \frac{PuTc_k}{t_{ek}} - \frac{PuTc_q}{t_{eq}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) qP.$$

da cui, ($t_{ek} \sim t_{eq} \sim t_e$): $c_k = c_q + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{qt_e}{uT}$.

Il costo specifico dell'energia elettrica prodotta risulta, pertanto, indipendente dal rendimento termodinamico del ciclo motore non avendosi energia termica di scarto.

Eventuali cicli a risurriscaldamenti e/o a rigenerazione influenzano,

cioè, unicamente il rapporto: $R = \frac{P}{Q} = \frac{h_{el}}{h_{th}}$.

Impianti di incenerimento rifiuti.

Nel caso di impianti di incenerimento di rifiuti solidi urbani con produzione combinata di potenza elettrica e termica, il sistema, rispetto alla sola combustione dei rifiuti, viene completato con l'aggiunta della sezione di produzione di potenza elettrica, (surriscaldatori, turbomacchine, alternatori), per cui il costo impianto risulta dalla somma della parte relativa al sistema per il solo incenerimento, generalmente riferito alla portata, (Q_r), di rifiuti: $q_o Q_r$, più la parte relativa alla sezione di produzione di energia elettrica, proporzionale alla potenza elettrica installata, ($Q_r k_{ir} h_{el}$): $q Q_r k_{ir} h_{el}$, con k_{ir} potere calorifico inferiore medio dei rifiuti, ovvero:

$$I_o = q_o Q_r; \quad I_c = q_o Q_r + q Q_r k_{ir} h_{el}.$$

Il VAN dell'investimento nel caso di solo incenerimento con utilizzo della potenza termica e cogenerativo, rispettivamente, risulta quindi:

$$VAN = \frac{Q_r k_{ir} h_g h_d u T c_q}{t_{eq}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) q_o Q_r;$$

$$VAN = \frac{Q_r k_{ir} h_{el} u T c_k}{t_{ek}} + \frac{Q_r k_{ir} h_{th} u T c_q}{t_{eq}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) (q_o Q_r + q Q_r k_{ir} h_{el}),$$

essendo la potenza termica: $Q_r k_{ir} h_{th}$, da cui si ottiene, ($t_{ek} \sim t_{eq} \sim t_e$):

$$c_q = \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q_o t_e}{k_{ir} h_g h_d u T};$$

$$c_k = \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \left(q + \frac{q_o}{k_{ir} h_g h_m h_a h_e} \right) \frac{t_e}{u T} \approx c_q + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_e}{u T}.$$

L'intervento cogenerativo di costo impianto: $q Q_r k_{ir} h_{el}$, comporta, infatti, un utile attualizzato relativo alla produzione di energia elettrica pari a: $\frac{Q_r k_{ir} h_{el} u T c_k}{t_{ek}}$, a fronte di un minore utile

attualizzato relativo alla produzione di energia termica pari a:

$$\begin{aligned} & \frac{Q_r k_{ir} h_g h_d u T c_q}{t_{eq}} - \frac{Q_r k_{ir} h_{th} u T c_q}{t_{eq}} = \frac{Q_r k_{ir} u T c_q}{t_{eq}} (h_g h_d - h_{th}) = \\ & = \frac{Q_r k_{ir} u T c_q}{t_{eq}} \frac{h_d h_{el}}{h_m h_a h_e} \approx \frac{Q_r k_{ir} h_{el} u T c_q}{t_{eq}}, \end{aligned}$$

da cui il VAN dell'investimento:

$$VAN = \frac{Q_r k_{ir} h_{el} u T c_k}{t_{ek}} - \frac{Q_r k_{ir} h_{el} u T c_q}{t_{eq}} - \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) q Q_r k_{ir} h_{el},$$

e quindi, ($t_{ek} \sim t_{eq} \sim t_e$): $c_k = c_q + \left(f_r + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_e}{u T}$.

Impianti termici ed elettrogeni.

E', infine, possibile l'autoproduzione separata di potenza termica e meccanica, (impianto termico e gruppo elettrogeno).

Il VAN dell'investimento relativo al gruppo elettrogeno risulta:

$$VAN = \frac{P u T c_k}{t_{ek}} - \frac{G_c u T c_c}{t_{ec}} - \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) I_g,$$

da cui: $c_k = \frac{c_c}{k_i h_{el}} \frac{t_{ek}}{t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{I_g t_{ek}}{P u T} =$

$$= \frac{c_c}{k_i h_{el}} \frac{t_{ek}}{t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q' t_{ek}}{u T P (1-b)},$$

ovvero: $c_k = \frac{c_c}{k_i h_{el}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) \frac{q t_{ek}}{u T},$

nell'ipotesi di porre: $I_g = q' P b$, ovvero: $I_g = q P$,

con: I_g costo di investimento dell'impianto elettrogeno;

$h_{e1} = P/G_c k_i$, rendimento elettrico di conversione.

Valutato il costo specifico dell'energia elettrica prodotta o acquistata a parità di costo dell'energia termica prodotta, l'utile totale attualizzato relativo a una generica scelta **b**, rispetto a una di tipo **a**, risulta:

$$(c_{ka} - c_{kb})PuT/t_{ek}.$$

§ III°.6.7 – GENERAZIONE ISOENTROPICA DI CALORE.

Un impianto di generazione di energia termica risulta sempre un sistema non isoentropico in quanto il calore generato ad alta temperatura viene in pratica utilizzato a livelli decisamente inferiori con conseguente aumento di entropia, (o diminuzione di exergia dell'energia termica disponibile).

Indicando con T_g e T_c , le temperature del generatore di calore primario e di utilizzo dell'energia termica, l'impianto riceve calore alla temperatura T_g e la cede alla temperatura T_c , e quindi, (in sistemi senza perdite di energia), con un aumento netto di entropia specifica

pari a:
$$-\frac{1}{T_g} + \frac{1}{T_c} = \frac{T_g - T_c}{T_g T_c}.$$

Il sistema isoentropico di generazione di potenza termica risulta un impianto motore ideale che alimenta un sistema a pompa di calore ideale, o un impianto di cogenerazione, (ideale), in cui la potenza elettrica guida un sistema a pompa di calore, (ideale).

L'energia termica resa risulta in ogni caso: $\frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o}$,

coincidente anche con il **COP** di un sistema a pompa di calore ad assorbimento ideale, (qualunque successione di cicli ideali comporta necessariamente lo stesso risultato).

Infatti in una qualunque trasformazione, in cui indipendentemente da eventuali fenomeni dissipativi si mantiene comunque costante l'energia, in caso di trasformazioni isoentropiche che non comportano aumenti di entropia, non si hanno perdite di potenzialità evolutive e quindi si mantiene costante l'exergia.

Pertanto la resa termica per trasformazioni ideali, si ottiene identicamente anche scrivendo la conservazione dell'exergia.

L'energia al generatore, (a temperatura T_g), ha un'exergia specifica:

$(1 - T_o/T_g)$, mentre quella di utilizzo, (a temperatura T_c), un'exergia specifica: $(1 - T_o/T_c)$. L'energia all'utilizzatore per unità di energia al generatore, (o resa), deve quindi essere tale che:

$$1 \times \left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right) = resa \times \left(1 - \frac{T_o}{T_c}\right),$$

da cui:

$$resa = \frac{1 - \frac{T_o}{T_g}}{1 - \frac{T_o}{T_c}} = \frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o}.$$

Al degrado exergetico dell'unità di energia trasferita dalla sorgente a temperatura T_g , a temperatura T_o :

$$1 \times \left[\left(1 - \frac{T_o}{T_g}\right) - \left(1 - \frac{T_o}{T_o}\right) \right] = \frac{T_g - T_o}{T_g},$$

(l'exergia dell'energia termica a temperatura ambiente è nulla), corrisponde un pari aumento exergetico per l'energia trasferita dalla

sorgente a temperatura T_o , alla temperatura T_c : $\frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o}$,

che subisce una variazione exergetica specifica:

$$\left(1 - \frac{T_o}{T_c}\right) - \left(1 - \frac{T_o}{T_o}\right) = \left(1 - \frac{T_o}{T_c}\right),$$

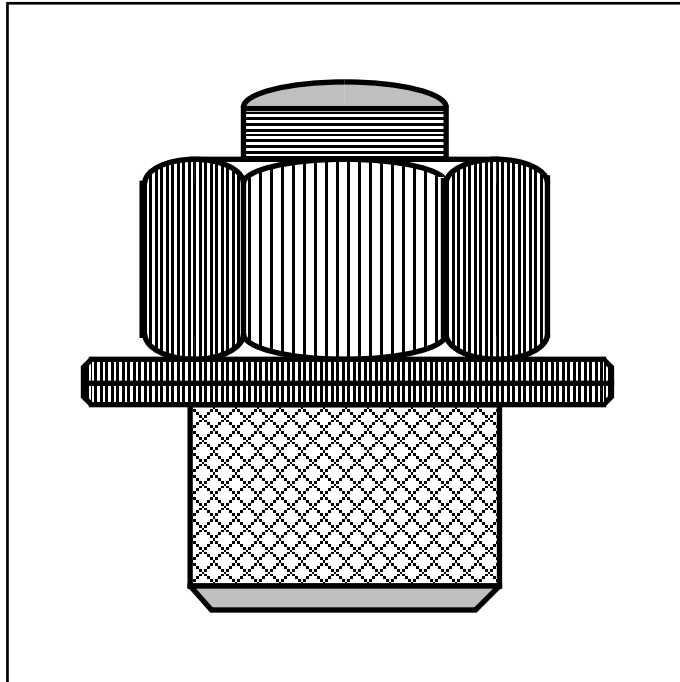
per un pari contributo effettivo:

$$\frac{T_g - T_o}{T_g} \frac{T_c}{T_c - T_o} \left(1 - \frac{T_o}{T_c}\right) = \frac{T_g - T_o}{T_g}.$$

Per trasformazioni reali il rapporto fra la potenza termica resa da sistemi cogenerativi con pompa di calore e quella ottenibile dal

combustibile praticamente: $\frac{PCOP + Q}{G_c k_i h_g} = \frac{h_{el} COP + h_{th}}{h_g}$, o rispetto

all'energia termica teorica: $(h_{el} COP + h_{th})$, per valori tipici dei parametri, risulta comunque sempre maggiore dell'unità, per cui tali sistemi risultano sempre energeticamente convenienti.



CAP.III°.7 – IMPIANTI DI TRIGENERAZIONE.

§ III°.7.1 – COGENERAZIONE DI POTENZA MECCANICA E FRIGORIFERA.

Il fabbisogno di potenza frigorifera rientra nel più generale fabbisogno di potenza meccanica o elettrica essendo normalmente gli impianti frigoriferi realizzati con cicli a compressione guidati da motori elettrici o termici.

E' tuttavia possibile realizzare impianti di cogenerazione di potenza elettrica e frigorifera tramite gruppi motori che impieghino la potenza termica in un ciclo frigorifero ad assorbimento.

In funzione della potenza frigorifera, (Q_e), la potenza termica richiesta, (Q), vale: $Q = Q_e / (h_f)_a$, pertanto il dimensionamento di un impianto di cogenerazione di potenza meccanica e frigorifera coincide con quello di cogenerazione di potenza meccanica, (P), e termica, (Q), alla temperatura utile per il generatore del ciclo ad assorbimento.

Impianti di cogenerazione a vapore.

In caso di impianti cogenerativi a ciclo variabile, nei quali cioè, la generazione di potenza meccanica è modulata in funzione di quella termica, (vapore), la valutazione energetica comparativa è relativa alla resa di un ciclo frigorifero a compressione alimentato dalla maggiore potenza generata da un ciclo a vapore a condensazione rispetto al corrispondente ciclo a contropressione, nei confronti di quella ottenibile da un ciclo ad assorbimento alimentato dalla potenza termica del ciclo a vapore a contropressione.

Indicando con h_{el} e h_o , i rendimenti relativi rispettivamente ai cicli a vapore a contropressione e condensazione, si ha, (Fig.III° 7.1.1):

$$h_{el} = \frac{h_A - h_C}{h_A - h_E} h_g h_i h_m h_a h_e; \quad h_o = \frac{h_A - h_D}{h_A - h_F} h_g h_i h_m h_a h_e,$$

da cui:

$$\begin{aligned} \frac{h_o}{h_{el}} &= \frac{h_A - h_D}{h_A - h_C} \frac{h_A - h_E}{h_A - h_F} = \\ &= \frac{(h_A - h_C) + (h_C - h_D)}{(h_A - h_C)} \frac{(h_A - h_E)}{(h_A - h_E) + (h_E - h_F)} = \\ &= \left(1 + \frac{h_C - h_D}{Dh} \right) \frac{(h_B - h_E) + Dh h_i}{(h_B - h_F) + Dh h_i} = r_p, \end{aligned}$$

con: $Dh = (h_A - h_C)$ e supposti costanti i rendimenti del generatore, (h_g), rispetto all'isoentropica, (h_i), meccanico, (h_m), relativo agli ausiliari, (h_a), ed elettrico, (h_e).

Essendo fissati, in funzione della temperatura di utilizzo della potenza termica e del ciclo a condensazione, gli stati fisici **B**, **E** ed **F**, posto:

Il rapporto fra la potenza frigorifera ottenuta con i due schemi, a parità di potenza elettrica resa al di fuori del ciclo frigorifero, (P_{el}), vale quindi: $q_a/q_c = q_a/q_c(Dh)$.

A parità, invece, di potenza frigorifera generata: $q_a = r h_{fa}$, il rapporto fra le potenze utili, (P_{uel}/P_{uo}), risulta:

$$\left(\frac{P_{uel}}{P_{uo}}\right)(Dh) = \frac{Dh h_i h_m h_a h_e}{r_p(Dh) Dh h_i h_m h_a h_e - \frac{q_a}{h_{fc}}} =$$

$$\left(\frac{P_{uel}}{P_{uo}}\right)(Dh) = \frac{Dh h_i h_m h_a h_e}{r_p(Dh) Dh h_i h_m h_a h_e - \frac{q_a}{h_{fc}}} =$$

$$= \frac{Dh h_i h_m h_a h_e}{r_p(Dh) Dh h_i h_m h_a h_e - r \frac{h_{fa}}{h_{fc}}}$$

Nell'intervallo di valori entalpici realizzabili in pratica, ($400 < Dh < 1.000 \text{ kJ/kg}$), la funzione $q_a/q_c(Dh)$, risulta debolmente crescente assumendo valori pari a circa: $q_a/q_c(Dh) = 1,1 \div 1,2$ in tutto l'intervallo, mentre la funzione: $(P_{uel}/P_{uo})(Dh)$, presenta un massimo per valori prossimi alle usuali caratteristiche del vapore in ingresso in turbina negli impianti a contropressione, e con andamento sufficientemente piatto attorno a valori pari a circa:

$$(P_{uel}/P_{uo})(Dh) = 1,07 \div 1,08.$$

La scelta cogenerativa con impianto frigorifero ad assorbimento permette, pertanto, solo un lieve vantaggio energetico.

Dal punto di vista economico, realizzato il ciclo cogenerativo per la resa delle potenze meccanica e frigorifera richieste, indicando con: I_c e I_a , i costi di investimento rispettivamente dell'impianto a condensazione con impianto frigorifero a compressione e del sistema cogenerativo con ciclo frigorifero ad assorbimento, il costo totale attualizzato relativo allo schema a condensazione, (C_{Ac}), vale:

$$C_{Ac} = G_c \frac{uTc_c}{t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I_c =$$

$$= \left(P + \frac{Q}{h_{fc}}\right) \frac{uTc_c}{k_i h_o t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I_c,$$

essendo: $h_o = \frac{P + \frac{Q}{h_{fc}}}{G_c k_i}$, mentre per lo schema cogenerativo il costo totale attualizzato, (C_{Aa}), vale:

$$\begin{aligned}
 C_{Aa} &= G'_c \frac{uTc_c}{t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I_a = \\
 &= \left(\frac{P}{h_m h_a h_e} + \frac{Q_e}{h_{fa}}\right) \frac{uTc_c}{k_i h_g t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I_a = \\
 &= \frac{PuTc_c}{k_i h_{el} t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I_a,
 \end{aligned}$$

essendo: $h_g = \frac{P}{G'_c k_i} + \frac{Q_e}{h_{fa}}$; $h_{el} = \frac{P}{G'_c k_i}$.

Nel caso cogenerativo è, cioè, equivalente considerare solo il costo marginale dell'energia elettrica prodotta più quello dell'energia termica, ovvero considerare solo il costo di esercizio dell'energia elettrica gravato dalla diminuzione di efficienza termodinamica quantificata dall'introduzione del rendimento elettrico del ciclo a contropressione, (h_{el}), invece di quello relativo al ciclo a condensazione, (h_o), e nullo quello dell'energia termica come sottoprodotto del ciclo motore, essendo:

$$G'_c k_i = \left(\frac{P}{h_g h_m h_a h_e} + \frac{Q_e}{h_g h_{fa}}\right) = \frac{P}{h_{el}}.$$

Infine, il costo totale attualizzato relativo all'acquisto di tutta la potenza elettrica e installazione del solo impianto frigorifero a compressione, (C_{Ae}), risulta:

$$C_{Ae} = \left(P + \frac{Q_e}{h_{fc}}\right) \frac{uTc_k}{t_{ek}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}}\right) I_f,$$

con c_k prezzo specifico di acquisto dell'energia elettrica e I_f costo di investimento dell'impianto frigorifero a compressione.

Impianti di cogenerazione di turbina a gas o endotermici.

Nel caso di impianti cogenerativi turbogas o endotermici, il ciclo termodinamico è fisso essendo indipendenti le potenze meccanica e termica.

Pertanto qualora si dimensiona il sistema in funzione della potenza termica: $Q = G_c k_i h_{th}$, risulta fissata la potenza primaria: $G_c k_i$ e quindi la potenza elettrica: $P = G_c k_i h_{e1} = Q(h_{e1}/h_{th})$, la cui eventuale carenza va compensata tramite allacciamento alla rete, alla quale va, invece, ceduto l'eventuale eccesso, soluzione realizzabile solo in caso di rilevanti potenze.

Qualora si dimensiona, invece, il sistema in funzione della potenza elettrica: $P = G_c k_i h_{e1}$, risulta fissata la potenza termica:

$$Q = G_c k_i h_{th} = Q(h_{th}/h_{e1}),$$

la cui eventuale carenza va compensata installando generatori di calore ausiliari, mentre ogni eventuale eccesso deve essere dissipato.

In ogni caso risulta fissata la potenza frigorifera generabile con un ciclo ad assorbimento, essendo: $Q_e = Q h_{fa} = P h_{fa}(h_{th}/h_{e1})$.

In questi tipi di impianto, non potendo la temperatura di scarico essere abbassata fino a valori prossimi a quello ambiente come nei cicli a vapore a condensazione, la potenza termica è comunque dotata di un rilevante livello exergetico, per cui si ha comunque un vantaggio energetico nella soluzione cogenerativa, mentre economicamente la valutazione comparativa è relativa al sovradimensionamento della sezione di potenza meccanica necessario per la guida dei compressori del ciclo frigorifero a compressione e al suo esercizio, rispetto al costo della sezione ad assorbimento alimentata dalla potenza termica di scarto e il modello di calcolo risulta identico a quello relativo agli schemi a vapore ove non si introduca la distinzione fra i rendimenti di conversione meccanica nei due casi.

§ 1°.5.2 – IMPIANTI COMBINATI PER LA GENERAZIONE DI POTENZA ELETTRICA TERMICA E FRIGORIFERA.

Poichè la richiesta di potenza termica e frigorifera varia generalmente in maniera inversa e complementare nelle diverse stagioni dell'anno, è possibile prevedere schemi di impianti cogenerativi combinati in cui la potenza termica può essere modulata per prevalente, (o totale), impiego nel teleriscaldamento o uso tecnologico nei mesi invernali e maggiore, (o esclusivo), uso frigorifero tramite cicli ad assorbimento nei mesi estivi.

Il sistema può essere realizzato da una stazione di cogenerazione e due impianti frigoriferi in parallelo, a compressione e assorbimento,

rispettivamente, evitando possibili problemi di inutilizzo stagionale della potenza termica dell'impianto di cogenerazione.

L'impianto frigorifero a compressione, relativo al periodo invernale, è dimensionato per una temperatura di condensazione inferiore a quelle previste negli schemi relativi al funzionamento continuo con conseguente risparmio di investimento ed esercizio, mentre l'impianto frigorifero ad assorbimento, relativo al periodo estivo, è invece, dimensionato per le temperature di condensazione più elevate come richiesto dalle condizioni termoigrometriche estive.

Il relativo costo totale attualizzato, (C_{Ab}), vale:

$$C_{Ab} = \left[\frac{P_{u_{el}} + \frac{Q_e u_{fc}}{h_{fc}}}{h_g h_m h_a h_e} + \frac{Q u_{th}}{h_g h_d} + \frac{Q_e u_{fa}}{h_g h_{fa}} \right] \frac{T_{c_c}}{k_i t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) I_b,$$

con u_{el} , u_{fc} , u_{th} , u_{fa} , fattori di carico equivalenti a potenza costante, relativi alle sezioni elettrica, frigorifera a compressione, termica e frigorifera ad assorbimento, rispettivamente, e I_b , costo di investimento globale del sistema, da confrontare con il costo totale attualizzato, (C_{At}), relativo al sistema non cogenerativo composto da un impianto frigorifero a compressione e uno termico, con acquisto dell'energia elettrica globalmente necessaria:

$$C_{At} = \left[P_{u_{el}} + \frac{Q_e (u_{fc} + u_{fa})}{h_{fc}} \right] \frac{T_{c_k}}{t_{ek}} + \frac{Q u_{th} T_{c_c}}{h_g h_d k_i t_{ec}} + \left(1 + \frac{a}{t_{em}} \right) I_f.$$

Nel campo dei motori endotermici per il riscaldamento invernale e il condizionamento estivo di medesime strutture, sono stati realizzati anche sistemi tripli compatti composti da generatori a ciclo otto alimentati a gas metano o gpl, o diesel alimentati a gasolio, per la produzione di potenza elettrica e termica, accoppiati a un gruppo ad assorbimento a bromuro di litio per la contemporanea o alternativa generazione di potenza frigorifera di condizionamento.

Il sistema è completo di torre di raffreddamento e munito di una caldaia ausiliaria in caso di manutenzione o avaria del gruppo motore.

§ III° .7.3 – IMPIANTI FRIGORIFERI BISTADIO MISTI.

In caso di utenze stagionalmente variabili per limitazione o incremento dei servizi, (termiche), e per aumento o diminuzione di

carico e di temperatura di condensazione, (frigorifere), è possibile realizzare impianti di cogenerazione combinati misti in cui la sezione frigorifera è composta da un ciclo bistadio misto con sezione a bassa pressione a compressione e di alta ad assorbimento.

Nei periodi di elevata richiesta di potenza termica, (invernali), lo stadio di bassa, (a compressione), dell'impianto frigorifero è in grado di portare il fluido operatore alla temperatura di condensazione, mentre nei periodi di limitata richiesta di potenza termica, (estivi), è possibile alimentare lo stadio di alta, (ad assorbimento), dell'impianto frigorifero portando il fluido operatore alla temperatura di condensazione più elevata richiesta dalle condizioni esterne, con massimo utilizzo della potenza termica globale fornita dall'impianto di cogenerazione.

Per il dimensionamento dell'impianto, si ha, (**Fig.III° 7.3.1**):

$$Q_e = G_b(h_1 - h_4).$$

Il bilancio energetico al separatore, (**S**), risulta:

$$G_b(h_2 - h_3) = G_a(h_5 - h_8), \text{ da cui:}$$

$$G_b = \frac{Q_e}{h_1 - h_4}; \quad G_a = Q_e \frac{h_2 - h_3}{(h_5 - h_8)(h_1 - h_4)}; \quad P'_b = \frac{G_b(h_2 - h_1)}{h_i h_m h_a h_e}.$$

La potenza termica richiesta dallo stadio ad assorbimento, (Q_g), vale

$$\text{pertanto: } Q_g = Q_e \frac{(h_2 - h_3)(h_N - h_{12})}{(h_5 - h_8)(h_1 - h_4)} \frac{1 - x_p}{x_r - x_p}.$$

Per portata unitaria in uscita dalla turbina a controcompressione, la portata specifica di alta pressione, (g_a), che circola nello stadio ad

assorbimento, vale: $g_a = \frac{r(x_r - x_p)}{(1 - x_p)(h_N - h_{12})}$, e quindi la potenza

frigorifera specifica, (q_e), risulta:

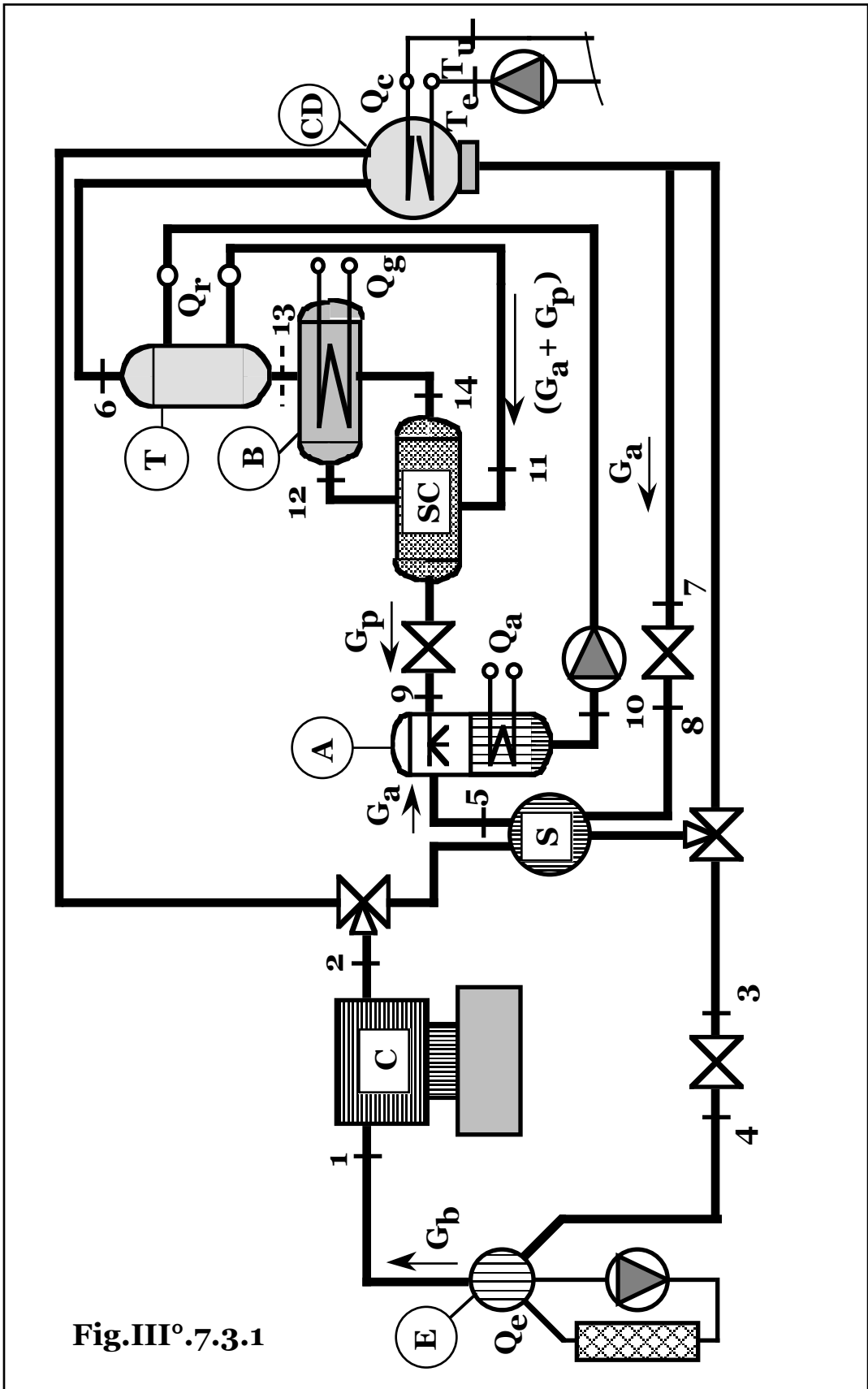


Fig.III° 7.3.1

$$q_e = \frac{r(x_r - x_p)}{(1 - x_p)(h_N - h_{12})} \frac{(h_5 - h_8)(h_1 - h_4)}{h_2 - h_3} = r h_{fa} \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_3},$$

mentre la potenza elettrica impiegata, vale: $P_b = q_e / (h_f)_{c1}$, con $(h_f)_{c1}$ coefficiente di effetto frigorifero del ciclo 1 - 2 - 3 - 4.

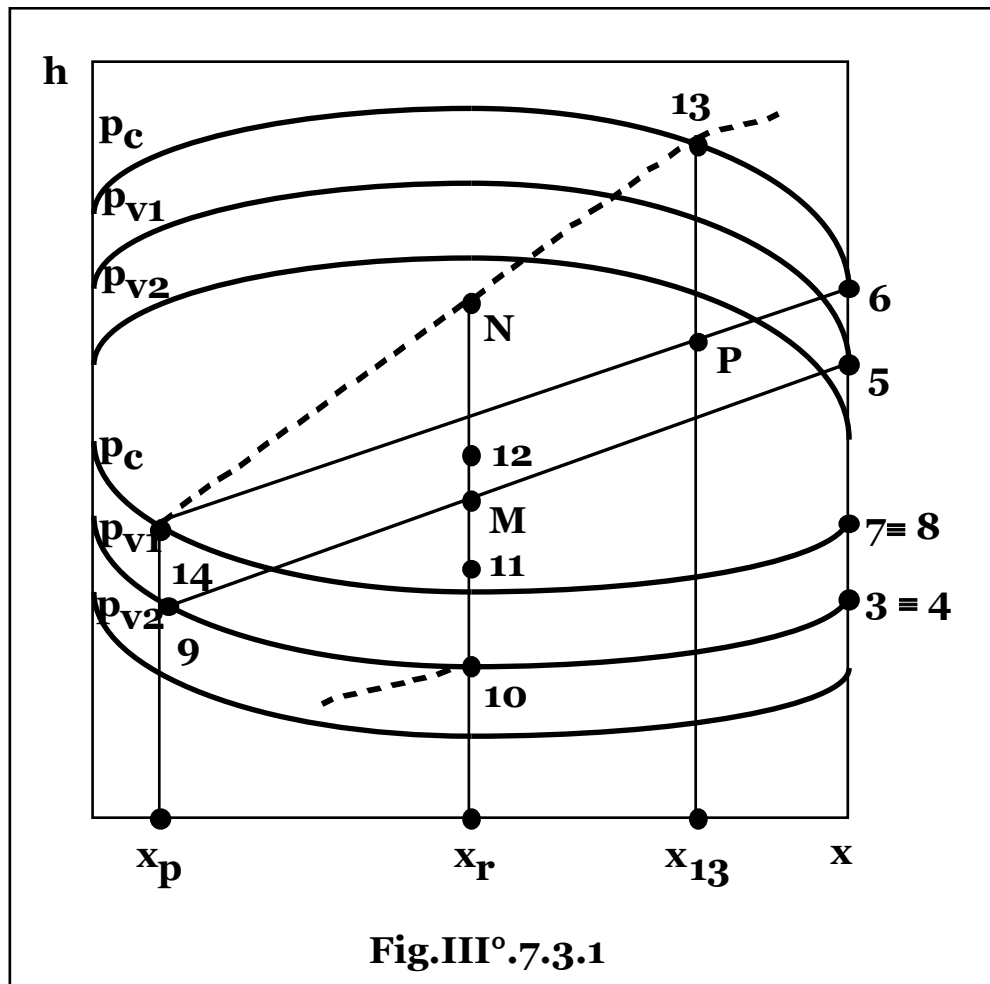


Fig. III° 7.3.1

La potenza elettrica utile, (P_{u1}), vale, quindi:

$$P_{u1} = P_1 - P_b = Dh h_i h_m h_a h_e - r \frac{h_{fa}}{h_{fc1}} \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_3}.$$

Nel caso di impianto frigorifero a sola compressione, (e impianto motore a condensazione), la potenza richiesta dall'impianto frigorifero

stesso, (P_c), vale: $P_c = \frac{q_e}{h_{fc2}}$, con h_{fc1} coefficiente di effetto frigorifero

del ciclo 1 - F - 7 e la potenza elettrica utile, (P_{u2}), vale, quindi:

$$P_{u2} = P_2 - P_c = r_p(Dh) - P_c =$$

$$= r_p(Dh)Dh h_i h_m h_a h_e - r \frac{h_{fa}}{h_{fc2}} \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_3}.$$

Il rapporto delle potenze elettriche utili, (P_{u1}/P_{u2}), a parità di potenza frigorifera resa, risulta, quindi:

$$\frac{P_{u1}}{P_{u2}} = \frac{Dh - r \frac{(COP)_a}{h_{fc1} + h_m h_a h_e}}{r_p(Dh)Dh - r \frac{h_{fa} h_{fc1}}{h_{fc2}[h_{fc1} + h_m h_a h_e]}}$$

mentre il rapporto fra le potenze frigorifere generabili, a parità di potenza elettrica utile, in caso di impianto bistadio misto e di impianto frigorifero a sola compressione, (q_e/q_c), risulta:

$$\frac{q_e}{q_c} = \frac{q_e}{\{[r_p(Dh) - 1]P_1 + P_b\}h_{fc2}}$$

$$= \frac{r h_{fa} h_{fc1}}{h_{fc2}[h_{fc1} + h_m h_a h_e]}$$

$$= \frac{r h_{fa}}{[r_p(Dh) - 1]Dh h_i h_m h_a h_e + h_{fc1} + h_m h_a h_e}.$$

Il sistema non appare energeticamente conveniente in quanto le funzioni q_e/q_c e P_{u1}/P_{u2} , crescenti con Dh , risultano comunque inferiori all'unità: $q_e/q_c = 0,75 \div 0,8$; $P_{u1}/P_{u2} = 0,6 \div 0,9$.

Il coefficiente di effetto frigorifero h_{fa} , risulta aumentato del **10÷15%**, rispetto al ciclo a solo assorbimento, la potenza meccanica comunque richiesta, (P_b), è pari a circa il **50%**, di quella necessaria in un sistema a sola compressione, mentre il coefficiente di effetto frigorifero

misto, [h_{fm}]: $h_{fm} = \frac{q_e}{P_b + q_g} = \frac{1}{\frac{1}{h_{fc1}} + h_{fa}}$, risulta di solo qualche

percento superiore rispetto allo schema a solo assorbimento.

